ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOQUINTO

1889 - 90

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1890

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1890

PRESIDENTE

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore e Direttore de' Musei di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Torino, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Comm. ✱, e ✠.

VICE-PRESIDENTE

Fabretti (Ariodante), Senatore del Regno, Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio Corrispondente dello Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Membro effettivo delle RR. Deputazioni di Storia patria della Emilia, della Toscana, delle Marche e dell' Umbria, Socio onorario della Società Veneta di Storia patria, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del Regio Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca, dell'Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia de la Historia di Madrid, e dell' Imp. Istituto Archeologico Germanico, Professore Onorario dell'Università di Perugia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✱, Comm. ✠; ✤, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

TESORIERE

Bruno (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, e Professore di Geometria descrittiva nella R. Università di Torino, ✱, ✠.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Comm. ✠, ✪, e dell'O. d'I. Catt. di Sp.

Segretario

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, ✪.

Accademici residenti.

Lessona (Michele), *predetto*.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova-York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; Membro effettivo della Società imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologist's Union*, Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ✠, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto*.

Bruno (Giuseppe), *predetto*.

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ✠, Comm. ✠, dell'O. di Francesco Gius. d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

Siacci (Francesco), Deputato al Parlamento nazionale, Luogotenente Colonnello nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, e di Matematiche applicate nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio

nazionale della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, Comm. ✠.

Basso (Giuseppe), *predetto.*

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica e incaricato di Analisi superiore nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, ecc., ✻, Comm. ✠.

Bizzozero (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., ✻, Comm. ✠.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Professore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano e Direttore del Laboratorio di Elettrotecnica, Prof. di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Uffiz. ✻; ✠, Comm. dell'O. di Franc. Gius. d'Austria.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Rettore e Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ✠.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino,

Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruselle, ecc. ecc. ✻, ⚭.

SPEZIA (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia, e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, ⚭.

GIBELLI (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, ⚭.

GIACOMINI (Carlo), Dott. aggregato in Medicina e Chirurgia, Prof. di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, e Direttore dell'Istituto Anatomico della R. Università di Torino, ⚭.

CAMERANO (Lorenzo), Dott. aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra.

SEGRE (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. MENABREA (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Parigi, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), Membro Onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di

Scienze, Lettere ed Arti, Ufficiale della Pubblica Istruzione di Francia, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✱, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✚, ⊖, dec. della Med. d'oro al Valor Militare e della Medaglia d'oro Mauriziana, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di Sant'Alessandro Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della Leg. d'On. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc. ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, di Pietroburgo, ecc., Presidente della R. Accademia dei Lincei, Membro delle Società Matematiche di Londra e di Parigi, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, ecc., Gr. Uffiz. ✱, ⊖, della Legion d'Onore; ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Moleschott (Jacopo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino e della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano,

Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio onorario della Società epidemiologica di Londra, della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei Naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Società di Medici Russi a Pietroburgo, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, e della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ✱ e Gr. Uffiz. ⊜, Comm. dell'Ordine di Casa Mecklenburg, e Cav. del Leone Neerlandese.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente delle Accademie delle Scienze di Berlino e di Vienna, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera e della Società R. di Londra, Comm. ✱, Uffiz. ⊜; ✤.

Betti (Enrico), Senatore del Regno, Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola Normale Superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio dell'Accademia di Gottinga, Corrispondente dell'Accademia di Berlino e Membro della Società matematica di Londra; Comm. ✱, Grande Uffiz. ⊜; ✤.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di

Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱, Gr. Uffiz. ⊜; ✿.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, della Società de'Naturalisti di Mosca, e della Società Astronomica di Londra, Comm. ✱; ⊜, ✿, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola di Applicazione per gli Ingegneri, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edinburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenhagen, delle Societa matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio corrispondente delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edinburgo, Professore emerito dell'Università di Bologna, Comm. ✱, Gr. Uffiz. ⊜, Cav. Cons. ✿.

Beltrami (Eugenio), Socio della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, Prof. di Fisica matematica nella R. Università di Pavia, ⊜, Comm. ●, ✿.

Accademici Stranieri

HELMHOLTZ (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale).

DANA (Giacomo), Professore di Storia naturale a New-Haven, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Anatomia e Zoologia).

HOFMANN (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Società Reale di Londra, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica).

HERMITE (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

WEIERSTRASS (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

THOMSON (Guglielmo), Socio Straniero dell'Istituto di Francia, Professore di Filosofia naturale nell'Università di Glasgow.

GEGENBAUR (Carlo), della R. Accademia Bavarese delle Scienze, Professore di Anatomia nell'Università di Heidelberg.

CAYLEY (Arturo), Professore di Matematiche nella Università di Cambridge.

VIRCHOW (Rodolfo), Professore di Patologia generale e Anatomia patologica nell'Università di Berlino.

STAS (Giovanni Servais), della R. Accademia belgica di Scienze, Lettere ed Arti in Brusselle.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

DE GASPARIS (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . . . *Napoli*

TARDY (Placido), Professore emerito della Regia Università di . . . . *Genova*

BONCOMPAGNI (D. Baldassarre), dei Principi di Piombino . . . . *Roma*

CANTOR (Maurizio), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Gottinga*

KLEIN (Felice), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Gottinga*

FERGOLA (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Napoli*

CASORATI (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

DINI (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

TACCHINI (Pietro), Direttore dell' Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

Battaglini (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Catalan (Eugenio), Professore emerito della Università di . . . . *Liegi*

SEZIONE

DI MATEMATICA APPLICATA

E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Colladon (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

Liagre (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . *Ixelles* (Bruxelles)

Turazza (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . *Padova*

Narducci (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . *Roma*

Pisati (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

Sang (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . *Edimborgo*

Fasella (Felice), Direttore della Scuola navale superiore di . . . . *Genova*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Weber (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*

Wartmann (Elia), Prof. nell'Università di . *Ginevra*

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Professore nell' Istituto fisico di . . . . *Strasborgo*

CORNU (Maria Alfredo), dell' Istituto di Francia *Parigi*

FELICI (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

ROITI (Antonio), Professore nell' Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di . *Firenze*

WIEDEMANN (Gustavo), Prof. nella Università di *Lipsia*

RIGHI (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Bologna*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

BONJEAN (Giuseppe) . . . . *Chambéry*

PLANTAMOUR (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*

WILL (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*

BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*

MARIGNAC (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*

PÉLIGOT (Eugenio Melchiorre), dell' Istituto di Francia . . . . *Parigi*

BERTHELOT (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell' Istituto di Francia . *Parigi*

FRESENIUS (Carlo Remigio), Professore a *Wiesbaden*

BAEYER (Adolfo von) . . . . *Monaco* (Baviera)

KEKULE (Augusto), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Bonn*

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della Reale Società di . . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Copenaghen*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

DE ZIGNO (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . *Padova*

FAVRE (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*

KOKSCHAROW (Nicola di), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . *Pietroborgo*

RAMSAY (Andrea), della Società Reale di . . *Londra*

STRÜVER (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

ROSENBUSCH (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . *Strasborgo*

NORDENSKIÖLD (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

DAUBRÉE (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere . . . . *Parigi*

ZIRKEL (Ferdinando), Professore di Petrografia a . . . . *Lipsia*

DES CLOIZEAUX (Alfredo Luigi Oliviero LEGRAND), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

CAPELLINI (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

STOPPANI (Antonio), Professore di Geologia e Geografia fisica nel R. Istituto tecnico superiore di *Milano*

TSCHERMAK (Gustavo), Professore di Mineralogia e Petrografia nell'Università di . . . . *Vienna*

ARZRUNI (Andrea), Professore di Mineralogia nell'Istituto tecnico superiore (tecnische Hochschule) *Aachen* (Aix-la-Chapelle)

MALLARD (Ernesto), Professore di Mineralogia alla Scuola nazionale delle Miniere di Francia . *Parigi*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

CANDOLLE (Alfonso DE), Professore di Botanica. *Ginevra*

GENNARI (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

CARUEL (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

ARDISSONE (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

SACCARDO (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

HOOKER (Giuseppe DALTON), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

SACHS (Giulio von), Professore nell'Università di . . . . *Vürtzburg*

NAEGLI (Carlo), Prof. nell'Università di . . *Monaco* (Baviera)

DELPINO (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Padova*

SEZIONE
DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . . *Liegi*

Burmeister (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . *Buenos Aires*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chilì)

Owen (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Museum* . . . *Londra*

Koelliker (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . *Würtzburg*

Golgi (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

Haeckel (Ernesto), Prof. nell'Università di . *Jena*

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . *Ginevra*

Kowalewski (Alessandro), Professore di Zoologia nell'Università di . . . . *Odessa*

Ludwig (Carlo), Professore di Fisiologia nell'Università di . . . . *Lipsia*

Brücke (Ernesto), Professore di Fisiologia e Anatomia nell'Università di . . . . *Vienna*

Locard (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . *Lione*

Chauveau (Augusto), Professore alla Scuola di Medicina di . . . . *Parigi*

Foster (Michele), Professore di Fisiologia nell'Università di . . . . *Cambridge*

Heindenhain (Rodolfo), Prof. di Fisiologia nell'Università di . . . . *Breslavia*

Waldeyer (Guglielmo), Prof. di Anatomia nell'Università di . . . . *Berlino*

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

PEYRON (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Comm. ✠, Uffiz. ⊕.

Segretario Perpetuo

GORRESIO (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Membro dell'Istituto di Francia, Socio nazionale della R. Accademia de' Lincei, Socio corrispondente della Reale Accademia della Crusca, e della R. Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, della Società accademica *Indo-Cinese* di Parigi, ecc., Vice-Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ⊕; ✿, Comm. dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

GORRESIO (Gaspare), *predetto.*

FABRETTI (Ariodante), *predetto.*

PEYRON (Bernardino), *predetto.*

VALLAURI (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina e Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e

Filosofia nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Romana di Archeologia e della R. Accademia Palermitana di Scienze, Lettere ed Arti, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ☩, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

FLECHIA (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, Uffiz. ✠, Comm. ☩; ✤.

CLARETTA (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠ e ☩.

ROSSI (Francesco), Vice Direttore del Museo d'Antichità, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Membro ordinario dell'Accademia orientale di Firenze, e Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ☩.

MANNO (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ☩.

BOLLATI DI SAINT-PIERRE (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Consigliere d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle Antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Membro della Commissione araldica regionale per il Piemonte, della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia Patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Let-

tere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della Nuova Società per la Storia di Sicilia, e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanda, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia, ecc., Uffiz. ✻, Comm. ⚭.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Membro del Collegio degli Esaminatori, Comm. ✻ e ⚭.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⚭.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ⚭.

Carle (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ⚭, ✻.

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, ⚭, ✻.

Berti (S. E. Domenico), Primo Segretario del Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano, Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna e di Roma, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di

Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Cord. ✠, e ✿; Cav. e Cons. ✿, Gr. Cord. della Legion d'O. di Francia, e dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, ecc. ecc.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Prof. di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✠, Uffiz. ✿.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, ✿.

Boselli (Paolo), Dott. aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Prof. nella R. Università di Roma, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio della R. Accademia di Agricoltura e Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Deputato al Parlamento nazionale, Ministro dell' Istruzione Pubblica, Comm. ✠, Gr. Cord. ✿, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, e dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), Gr. Uffiz. O. di Leop. del B., Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia e C. O. d'I. Catt. di Sp.

Accademici Nazionali non residenti

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, del R. Istituto Veneto, della Pontaniana di Napoli, Socio onorario della R. Società Romana di Storia patria, dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo, Brescia, Palermo, ecc., Corrispondente delle RR. Deputazioni di Storia patria Veneta, Toscana e di Romagna, e della Società di Storia della Svizzera Romanda, Membro del Consiglio degli Archivi, e

del Contenzioso Diplomatico, Gr. Uffiz. ✻, Gr. Uffiz. ⊜, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidié di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell'Ord. del Salv. di Gr., ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, ✻.

Ricci (Marchese Matteo), Socio residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. ✻.

Minervini (Giulio), Professore Onorario della Regia Università di Napoli, Socio di molte Accademie italiane e straniere, Uffiz. ✻, e Comm. ⊜, e decorato di varii ordini stranieri.

De Rossi (Comm. Giovanni Battista), Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Contenzioso diplomatico, Socio della R. Accademia delle Scienze del Belgio, e di quella di Palermo, della Società generale delle Carceri di Parigi, Comm. ✻, e Gr. Uffiz. ⊜, Comm. dell'Ordine di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia.

Cantù (Cesare), Membro del R. Istituto Lombardo e di quello di Francia, e di molte Accademie, Direttore dell'Archivio di Stato di Milano, e Sopraintendente degli Archivi Lombardi, Gr. Uffiz. ✻ e Comm. ⊜, Cav. e Cons. ✠, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese.

Accademici Stranieri

MOMMSEN (Teodoro), Professore nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

MÜLLER (Massimiliano), Professore nell'Università di Oxford, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

BANCROFT (Giorgio), Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

GREGOROVIUS (Ferdinando), Membro della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco.

MEYER (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'*Ecole des Chartes*, Cav. della L. d'O. di Francia.

WHITNEY (Guglielmo), Prof. nel Collegio Yale a New-Haven.

PARIS (Gastone), dell'Istituto di Francia (Parigi).

CORRISPONDENTI

I. — SCIENZE FILOSOFICHE.

RENDU (Eugenio) . . . . *Parigi*

BONATELLI (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Padova*

FERRI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

BONGHI (Ruggero), Prof. emerito della R. Università di . . . . *Roma*

II. — SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI.

LAMPERTICO (Fedele), Senatore del Regno . *Roma*

SERAFINI (Filippo), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

SERPA PIMENTEL (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

RODRIGUEZ DE BERLANGA (Manuel) . . . *Malaga*

SCHUPFER (Francesco), Prof. nella R. Università di . . . . *Roma*

COSSA (Luigi), Prof. nella R. Università di . *Pavia*

PERTILE (Antonio), Prof. nella R. Università di *Padova*

GABBA (Carlo Francesco), Prof. nella R. Università di . . . . *Pisa*

III. — SCIENZE STORICHE.

KRONE (Giulio) . . . . *Vienna*

SANGUINETTI (Abate Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . *Genova*

CHAMPOLLION-FIGEAC (Amato) . . . . . *Parigi*

ADRIANI (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . . *Cherasco*

DAGUET (Alessandro) . . . . } *Neuchâtel* (Svizzera)

PERRENS (Francesco) . . . . *Parigi*

HAULLEVILLE (Prospero DE) . . . . . . *Brusselle*

VILLARI (Pasquale), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

DE LEVA (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Padova*

SYBEL (Enrico Carlo Ludolfo von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*

WALLON (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

TAINE (Ippolito), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

WILLEMS (Pietro), dell'Università di . . . *Lovanio*

BIRCH (Walter de GRAY), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

IV. — ARCHEOLOGIA.

WIESELER (Federico) . . . . *Gottinga*

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi) . . . . *New-York*

RAWLINSON (Giorgio), Professore nella Università di . . . . *Oxford*

FIORELLI (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*

CURTIUS (Ernesto), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

MASPERO (Gastone), dell'Istituto di Francia a *Parigi*

LATTES (Elia), Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . *Milano*

POGGI (Vittorio), Maggiore di Fanteria a . *Pavia*

PLEYTE (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

PALMA DI CESNOLA (Cav. Alessandro) . . . *Londra*

V. — GEOGRAFIA.

NEGRI (Barone Cristoforo), Console generale di prima Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri . . . . *Torino*

KIEPERT (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

PIGORINI (Luigi), Professore nella Regia Università di . . . . *Roma*

VI. — LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE.

KREHL (Ludolfo) . . . . *Dresda*

RÉNAN (Ernesto), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . . . *Calcutta*

ASCOLI (Isaia Graziadio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di . *Milano*

WEBER (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

MARRE (Aristide) Membro della Società Asiatica *Parigi*

OPPERT (Giulio), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

GUIDI (Ignazio), Prof. nella R. Università di *Roma*

VII. — FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA.

LINATI (Conte Filippo), Senatore del Regno . *Parma*

COMPARETTI (Domenico), Professore emerito dell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

BRÉAL (Michele) . . . . *Parigi*

NEGRONI (Carlo), della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria . . . . *Novara*

D'ANCONA (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

NIGRA (S. E. il Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Prof. nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . *Firenze*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Gennaio* 1889 *al* 1° *Gennaio* 1890

ELEZIONI

Camerano (Lorenzo), eletto Socio nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 10, e approvato con Decreto Reale del 21 febbraio 1889

Segre (Corrado), id., id., id.

Paris (Gastone), eletto Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 3, approvato con R. Decreto del 15 marzo 1889.

Oppert (Giulio), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione Linguistica e Filologia orientale), nell'adunanza del 3 marzo 1889.

Guidi (Ignazio), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione Linguistica e Filologia orientale) nell'adunanza del 3 marzo 1889.

Pertile (Antonio), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali) nell'adunanza del 3 marzo 1889.

Gabba (Carlo Francesco), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali) nell'adunanza del 3 marzo 1889.

Palma di Cesnola (Cav. Alessandro), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Archeologia) nell'adunanza del 3 marzo 1889.

Lessona (Michele), eletto Presidente dell'Accademia nell'adunanza del 28 aprile, e approvato con Decreto Reale del 9 maggio 1889.

BRUNO (Giuseppe), eletto Tesoriere dell'Accademia nell'adunanza del 28 aprile, e approvato con Decreto Reale del 9 maggio 1889.

LOCARD (Arnould), eletto Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) nell'adunanza del 23 giugno 1889.

CREMONA (Luigi), eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 1° dicembre 1889.

BELTRAMI (Eugenio), id., id., id.

CAYLEY (Antonio), eletto Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 1° dicembre 1889.

VIRCHOW (Rodolfo), id., id., id.

CHAUVEAU (Augusto), eletto Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) nell'adunanza del 1° dicembre 1889.

FOSTER (Michele), id., id , id.

HEINDENHAIN (Rodolfo), id , id., id.

WALDEYER (Guglielmo), id., id., id.

STAS (Giovanni Servais), eletto Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 29 dicembre 1889.

MORTI.

29 Gennaio 1889.

MENEGHINI (Giuseppe), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

7 Marzo 1889.

GENOCCHI (Angelo), Senatore del Regno, Presidente dell'Accademia.

8 Marzo 1889.

CHEVREUL (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Socio straniero delle Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

... Marzo 1889.

TULASNE (Luigi Renato), Membro dell'Istituto di Francia, Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

30 Giugno 1889.

GOVI (Gilberto), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

16 Luglio 1889.

AMARI (Michele), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

29 Luglio 1889.

DE WITTE (Barone G. G. Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia, Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

11 Ottobre 1889.

JOULE (James PRESCOTT), della Società Reale di Londra, Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

18 Dicembre 1889.

GIESEBRECHT (Guglielmo), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

19 Dicembre 1889.

PROMIS (Vincenzo), Socio nazionale residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Novembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, GIBELLI, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza del 23 giugno scorso, che è approvato.

Il Presidente apre la prima seduta dell'anno accademico corrente col porgere il benvenuto ai Soci, e, ricordando con parole di vivo rimpianto la perdita recente del Socio Prof. Luigi BELLARDI, commette al Socio SPEZIA l'incarico di leggerne la commemorazione in una prossima adunanza.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

« *Lavori dell'Istituto di anatomia patologica di Torino*, pubblicati dal Prof. Dott. Pio FOÀ (Jena, editore Gustavo FISCHER, 1889); presentati dal Socio BIZZOZERO.

Alcune monografie « *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* », del Corrispondente Prof. A. RIGHI, presentate dal Socio BASSO.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

1° « *Commemorazione del Prof.* Gilberto GOVI, *Socio nazionale non residente dell'Accademia* »; del Socio BASSO;

2° « *Sulla resistenza elettrica di alcuni metalli fusibili* »; Nota di G. VICENTINI e D. OMODEI, presentata dal Socio NACCARI;

3° *Breve notizia sulla vita scientifica del fisico* Giacomo Joule, *Socio straniero dell'Accademia* »; del Socio Basso;

4° « *Sulla differenza di longitudine fra gli Osservatorii di Milano e di Torino* »; Nota del Dott. Francesco Porro; presentata dal Socio Naccari;

5° « *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno* 1890 », calcolate dall'Ing. Tomaso Aschieri, Assistente all'Osservatorio; presentate dal Socio Naccari.

Da ultimo il Socio Salvadori presenta un suo lavoro intitolato: « *Aggiunte alla Ornitologia della Papuasia e delle Molucche* », che viene approvato dalla Classe per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie.*

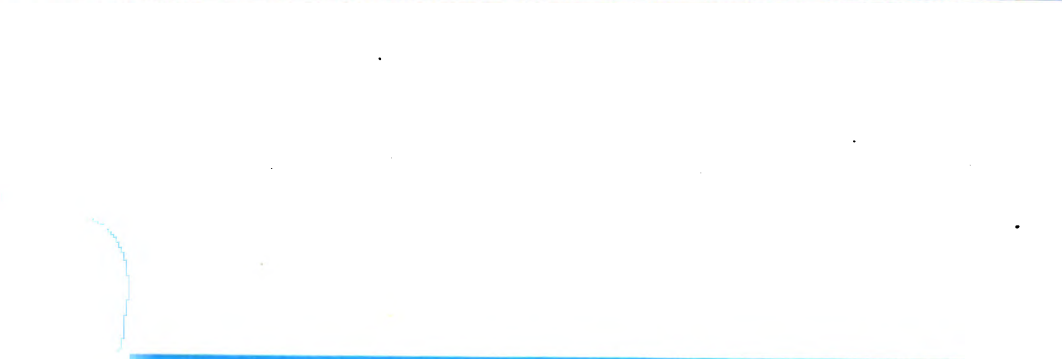
LETTURE

La terminazione nervosa motrice nei muscoli striati;

Nota prima (*Nuovo metodo di colorazione*)
del Dott. Camillo Negro

(presentata nell'adunanza del 23 giugno p. p.)

I lavori di Cohnheim (1), di A. Ewald (2) e di E. Fischer (3), segnarono un grande progresso nello studio morfologico della *terminazione nervosa motrice*, perocchè confermarono con nuovi risultati la bella scoperta di W. Kühne (4), ed arricchirono l'istologia di metodi sicuri e rapidi, per mettere in evidenza un organo della più grande importanza nella fisiologia. Se noi consideriamo, che la data delle prime figure di terminazione nervosa motrice, forniteci da W. Kühne, risale a oltre venti anni, vale a dire ad un'epoca, in cui i mezzi ottici di ricerca erano lungi dal possedere il grado di perfezione, che vantano al giorno d'oggi, la scoperta dell'illustre fisiologo di Heidelberg ci desta vera meraviglia; d'altra parte se teniamo conto della difficoltà, che presenta ancora oggidì l'esame a fresco della terminazione dei nervi motori nei muscoli striati, non ci sorprende il fatto, che un'intiera falange di istologi siansi invano sforzati di ritrovarla sotto il microscopio. Egli è precisamente in vista di tale difficoltà dell'esame degli

☞ NB. *Le Tavole relative a questa Memoria verranno pubblicate in una prossima Dispensa.*

oggetti freschi, che gli istologi furono indotti alla ricerca di metodi adatti per mettere facilmente in evidenza gli organi terminali dei nervi motori. I metodi presentemente conosciuti nella scienza si riducono essenzialmente a due, cioè al metodo di colorazione coi sali di argento e a quello coi sali di oro.

I. COHNHEIM ha il merito d'avere per il primo impiegato i sali di argento nello studio della terminazione nervosa motrice. Più tardi A. EWALD, indottovi dai risultati poco favorevoli di GERLACH (5), riprese le ricerche col nitrato di argento sui muscoli di rana e di lucerta, e pubblicò delle eccellenti figure di terminazione nervosa, confermando i risultati ottenuti da COHNHEIM collo stesso sale, e da KÜHNE coll'esame a fresco dei muscoli.

Il metodo di colorazione coll'argento era tuttavia ancora lontano dal soddisfare ai bisogni della istologia; infatti con tale metodo si riesce ad ottenere soltanto l'imagine negativa della terminazione nervosa, e perciò esso non può servire allo studio dei dettagli di struttura.

D'altra parte una serie di fatti comunicati da KÜHNE relativamente alla morfologia della terminazione nervosa allo stato fresco rimaneva ancora inconfermata, dalle figure ottenute con quel metodo. La colorazione coi sali di oro ha costituito perciò un nuovo progresso, inquantochè essa ha condotto ad ottenere imagini positive della terminazione, le quali ricordano la disposizione e la forma degli oggetti freschi di W. KÜHNE. Anche con questo metodo A. EWALD portò un efficace contributo alla dottrina morfologica della terminazione nervosa motrice; E. FISCHER poi estendendo le sue ricerche a gran parte delle classi di animali vertebrati, fece dono alla scienza di un lavoro, nel quale è raccolto tutto quello che si poteva ottenere in un'epoca in cui il metodo di colorazione non era perfezionato come lo è attualmente.

Dopo EWALD e FISCHER, il metodo dell'oro ha subìto dei notevoli miglioramenti, e presentemente, grazie l'opera di C. GOLGI (6), è ridotto a tale semplicità, che anche i principianti possono facilmente e con poco dispendio di tempo procurarsi una collezione di oggetti, adatti allo studio generale della morfologia della terminazione nervosa motrice. Per avere un'idea dei servigi resi dal metodo di colorazione coll'oro in questo campo, basta esaminare la ricca collezione di preparati di W. Kühne, una gran parte dei quali fu riprodotta diligentemente nel suo recente e classico lavoro (7). W. Kühne coll'aiuto di esso metodo riuscì a dimo-

strare nella terminazione nervosa dei dettagli di struttura delicatissimi, e per questo mezzo egli ha con prove irrefragabili reso giustizia di propria mano alla scoperta da lui fatta ora è quasi un quarto di secolo, e ritenuta per lungo tempo da molti come una strana illusione ottica.

Chi volesse peraltro confermare con ricerche proprie tutti i dettagli che W. Kühne comunicò nella sua ultima opera dovrebbe poter disporre di un materiale abbondantissimo di preparati, perchè la colorazione coi sali di oro non ha il vantaggio di mettere in evidenza in poche preparazioni tutti gli elementi che costituiscono la terminazione nervosa motrice. Infatti nei singoli preparati si trova di preferenza ben delineato ora l'uno ora l'altro elemento, e rarissimamente si è tanto fortunati di avere sotto gli occhi un oggetto, col quale si possa riprodurre il paradigma della terminazione nervosa in tutte le sue parti costitutive e in tutti i suoi dettagli di struttura.

Per questa ragione, ogni volta che si desidera mettere in rilievo piuttosto l'uno che l'altro elemento della terminazione, è necessario modificare alquanto il metodo di colorazione coll'oro, precisamente come ha fatto W. Kühne, il quale ne ha impiegato cinque modificazioni diverse (8).

Così gli sforzi degli istologi furono diretti sino ad oggi a introdurre delle variazioni nella tecnica del metodo antico di Cohnheim, collo scopo di ottenere delle imagini di terminazione nervosa le quali si avvicinino il più possibilmente a quelle descritte da Kühne sui muscoli freschi.

Fino al presente la congruenza delle due imagini è tuttavia un *desideratum*. Se infatti paragoniamo le figure ottenute per mezzo del trattamento dei muscoli coi sali di oro, con quelle fresche di Kühne siamo tosto colpiti dalla sottigliezza della terminazione ipolemmale del cilindro dell'asse in quelle, tantochè si ha l' impressione d'avere davanti agli occhi poco più che lo scheletro d'una terminazione nervosa. Per dippiù il cilindro dell'asse ipolemmale si presenta molto frequentemente discontinuo, raggrinzato e deformato. Queste alterazioni morfologiche dipendono dall'incompleta riduzione del sale di oro e dall'azione particolare degli acidi impiegati prima o dopo la riduzione di esso sale.

I muscoli trattati con acidi si rigonfiano, mentre la terminazione nervosa si raggrinza e si deforma. Il medesimo fatto si osserva pure nei nuclei muscolari, i quali dopo l'azione ad es.

dell'acido acetico si coartano, nel medesimo tempo che il protoplasma ricco di sostanze albuminoidi subisce un rigonfiamento.

Allo scopo di impedire la deformazione della terminazione nervosa, A. EWALD ha suggerito di abbandonare l'acidificazione avanti il trattamento coll'oro, e di fissare le fibre muscolari fresche coll'acido osmico o col cloruro di palladio. Con queste modificazioni si possono ottenere delle buone preparazioni, ma in vista della difficoltà del successo, e della poca speditezza dell'operazione, il processo di A. EWALD non ottenne l'aggradimento generale degli istologi.

In ricerche che io istituii nel laboratorio fisiologico di Heidelberg sulla terminazione dei nervi motori nei muscoli striati, ebbi l'idea di tentare dei processi fondati non più sulla riduzione di sali metallici, ma sulla imbibizione con sostanze coloranti. Per ottenere lo scopo era necessario combinare con un colore adatto una sostanza, dalla quale venisse fissata la terminazione nervosa.

Ogni volta che in istologia si vuol praticare la colorazione di tessuti, si fa ordinariamente ricorso a delle operazioni preliminari, si induriscono cioè e si fissano preventivamente i tessuti con diversi reattivi. Ora queste manipolazioni modificano sempre più o meno la forma, il volume e la struttura dei tessuti stessi, epperciò nella maggior parte dei casi si ottengono non più degli oggetti normali, sibbene degli artefatti.

Ma col mio processo di colorazione la fissazione dell'oggetto ha luogo contemporaneamente alla colorazione; e se si comparano le figure da me ottenute con quelle fresche di W. KÜHNE vi si trova una rassomiglianza ed una congruenza, che sino ad oggi non era stata ottenuta con altri metodi.

Il liquido di colorazione che io scelsi dopo una lunga serie di tentativi ha la seguente costituzione:

Allume ammoniacale - soluzione concentrata 150 c.c.
Ematossilina di Grübler (*Lipsia*) - soluz. alcool. concentr. 4 c.c.

Si espone all'aria in vaso aperto per otto giorni la miscela. Vi si aggiunge dopo :

Glicerina purissima } ana 25 c.c.
Alcool metilico }

Questo liquido colorante è più efficace se rimane esposto all'aria, e quanto più è vecchio.

I migliori risultati si ottengono sulle terminazioni nervose motrici dei rettili, tantochè posso dire che difficilmente una preparazione va sbagliata. Io studiai con questo processo tutte le classi di animali vertebrati, ma in questa mia prima Nota, destinata essenzialmente a far conoscere la tecnica di preparazione, mi limito a dire qualche parola sui rettili.

Adattissimi sopra tutti sono gli ofidi (es. il *Coluber viridiflavus*, il *Tropidonotus natrix*) essenzialmente per ciò che in essi si trovano dei muscoli sottilissimi, corti e di facile isolamento, i quali si prestano alla colorazione in *toto*. Il metodo di preparazione è il seguente: Amputata la testa all'animale, si pratica colla forbice sulla pelle del corpo un taglio, che decorra per alcuni centimetri di lunghezza longitudinalmente sulla linea mediana dorsale, si rovesciano poi in basso i due lembi cutanei così ottenuti finchè appaia sotto gli occhi una serie di esili muscoletti, a decorso simmetrico nelle due parti laterali del corpo, i quali si inseriscono per una estremità in vicinanza della linea apofisaria della colonna vertebrale e per l'altra estremità alla cute.

Tagliatene le inserzioni si porta il muscolo sopra un vetrino portoggetti, lo si distende e dilacera senz'altro diligentemente. Sulla preparazione dilacerata si lasciano cadere poche goccie della soluzione di ematossilina, in modo che questa la copra completamente; dopo 15'-20' si lava accuratamente con acqua semplice il preparato senza staccarlo dal portoggetti, lo si ricopre quindi con qualche goccia di una miscela in parti uguali di glicerina e acqua e lo si chiude col vetrino coprioggetti. Paraffinando i margini del coprioggetti, il preparato si può conservare un tempo assai lungo per lo studio. Ho nella mia collezione dei preparati fatti da oltre due anni, i quali sono ancora servibili, quantunque leggermente impalliditi.

I preparati si possono anche ottenere in altri modi. Si separano, ad esempio, dalle loro inserzioni i muscoli e si immergono poi senz'altro nella soluzione di ematossilina raccolta in una piccola capsula, dove si possono lasciare da 24 a 48 ore; tolti dalla soluzione si lavano con acqua, e quindi si trasportano in un vasettino contenente la miscela di glicerina e acqua. In questa ultima miscela si possono lasciare i muscoli indefinitamente, e toglierneli mano mano che si vogliono fare dei preparati. In

questo caso si dilacera il muscolo colorato, e imbevuto di glicerina e acqua, sopra il vetrino portoggetti e lo si ricopre poi nel modo solito col coprioggetti.

Debbo osservare, che per il soggiorno troppo prolungato nella soluzione di ematossilina, i muscoli si colorano troppo intensamente e allora non essendo essi più trasparenti, male si prestano allo studio. In questa circostanza, prima di dilacerare sul portoggetti il preparato io lo faccio passare per 10″-12″ in una miscela acida così composta:

Glicerina pura — parti	40
Acido cloridrico del commercio — parti	1
Acqua distillata — parti	20.

Questa miscela scolora rapidamente i muscoli estraendo l'eccesso di ematossilina. Bisogna misurare esattamente la durata dell'immersione dei muscoli nella medesima (e il criterio per tale misura si acquista naturalmente con un po' di pratica), inquantochè l'azione troppo prolungata dell'acido modifica la struttura e scolora anche la terminazione nervosa.

Per chi volesse fare delle dimostrazioni in iscuola raccomando la seguente variante. Messi allo scoperto i muscoli, si versa fra il lembo di pelle fissato con spilli ad una tavoletta di sughero, e il corpo dell'animale, la soluzione di ematossilina in modo, che questa ricopra per bene la serie dei muscoletti tesi fra il dorso e la pelle. Dopo 15′-20′ la colorazione delle terminazioni nervose è avvenuta; si lava con acqua semplice, si libera dalle sue inserzioni uno dei muscoletti, che dopo dilacerazione sul coprioggetti si monta nella maniera sopraindicata.

Con questi processi io ottenni una copiosissima serie di preparati, dei quali, a titolo di dimostrazione preliminare non riproduco che una figura nella presente mia Nota.

Per gli altri vertebrati, che io presi in esame, ricavai pure eccellenti risultati.

Non intendo qui addentrarmi nella descrizione minuta della terminazione nervosa motrice, perchè essa sarà oggetto di una mia successiva comunicazione; io ne esaminerò quindi brevemente soltanto un tipo, quello cioè che si osserva ordinariamente negli ofidî e nei sauri più comuni (*Tropidonotus* e *Lacerta*).

Come è noto dagli studi di W. Kühne, nel campo di innervazione della fibra muscolare della massima parte dei vertebrati si distinguono i seguenti elementi:

1) il *telolemma* co'suoi nuclei piccoli e poco rifrangenti.

2) la *terminazione ipolemmale* del cilindro dell'asse.

3) la *suola*, costituita dalla granulosa e da grossi nuclei molto trasparenti.

Nei rettili l'esistenza di questi tre elementi fu dimostrata da Kühne anzitutto in preparati fatti colle fibre muscolari fresche, e successivamente in preparati ottenuti per riduzione di sali d'oro.

Le figure ricavate col metodo dell'oro per lo più dimostrano soltanto la terminazione ipolemmale del cilindro assile, ma raramente lasciano scorgere traccie della granulosa e de' suoi nuclei. Per tale ragione l'esistenza di quest'ultima è stata talora messa in dubbio, e si è detto che essa era un artefatto, e che dipendeva da una accidentale deposizione del sale d'oro in vicinanza della terminazione ipolemmale assile.

Dando uno sguardo alle figure pubblicate da diversi autori fino a questi ultimi tempi, si osserva per lo più che la terminazione ipolemmale del cilindro dell'asse (Geweih di *Kühne*) (*), è molto esile in confronto di quella che appare dai preparati a fresco. Perchè questa incongruenza fra i preparati ottenuti coll'oro e quelli ottenuti con muscoli osservati col microscopio senza previo trattamento con sali d'oro? Tale incongruenza va attribuita al fatto che i sali di oro non colorano che una parte dell'*arborizzazione.*

Il mio metodo di colorazione coll'ematossilina mi ha fornito invece dei preparati, nei quali è possibile riconoscere tutte le diverse parti di cui è costituita la terminazione nervosa fresca descritta da Kühne, e nei quali si può avere la dimostrazione certa che le imagini avute coll'impiego dell'oro non sono che una riduzione dell'imagine naturale.

(*) Stando ai risultati delle numerosissime e diligentissime osservazioni di W. Kühne, la fibra nervosa midollata preterminale, arrivata a contatto del sarcolemma della fibra muscolare, perde la mielina, e il cilindro dell'asse penetrando attraverso il tubo sarcolemmatico arriva a contatto della sostanza muscolare, dove si divide in rami più o meno numerosi, i quali costituiscono nel loro insieme il *Geweih*. Questa suddivisione ipolemmale del cilindro dell'asse venne così denominata da *Kühne*, in virtù della rassomiglianza ch'essa ha colla ramificazione di un albero. D'ora in avanti io chiamerò il Geweih, l'*arborizzazione*, servendomi della denominazione di *Ranvier*, la quale ha in italiano, come pure in francese, il vantaggio di caratterizzare la forma del cilindro assile ipolemmale con una parola che non dà luogo a confusioni nell'anatomia.

È facile rendersi conto di quanto io dico esaminando il preparato di cui io ho annesso il disegno nella presente Nota.

La piastra terminale nervosa, situata presso al margine inferiore della fibra muscolare appare come incastonata in una sostanza finamente granulosa, la quale non oltrepassa di molto la estensione occupata da essa; l'*arborizzazione* si presenta molto complicata, a forma labirintica. La colorazione poi non è omogenea; e infatti i margini dei rami dell'*arborizzazione* sono più intensamente colorati in violetto, mentre la parte centrale dei medesimi è molto più pallida e di struttura granulare. Qua e là si veggono sparse due sorta di nuclei, di cui gli uni più piccoli e più ricchi in cromatina, gli altri più grossi e più scolorati.

In alto la piastra terminale nervosa si continua con una fibra nervosa colorata molto pallidamente. In questo preparato non si riesce però a determinare bene i rapporti esistenti tra la piastra e la fibra nervosa. Non insisto su quest'ultimo fatto, essendo cómpito di una comunicazione ulteriore lo studio particolareggiato di tali rapporti.

Ma desidero soltanto far rilevare, che coll'analisi dei miei preparati si arrivano a riconoscere nella terminazione nervosa delle particolarità, le quali non appaiono nelle figure, che ordinariamente si ottengono impiegando il metodo dell'oro.

Ora siccome i dettagli di struttura, resi accessibili allo studio col mio metodo, corrispondono quasi esattamente a quelli scoperti da *Kühne* nei preparati freschi, ho ragione per credere che il metodo dell'ematossilina possa meglio d'ogni altro finora conosciuto soddisfare alle esigenze dell'istologia.

BIBLIOGRAFIA.

1) I. Cohnheim, *Virchow's Archiv.* Bd. 34.

2) A. Ewald, *Ueb. die Endigung d. motorischen Nerven etc.* Pflüger's Archiv Bd. 12, 1876.

3) E. Fischer, *Ueb. die Endig. d. Nerven im quergestreiften Muskel d. Wirbelthiere.* Arch. f. mikroskop. Anat. Bd. 13. 1877.

4) W. Kühne, *Ueb. die periph. Endorgane d. motor. Nerven.* Leipzig. 1862,

5) W. Kühne, *Virchow's Archiv.* Bd. 27. 1863. id. Bd. 28, 29, 1864 e 65.

id. Articolo: *Nerv und Muskelfaser — Stricker's gewebelehre*, Tomo I.

5) Gerlach, *Verhältniss d. Nerven zu den willhürlich. Muskeln* Leipzig, Vogel F. C. W. 1874.

6) C. Golgi, *Sui nervi dei tendini.* Mem. d. R. Accad. delle Scienze di Torino. Serie 2ª, Tomo XXXII.

7) W. Kühne, *Neue Untersuchungen ueb. mot. Nervenend. Zeitschrift f. Biologie*, Bd. 23, 1887.

8) id. l. cit. pag. 9.

In commemorazione di Gilberto Govi;

Parole del Socio Prof. Giuseppe Basso

Nella estate scorsa la nostra Accademia aveva da pochi giorni sospese le sue adunanze per le consuete ferie, quando giunse improvvisa la triste notizia della morte, avvenuta in Roma la notte del 29 giugno, dell'illustre suo socio prof. Gilberto Govi.

Mi accingo ora a parlare brevemente di lui, per ricordarvi le principali fasi della sua vita, tutta consacrata all'incremento della scienza ed al bene del paese. In tal modo io adempio ad un incarico di cui mi onorò il nostro Presidente e sciolgo ad un tempo un debito, gradito al mio cuore, verso la memoria di chi mi fu per parecchi anni maestro impareggiabile ed amico affettuoso.

Gilberto Govi nacque in Mantova il 21 settembre 1826 da Quirino ed Anna di Alles benestanti. Compiuti gli studi elementari e secondari in patria, passò alla Università di Padova, dove l'eletto ingegno e le squisite doti del suo animo non tardarono a conciliargli la stima di tutti; ed ancora oggidì parecchi suoi condiscepoli ben ricordano che, amandolo essi come compagno carissimo, ricorrevano pure a lui, come a maestro, per guida e per consiglio.

Scoppiarono intanto i moti gloriosi del 1848 ed il Govi, deposti i libri ed impugnata la carabina, entrò volontario nei Corpi Franchi prendendo parte valorosa a tutta la campagna e segnalandosi specialmente al fatto d'armi di Sorio presso Montebello. Ma purtroppo le sorti della guerra volsero rapidamente a male; il Veneto ricadde sotto l'occupazione straniera ed il Govi, mal comportando la triste condizione politica del suo paese, preferì esulare e riparò in Francia. Colà seppe con maravigliosa prontezza rendersi pienamente padrone dell'idioma francese, dedicandosi ad un tempo allo studio delle discipline fisiche. Ciò fece con tanto ardore e con esito così felice che ben presto fu in grado di scrivere articoli e monografie scientifiche sulle più accreditate effemeridi di Parigi e di tenere applauditissime conferenze popolari su argomenti di scienza applicata. La sua singolare attitudine alle indagini sperimentali trovava intanto adatto campo di azione nei più rinomati laboratori, fra cui quelli di Chevreul e di Frémy che il Govi frequentò assiduamente.

Per tal modo il suo nome in breve salì a meritata rinomanza, tanto che il Governo toscano, dopo avergli affidato un onorifico incarico in occasione della Esposizione universale di Parigi nel 1855 gli offerse una cattedra nello Istituto tecnologico di Firenze. Il desiderio di ritornare in Italia lo indusse ad accettare ed assunto il suo ufficio nel 1856, lo tenne con plauso universale fino al 1859. Combattevasi allora sui campi lombardi la guerra dell'indipendenza nazionale ed il Govi vi accorse volonteroso in qualità di ufficiale del genio dell'esercito toscano; ma, pochi giorni dopo, l'inatteso patto di Villafranca fece deporre le armi. Ritornò quindi agli studi fecondi ed ai geniali lavori; professando nello Istituto superiore di Firenze, che allora appunto erasi creato, ebbe anche parte cospicua nell'ordinamento della prima Esposizione italiana che nel 1860 ebbe luogo in quella città.

Pochi mesi dopo si rese vacante la cattedra di fisica sperimentale nella Università di Torino per il trasloco chiesto ed ottenuto dall'esimio professore Silvestro Gherardi. A tale posto venne chiamato il Govi, il quale vi iniziò il suo insegnamento nei primi giorni del 1862. E qui sarebbe superfluo il ricordare a parecchi di noi come il vivace ingegno, la dottrina profonda e la gentilezza squisita dei suoi modi abbiano acquistato d'un tratto al nuovo professore l'affettuosa stima dei colleghi, il plauso

entusiastico dei giovani studiosi e la riverente simpatia della parte più colta della cittadinanza. Numerose prove dell'alta considerazione in cui il nostro nuovo ospite era tenuto, sì dal Governo che dai corpi locali, egli ebbe in brevissimo volgere d'anni; fu eletto socio della R. Accademia di Agricoltura il 17 dicembre 1862 e socio della nostra Accademia il primo di marzo 1863; fu nominato membro della Consulta centrale di pesi e misure e Direttore dell'Osservatorio astronomico nel 1865; però a quest'ultimo ufficio egli rinunziò ben presto, come pure declinò l'onore del Rettorato Universitario che dal Ministero gli venne offerto con insistenza.

Accettò tuttavia soventi onorifiche missioni, che lo dimostrarono degno rappresentante della scienza italiana all'estero e specialmente in Francia dove contava molte ed illustri amicizie. Ciò fu cagione di frequenti interruzioni nel suo insegnamento dal 1869 al 1872; in quest'ultimo anno essendo stato nominato membro della Commissione internazionale del metro a Parigi, egli cessò di far lezioni nell'Università nostra, pur conservando il titolo dell'ufficio. Più tardi aspirò a ritornare allo insegnamento attivo e nel 1878 ottenne nella Università di Napoli la cattedra di fisica che conservò fino all'ultimo.

Negli anni in cui le fatiche didattiche gli diedero tregua la sua maravigliosa operosità scientifica non subì rallentamento e, nello stesso tempo, anche fuori del campo puramente scientifico, acquistò speciali benemerenze adempiendo con onore incarichi delicati, come fu quello, affidatogli nel 1872, di direttore della biblioteca Casanatense e poi quello, pure di direttore della biblioteca Vittorio Emanuele in Roma, al quale posto fu chiamato nel 1876. Ultimamente trovavasi a Roma per curare la pubblicazione del Codice Atlantico di Leonardo da Vinci e la morte lo incolse quando l'importante lavoro era pressochè compiuto.

Discorrere con brevità, e pur degnamente, delle produzioni scientifiche di Gilberto Govi non è cosa agevole. Ed invero, la grande versatilità del suo ingegno, l'indole svariatissima de' suoi studi ed anche l'educazione intellettuale che informò la sua mente negli anni giovanili lo resero meno proclive a sviscerare quelli argomenti che conducono ad opere di gran mole; preferì invece di fare escursioni per tutto il vasto campo delle dottrine che gli erano più famigliari; arrestandosi qua e là o per fare ri-

cerche storiche, o per chiarire fatti poco studiati e malamente spiegati, o per escogitare procedimenti sperimentali notevoli per novità e per eleganza. A questo modo videro la luce moltissimi suoi lavori in vari periodici italiani e francesi e nei volumi di Accademie e di altre Società scientifiche. In fine di questo scritto ho disposto per ordine cronologico i titoli di 196 di tali pubblicazioni colle indicazioni opportune; ho ragione di sperare di non essere incorso in ommissioni di qualche importanza.

Non v' ha quasi ramo di dottrine fisiche o di storia della fisica a cui il Govi non abbia arrecato qualche contributo di studi e di osservazioni interessanti. Per ciò che riguarda la fisica nelle sue attinenze colla meccanica sono notevoli un metodo per la determinazione della lunghezza del pendolo, la costruzione di un barometro ad aria dall'autore chiamato *aeripsometro*, uno studio sulla sensibilità acustica dei getti gazosi freddi ed un nuovo procedimento per ottenere le così dette fiamme sensibili.

Appartengono alla termologia parecchi lavori sul modo di comportarsi alle diverse temperature del cautchoux vulcanizzato, l'invenzione d'un nuovo termometro registratore a gaz, le ricerche sul calore che si genera nel muoversi dei meteoriti attraverso l'atmosfera e la correzione de' coefficienti nella formola che serve a calcolare la dilatazione assoluta del mercurio.

Relativamente alla elettrologia si hanno parecchie note sulla teoria dell'elettroforo, uno studio sui condensatori forniti di armature liquide, molte nuove ed eleganti esperienze che dimostrano la distribuzione dell'elettricità libera nei conduttori e chiariscono i fatti fondamentali dell'influenza elettrica.

Le ricerche intorno ai fenomeni dovuti alla luce esercitavano sulla mente del compianto fisico mantovano una speciale attrattiva; epperciò dobbiamo a lui molti lavori concernenti l' ottica, così fisica come geometrica. Sono maggiormente meritevoli di attenzione gli studi sulla fluorescenza e sulla dipendenza di questa proprietà dalla costituzione fisica dei corpi, l' esame della luce polarizzata proveniente dalle comete, la costruzione di camere lucide assai comode fondate sull'impiego di metalli disposti in strati sottilissimi. Così pure le indagini sulla dispersione anormale operata dalle sostanze a riflesso metallico e quelle sulla legge di assorbimento delle radiazioni attraverso ai corpi e del suo impiego nell'analisi spettrale condussero l'autore a risultati da cui la scienza ottica può trarre non ispregevole sussidio. Assai

ingegnosa poi è la costruzione del *megametro* o misuratore degli ingrandimenti negli strumenti ottici ed infine meritan speciale menzione i due ultimi lavori di ottica, pubblicati solo pochi mesi prima della morte, dei quali uno tratta dei colori invisibili o latenti dei corpi, e l'altro svolge una teoria, che è come un'appendice a quella celebre di Gauss, sull'uso dei piani centrali, dei piani centrici, dei poli, dei punti polici e dei piani corrispondenti per determinare i fochi coniugati e le immagini date dai sistemi ottici.

Indipendentemente dagli studi su argomenti di fisica propriamente detta, il Govi compiacevasi sommamente delle ricerche nel campo della storia della scienza impiegando intorno ad esse lungo tempo e pazienza non comune e dimostrando ognora erudizione vasta e profonda. Egli potè così dissipare molti errori universalmente professati, potè rivendicare ai loro veri autori scoperte ad altri ingiustamente attribuite, fra cui si possono citare la scoperta della pressione atmosferica dovuta, almeno fino ad un certo punto, al ligure Balliani, la prima determinazione del numero assoluto delle vibrazioni fatte dal diapason eseguita dallo Scantari, l'invenzione del microscopio composto che devesi a Galileo. Il Govi prese parte attiva ed efficace alla discussione che nell'anno 1867 e nel successivo s'impegnò presso l'Accademia delle Scienze di Parigi a proposito di certi manoscritti apocrifi di antichi scrittori, che un abile truffatore aveva fatto accettare come autentici al celebre geometra Chasles. Promosse presso la nostra Accademia, e ne ottenne la pubblicazione di una traduzione inedita dell'Ottica di Tolomeo, facendola precedere da una sua dottissima prefazione. Però le sue maggiori investigazioni storiche ebbero per oggetto la vita e gli studi dei due immortali antesignani del metodo sperimentale in Italia, di Leonardo da Vinci e di Galileo Galilei. Fin dal tempo in cui viveva a Parigi, il Govi aveva iniziato su Leonardo da Vinci ricerche e studî che poi in Italia continuò senza interruzione; nel 1872 pubblicò un Saggio del Codice Atlantico premettendovi una sua monografia sul genio e sulle scoperte di Leonardo e del medesimo fece conoscere a più riprese frammenti artistici, storici e geografici. In questi ultimi anni occupavasi alacremente della pubblicazione completa del Codice, portando quasi a compimento il difficile lavoro. Di Galileo scoperse e pubblicò parecchie lettere inedite ed intorno alla vita fortunosa di lui fece conoscere molti par-

ticolari importanti e mal noti consegnandoli in vari opuscoli fra cui quello intitolato: *Il S. Offizio, Copernico e Galileo,* e l'altro: *Galileo e i matematici del Collegio Romano nel* 1611.

Una commemorazione di Gilberto Govi, per quanto contenuta fra stretti confini, sarebbe troppo incompleta se non vi si ricordassero le doti insigni che facevano di lui un insegnante insuperabile. La singolare abilità di esposizione, la limpidezza delle idee e dei ragionamenti, la parola facile, elegante, immaginosa davano alle sue lezioni un'attraenza irresistibile. In ogni atto, ma sovratutto quando il suo dire era accompagnato da dimostrazioni sperimentali, egli svelavasi scienziato ed artista ad un tempo. Ed ai pregi propriamente didattici davan maggior rilievo certe sue qualità esteriori: la prestanza della persona, la voce sonora ed armoniosa, la correttezza del porgere e delle movenze.

I principali Istituti scientifici d'Italia avevano già da lungo tempo scritto il nome del Govi nell'elenco dei loro soci; alte distinzioni gli furono conferite dal Governo italiano e da quello francese, e più ne avrebbe ottenute se, per carattere e per convinzione, non fosse stato alieno, non solo dal cercare, ma anche dal desiderare onori che non fossero di natura puramente scientifica. Così egli fu dal Collegio elettorale di Reggio Emilia eletto a Deputato al Parlamento nazionale nel 1882; ma dopo pochi mesi abbandonò l'alto ufficio, forsanco per tener rigorosamente fede agli ideali politici che furono il sogno della sua giovinezza, certamente per la tema che le cure parlamentari lo distogliessero troppo dallo studio e dalla scuola.

Nel nostro compianto collega la scienza ha perduto un cultore dottissimo ed appassionato, la patria un cittadino che le diede splendide prove di amarla sopra ogni cosa; la memoria di lui, come soldato, scienziato e maestro, rimarrà perennemente venerata e cara.

ELENCO delle pubblicazioni scientifiche di GILBERTO GOVI disposte per ordine cronologico

1. *Lettre accompagnant un Mémoire de* M. DAINA *relatif à l'application de l'électricité voltaïque comme force motrice.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, vol. XXXVI, pp. 544, 1853.
2. *Delle Scienze nella Società.* Prolusione recitata a Firenze il dì 16 novembre 1857.

3. *La fluorescenza è proprietà che dipende dalla costituzione fisica e non dalla natura chimica dei corpi: Diamanti oscuri.* Atti Imp. e R. Accad. Toscana d'Arti e Manif., 1857.
4. *Composizione di una vernicetta per impermeabilizzare localmente la carta senza raggrinzarla e senza darle trasparenza.* Atti Imp. e R. Accad. Toscana d'Arti e Manif., 1857.
5. *Sull'origine dello splendore delle comete.* Nuovo Cimento, vol. VIII, pp. 290, 1858.
6. *Diaphragme variable, ou Pupille artificielle pour les instruments d'optique.* Bull. de la Soc. Française de Photographie, 1858.
7. *Tavola per conoscere le variazioni nella temperatura di ebullizione dell'acqua per ogni mezzo millimetro di variazione nella pressione atmosferica, da* 726 *a* 788 *millimetri.* Atti Accad. Toscana d'Arti e Manif., 1859.
8. *Di un fotometro analizzatore.* Nuovo Cimento, vol. XI, pp. 38, 1860.
9. *Nuove ricerche sulla polarizzazione della luce nelle comete.* (La Nazione 1860).
10. *Note sur un photomètre analyseur.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, vol. L, pp. 156, 1860.
11. *De la polarisation de la lumière par diffusion.* Comp,-rend. Ac. d. Sc. Paris, vol. LI, pp. 360, 1860.
12. *De la polarisation de la lumière par diffusion pour faire suite à la précédente.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, vol. LI, pp. 669, 1860.
13. *Sur une ancienne determination du nombre absolu des vibrations du diapason.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, vol. LI, pp. 450, 1860.
14. *Polarisation de la lumière par diffusion.* Institut, Journ. Univ. des Scienc. et des Soc. Savantes, 1860, XXVIII, pp. 290.
15. *Photomètre analyseur.* Institut, Journ. Univ. des Sciences et des Soc. Savantes 1860. 1ère Sect. XXVIII, pp. 18.
16. *Diapason. Ancienne détermination du nombre absolu de ses vibrations, par* Scantari. Institut, Journ. Univ. des Sciences et des Soc. Savantes, 1860, 1ère Sect., XXVIII, pp. 306.
17. *Polarisation de la lumière.* Institut, Journ. Univ. des Scienc. et des Soc. Savantes, 1860, 1ère Sect., XXVIII, pp. 356.

18. *Degli errori incorsi nelle Tavole di riduzione delle misure e dei pesi toscani pubblicate dal Governo.* Monitore Toscano, 1860.
19. *Intorno alla misura degli ingrandimenti e costruzione di un Megametro.* Monitore Toscano, 1861.
20. *Della proprietà e più specialmente della proprietà intellettuale.* Atti dell'Accademia dei Georgofili, 1861.
21. *Intorno a un termometro a serbatoio invariabile.* Atti Accad. Toscana d'Arti e Manif., 1862.
22. *Sui fenomeni di trascaldamento e di refrigerazione eccessiva nei liquidi: Lettera al* Prof. G. CODAZZA. Rivista italiana di Scienze. Lettere ed Arti, 1862.
23. *Della fosforescenza nel diamante e delle sue variazioni pel calore; rapporti di analogia tra la fosforescenza e il magnetismo.* Diario del decimo Congresso degli Scienziati italiani di Siena, 1862.
24. *Della fisica e del modo di studiarla e d'insegnarla nei tempi passati e a' dì nostri.* Prelezione letta a Torino 3 di gennaio 1862.
25. *Sulla misura della amplificazione negli stromenti ottici e sull'uso d'un* Megametro *per determinarla.* Nuovo Cimento, vol. XVII, pp. 177, 1863.
26. *Di un nuovo termometro a gas a massima e minima, e registratore.* Nuovo Cimento, vol. XVIII, pp. 238, 1863.
27. *Di un nuovo termometro a gaz a massima e minima e nuovo registratore.* R. Acc. Sc. Torino - Notizia Storica, pp. 5, (1864).
28. *Intorno all'azione assorbente che i corpi diafani colorati esercitano sui raggi dello spettro luminoso.* R. Accad. Sc Torino. - N. S., pp. 43, (1864).
29. *Gli specchi magici dei Cinesi.* R. Accad. Sc. Torino. - N. S., pp. 67, (1864).
30. *Presentazione di un* Catetometro. R. Accad. Sc. Torino. - N. S., pp. 75, (1864).
31. *Livello del viaggiatore.* R. Accad. Sc. Torino. - N. S., pp. 86, (1864).
32. *Galileo Galilei;* Discorso recitato a Torino per la festa centenaria in onore di Galileo addì 21 febbraio 1864.
33. *Sull'importanza delle larghe aperture nei microscopi.* R. Accad. Sc., Torino. - N. S., pp. 124, (1865).

34. *Esame microscopico di una polvere caduta a Tunisi il* 16 *marzo* 1865. R. Accad. Sc. Torino. - N. S., pp. 141 (1865).
35. Govi - Sella e Matteucci. — *Rapporto sulle riforme da introdursi nell'Osservatorio Meteorologico della R. Accademia delle Scienze.* R. Accad. Sc. Torino. - Memorie, Ser. 2ª, vol. XXII, pp. LXXXV, (1865).
36. *Nuovo metodo sperimentale atto a dimostrare i fenomeni dell'induzione elettrica.* R. Accad. Sc. Torino. - N. S., pp. 110, (1865).
37. *Studi di Elettrostatica, Considerazione delle armature liquide nei coibenti armati.* Nuovo Cimento (1865-66).
38. *Ricerche di Elettrostatica.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. I, pp. 206, (1866).
39. *Nuove ricerche di Elettrostatica.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. I, pp. 221 (1866).
40. *Sulla misura dell'amplificazione degli strumenti ottici e sull'uso di un megametro per determinarla.* R. Accad. Sc. Torino. - Memorie, Ser. 2ª, vol. XXII, pp. LXXIII; vol. XXIII, p. 445, (1866).
41. *Sull'efficacia delle grandi aperture nei microscopi composti; Considerazioni.* R. Accad. Sc. Torino. - Memorie, Serie 2ª, vol. XXIII, pp. 285, (1866).
42. *Di un barometro ad aria od Aeripsometro per la misura delle piccole altezze.* R. Accad. Sc. Torino - Memorie, Serie 2ª, vol. XXIII, pp. 477, (1866).
43. *Presentazione d'uno strumento calcolatore degli intervalli nelle scale musicali.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. I, pp. 587, (1866).
44. *Metodo per determinare la lunghezza del pendolo.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. I, pp. 505, (1866).
45. Sunto di una Memoria intitolata: *Sulle anomalie che presenta il caoutchouc vulcanizzato rispetto al calore.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 225, (1867).
46. *Histoire des Sciences. Collection de manuscrits relatifs à la découverte de la gravitation universelle. Discussion sur leur authenticité.* Institut, Journ. Univ. des Sc. et des Soc. Savantes, 1867, 1ère Section, tom. XXXV, pp. 395.
47. *Esposizione verbale intorno alla distribuzione dell'elettricità nell'Elettroforo.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 30, (1867).

48. *Nuove esperienze sugli Specchi magici dei Cinesi.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 357, (1867).
49. *Nota intorno ad una pretesa dimostrazione matematica della recente apparizione dell'uomo sulla terra.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 401, (1867).
50. *Nuove ricerche sulla gomma elastica vulcanizzata.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 455, 456, (1867).
51. *Presentazione d'un prisma variabile solido.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 457, (1867).
52. *Relazione sul concorso per un premio governativo.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 490, (1867).
53. *Nota intorno al primo scopritore della pressione atmosferica.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 562, (1867).
54. *Dimostrazione di una formola psicrometrica approssimativa.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. II, pp. 484, (1867).
55. *Observations relatives à la reponse faite par* M. CHASLES *à une communication précédente.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXV, pp. 1041, 1867.
56. *Observations concernant les* Lettres *signées du nom de* Galilée *qui ont été publiées par* M. CHASLES. Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXV, pp. 953, 1867.
57. *Sur une des Lettres de Galilée, publiées récemment par* Monsieur CHASLES. Compt-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXVII, pp. 169, 1868.
58. *Comunicazione intorno all'autenticità di alcuni documenti posseduti dal* sig. CHASLES. Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. III, pp. 121 (1868).
59. *Nuova camera lucida.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. III, pp. 220, (1868).
60. VOLTA *e il telegrafo elettrico ; Ricerche storiche.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. III, pp. 425, (1868).
61. *Nota intorno ad un bolide iridescente.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. III, pp. 515, (1868).
62. *Remarques sur la communication récente de* M. CHASLES *sur la cécité de Galilée.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXVII, p. 313, 1868.
63. *Le leggi della Natura.* Discorso letto il 16 novembre 1868 al riaprirsi degli studi nella R. Univ. di Torino. Torino, 1868.

64. *Azione assorbente che i corpi diafani colorati esercitano sui raggi dello spettro luminoso* (1864). Notizia sui Lav. della Classe di Scienze Fis. Mat. della R. Accad. Sc. Torino, (1869) pp. 43-49).
65. *Applicazione dei metalli in strati sottilissimi alla costruzione delle* Camere lucide, *e ad altri usi.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. IV, pp. 185, (1869).
66. *Presentazione di due* Camere lucide. Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. IV, pp. 185, (1869).
67. Lettura di una Memoria intitolata: *Sull'uso della formola di* FRESNEL *nel calcolare l'intensità della luce riflessa e trasmessa dalle lamine di vetro.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. IV, pp. 426, (1869).
68. *Nuovo manometro.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. IV, pp. 767, (1869).
69. *Lettre* adressée à M. le Président, *pour une rectification concernant trois pièces de la correspondance de Galilée, citées par* M. CHASLES. Compt-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXVIII, pp. 1093, 1869.
70. ROMAGNOSI *e l'elettro magnetismo.* Atti R. Accad Sc. Torino, vol. IV, pp. 426, (1869).
71. *Anomalie del caoutchouc vulcanizzato rispetto al calore.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. IV, pp. 571 (1869).
72. *Nouveau document authentique relatif à la cécité de Galilée.* Comptes-rendus Acad. d. Sciences, LXVIII, pp. 436, 1869.
73. *Sur la correspondance de Galilée et sur sa cécité.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXVIII, pp. 774, 1869.
74. *Sur une lettre attribuée à Galilée, de la collection de* Monsieur CHASLES. *Lettre adressée à M. le Président.* Compt-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXIX, pp. 103, 1869.
75. *Sur un bolide incandescent observé en* 1868. Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXIX, pp. 898, 1869.
76. *Remarques sur les expériences de* M. Pierre THOMAS (*relatives aux propriétés physiques du caoutchouc*). Les Mondes, XIX, (1869), pp. 640.
77. *Intorno a certi manoscritti apocrifi di* GALILEO. Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 127, (1870).
78. *Intorno ad un congegno per dimostrare vari fenomeni di meccanica molecolare.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 193, (1870).

79. *Dell'attrito a distanza.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 199, (1870).
80. *Di un nuovo metodo per ottenere le fiamme sensibili.* Atti R. Accad Sc. Torino, vol. V, pp. 396, (1870).
81. *Nota sulla sensibilità acustica dei getti gassosi freddi.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 475 (1870).
82. *Comunicazione di un lavoro intorno all'inventore del livello a bolla d'aria.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 747, (1870).
83. *Nuove esperienze sulle correnti elettriche.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. V, pp. 762, (1870).
84. *L'Aurora boreale.* Firenze, Eredi Botta, 1870.
85. *Intorno a tre lettere di Galileo Galilei tratte dall'Archivio dei Gonzaga.* Bull. d. Bibl. e Stor. d. Sc. Mat. e Fis., tom. III, (1870), pp. 267.
86. *Recherches historiques sur l'invention du niveau à bulle d'air.* Bull. d. Bibl. e Stor. d. Sc. Mat. e Fis., tom. III, (1870), pp. 282.
87. *Lettura di un lavoro intorno all'apparente attrazione delle ombre dei corpi.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 57, (1871).
88. *Correzione dei coefficienti nella formola per calcolare le dilatazioni assolute del mercurio.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 122 (1871).
89. *Revisione delle cifre del Regnault.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, 193, (1871).
90. Lettura d'una Memoria *intorno alle dispersioni anormali operate dalle materie coloranti a riflesso metallico.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 271, (1871).
91. *Sur l'état électrique dans l'intérieur des bons et des mauvais conducteurs électrisés.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 265, (1871).
92. *Sur la date d'un travail inédit de* Meusnier *rélatif à l'équilibre des machines aérostatiques, et sur celle de l'extrait que* Monge *en a laissé, et que l'Académie des Sciences de Paris vient de publier.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 286, (1871).
93. Lettura d'una Memoria *sul primo inventore del compasso.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 381, (1871).
94. *Sull'opportunità di pubblicare una traduzione inedita del-*

l'Ottica di Tolomeo. Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VI, pp. 401, (1871).

95. *Relazione intorno alle deliberazioni prese dalla Commissione metrica internazionale.* Roma, Eredi Botta, 1871.
96. *Histoire des sciences. Sur l'invention de quelques étalons naturels de mesure.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VII, pp. 362, (1872).
97. *Intorno alla dispersione anormale e ai fochi cromatici delle lastre e dei prismi.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VII, (1872).
98. *Il S. Offizio, Copernico e Galileo, a proposito di un opuscolo postumo del* P. OLIVIERI *sullo stesso argomento* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VII, pp. 565, 808 (1872).
99. *Sul significato della così detta* Origine cosmica *delle aurore boreali.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VII, pp. 806 (1872).
100. *Leonardo letterato e scienziato, Studio sul genio e sulle scoperte di Leonardo da Vinci.* (Pubblicato nel *Saggio delle opere di Leonardo da Vinci*) Milano, G. Ricordi, 1872.
101. *Metodo ottico per misurare le grandezze minime* (Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VIII, pp. 83, (1873).
102. *Rapport sur l'utilité des Tables des Logarithmes à plus de sept décimales, à propos d'un projet publié par* M. SANG... Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VIII, pp. 157 (1873).
103. *Comunicazione di una lettera inedita del Principe Leopoldo de' Medici al Padre G. B. Riccioli.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VIII, pp. 194, (1873).
104. *Di alcune nuove Camere lucide.* Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VIII, pp. 253, (1873).
105. *Relazione sugli strumenti scientifici quali erano rappresentati all'Esposizione universale di Vienna nel giugno* 1873. 1 opusc. (senza luogo e data).
106. *Intorno alla misura delle altezze col barometro. Studi storici* I. GEMINIANO MONTANARI. Atti R. Accad. Sc. Torino, vol. VII, pp. 260 e pp. 361 (1873).
107. *Sur l'application de la dorure du verre à la construction des chambres claires.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, pp. 373, (1874).
108. *Sperienze e Considerazioni intorno alla induzione elettrostatica.* (Gazzetta Ufficiale del 13 gennaio 1875).

109. *Nuncius Sydereus Collegii Romani.* Atti R. Accad. d. Lincei. Serie 2ª, vol. I, pp. XI, (1875).
110. *Sulla necessità della parola tensione.* Atti R. Accad d. Lincei, Ser. 2ª vol. II, pp. XI, (1875).
111. *Fatti in opposizione alle dottrine esposte dal Socio* VOLPICELLI. Atti R. Accad. d. Lincei, Ser. 2ª, vol. II, pp. XII, (1875).
112. *Galileo e i Matematici del Collegio Romano nel* 1611. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 2ª, vol. II, pp. 230, (1875).
113. *Sull' invenzione dell' accendi-fuoco pneumatico.* Atti R. Accad. d. Lincei. Serie 2ª, vol. III; Parte 2ª, pp. 41, (1876).
114. *Dei metodi proposti nel* 1639 *da Bonaventura Cavalieri per ottenere direttamente il logaritmo della somma o della differenza di due numeri, dei quali sono dati i logaritmi e per risolvere mediante le funzioni circolari le equazioni di secondo grado.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 2ª, vol. III; Parte 2ª, pp. 173, (1876).
115. Intorno a un opuscolo rarissimo della fine del secolo XV intitolato: *Antiquarie prospettiche romane composte per prospettivo milanese dipintore* (con una tavola). Atti R. Accad. d. Lincei, Ser. 2ª, vol. III; Parte 3ª, pp. 39, 1876.
116. *Sur la cause des mouvements dans le radiomètre de* M. CROOKES. Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXII, pp. 1410, 1876.
117. *Sur l'invention du briquet pneumatique.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXIII, pp. 541, 1876.
118. *Sur le radiomètre de* M. CROOKES. Compt -rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXIII, pp. 49, 1876.
119. *Sur un moyen de faire varier la mise au foyer du microscope, sans toucher ni à l'instrument, ni aux objets, et sans altérer la direction de la ligne de visée.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXIV, pp. 341, 1877.
120. *De la chaleur que peut dégager le mouvement des météorites à travers l'atmosphère.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris. LXXXV, pp. 451, 1877.
121. *Sur la non-transparence du fer et du platine incandescents.* Compt.-rend. Ac. d. Sc Paris, LXXXV, pp. 699, 1877.
122. *De la loi d'absorption des radiations à travers les corps, et de son emploi dans l'Analyse spectrale quantitative.*

1ère et 2me partie. Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXV, pp. 1046 et 1100, 1877.

123. *Sur un nouveau micromètre destiné spécialement aux recherches métrologiques.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXVII, pp. 557, 1878.

124. *De la mesure du grossissement dans les instruments d'optique.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXVII, pp. 726, 1878.

125. *Sur un nouveau phénomène d'électricité statique.* Compt-rend. Ac. d. Sc. Paris, LXXXVII, pp. 857, 1878.

126. *Relazione sopra una Memoria « Intorno alla elettrostatica induzione » di* G. Luvini. Atti R. Accad. d. Lincei. Serie 3ª, Transunti, vol. II, pp. 146, (1878).

127. *In che tempo e da chi siano stati inventati i* Ludioni, *detti ordinariamente* diavoletti Cartesiani. Rendiconti Acad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1879, pp. 291.

128. *Nouvelle méthode pour déterminer la longueur du pendule simple.* Compt. rend. Ac. d. Sc. Paris, XCI, pp. 105, 1880.

129. *Nota (per la presentazione di un fascicolo del Bullettino di Bibliografia e storia delle scienze fisiche del Principe Baldassarre Boncompagni).* Rendiconti Acad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1880, pp. 78.

130. *Presentazione di cinque lettere fotolitografate di Sofia Germain a Carlo Federico Gaup pubblicate da* B. Boncompagni. Rendiconti Accad. Sc. Fs. Mat. di Napoli, 1880, pp. 113.

131. *Sur une nouvelle expérience destinée à montrer le sens de la rotation imprimée par les corps à la lumière polarisée.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, XCI, pp. 517, 1880.

132. *Sur l'inventeur des lunettes binoculaires.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, XCI, pp. 547, 1880.

133. *Nuovo documento relativo all'invenzione dei cannocchiali binocoli con illustrazioni.* Bull. di Bibl. e Stor. d. Sc. Mat. e Fis., tom. XIII, 1880, pp. 471.

134. Govi e Berti. *Relazione sulla Memoria dell'Henry: « Galilée, Torricelli, Cavalieri, Castelli; documents nouveaux tirés des Bibliothèques de Paris. »* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª. Transunti, vol. IV, pp. 251, (1880).

135. *Intorno a un discorso di F. Cesi da intitolarsi: « Del natural desiderio di sapere, e instituzioni dei Lincei per*

adempimento di esso. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie terza, Transunti, vol. IV, pp. 149, (1880).

136. *Intorno alla teoria dell'Elettroforo.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie terza, vol. IX, pp. 72, (1881).

137. *Sull'elettroforo.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. V, pp. 174, (1881).

138. *Brani di manoscritti di Leonardo da Vinci.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. V, pp. 223, (1881).

139. *Presentazione di due suoi opuscoli contenenti un « Dialogo di Cecco di Ronchitti da Bruzène ed un* Manifesto *di D. Chorez occhialaio di Parigi »* (1625). Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. V, pp. 258.

140. *Alcuni frammenti artistici, letterarii e geografici di Leonardo da Vinci.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. V, pp. 312, (1881).

141. *Alcune lettere inedite di Galileo Galilei pubblicate ed illustrate.* Bull. di Bibl. e Stor. d. Scienze Mat. e Fis., tom. XIV, 1881, pp. 351.

142. *Intorno ad un opuscolo del Prof.* ANTONIO FAVARO, *intitolato: « Galileo Galilei ed il dialogo di Cecco di Rouchetti da Bruzene, in perpuosito della Stella Nuova.* Rendiconti Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli 1881, pp. 89.

143. *Sur une très ancienne application de l'hélice comme organe de propulsion.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, XCIII, 400, 1881.

144. *Intorno alla trasformazione della Elettricità ordinaria in correnti voltaiche, e sulle applicazioni di queste correnti.* Rendiconti, Acad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1882, pp. 108.

145. *Termometro a mercurio insensibile. Dimostrazione sperimentale del principio del telefono.* Rendiconti Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1882, pp. 162.

146. *Dell'azione che la temperatura esercita sulla velocità del suono nell'aria e del valore di questa velocità, secondo le esperienze fatte a Bologna da Gian Ludovico Bianconi nel* 1740. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. VII, pp. 91, (1883).

147. *Modo per ottenere la sensazione del bianco colla rotazione rapida di uno spettro circolare.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie terza, Transunti, vol. VII, pp. 164 (1883).

148. *Intorno allo scopritore di una singolare illusione ottica.* Atti R. Accad. d. Lincei, Ser. 3ª, Trans., vol. VII, pp. 183, (1883).
149. *Sulla deformazione prospettica che si osserva coi cannocchiali.* Atti R. Accad. d. Lincei. Serie 3ª, Transunti, vol. VII, pp. 236, (1883).
150. *Presentazione della pubblicazione « L'ambra primaticcia o sorgo zuccherino del Minnesota » del* prof. G. Monselice. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. VII, pp. 249, (1883).
151. *Intorno a una deformazione prospettica delle immagini vedute nei cannocchiali* (con una tavola). Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, vol. XVIII, pp. 403, (1883).
152. *Nota accompagnante la presentazione di un' opera del* prof. Favaro. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 3ª, Transunti, vol. VIII, pp. 92, (1884).
153. *Spettroscopio a visione diretta, senza prismi, nè reticoli.* Rendiconti R. Acc. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1885, pp. 139.
154. *Intorno alla trasformazione della Elettricità ordinaria in correnti Voltaiche, e sulle applicazioni di queste correnti.* Bendiconti R, Accad. Sc. Fis. Mat. dı Napoli, 1885, pp. 108.
155. *Comunicazione* (*presenta per incarico del principe Baldassarre Boncompagni vari opuscoli relativi alla storia delle scienze fisiche e matematiche*). Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1885, pp. 14.
156. *Comunicazione* (*a proposito della presentazione di un libro del* prof. G. Luvini). Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1885, pp. 28.
157. *Documento inedito relativo al cannocchiale e anteriore alla pubblicazione del « Sidereus Nuncius » di Galileo.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1885, pp. 61.
158. *Relazione intorno ad una Memoria del* profess. Guido Grassi. Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1885, pp. 130.
159. *Comunicazione relativa ad un documento Galileano*, Atti R. Accad. di Napoli, Serie 4ª, Rendiconti, vol. I, pp. 255, (1885).
160. *Relazione sull'opera dei signori Cros ed Henry: « L'Encastiques et les autres procédés de peinture chez les an-*

ciens; Histoire et Technique. ». Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, vol. I, (1885), pp. 256.

161. *La partenza dei Gesuiti dal Dominio Veneto; documento inedito relativo al tempo del soggiorno di Galileo in Padova.* Atti R. Accad. d. Lincei, Ser. 4ª, vol. I, pp. 622, (1885).
162. *Prefazione « all'Ottica di Claudio Tolomeo ecc.* » Torino, Stamperia reale, 1885.
163. *Una lettera inedita di Alessandro Volta con illustrazioni.* R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Rendic., vol. XIX, pp. 588, (1886).
164. *Presentazioni di opere a stampa.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1886, pp. 27,
165. *Presentazione di opere a stampa.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1886, pp. 68.
166. *Su una antica determinazione del numero delle vibrazioni che corrispondono ad un suono dato dalla scala musicale.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1886, p. 106.
167. *Presentazione di due pubblicazioni del* Prof. Favaro, Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, vol. II, (1886), pp. 109.
168. *Di una lente per cannocchiale lavorata da* Evangelista Torricelli *e posseduta dal Gabinetto di Fisica della Università di Napoli.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1886, pp. 163.
169. *Uno studio del signor Faraglia su Fabio Colonna*, Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendic., vol. II, (1886, pp. 272.
170. *Sull'invenzione del barometro a sifone.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1886, pp. 286.
171. *Presentazione di un volume della Biblioteca matematica del signor G. Enestroem.*
172. *Presentazione della prima parte di un lavoro intitolato: « Galileo e il cannocchiale.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 43 e 48.
173. *Relazione su una Nota del* prof. Eugenio Semmola. Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 62.
174. *Se l'elettricità contribuisca al congelamento dell'acqua che divien grandine.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 74.

175. *Scomposizione dell'acqua colla macchina elettrica.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 137.
176. *Relazione su un lavoro del sig. Dott. Gregorio Costa.* Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 173.
177. *Relazione su un lavoro presentato dal* Prof. GUIDO GRASSI. Rendiconti R. Accad. Sc. Fis Mat. di Napoli, 1887, pp. 100.
178. *Relazione intorno ad un lavoro del* Prof. GUIDO GRASSI. Rendiconti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1887, pp. 147.
179. *Il microscopio composto inventato da Galileo.* Atti R. Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, vol. II, (2ª Serie) 1888, pp. 1).
180. *Du cercle chromatique de Newton.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, CV, pp. 733, 1887.
181. *Lettre relative à l'invention du microscope composé.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, CVII, pp. 551, 1888.
182. *Sur les couleurs latentes des corps.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Parls, CVII, pp. 609, 1888.
183. *Lettre relative à un mode de construction des images formées par les lentilles.* Compt.-rend. Ac. d. Sc. Paris, CVII, pp. 586, 1888.
184. *Comunicazione.* (*In occasione dell'offerta da parte del* professore A. FAVARO *dell'Esposizione e del Disegno dell'edizione Nazionale delle Opere di Galileo Galilei*) Rendiconti Accad. Sc. Fis. Mat. di Napoli, 1888, pp. 50).
185. *Nuovi documenti relativi alla scoperta dell'America.* Atti R. Accad. d. Lincei. Serie 4ª, Rendiconti, vol. IV, 2° Semestre (1888) pp. 347, 429.
186. *Come veramente si chiamasse il Vespucci, e se dal nome di lui sia venuto quello del Nuovo Mondo.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendic., vol. IV (2° Semestre 1888), pp. 297.
187. *Presentazione della sua pubblicazione: « Della invenzione del Micrometro per gli strumenti astronomici », riassumendone il contenuto.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie quarta, Rendiconti, vol IV, (2° Semestre 1888), pp. 392.
188. *Nuovo metodo per costruire e calcolare il luogo, la situazione, e la grandezza delle imagini date dalle lenti o dai sistemi ottici complessi.* Atti R. Accad. d. Lincei,

Serie quarta, Rendiconti, vol. IV, (1° Semestre) 1888, pp. 655.

189. *Dei colori invisibili o latenti dei corpi.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, vol. IV, (1° Semestre 1888), pp. 572.

190. *Intorno ad una nuova camera lucida.* Atti R. Acad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendic. vol. V°, (1° Semestre 1889), pp. 3.

191. *Uso dei piani centrali e dei piani centrici, dei poli, dei punti polici e dei piani corrispondenti, per determinare i fochi coniugati nei sistemi ottici, e il luogo, la situazione e la grandezza delle imagini.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie quarta, Rendiconti, vol. V, (1° Semestre 1889), pp. 7; 103.

192. *Di un precursore italiano del Franklin.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendic., vol. V, (1° Semestre 1889), pp. 138.

193. *Dei punti corrispondenti sui piani centrale e centrico, nel caso di due mezzi rifrangenti diversi separati da una sola superficie sferica. Significato di una costruzione proposta dal Newton per trovare i fuochi delle lenti.* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendic., vol. V, (1° Sem. 1889), pp. 307.

194. *Intorno all'origine della parola Calamita, usata in Italia per indicare la pietra Magnete* Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, vol. V (1° Semestre 1889), pp. 394.

195. *La ragione del Martilogio, ossia il metodo adoperato dai navigatori del secolo* XVI *per calcolare i loro viaggi sul mare,* Atti Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, vol. XV, 1° semestre (1889), pp. 625.

196. *Nuovo documento relativo alla comunicazione precedente*, vol. V, pp. 749. Atti R. Accad. d. Lincei, Serie 4ª, Rendiconti, (1° Semestre 1889), pp. 749.

Sulla resistenza elettrica di alcuni metalli facilmente fusibili;

Nota preliminare di G. Vicentini e D. Omodei

La resistenza elettrica dei metalli liquidi alla temperatura di fusione finora è stata poco studiata. Il Matteucci ha esaminato il modo con cui varia la resistenza del bismuto all'atto della fusione; il Matthiessen ha misurato la variazione di resistenza del sodio e del potassio fra 0° e temperature superiori a quelle della loro fusione; il Werner Siemens ha sottoposto a studio analogo lo stagno; e in fine Lucien de la Rive ha esteso le ricerche ai sei metalli stagno, bismuto, zinco, piombo, cadmio, antimonio, studiandone la variazione di resistenza per il cambiamento di stato e per alcuni anche il medio coefficiente di temperatura fra 358 e 860°.

Seguendo un determinato ordine di studi che ci siamo proposti sopra le leghe fuse è per noi interessante conoscere con precisione la resistenza specifica di diversi metalli facilmente fusibili, allo stato liquido e alla temperatura di fusione, nonchè la legge con cui varia la loro resistenza col variare della temperatura.

Per riuscire nel nostro intento siamo stati portati anzitutto allo studio della resistenza del mercurio sino a temperatura prossima a quella della sua ebollizione.

Intrapreso poscia lo studio dei metalli fusi entro tubi capillari di vetro, abbiamo riconosciuto essere molto opportuno stabilire anche la legge con cui varia la resistenza dei singoli metalli solidificati nei tubi stessi, quando si riscaldano sino alla temperatura di fusione. In generale uno studio simile fu fatto per i metalli ridotti in fili per trazione o pressione. Il caso da noi considerato ha quindi uno speciale interesse, specialmente dovendo servire per studi di confronto su leghe fatte cogli stessi metalli nelle identiche condizioni.

Tanto i metalli fusi, quanto il mercurio, li abbiamo studiati in tubi capillari di vetro, ripiegati ad *U*, muniti di allargamento alle loro estremità, e nella misura delle resistenze abbiamo seguìto il metodo del Kohlrausch [*Wied. Ann.*, Bd. 20, 1883]. L'apparecchio riscaldante è quello da noi adoperato in altre ricerche, eccettuata qualche modificazione [*Rend. R. Acc. Lincei*, vol. III, fasc. 10, 1887]. Le temperature corrispondono a quelle del termometro ad aria.

In questa nota pubblichiamo semplicemente i risultati delle ricerche; ci riserviamo a pubblicare in esteso in una Memoria a parte, la descrizione delle numerose esperienze, il metodo seguìto e gli apparecchi adoprati, oltre alle considerazioni d'indole generale che crederemo opportune.

Resistenza elettrica del mercurio fra 0 *e* 350°.

Per quanto sappiamo la resistenza elettrica del mercurio non è stata studiata al di sopra dei 225°. Avendo noi stabilito di assumere, per capacità di resistenza dei tubi destinati allo studio dei metalli, la resistenza che quelli presentano, alle varie temperature, riempiti di mercurio, ci siamo trovati nella necessità di fare lo studio preliminare della resistenza del mercurio in tubi di vetro fra 0 e 350° circa.

Se la resistenza elettrica del mercurio si vuole rappresentare colla espressione

$$R = 1 + a\,t + b\,t^2 + c\,t^3 \qquad \ldots\ldots (1)$$

i risultati delle nostre misure portano ai seguenti valori delle costanti:

$$a = 898{,}9\,.\,10^{-6}$$
$$b = 669{,}5\,.\,10^{-}$$
$$c = 101{,}8\,.\,10^{-11}.$$

Nella tabella che segue, sono raccolti i valori della resistenza del mercurio di 20 in 20 gradi.

Valore della resistenza elettrica del mercurio in tubi di vetro, fra 0 e 340°.

t	R	t	R
0°	1,0000	220	1,2410
100	1,0976	240	1,2684
120	1,1193	260	1,2969
140	1,1414	280	1,3265
160	1,1651	300	1,3574
180	1,1894	320	1,3896
200	1,2147	340	1,4230

Nella tabella non sono registrati i valori fra 0 e 100° perchè le nostre esperienze furono destinate precipuamente alle misure al di sopra di 100°. Per misure rigorose fra zero e 100° sarebbe stato opportuno operare in condizioni alquanto diverse e più confacenti allo scopo.

Per fare rilevare quale grado di fiducia meritino i risultati sopra esposti richiamiamo i valori ottenuti da altri sperimentatori alle due temperature di 100° e 200°, quali si trovano raccolti in uno studio del Grimaldi [*Acc. Lincei*, *Memorie*, vol. IV, 1887].

	100°	200°
Grimaldi	$R=1,0982$	$R=1,2083$
Rinck	1,0989	—
Siemens.........	1,0985	—
Van der Kolk....	1,0860	—
Lenz	1,0947	—
Benoit..........	1,0996	1,2220
Vicentini-Omodei ..	1,0976	1,2147

Come è facile vedere, i risultati ai quali siamo pervenuti concordano colle medie di quelli degli altri.

Resistenza elettrica dei metalli fusi.

I metalli assoggettati alle esperienze sono: stagno, bismuto, tallio, cadmio, piombo.

La tabella che diamo qui sotto contiene i valori medi (ottenuti collo studio dei singoli metalli in parecchi tubi) delle seguenti grandezze:

ρ, resistenza specifica del metallo fuso, alla temperatura di fusione τ, e cioè il rapporto fra la resistenza offerta dal metallo liquido nel tubo di vetro e la resistenza che alla medesima temperatura vi ha il mercurio;

k, coefficiente di temperatura della resistenza del metallo liquido fra τ e 350° circa;

k', coefficiente di temperatura della resistenza specifica del metallo calcolata entro gli stessi limiti di temperatura.

	τ	ρ	k	k'
Sn	226,5	0,4044	0,00059	— 0,00054
Bi	271,0	1,032	0,00041	— 0,00067
Tl	294,0	0,585	0,00035	— 0,00081
Cd	318,0	0,256	0,00013	— 0,00104
Pb	325,0	0,7205	0,00052	— 0,00065

Tutti i metalli liquidi studiati mostrano una resistenza specifica minore di quella del mercurio, ad eccezione del bismuto.

Il coefficiente di aumento di resistenza dei metalli fusi è rilevantemente più piccolo di quello del mercurio. Per questo metallo il coefficiente medio fra 0 e 340° è 0,00 1244.

Il cadmio è il metallo che allo stato di fusione possiede il più piccolo coefficiente di temperatura.

Per il fatto della notevole differenza esistente fra il coefficiente di temperatura del mercurio e quello dei metalli consi-

derati, risulta che la resistenza specifica di questi va diminuendo coll'aumentare della temperatura; da ciò il valore negativo di k'.

Confrontando poi i valori della resistenza specifica dei metalli fusi, si rende manifesta una relazione molto semplice fra essi ed i pesi atomici dei metalli, e cioè: quanto più grandi sono i pesi atomici e tanto più grandi sono le resistenze specifiche. In prova di ciò nel seguente quadro sono riuniti i diversi metalli secondo l'ordine crescente dei loro pesi atomici P e di fronte ad essi le rispettive resistenze specifiche ρ ed il valore approssimato del rapporto ρ/P.

Le resistenze specifiche del sodio e del potassio sono dedotte dalle esperienze del Matthiessen; quelle dello zinco e dell'antimonio sono ricavate dalle misure del De la Rive, in base a considerazioni che per brevità qui ommettiamo.

	$P =$	$\rho =$	$\rho/P \cdot 1000 =$
Na	23	0,088	4
K	39	0,133	3
Zn	65	0,265	4
Cd	112	0,256	2
Sn	117	0,404	3
Tl	204	0,585	3
Pb	206	0,7205	3
Sb	120	0,77	6
Bi	207	1,032	5

Farebbero eccezione alla legge i due metalli, che per la liquefazione diminuiscono di resistenza, cioè il bismuto e l'antimonio, per i quali il rapporto ρ/P ha un valore doppio che per gli altri metalli.

Riassumendo, possiamo quindi dire, che per i metalli fusi studiati che aumentano di resistenza in seguito alla fusione, *la resistenza elettrica specifica alla temperatura di fusione è approssimativamente proporzionale al peso atomico.*

Richiamiamo l'attenzione sopra questa legge approssimata semplicissima, la quale benchè solo accennata dai dati anzi registrati merita di essere studiata e comprovata anche per altri metalli.

*Resistenza elettrica dei metalli solidi fra 0°
e la temperatura di fusione.*

Nel quadro che segue registriamo i valori delle costanti *a b c* della espressione (1) destinate qui a rappresentare la resistenza dei metalli solidi, studiati in fili ottenuti colla solidificazione dei metalli nell'interno dei tubi impiegati.

	$a \cdot 10^6$	$b \cdot 10^9$	$c \cdot 10^{12}$
Sn	4951	8544	3500
Bi	1176	5532	12890
Tl	4108	3016	8183
Cd	4021	947,5	3650
Pb	4039	81,17	3214

Diamo in fine il valore del rapporto esistente fra le resistenze dei metalli liquidi e solidi alla temperatura di fusione.

Sn . . . . $R_\tau^l / R_\tau^s = 2,21$

Bi . . . . » $= 0,45$

Tl . . . . » $= 2,00$

Cd . . . . » $= 1,96$

Pb . . . . » $= 1,95$

Le numerose esperienze che hanno condotto ai risultati esposti nella presente nota, sono state eseguite parte nel laboratorio di fisica della Università di Cagliari e parte in quello della Università di Siena. Come è avvertito in principio, la relazione particolareggiata di tutto lo studio sarà pubblicata in apposita Memoria.

GIACOMO PRESCOTT JOULE.

Parole di commemorazione del Socio Prof. GIUSEPPE BASSO

Giacomo Joule, uno dei più eminenti fisici dell'età nostra, che fu Corrispondente dell'Accademia fin dal 12 Marzo 1848 e poi eletto socio straniero il 26 Maggio 1878, spegnevasi dopo lunga malattia il giorno 11 dell'Ottobre scorso a Sale presso Manchester.

In cotesta città egli era nato il 24 Dicembre 1818 da parenti proprietari di una grande fabbrica di birra, i quali lo destinarono, fin dai suoi primi anni, a proseguire nell'esercizio dell'industria paterna. Ben presto però il Joule sentì il bisogno di acquistare, mercè lo studio della chimica, le cognizioni scientifiche che potevano giovargli ne' suoi lavori ed a tal fine ottenne di frequentare il laboratorio del celebre Danton che allora appunto viveva a Manchester.

In quell'ambiente di studi e di sperimenti e sotto la direzione di tanto maestro, nell'animo del Joule divampò vivace l'amore alle ricerche fisiche ed egli non tardò a dar prova della sagacia del suo ingegno e della sua abilità sperimentale pubblicando nel 1839 sugli *Annali di Elettricità*, che allora si stampavano in Manchester, i risultati di certi suoi studi sul potere di attrazione degli elettromagneti e sulla dipendenza di questo potere dall'intensità dell'azione magnetizzante.

Ma il primo lavoro veramente magistrale del giovine Joule fu quello che la Società Reale di Londra accolse nella sua seduta del 17 Dicembre 1840. In esso trovasi quasi completamente esposta la celebre legge che costituisce una delle assise fondamentali dell'elettrologia e che stabilisce essere la quantità di calore che si svolge in un conduttore attraversato dalla corrente elettrica proporzionale al quadrato della quantità di elettricità che lo percorre e proporzionale alla sua resistenza. In seguito, pur continuando a consacrare parte del tempo alla sua modesta professione, il

Joule eseguì un grande numero di esperienze atte a confermare ed a generalizzare la legge che porta il suo nome, estendendola anche al calore svolto dalla corrente che attraversa gli elettroliti.

Si fu nel corso di questi lavori che nella sua mente sorse e si concretò il concetto dell'equivalenza fra il calore ed il lavoro meccanico; e nell'Assemblea tenuta a Cork nel 1843 dall'Associazione Brittanica egli presentò il suo primo lavoro di termodinamica esponendo un procedimento sperimentale che gli permise di determinare l'equivalente meccanico della caloria, mediante la misura della quantità di calore generata da una corrente elettrica e quella del lavoro consumato nel tenere in azione la macchina magneto-elettrica di cui servivasi per produrre la corrente. Dal 1844 in poi, in una lunga serie di comunicazioni fatte all'Associazione Brittanica ed alla Società Reale di Londra, egli non solo continuò a fermare su solide basi sperimentali il principio fondamentale della termodinamica, ma si occupò pure di molti altri argomenti, di cui parecchi relativi alla elettrologia ed alcuni tendenti a stabilire la teoria cinetica dei gas.

A Giacomo Joule toccarono le più alte e lusinghiere distinzioni scientifiche. Si può dire che tutte le principali Accademie del mondo si onorarono di averlo a socio ed a breve intervallo di tempo l'una dall'altra, gli furono conferite la medaglia d'oro di Copley e quella della Società Reale di Londra. Ma il maggior premio per il compianto scienziato è quello che alla sua memoria riserba la posterità riconoscente, la quale collocherà il suo nome fra quelli dei più eletti ingegni che si resero benemeriti dell'umano progresso.

Sulla differenza di longitudine fra gli Osservatorii astronomici di Milano e di Torino;

Nota del Dott. Francesco Porro

È noto all'Accademia come nel 1885 la Commissione Geodetica Italiana abbia affidato all'Osservatorio di Brera in Milano il còmpito di determinare la posizione geografica della Specola Torinese sul Palazzo Madama, e come contemporaneamente, per cura dell'Istituto Geografico Militare, siasi effettuato il collegamento del punto, così astronomicamente fissato, colla rete trigonometrica di primo ordine dello Stato (1), e col centro del circolo meridiano di Reichembach, al quale si riferiscono le analoghe determinazioni eseguite dal Plana. Delle operazioni geodetiche, eseguite dal dottore De Berardinis, l'Istituto ha reso conto in un allegato al *processo verbale delle sedute della Commissione Geodetica Italiana tenute in Milano nei giorni* 27 *e* 28 *Settembre* 1886 (2); qui, consenziente il prof. Schiaparelli, ho l'onore di èsporre i risultati della determinazione della differenza di longitudine fra i due osservatorii.

La relazione completa sui metodi seguìti nella osservazione e nelle successive riduzioni e sulle particolarità che si presentarono tanto in quella come in queste, avrà la sua naturale sede nelle pubblicazioni della *Commissione Geodetica Italiana:* nella presente nota mi limiterò alle cose più importanti. Il confronto degli orologi fu fatto col telegrafo, seguendo le norme prescritte per queste operazioni: la determinazione astronomica delle correzioni degli orologi stessi dipende da osservazioni di passaggi di stelle al meridiano. Nell'una e nell'altra stazione si adoperarono strumenti trasportabili dei passaggi, usciti dalla celebre officina di Repsold, cronografi a cilindro di Hipp, e tavolette telegra-

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XXI, pag. 36.
(2) Firenze, Barbera, 1887.

fiche del modello di Oppolzer (*Schaltbrett*): servì a Milano il pendolo normale di Arnold, che già aveva servito circa sessant'anni addietro per la consimile operazione, a Torino un pendolo di Megele, pure appartenente alla Specola di Brera.

I due osservatori scelti per le operazioni furono il dott. Michele Rajna, Astronomo all'Osservatorio Reale di Milano, e lo scrivente, che allora occupava un posto di assistente pure a Brera. L'eliminazione delle equazioni personali fu ottenuta con due metodi, cioè colla determinazione diretta, nelle due stazioni, prima e dopo le operazioni di longitudine propriamente dette, e collo scambio degli osservatori verso la metà delle operazioni stesse. La concordanza dei due risultati ci dà ragione di credere che la particolare causa fisiologica di errore si sia mantenuta costante, e che il suo effetto sia quindi del tutto scomparso dalla media delle due serie di osservazioni.

In ciascuna delle due stazioni si dedicarono due sere alla ricerca della legge secondo la quale varia la collimazione al variar della distanza zenitale. Coi valori delle flessioni dell'asse così ottenuti si ridussero le collimazioni date dalle singole stelle polari a quelle corrispondenti alle distanze zenitali delle orarie.

Tralasciando altre particolarità meno importanti a notare in questo luogo, crederei mancare ad un mio dovere, se non curassi di segnalare una conclusione di estrema gravità, alla quale mi hanno condotto le osservazioni del 1885, e che osservazioni successive non hanno fatto che confermare. *La collocazione attuale della Specola di Torino non risponde assolutamente alle condizioni di stabilità richieste dal progresso della Astronomia di precisione e degli istrumenti relativi:* se con particolari cure l'astronomo riesce a risultati degni di fiducia, non è a credersi che esso abbia *a priori* la certezza di poter operare colla precisione necessaria. Giudichi l'Accademia quanto non debba riuscire ingrato un lavoro compiuto in simili condizioni, col dubbio incessante che tutte le precauzioni non bastino ad assicurare la riuscita!

Tutti i calcoli relativi alla stazione di Milano furono eseguiti da me; ridussi pure le osservazioni di Torino, aiutato efficacemente in questa parte del lavoro dall'ingegnere Tomaso Aschieri, assistente all'Osservatorio.

I risultati di tali calcoli sono compendiati nei quadri che seguono, dei quali i primi due riassumono le correzioni e gli andamenti definitivi dei due pendoli, col numero z di orarie e p di po-

lari sulla osservazione delle quali ogni correzione serale riposa (1), e col peso g di ogni sera, dedotto dalla formola di Oppolzer

$$g = \frac{zp}{0{,}7.p + 0{,}3.z}.$$

Pendolo Arnold a Milano

Maggio 1885	CORREZIONI ED ANDAMENTI	z	p	g
1	$-125^s{,}495 + 0^s{,}0211\,(t - 15^h{,}15)$	16	2	5
3	$-124\,{,}499 + 0\,{,}0246\,(t - 14\,{,}37)$	7	1	2
4	$-123\,{,}917 + 0\,{,}0251\,(t - 11\,{,}18)$	18	2	5
5	$-123\,{,}316 + 0\,{,}0238\,(t - 14\,{,}21)$	34	5	12
8	$-121\,{,}522 + 0\,{,}0257\,(t - 13\,{,}05)$	30	4	10
9	$-120\,{,}879 + 0\,{,}0269\,(t - 13\,{,}69)$	41	5	13
10	$-120\,{,}211 + 0\,{,}0252\,(t - 13\,{,}83)$	39	4	11
15	$-117\,{,}447 + 0\,{,}0263\,(t - 15\,{,}58)$	20	4	9
16	$-116\,{,}772 + 0\,{,}0286\,(t - 14\,{,}17)$	39	6	15
18	$-115\,{,}425 + 0\,{,}0277\,(t - 15\,{,}25)$	24	6	12
19	$-114\,{,}777 + 0\,{,}0284\,(t - 14\,{,}38)$	36	8	18
20	$-114\,{,}077 + 0\,{,}0270\,(t - 14\,{,}76)$	28	6	13
22	$-112\,{,}862 + 0\,{,}0248\,(t - 14\,{,}93)$	24	5	12
23	$-112\,{,}269 + 0\,{,}0249\,(t - 15\,{,}20)$	26	5	12
24	$-111\,{,}639 + 0\,{,}0254\,(t - 16\,{,}08)$	33	5	13
25	$-111\,{,}059 + 0\,{,}0256\,(t - 14\,{,}82)$	43	7	17
26	$-110\,{,}432 + 0\,{,}0257\,(t - 15\,{,}21)$	43	6	15

(1) Alle polari osservate in una sola posizione dell'istrumento si è assegnato peso $^1/_2$.

Pendolo Megele a Torino

Maggio 1885	CORREZIONI ED ANDAMENTI	z	p	g
2	$+11^s,769-0^s,0199\,(t-13^h,06)$	16	2	5
3	$+11,951-0,0092\,(t-12,83)$	21	2	5
4	$+12,350+0,0172\,(t-11,89)$	8	1,5	3
5	$+12,662-0,0462\,(t-13,21)$	26	4	10
7	$+14,124+0,0821\,(t-13,55)$	31	6,5	14
8	$+17,061+0,1057\,(t-13,78)$	34	7	16
9	$+18,364-0,0068\,(t-13,56)$	32	9	18
10	$+19,512+0,0973\,(t-13,60)$	33	9,5	19
15	$+20,796+0,0495\,(t-13,88)$	22	3,5	9
16	$+21,934+0,0276\,(t-13,88)$	32	6,5	15
18	$+26,126+0,1332\,(t-15,07)$	19	5,5	11
19	$+27,334-0,0270\,(t-14,16)$	29	6,5	14
20	$+27,406+0,0295\,(t-14,06)$	18	3,5	8
21	$+29,834+0,1559\,(t-13,20)$	7	1,5	3
22	$+33,623+0,0959\,(t-14,07)$	18	3,5	8
24	$+39,546+0,1312\,(t-13,35)$	10	3,5	6
25	$+42,914+0,1206\,(t-14,26)$	30	6,5	14
26	$+45,730+0,0163\,(t-15,04)$	42	10	21

Fa seguito il quadro nel quale sono riassunti i valori ottenuti in ogni sera per la differenza di longitudine l, e per il tempo t

di trasmissione della corrente; a proposito del quale è bene notare che esso riuscì negativo nelle sere del 18, 20 e 24, probabilmente a causa della polarizzazione del *relais* di Torino. Il peso g di ogni sera si è calcolato colla formula

$$g = \frac{g_e\, g_o}{g_e + g_o},$$

dove g_e e g_o indicano rispettivamente i pesi della stazione orientale ed occidentale.

Risultati della determinazione della differenza di longitudine.

PRIMA SERIE				SECONDA SERIE			
Porro a Milano — Rajna a Torino				**Porro a Torino — Rajna a Milano**			
Maggio 1885	Peso	l	t	Maggio 1885	Peso	l	t
3	1,4	5ᵐ 58ˢ,584	0,0030	15	4,5	5ᵐ 58ˢ,911	0,0030
4	1,9	58 ,665	0,0110	16	7,5	59 ,039	0,0060
5	5,5	58 ,657	0,0030	18	5.7	59 ,064	0,0060
8	6,2	58 ,660	0,0035	19	7,9	59 ,010	0,0000
9	7,5	58 ,729	0,0030	20	5,0	58 ,961	0,0010
10	6,7	58 ,623	0,0095	22	4,8	59 .016	0.0135
				24	4,1	58 ,977	0,0100
				25	7,7	58 , 932	0,0030
				26	8,8	59 , 028	0,0025

Escludendo le sere del 18 e del 24, per le quali il valore negativo di t è troppo forte, si ha per la prima serie:

$l = 5^m\ 58^s,666$ col peso 29,2 e coll'error probabile $\pm 0^s 0125$;

per la seconda serie:

$l = 5^m\ 58^s,991$ col peso 46,2 e coll'error probabile $\pm 0^s,0122$.

Facendo la media aritmetica dei due valori, si ottiene per valore della differenza di longitudine fra i centri dei due istrumenti di Repsold;

$$l = 5^m\ 58^s,828 \pm 0^s,0087.$$

Facendo invece la semidifferenza, si ottiene per valore dell'equazione personale fra i due osservatori Porro e Rajna

$$P - R = +0^s,162$$

in buon accordo colla media delle due determinazioni dirette

$$P - R = +0^s,126 \pm 0^s,0034\,.$$

Ove si voglia tener conto di queste determinazioni, applicandone il risultato alle due serie di osservazioni, si ottiene un valore identico della differenza di longitudine, ma l'error probabile ne viene diminuito da $0^s,0087$ a 0,0063. Notando poi che la stazione di Milano è (1) più orientale del centro della torre maggiore dell'Osservatorio per $0^s,073$, e che quella di Torino è di $0^s,019$ più occidentale del centro del circolo meridiano, come si può rilevare facilmente dal piano pubblicato negli Atti di questa Accademia (luogo citato), si conclude che il centro del circolo meridiano dell'Osservatorio di Torino si trova più ad occidente del centro della torre maggiore dell'Osservatorio di Milano per

$$\mathbf{5^m\ 58^s,736 \pm 0^s,006}\,.$$

Dalla media di tre serie di determinazioni eseguite nel 1823 e 1824, osservando passaggi meridiani di stelle, e confrontando i pendoli mediante osservazioni di segnali a fuoco dati sul monte San Bernardo di Fenera (visibile da Milano e da Torino), gli astronomi Plana e Carlini hanno trovato per la differenza di longitudine fra i due medesimi punti il valore (2):

$$5^m\ 58^s,85\,,$$

---

(1) *Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera,* n° XXIX. Milano, Hoepli, 1886.

(2) *Opérations géodésiques et astronomiques pour la mesure d'un arc du parallèle moyen.* Milan, Imprimerie impériale et royale, 1827, pag. 108.

che differisce di soli $+0^s,11$ dal nostro. Se si pensa che anche per la differenza Milano-Padova i professori Lorenzoni e Celoria hanno trovato un valore quasi identico a quello di Carlini e Santini, si deve riconoscere che nelle mani di astronomi esperimentati ed abili anche il metodo oggi abbandonato dei segnali a fuoco può aspirare ad una precisione non molto inferiore a quella del metodo telegrafico, il quale ha il vantaggio di essere assai più comodo ed applicabile più generalmente.

Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1890.

Calcolate dall'Ing. TOMASO ASCHIERI.

Questa nota fu compilata in base alla pubblicazione analoga del Dott. Francesco PORRO per l'anno scorso, alla quale rimando per le tavole che vi sono calcolate.

Per il bisogno della pratica si sono aggiunti i secondi ed i centesimi di secondo del passaggio del Sole al meridiano.

Gennaio 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	7 59	12 23 1,38	4 46	1 52*p.*	9 1*p.*	3 18*a.*	11
2	2	59	23 29,64	47	2 20	9 48	4 22	12
3	3	59	23 57,34	48	2 53	10 35	5 26	13
4	4	59	24 24,64	49	3 32	11 24	6 25	14
5	5	59	24 51,51	50	4 15	—	7 21	15
6	6	59	25 17,93	51	5 6	12 13*a.*	8 11	16
7	7	59	25 43,87	52	6 3	1 3	8 54	17
8	8	59	26 9,31	53	7 3	1 51	9 31	18
9	9	58	26 34,22	55	8 5	2 38	10 3	19
10	10	58	26 58,60	56	9 8	3 23	10 31	20
11	11	58	27 22,39	57	10 12	4 7	10 55	21
12	12	57	27 45,60	58	11 17	4 51	11 18	22
13	13	57	28 8,21	59	—	5 34	11 40	23
14	14	56	28 30,20	5 1	12 32*a.*	6 19	12 4*p.*	24
15	15	56	28 51,54	2	1 33	7 6	12 28	25
16	16	55	29 12,23	3	2 46	7 56	12 59	26
17	17	54	29 32,24	4	4 1	8 51	1 36	27
18	18	54	29 51,56	6	5 17	9 51	2 21	28
19	19	53	30 10,16	7	6 36	10 55	3 19	29
20	20	53	30 28,03	8	7 45	12 0*p.*	4 27	1
21	21	52	30 45,13	10	8 29	1 4	5 45	2
22	22	51	31 1,46	11	9 11	2 5	7 6	3
23	23	50	31 17,00	12	9 46	3 1	8 25	4
24	24	49	31 21,73	14	10 16	3 53	9 40	5
25	25	48	31 35,65	15	10 42	4 41	10 52	6
26	26	47	31 58,75	16	11 6	5 28	—	7
27	27	46	32 11,01	18	11 30	6 13	12 2*a.*	8
28	28	45	32 22,44	19	11 55	6 59	1 18	9
29	29	44	32 33,05	21	12 22*p.*	7 45	2 14	10
30	30	43	32 42,81	22	12 53	8 32	3 17	11
31	31	42	32 51,74	24	1 30	9 20	4 18	12

FASI DELLA LUNA

6	Luna piena	6^h 27^m	*ant.*
14	Ultimo quarto	7 22	*ant.*
20	Luna nuova	12 39	*pom.*
27	Primo quarto	9 6	*pom.*

Il giorno nel mese cresce di 0^h 55^m

6 La Luna è in Apogeo 1^h *pom.*
20 Id. Perigeo 4 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 20 ad ore 2 m. 18 *ant.*

Febbraio 1890.

GIORNO dell'Anno	GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Il Sole nasce	Il Sole passa al meridiano	Il Sole tramonta	La Luna nasce	La Luna passa al meridiano	La Luna tramonta	Età della Luna
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
32	1	7 41	12 32 59,84	5 25	2 12*p*.	10 9*p*.	5 56*a*.	13
33	2	40	33 7,09	26	3 1	11 59	6 7	14
34	3	39	33 13,53	28	3 56	11 47	6 53	15
35	4	38	33 19,14	29	4 55	—	7 32	16
36	5	36	33 24,13	31	5 57	12 35*a*.	8 5	17
37	6	35	33 27,90	32	7 1	1 21	8 34	18
38	7	33	33 31,08	33	8 5	2 6	9 0	19
39	8	32	33 33,46	35	9 9	2 50	9 23	20
40	9	31	33 35,06	37	10 15	3 33	9 45	21
41	10	29	33 35,90	38	11 23	4 17	10 7	22
42	11	28	33 35,96	39	—	5 2	10 32	23
43	12	27	33 35,30	41	12 32*a*.	5 50	11 0	24
44	13	25	33 33,90	42	1 44	6 41	11 31	25
45	14	23	33 31,77	44	2 58	7 37	12 11*p*.	26
46	15	22	33 28,93	46	4 10	8 36	1 1	27
47	16	21	33 25,38	47	5 17	9 39	2 2	28
48	17	19	33 21,24	48	6 14	10 42	3 15	29
49	18	17	33 16,20	49	7 12	11 44	4 34	30
50	19	16	33 10,57	51	7 40	12 43	5 54	1
51	20	14	33 4,27	52	8 12	1 37*p*.	7 13	2
52	21	12	32 57,31	53	8 40	2 29	8 29	3
53	22	11	32 49,70	55	9 5	3 18	9 42	4
54	23	9	32 41,44	56	9 30	4 5	10 53	5
55	24	7	32 32,57	58	9 55	4 52	—	6
56	25	6	32 23,08	59	10 22	5 39	12 0*a*.	7
57	26	5	32 13,00	6 1	10 52	6 27	1 6	8
58	27	3	32 2,35	2	11 28	7 15	2 10	9
59	28	1	31 51,15	4	12 8*p*.	8 4	3 9	10

FASI DELLA LUNA.

5 Luna piena 2h 3m *ant.*

12 Ultimo quarto 7 41 *pom.*

19 Luna nuova 11 18 *ant.*

26 Primo quarto 2 56 *pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 21m

2 La Luna è in Apogeo 3h *pom.*
18 Id. Perigeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 ad ore 4 m. 48 *pom.*

Marzo 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	6 58	12 31 39,40	6 5	12 55*p.*	8 53*p.*	4 3*a.*	11
61	2	57	31 27,14	7	1 48	9 43	4 50	12
62	3	55	31 14,37	8	2 45	10 31	5 32	13
63	4	53	31 1,12	9	3 47	11 17	6 7	14
64	5	51	30 47,43	11	4 51	——	6 37	15
65	6	50	30 33,29	12	5 55	12 3*a.*	7 4	16
66	7	48	30 18,75	13	7 1	12 47	7 27	17
67	8	46	30 3,80	15	8 7	1 31	7 50	18
68	9	44	29 48,50	16	9 15	2 15	8 13	19
69	10	42	29 32,86	17	10 24	3 0	8 36	20
70	11	41	29 16,90	18	11 36	3 47	9 2	21
71	12	39	29 0,66	20	——	4 37	9 32	22
72	13	37	28 44,14	21	12 48*a.*	5 31	10 9	23
73	14	35	28 27,36	22	1 59	6 28	10 53	24
74	15	33	28 10,37	24	3 6	7 28	11 49	25
75	16	31	27 53,16	25	4 6	8 29	12 55*p.*	26
76	17	29	27 35,75	26	4 55	9 29	2 9	27
77	18	27	27 18,17	27	5 35	10 27	3 27	28
78	19	26	27 0,42	29	6 9	11 23	4 46	29
79	20	24	26 42,52	30	6 38	12 15*p*	6 3	1
80	21	22	26 24,51	31	7 4	1 5	7 17	2
81	22	20	26 6,38	33	7 28	1 53	8 31	3
82	23	18	25 48,16	34	7 53	2 41	9 42	4
83	24	16	25 29,86	35	8 20	3 29	10 50	5
84	25	14	25 11,51	36	8 50	4 18	11 57	6
85	26	12	24 53,12	38	9 23	5 7	——	7
86	27	10	24 34,70	39	10 2	5 57	12 59*a*	8
87	28	9	24 16,29	40	10 46	6 47	1 56	9
88	29	7	23 57,89	41	11 38	7 36	2 47	10
89	30	4	23 39,53	43	12 34*p.*	8 24	3 30	11
90	31	3	23 21,23	44	1 34	9 12	4 7	12

FASI DELLA LUNA.

6 Luna piena	7h 37m	*pom.*
14 Ultimo quarto	4 54	*ant.*
20 Luna nuova	9 51	*pom.*
28 Primo quarto	10 22	*ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 38m

2 La Luna è in Apogeo 4h *ant.*
18 Id. Perigeo 4 *ant.*
29 Id. Apogeo 11 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 ad ore 4 m. 32 *pom.*

Aprile 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h	
91	1	6 1	12 23 3,00	6 45	2 37*p.*	9 57*p.*	4 39*a.*	13
92	2	5 59	22 44,87	46	3 41	10 42	5 6	14
93	3	58	22 26,85	48	4 47	11 26	5 30	15
94	4	56	22 8,99	49	5 54	—	5 53	16
95	5	54	21 51,29	50	7 3	12 11*a.*	6 16	17
96	6	52	21 33,77	52	8 13	12 56	6 39	18
97	7	50	21 16,48	53	9 25	1 43	7 5	19
98	8	48	20 59,41	54	10 39	2 33	7 33	20
99	9	46	20 42,60	55	11 53	3 26	8 8	21
100	10	45	20 26,06	57	—	4 23	8 50	22
101	11	43	20 9,81	58	1 1*a.*	5 22	9 42	23
102	12	41	19 53,88	59	2 3	6 23	10 44	24
103	13	39	19 38,27	7 0	2 53	7 22	11 55	25
104	14	38	19 22,00	2	3 36	8 20	1 10*p.*	26
105	15	36	19 8,09	3	4 10	9 14	2 27	27
106	16	34	18 53,55	4	4 39	10 6	3 43	28
107	17	33	18 39,38	6	5 5	10 55	4 57	29
108	18	31	18 25,61	7	5 30	11 43	6 9	30
109	19	29	18 12,24	8	5 54	12 31*p.*	7 21	1
110	20	27	17 59,29	9	6 19	1 19	8 31	2
111	21	25	17 46,76	11	6 46	2 7	9 40	3
112	22	24	17 34,67	12	7 18	2 57	10 45	4
113	23	22	17 23,02	13	7 55	3 47	11 46	5
114	24	21	17 11,82	14	8 38	4 38	—	6
115	25	19	17 1,08	15	9 27	5 28	12 40*a.*	7
116	26	17	16 50,81	17	10 21	6 17	1 27	8
117	27	16	16 41,01	18	11 20	7 5	2 6	9
118	28	14	16 31,71	19	12 23*p.*	7 51	2 39	10
119	29	13	16 22,90	20	1 26	8 36	3 8	11
120	30	11	16 14,60	22	2 31	9 20	3 34	12

FASI DELLA LUNA.

5 Luna piena 10h 14m *ant.*

12 Ultimo quarto 11 43 *ant.*

19 Luna nuova 8 55 *ant.*

27 Primo quarto 5 41 *ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 30m

13 La Luna è in Perigeo 7h *pom.*
26 Id. Apogeo 7 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 20 ad ore 4 m. 25 *ant.*

Maggio 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						
		Il SOLE			**La LUNA**			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	Età della Luna
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	5 10	12 16 6,81	7 23	3 36*p.*	10 4*p.*	3 57*p.*	13
122	2	8	15 59,75	24	4 44	10 48	4 19	14
123	3	7	15 52,83	25	5 55	11 35	4 41	15
124	4	5	15 46,65	27	7 7	—	5 5	16
125	5	4	15 41,03	28	8 23	12 25*a.*	5 33	17
126	6	3	15 35,98	29	9 39	1 18	6 5	18
127	7	1	15 31,51	30	10 52	2 15	6 46	19
128	8	0	15 27,62	31	11 58	3 15	7 36	20
129	9	4 59	15 24,31	33	—	4 16	8 36	21
130	10	58	15 21,59	34	12 53*a.*	5 17	9 45	22
131	11	56	15 19,47	35	1 38	6 16	11 0	23
132	12	55	15 17,94	36	2 14	7 11	12 15*p.*	24
133	13	53	15 17,00	37	2 44	8 3	1 31	25
134	14	52	15 16,65	38	3 10	8 52	2 45	26
135	15	51	15 16,90	40	3 35	9 39	3 56	27
136	16	50	15 17,73	41	3 58	10 25	5 5	28
137	17	49	15 19,12	42	4 21	11 12	6 15	29
138	18	48	15 21,09	43	4 47	12 0*p.*	7 24	1
139	19	47	15 23,63	44	5 17	12 48	8 31	2
140	20	46	15 26,71	45	5 51	1 38	9 34	3
141	21	45	15 30,33	46	6 31	2 29	10 32	4
142	22	44	15 34,48	47	7 27	3 20	11 22	5
143	23	43	15 39,14	48	8 10	4 19	—	6
144	24	42	15 44,29	49	9 8	4 58	12 4*a.*	7
145	25	41	15 49,94	50	10 9	5 45	12 40	8
146	26	40	15 56,07	51	11 11	6 30	1 10	9
147	27	40	16 2,66	52	12 15*p.*	7 13	1 37	10
148	28	39	16 9,70	53	1 19	7 56	2 0	11
149	29	39	16 17,19	54	2 25	8 40	2 24	12
150	30	38	16 25,10	55	3 34	9 25	2 44	13
151	31	37	16 33,43	56	4 44	10 13	3 6	14

FASI DELLA LUNA.

4	Luna piena	9h 59m *pom.*
11	Ultimo quarto	5 11 *pom.*
18	Luna nuova	9 8 *pom.*
26	Primo quarto	11 24 *pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 8m

8 La Luna è in Perigeo 11h *pom.*
24 Id. Apogeo 1 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 21 ad ore 4 m. 37 *ant.*

Giugno 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			**La LUNA**			
dell'Anno	del mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	4 37	12 16 42,17	7 57	5 59*p.*	11 4*p.*	3 31*a.*	15
153	2	36	16 51,29	58	7 16	—	4 2	16
154	3	36	17 0,79	59	8 33	12 0*a.*	4 38	17
155	4	35	17 10,68	59	9 45	1 0	5 24	18
156	5	35	17 20,89	8 0	10 46	2 3	6 22	19
157	6	35	17 31,45	1	11 37	3 7	7 40	20
158	7	34	17 42,34	1	—	4 8	8 46	21
159	8	34	17 53,64	2	12 16*a.*	5 6	10 4	22
160	9	33	18 5,01	2	12 49	6 0	11 21	23
161	10	33	18 16,76	3	1 16	6 50	12 34*p.*	24
162	11	33	18 28,76	4	1 39	7 37	1 47	25
163	12	33	18 40,99	4	2 3	8 24	2 57	26
164	13	32	18 53,41	5	2 26	9 9	4 5	27
165	14	32	19 6,01	5	2 51	9 56	5 13	28
166	15	32	19 18,77	6	3 18	10 43	6 20	29
167	16	32	19 31,65	6	3 51	11 33	7 24	30
168	17	32	19 44,63	6	4 28	12 23*p.*	8 24	1
169	18	32	19 57,67	7	5 12	1 14	9 16	2
170	19	33	20 10,76	7	6 2	2 4	10 1	3
171	20	33	20 23,86	7	6 58	2 53	10 40	4
172	21	33	20 36,94	8	7 58	3 40	11 12	5
173	22	34	20 49,98	8	9 0	4 25	11 39	6
174	23	34	21 2,95	8	10 2	5 9	—	7
175	24	34	21 15,84	8	11 6	5 51	12 3*a.*	8
176	25	34	21 28,60	8	12 10*p.*	6 34	12 25	9
177	26	35	21 31,21	8	1 15	7 17	12 46	10
178	27	35	21 53,68	8	2 23	8 2	1 5	11
179	28	36	22 5,95	8	3 34	8 50	1 32	12
180	29	36	22 18,01	8	4 49	9 43	1 59	13
181	30	37	22 29,86	8	6 6	10 41	2 31	14

FASI DELLA LUNA.

3 Luna piena 7h 24m *ant.*

9 Ultimo quarto 10 40 *pom.*

17 Luna nuova 10 48 *ant.*

25 Primo quarto 2 43 *pom.*

Il giorno nel mese cresce di 0h 2m

5 La Luna è in Perigeo 11 *ant.*
21 Id. Apogeo 5 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 12 m. 42 *pom.*

Luglio 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						
		Il SOLE			La LUNA			Età della Luna
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
182	1	4 37	12 22 41,47	8 8	7 21p.	11 43p.	3 12a.	15
183	2	38	22 52,80	8	8 30	—	4 4	16
184	3	38	23 3,86	7	9 27	12 48a.	5 9	17
185	4	39	23 14,62	7	10 12	1 53	6 24	18
186	5	40	23 25,08	7	10 48	2 55	7 44	19
187	6	40	23 35,21	7	11 19	3 52	9 4	20
188	7	41	23 45,00	6	11 44	4 45	10 22	21
189	8	42	23 54,43	6	—	5 35	11 36	22
190	9	42	24 3,50	5	12 8a.	6 22	12 48p.	23
191	10	43	24 12,18	5	12 32	7 8	1 57	24
192	11	44	24 20,45	4	12 55	7 54	3 5	25
193	12	45	24 28,30	3	1 22	8 41	4 12	26
194	13	46	24 35,71	3	1 52	9 29	5 16	27
195	14	47	24 42,65	2	2 27	10 19	6 17	28
196	15	48	24 49,12	1	3 9	11 9	7 12	29
197	16	48	24 55,09	1	3 57	12 0p.	8 0	30
198	17	49	25 0,54	0	4 51	12 49	8 41	1
199	18	50	25 5,46	7 59	5 50	1 37	9 14	2
200	19	51	25 9,84	58	6 51	2 23	9 43	3
201	20	52	25 13,67	57	7 54	3 7	10 7	4
202	21	53	25 16,93	56	8 56	3 49	10 29	5
203	22	54	25 19,60	55	10 0	4 31	10 50	6
204	23	55	25 21,68	54	11 3	5 13	11 11	7
205	24	56	25 23,18	53	12 9p.	5 56	11 33	8
206	25	57	25 24,06	52	1 17	6 41	11 57	9
207	26	59	25 24,33	51	2 27	7 31	—	10
208	27	5 0	25 23,80	50	3 42	8 24	12 26a.	11
209	28	1	25 23,07	49	4 56	9 23	1 2	12
210	29	2	25 21,50	48	6 8	10 26	1 47	13
211	30	3	25 19,32	47	7 10	11 31	2 45	14
212	31	4	25 16, 4	45	8 2	—	3 55	15

FASI DELLA LUNA.

2	Luna piena	3h	13m	*pom.*
9	Ultimo quarto	5	33	*ant.*
17	Luna nuova	1	39	*ant.*
25	Primo quarto	3	34	*ant.*
31	Luna piena	10	14	*pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 50m.

3 La Luna è in Perigeo 4 *pom.*
18 Id. Apogeo 2 *pom.*
31 Id. Perigeo 12 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 ad ore 2 m. 37 *pom.*

Agosto 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA															Età della Luna
		Il SOLE							**La LUNA**								
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano			tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta				
		h	m	h	m	s	h	m	h	m	h	m	h	m			
213	1	5	5	12	25	13,14	7	44	8	43*p*.	12	35*a*.	5	15*a*.			16
214	2		6		25	9,13		43	9	16	1	36	6	38			17
215	3		7		25	4,53		41	9	45	2	33	7	59			18
216	4		9		24	59,34		40	10	11	3	26	9	17			19
217	5		10		24	53,57		38	10	34	4	16	10	33			20
218	6		11		24	47,22		37	10	59	5	3	11	45			21
219	7		12		24	40,30		36	11	24	5	51	12	56*p*.			22
220	8		13		24	32,83		35	11	54	6	38	2	4			23
221	9		15		24	24,78		33	—		7	27	3	10			24
222	10		16		24	16,18		32	12	28*a*.	8	16	4	12			25
223	11		17		24	7,02		30	1	8	9	8	5	9			26
224	12		18		23	57,31		28	1	54	9	56	5	59			27
225	13		19		23	47,06		27	2	46	10	46	6	41			28
226	14		20		23	36,27		25	3	43	11	34	7	16			29
227	15		22		23	24,94		24	4	44	12	21*p*.	7	46			1
228	16		23		23	13,07		22	5	46	1	5	8	12			2
229	17		24		23	0,68		20	6	49	1	48	8	35			3
230	18		25		22	47,78		19	7	53	2	30	8	56			4
231	19		26		22	34,37		17	8	56	3	11	9	16			5
232	20		28		22	20,47		16	10	0	3	54	9	37			6
233	21		29		22	6,08		14	11	6	4	37	10	0			7
234	22		30		21	51,21		12	12	14*p*.	5	24	10	26			8
235	23		31		21	35,88		11	1	25	6	15	10	58			9
236	24		32		21	20,11		9	2	38	7	10	11	37			10
237	25		34		21	3,90		7	3	49	8	9	—				11
238	26		35		20	47,26		6	4	53	9	11	12	28*a*.			12
239	27		36		20	30,22		4	5	49	10	14	1	41			13
240	28		37		20	12,79		2	6	35	11	16	2	45			14
241	29		38		19	54,98		0	7	11	—		4	6			15
242	30		40		19	36,83	6	58	7	42	12	15*a*.	5	29			16
243	31		41		19	18,35		57	8	9	1	11	6	50			17

FASI DELLA LUNA.

7	Ultimo quarto	3h	9m	*pom.*
15	Luna nuova	5	10	*pom.*
23	Primo quarto	2	10	*pom.*
30	Luna piena	5	25	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 25m.

14 La Luna è in Apogeo 5h *pom.*
29 Id. Perigeo 10 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 ad ore 6 m. 16 *ant.*

Settembre 1890.

GIORNO dell'Anno	GIORNO del Mese	Il Sole nasce	Il Sole passa al meridiano	Il Sole tramonta	La Luna nasce	La Luna passa al meridiano	La Luna tramonta	Età della Luna
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	5 42	12 18 59,57	6 55	8 34*p.*	2 3*a.*	8 9*a.*	18
245	2	43	18 40,51	53	8 59	2 53	9 29	19
246	3	44	18 21,19	51	9 24	3 42	10 39	20
247	4	46	18 1,62	49	9 53	4 31	11 51	21
248	5	47	17 41,84	47	10 26	5 21	1 0*p.*	22
249	6	48	17 21,85	45	11 4	6 11	2 4	23
250	7	49	17 1,67	44	11 49	7 1	3 4	24
251	8	50	16 41,33	42	—	7 52	3 56	25
252	9	52	16 20,83	40	12 40*a*	8 42	4 40	26
253	10	53	16 0,19	38	1 35	9 31	5 18	27
254	11	54	15 39,43	36	2 36	10 18	5 50	28
255	12	55	15 18,57	34	3 38	11 3	6 17	29
256	13	56	14 57,61	32	4 41	11 47	6 40	30
257	14	58	14 36,58	30	5 45	12 39*p.*	7 1	1
258	15	59	14 15,49	28	6 49	1 11	7 22	2
259	16	6 0	13 54,37	27	7 53	1 58	7 43	3
260	17	1	13 33,23	25	8 59	2 37	8 5	4
261	18	2	13 12,09	23	10 7	3 22	8 29	5
262	19	4	12 50,97	21	11 17	4 11	8 58	6
263	20	5	12 29,89	19	12 28*p.*	5 3	9 34	7
264	21	6	12 8,85	17	1 38	5 59	10 19	8
265	22	7	11 47,88	15	2 43	6 59	11 16	9
266	23	8	11 27,00	13	3 41	8 0	—	10
267	24	10	11 6,22	11	4 28	9 1	12 23*a.*	11
268	25	11	10 45,59	9	5 7	9 59	1 39	12
269	26	12	10 25,11	8	5 39	10 55	3 0	13
270	27	13	10 4,80	6	6 7	11 48	5 21	14
271	28	14	9 44,70	4	6 33	—	6 41	15
272	29	16	9 24,83	2	6 57	12 39*a.*	8 58	16
273	30	17	9 5,22	0	7 23	1 29	4 15	17

FASI DELLA LUNA.

6 Ultimo quarto 4h 19m *ant.*

14 Luna nuova 8 43 *ant.*

21 Primo quarto 10 55 *pom.*

28 Luna piena 1 50 *pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 33m.

10 La Luna è in Apogeo 12h *pom.*
26 Id. Perigeo 5 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 23 ad ore 3 m. 12 *ant.*

Ottobre 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA							Età della Luna
		Il Sole			La Luna				
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
274	1	6 18	12 8 45,89	5 58	7 50*p*.	2 19*a*	9 30*a*		18
275	2	19	8 26,87	56	8 22	3 10	10 42		19
276	3	21	8 8,19	54	8 59	4 1	11 51		20
277	4	23	7 49,85	52	9 42	4 53	12 55*p*.		21
278	5	24	7 31,88	51	10 30	5 45	1 51		22
279	6	25	7 14,30	49	11 25	6 36	2 39		23
280	7	26	6 57,13	47	——	7 25	3 18		24
281	8	27	6 40,38	45	12 25*a*.	8 13	3 52		25
282	9	28	6 24,08	43	1 26	8 59	4 21		26
283	10	29	6 8,24	42	2 30	9 43	4 35		27
284	11	31	5 52,88	40	3 33	10 26	5 7		28
285	12	32	5 38,02	38	4 38	11 8	5 27		29
286	13	33	5 23,67	36	5 43	11 51	5 47		1
287	14	34	5 9,85	35	6 49	12 34*p*	6 9		2
288	15	36	4 56,58	33	7 57	1 19	6 32		3
289	16	37	4 43,86	31	9 8	2 8	7 0		4
290	17	39	4 31,72	29	10 20	3 0	7 33		5
291	18	40	4 20,17	28	11 31	3 55	8 16		6
292	19	41	4 9,22	26	12 38*p*	4 53	9 8		7
293	20	43	3 58,88	24	1 37	5 53	10 11		8
294	21	44	3 49,17	23	2 27	6 52	11 23		9
295	22	45	3 40,10	21	3 7	7 50	——		10
296	23	47	3 31,67	19	3 40	8 45	12 40*a*		11
297	24	48	3 23,93	18	4 8	9 37	1 59		12
298	25	49	3 16,88	16	4 34	10 28	3 27		13
299	26	51	3 10,54	14	4 58	11 17	4 34		14
300	27	52	3 4,92	13	5 22	——	5 50		15
301	28	54	3 0,06	11	5 58	12 7*a*.	7 5		16
302	29	55	2 55,96	10	6 18	12 57	8 19		17
303	30	56	2 52,63	8	6 52	1 48	9 32		18
304	31	58	2 50,10	7	7 32	2 41	10 39		19

FASI DELLA LUNA.

5	Ultimo quarto	9h	13m	*pom.*
13	Luna nuova	11	55	*pom.*
21	Primo quarto	6	26	*ant.*
27	Luna piena	12	32	*pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 34m.

8 La Luna è in Apogeo 3h *pom.*
24 Id. Perigeo 11 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 ad ore 11 m. 46 *ant.*

Novembre 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	6 59	12 2 48,38	5 6	8 19*a.*	3 34*a.*	11 40*a.*	20
306	2	7 1	2 47,46	4	9 13	4 26	12 33*p*	21
307	3	2	2 47,29	3	10 11	5 17	1 17	22
308	4	3	2 48,12	1	11 13	6 7	1 52	23
309	5	5	2 49,70	0	——	6 53	2 22	24
310	6	6	2 52,12	4 59	12 16*a.*	7 38	2 48	25
311	7	7	2 55,40	58	1 20	8 21	3 10	26
312	8	9	2 59,53	56	2 23	9 3	3 31	27
313	9	10	3 4,52	55	3 27	9 45	3 51	28
314	10	12	3 10,37	54	4 34	10 28	4 12	29
315	11	13	3 17,09	53	5 42	11 13	4 35	30
316	12	14	3 24,66	52	6 52	12 1*p.*	5 1	1
317	13	16	3 33,08	51	8 6	12 52	5 32	2
318	14	17	3 42,34	49	9 19	1 48	6 12	3
319	15	19	3 52,46	48	10 30	2 47	7 2	4
320	16	20	4 3,40	47	11 34	3 47	8 3	5
321	17	21	4 15,16	47	12 27*p.*	4 48	9 13	6
322	18	23	4 27,73	46	1 10	5 46	10 29	7
323	19	24	4 41,11	46	1 44	6 41	11 46	8
324	20	25	4 55,27	45	2 13	7 33	——	9
325	21	27	5 10,23	44	2 37	8 22	1 2*a.*	10
326	22	28	5 25,98	43	3 1	9 10	2 18	11
327	23	29	5 42,49	42	3 24	9 58	3 32	12
328	24	30	5 59,76	42	3 49	10 47	4 46	13
329	25	32	6 17,80	41	4 16	11 37	5 59	14
330	26	33	6 36,58	40	4 48	——	7 11	15
331	27	34	6 56,10	39	5 24	12 29*a.*	8 21	16
332	28	35	7 16,35	39	6 9	1 22	9 26	17
333	29	37	7 37,29	38	7 0	2 15	10 23	18
334	30	38	7 58,93	38	7 58	3 8	11 11	19

FASI DELLA LUNA.

4 Ultimo quarto 5h 3m *pom.*

12 Luna nuova 2 27 *pom.*

19 Primo quarto 1 34 *pom.*

26 Luna piena 2 13 *pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 9m.

5 La Luna è in Apogeo 10h *ant.*
18 Id. Perigeo 6 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 8 m. 39 *ant.*

Dicembre 1890.

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						
		Il SOLE			**La LUNA**			Età della Luna
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
335	1	7 39	12 8 21,25	4 37	8 59*p*	3 58*a*.	11 51*a*.	20
336	2	40	8 44,20	37	10 2	4 46	12 24*p*.	21
337	3	41	9 7,80	37	11 5	5 32	12 51	22
338	4	42	9 32,01	36	—	6 15	1 14	23
339	5	43	9 56,80	36	12 8*a*.	6 57	1 35	24
340	6	44	10 22,16	36	1 11	7 39	1 55	25
341	7	45	10 48,05	35	2 16	8 20	2 15	26
342	8	46	11 14,46	36	3 21	9 4	2 36	27
343	9	47	11 41,35	36	4 31	9 50	3 1	28
344	10	48	12 8,68	36	5 43	10 40	3 29	29
345	11	49	12 36,43	36	6 58	11 34	4 5	30
346	12	50	13 4,56	36	8 12	12 33*p*.	4 51	1
347	13	51	13 33,04	36	9 22	1 35	5 49	2
348	14	51	14 1,82	36	10 20	2 38	6 59	3
349	15	52	14 30,87	36	11 9	3 39	8 16	4
350	16	53	15 0,14	37	11 46	4 36	9 34	5
351	17	54	15 29,61	37	12 17*p*.	5 30	10 53	6
352	18	54	15 59,23	37	12 43	6 20	—	7
353	19	55	16 28,96	37	1 7	7 8	12 8*a*.	8
354	20	55	16 58,80	37	1 29	7 56	1 22	9
355	21	55	17 28,69	38	1 53	8 43	2 35	10
356	22	56	17 58,61	38	2 18	9 31	3 46	11
357	23	56	18 28,53	38	2 47	10 21	4 58	12
358	24	56	18 58,41	39	3 21	11 13	6 7	13
359	25	56	19 28,22	39	4 3	—	7 13	14
360	26	57	19 57,95	40	4 51	12 6*a*.	8 13	15
361	27	57	20 27,54	41	5 46	12 59	9 5	16
362	28	57	20 56,97	42	6 46	1 50	9 48	17
363	29	58	21 26,23	43	7 49	2 40	10 23	18
364	30	58	21 55,25	44	8 52	3 26	10 52	19
365	31	58	22 23,03	45	9 55	3 50	11 17	20

FASI DELLA LUNA.

4 Ultimo quarto	2h 16m	*pom.*
12 Luna nuova	4 1	*ant.*
18 Primo quarto	9 26	*pom.*
26 Luna piena	6 47	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 16m.

3 La Luna è in Apogeo 7 *ant.*
15 Id. Perigeo 1 *ant.*
31 Id. Apogeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 ad ore 9 m. 34 *pom.*

ECCLISSI

(1890)

Giugno 17. — Ecclisse anulare di Sole, visibile a Torino come ecclisse parziale.

Principio a	8^h	54^m	ant. (t. m. di Roma)
Metà a	9	36	»
Fine a	11	43	»

Grandezza dell' ecclisse = 0,55 del diametro solare.

Gli angoli che fa il diametro che va al polo nord coi diametri che vanno ai punti del primo contatto e dell' ultimo passando per l' Est sono rispettivamente di:

228° pel primo contatto, e
100 per l' ultimo contatto.

Novembre 26. — Ecclisse parziale di Luna, invisibile a Torino; visibile nell' Oceano Pacifico, nell' Australia, in parte dell' Asia e dell' Arabia.

Dicembre 11. — Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino; visibile nella parte meridionale dell'Australia, nell' Oceano Indiano e nelle regioni del Polo Antartico.

L' Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Novembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice-Presidente dell'Accademia, B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, V. PROMIS, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Presidente annunzia la perdita del Socio Luigi BELLARDI, ricorda i costanti suoi studi delle scienze naturali, ed i suoi meriti scientifici per le pubblicazioni da lui fatte, e pel suo insegnamento.

Il Vice-Presidente annunzia alla Classe la recente perdita del Socio Straniero Barone DE WITTE, ed indica i principali servizi resi alla scienza da questo valente archeologo e nummografo.

Il Socio Barone BOLLATI DI SAINT-PIERRE offre, a nome dell'Autore, il Socio non residente Barone Domenico CARUTTI, il volume che ha per titolo: « *Regesta comitum Sabaudiae Marchionum in Italia, ab ultima stirpis origine ad annum MCCLIII* », che fu pubblicato per cura della R. Deputazione di Storia patria.

Il Socio Prof. NANI offre, per parte dell'autore Giovanni SERVAIS, il libro « *La Neustrie sous les Merovingiens, suivie de Frédégonde, tragédie en cinq actes* etc. ».

Il Socio Prof. COGNETTI DE MARTIJS presenta la relazione della Commissione ministeriale sopra il palazzo di S. Giorgio in Genova - *Demolizione o conservazione;* della quale Commissione egli fece parte e che conchiuse per la conservazione dell'edifizio storico.

Il Socio Barone MANNO offre, a nome del Conte Vincenzo BRUNO di TORNAFORTE, un opuscolo intitolato: « *Il Generale Francesco Bruno di Tornaforte, comandante la fortezza di Ceva nel* 1796, preceduto da due lettere.

Il Socio Dott. FERRERO offre, a nome dell'autore Canonico Carlo VASSALLO, un lavoro che hà per titolo: « *Fabrizio Maramaldo e gli Agostiniani in Asti* ».

Lo stesso Socio legge un lavoro « *Sulle mura d'Asti* » del Prof. Canonico Carlo VASSALLO.

LETTURE

Le mura della città d'Asti.

Nota del Canonico Prof. CARLO VASSALLO

Abbiamo intorno alle mura d'Asti nella cronica di Ogerio Alfieri due asserzioni che sarebbero contradditorie, se non si riferissero a tempi diversi. La prima è questa (N. 27): *Eodem anno* (1190) *quo civitas Astensis incepit habere potestatem erat dicta civitas de sepis* (il Muratori stampò *de spinis) clausa, et non erat in ipsa civitate domus aliqua de matonis novis.* Parlando poi al N. 44 de' suoi tempi scriveva: *Anno Domini* MCCLXXX *civitas Astensis per gratiam Dei facta est quasi nova plena divicijs clausa bonis muris et novis et plena multis hedificijs turribus palacijs et domibus novis quasi tota.* Tanta mutazione in meglio avevano prodotto la libertà, il commercio e l'operosità, non ancora divisa, dei cittadini!

Ma, se le guerre avevano nel medio evo distrutto le mura d'Asti, non si può negare che essa fosse stata un tempo bene affortificata sotto i Romani, quando il timido imperatore Onorio osò aspettarvi di piè fermo il re goto Alarico; nè certamente senza di ciò, dopo la vittoria riportatane da Stilicone, Claudiano avrebbe celebrato le *moenia vindicis Astae.*

Di quelle mura romane Antonio Astesano nel suo poema *De varietate fortunae*, lib. 11, cap. V, (pubblicato dal Muratori nel *Rerum italicarum scriptores)*, mostrava qualche rudero ancora oggidì esistente presso la chiesa di Santa Caterina:

> Non procul a templo, quod sancti a turre Secundi
> Nomen habet, quo non est magis urbe vetus.

Tale è anche il muro, il quale, secondo una perizia giurata, attraversa la cupola della chiesa della Collegiata di San Secondo. Ed anche in altri luoghi, se non certo, è per lo meno probabile che le nuove costruzioni siano state fondate sulle antiche mura romane.

Il Grassi trattò quest'argomento nella sua *Storia d'Asti* (vol. I, p. 191-99), e notò che al vescovo Rosone era stato da Ottone il Grande concesso nel 969 di potere *castella, turres, merulas, munitiones, fossas, fossata cum propugnaculis struere et edificare.* Queste poche linee perciò servono non tanto a compiere e correggere talvolta il lavoro del Grassi, quanto ad indicare qual fosse pochi anni addietro il giro delle mura, le quali ora vanno poco alla volta scomparendo.

Chi per poco osservi lo stato presente delle mura, e poi consideri le carte topografiche del Lauro del 1639, del *Theatrum Statuum* del 1700, e quella stampata in Asti nel 1837, non può fare a meno di cominciarne la descrizione dal Castello, chiamato un tempo *castrum Episcopi*, perchè vi dimorarono i vescovi d'Asti dal 938 sino al principio del secolo XV (da Bruningò ad Alberto Guttuario).

Infatti la città antica ebbe suo principio fra il Castello Vecchio ed il Varrone, come appunto comincia la sua cronica Ogerio Alfieri: *Civitas Astensis ab antiquo tempore condita fuit inter castrum quod modo dicitur castrum episcopi, et Castelatium seu turris Varronis* (secondo il Muratori *Vallorum*). E quello era chiamato *Castelatium* non solo per distinguerlo dal *Castello Vecchio,* ma forse anche da un altro che trovo nominato *Castelletto*, il quale sorgeva presso le presenti carceri, a proteggere la porta poi chiusa di San Lorenzo, onde usciva la via che di là tendeva a *Ripa rupta*, cioè a *Viatosto.*

Secondo il Grassi la costruzione delle nuove mura, comin-

ciata nel 1280, fu terminata nel 1310; e cita un imprestito di L. 2050 astesi fatto a quest'uopo nel 1280 al Comune da Giovanni Mignano Solaro *pro clausura civitatis Astensis et burgorum, et spaldis reficiendis et fossatis burgorum aptandis*, etc. Ma ciò non è esatto, sia perchè già prima d'allora Asti aveva alte e poderose torri, sia perchè la città la quale aveva vinti i principi sabaudi e steso il suo dominio sino alle Alpi, e si era messa alla testa della resistenza contro gli Angioini, il Comune insomma più potente del Piemonte, non aveva certo aspettato tanto tempo a cingersi di mura; sia infine perchè così non suonano le parole del citato documento, il quale, parlando di *clausura civitatis et burgorum, et spaldis reficiendis et fossatis burgorum aptandis*, lascia supporre che preesistessero mura, spaldi e fossati, e solamente si trattasse di riattamenti e restaurazioni; di dare in una parola l'ultima mano all'opera, la quale importò ben maggiore spesa che quella dell'imprestito menzionato dal Grassi.

Faccio ancora due altre osservazioni prima di mettermi in cammino. Il Grassi pubblicò il facsimile (vedi loc. cit.) di una iscrizione che si legge in una lapide infitta poco fa nelle mura della città nel giardino della casa Pelletta, ora Calabiana, la quale ora si trova nel Museo archeologico registrata al N. 3"; e, prendendone il nome *Bucafol* per un fortilizio allora chiamato *battifolle*, ne dà un'erronea spiegazione. Poichè la costruzione di quella parte delle mura, le più forti d'Asti, è da attribuirsi ad *Uberto Buccafollo*, podestà d'Asti, il cui nome compare in non meno di 15 documenti del codice Malabaila. Il Sella ed il Vayra lo fanno podestà in Asti nel 1215-16, e notano che Agostino Della Chiesa lo trasporta al 1249. Può darsi che egli sia stato varie volte podestà d'Asti. Ma comunque sia di queste date, le mura da lui edificate sono sempre di molto anteriori al 1280 del Grassi. Queste si estendevano sino al Varrone, il quale secondo il Grassi, *consisteva in una piattaforma quadrata, che, per mezzo di un ponte soprastante al fosso, comunicava con un torrione sporgentesi fuori delle mura, il quale si chiama dall'Astesano la torre del Vallone, turris Valloni.* Noto per altro ancora che nella carta del 1639 si vedono sul Varrone non una sola ma cinque torri altissime, sorgenti tuttavia non *extra*, ma *intra muros*. Probabilmente l'Astesano scriveva di un'altra torre posta più in basso, e che il Grassi diceva ancora esistente

nel 1760; infatti il poeta pone quella torre presso la porta di Sant'Antonio (vedi loc. cit.):

> Atque inter turrim Valloni, quam prope nunc est
> Quae sancti Antoni nomine Porta tenet:

Confesso per altro che non so difendermi dal sospetto, che la *turris Valloni* dell'Astesano fosse quella di Santa Caterina, la cui parte inferiore è creduta di costruzione romana.

Dal Varrone adunque si dipartivano due giri di mura; le une più alte e robuste e le altre meno; delle quali le prime cingevano la città, le seconde anche alcuni borghi. Ciò si vede chiaramente nelle carte del 1639 e del 1700, e si argomenta ancora meglio dalla parte che ne rimane in piedi.

Infatti si vede ancora il primo muro scendere contro il terrapieno di casa Casabianca già Pelletta, e alzarsi dietro la casa Aimassi verso il corso Vittorio Alfieri, al di là del quale gli corrisponde un altro muro coi buchi entro i quali erano murati gli arpioni di una porta. Di lì, passata la porta di Sant'Antonio, continuava a scendere sino al Santuario della Madonna del Portone che ne costituiva un'altra porta (1). Passando quindi per il giardino del Carmine, ora quartiere di questo nome, andava a finire ove ora sorge San Rocco, onde il muro si protende ancora intatto sino a San Paolo fra le vie *Monte di Pietà* e *Brofferio*, e forma quasi la spina dorsale delle case che vi sono addossate a destra ed a sinistra, anzi talora appare nei cortili e sorge sugli edifizi dando luogo a balconi e terrazzi. Il muro scompare in via *Cavour*, ma possiamo seguirne le tracce sulla piazza *Astesano*, ove sorgeva il convento degli Agostiniani di Santa Maria delle Grazie, i quali ottennero nel 1538 dal Duca Emmanuele Filiberto di abbatterne la parte che s'innalzava nel loro giardino presso l'antica cittadella

(1) Presso la Madonna del Portone, dovendosi ricostrurre un muro fra il giardino e l'orto dell'Opera Isnardi, nel mese scorso si vide che esso lasciava indietro verso la casa un muro più antico e più robusto; e sotto il muro più recente che ora si sta rifabbricando si trovarono a mezzo metro ed anche ad un metro di profondità varie monete ed una lucernetta fittile, su cui si legge in bei caratteri il nome del vasellaio FESTI; e sul frammento di un'altra SABINI. Le monete sono assai corrose; e tuttavia una di esse ci presenta in un bronzo di prima forma una bella testa di Traiano. Onde si argomenta che là appunto nel pomerio esterno esistessero delle tombe romane.

verso la Madonnina; come si legge nel documento N. IX da me riferito nello scritto pubblicato nel vol. XXVIII della *Miscellanea di Storia italiana: Fabrizio Maramaldo* e *gli Agostiniani in Asti.* Procedeva quindi anticamente verso San Secondo, in modo che un pilastro della cupola di questa chiesa è fondato su un muro probabilmente romano secondo i dati che ci porge una perizia giurata del 20 agosto 1755, esistente nell'Archivio di San Secondo; ma poscia nell'allargamento di questa chiesa il muro si avanzò verso la presente piazza Alfieri; e poi, lasciando tracce di sè nel palazzo Guglielminetti e seguendo di qua la Valbrenta, andava a rannodarsi al Castello Vecchio.

Dal Varrone si distaccava parimente la seconda cerchia, la quale, abbracciando il borgo di Santa Caterina, si vede ancora scendere sino alla *bealera* dei molini; e si sa che di lì correva sino alla porta di San Rocco; onde passando a destra della *bealera*, anzi all'opposto lembo della via di circonvallazione, girava intorno ai molini, e, piegando verso la stazione della ferrovia, come si vede ancora in una torretta che ne rimane in quegli orti, traversava quel luogo dinanzi alla chiesa, ora demolita, (1882) della Madonna di Loreto; e, lasciata l'apertura della porta di S. Quirico, volgevasi al nord avanzandosi verso la presente gradinata della piazza del mercato sino a terminare ad angolo di fronte ai portici del palazzo Pogliani; proseguiva poi verso levante sino dietro la chiesa di S. Secondo in Vittoria, per ripiegare al nord verso la porta di S. Pietro, e poi avanzarsi verso il colle di Monte Rainero, circondarlo per scendere quindi in Valbrenta; onde in fine s'innalzava di nuovo sino al Castello Vecchio. Dal giardino pubblico sino al Castello le mura esistono ancora benchè recentemente mozzate ed in un luogo, non molti anni addietro, di nuovo innalzate per servire di appoggio al giuoco del pallone.

Bisogna per altro che spieghi meglio quello che ho detto del passare e ripassare delle mura sulla *bealera* dei molini, perchè in realtà, quando quelle mura furono costrutte, la *bealera* non esisteva ancora, essendo essa stata scavata per concessione di Luigi Duca d'Orleans il 23 ottobre 1397, e della sua consorte Valentina Visconti il 21 aprile 1398. Essa inoltre seguiva da prima ben diversa direzione, poichè entrando nei borghi, e passando per la via dei *Filanti*, ora occupata dal quartiere di S. Carlo, dava moto a molti telai; e quindi, seguendo il corso

del primo cerchio delle mura, si avanzava nella direzione della via *Brofferio*, come appare da certe cantine fatte nell' antico letto della *bealera*, e si legge chiaramente nelle carte dell'antico ospedale di S. Evasio, esistenti ora nell'archivio della Confraternita della SS. Trinità.

In entrambe le cinte si aprivano molte porte, sette in entrambe secondo il Grassi (ridotte nel nostro secolo a sole quattro, a quelle cioè di Santa Caterina, S. Rocco, S. Quirico e San Pietro). Nella prima cerchia, dopo quella già accennata di San Lorenzo presso le carceri, si apriva la porta rossa (*porta turris rubeae*), poi quella di S. Giuliano, di cui rimane ancora il nome nella piazzetta di S. Giulianetto presso il quartiere del Carmine; divenuta ora la chiesa della Madonna del Portone. La quarta era quella di S. Martino nella via Roero; la quinta presso San Francesco vicino al luogo ove ora sorge l'asilo infantile Anfossi; la sesta presso S. Paolo; la settima, detta di *S. Maria Nuova* colà dove il corso Alfieri sbocca sulla piazza ora chiamata col nome del sommo tragico. Questa nella carta del 1700 compare fortificata, e munita di ponte levatoio.

Nella seconda cerchia, piegando dalle radici del Varrone verso il Borbore, sorgeva la porta di S. Antonio; la seconda dirimpetto al ponte sul Borbore detta *porta arcus;* la terza, notata nelle carte topografiche col nome di S. Secondo, divenne poi dopo l'edificazione di S. Rocco, porta appunto di S. Rocco; la quarta di S. Quirico dove ora termina la via *Cavour*, poi la porta degli orti (*porta vivarii*), quindi la porta di S. Pietro; e infine quella ancora esistente, benchè murata, alle radici di Monte Rainero, detta *porta del Monferrato.*

Intorno a queste porte occorrono alcune spiegazioni. La porta di S. Antonio era anche dal popolo chiamata *porta furum* per la ragione che ora il borgo di S. Lazaro è volgarmente detto di San *lader* (ladro). Infatti la *porta furum* per vari ponti, (e che ve ne fossero almeno tre si argomenta dall'antica chiesa di *S. Margarita de tribus pontibus*), per vari ponti, dico, dava adito alla valle ora chiamata *Vallarone*, che è una mutazione a rovescio, cioè un ringentilimento di *Vallis latronum*, come a Savigliano la via della *Furia* è un eufemismo di via *fura;* e del resto il francesismo *laron* è prossimo parente del *laro* di Ezzelino da Romano nelle novelle antiche.

La *porta arcus* fu, secondo il Grassi, detta *dall'arco trion-*

fale eretto secondo la tradizione in onore di Pompeo, il quale era situato un tempo in quei dintorni. Quest'arco trionfale di Pompeo Magno va posto col famoso ponte marmoreo che il Grassi (I, p. 46), sulla fede del pseudo Raimondo Turco (vedi Pasini, II, p. 282-83) scrisse essere stato edificato sul Tanaro da Giulio Cesare, e ne riportò l'iscrizione. Quest'arco appare nel quadro registrato al N. 2° del catalogo provvisorio del museo archeologico; e certamente esisteva la *Porta arcus*, poichè ne parla nella sua cronica Guglielmo Ventura, dove a cap. XXXIII (*Mon. hist. patr.* III vol. *Scriptorum*, c. 744) scrive che il 5 maggio 1303 i Solari (allora *forenses*, cioè fuorusciti) *Ast venerunt et burgum apostolorum intraverunt sine contradictione alicuius usque ad pontem Apostolorum...* e che i Castelli *contra Solarios euntes ad portam* ARCHUS *eosdem invenerunt*, e li inseguirono *usque ad monasterium Sanctae Annae.* Ma i Solari *conversa facie.. irruerunt in eos usque ad portam* ARCHUS... *Dum appropinquarent portam* ARCHUS *invenerunt eam igne accensam, et intrantes civitatem iverunt*, etc. E bisogna che questa fosse parte illustre della città, perchè nelle dedizioni e nelle infeudazioni riportate nel codice Malabaila i nobili del contado, entrando a far parte della cittadinanza astigiana, stipulavano di voler essere eguali ai nobili abitanti presso la *porta arcus.*

La porta di S. Quirico dicesi sia stata aperta nel 1283, quando, per ricevere il corpo del Santo, ivi si abbatterono le mura; come viceversa sia stata chiusa quella del Monferrato dopo l'ingresso per essa fatto dall'imperatore Carlo V (Vedi il Grassi, I, 199), applicandogli con profana adulazione il testo scritturale: *Haec porta clausa erit, non aperietur, et vir non intrabit per eam: quoniam Dominus Deus Israel ingressus est per eam, eritque clausa* (Ezechiel, XLIV, 2).

Come si sa dalla storia e si vede nelle carte topografiche, le porte e le mura erano munite di torri e di merli. Lunghesso le mura esistono tuttavia queste torrette, che i nostri vecchi videro ancora munite di feritoie per saettare di fianco i nemici che si accostassero alle mura, e sono poste a così piccola distanza l'una dall'altra, che il loro tiro s'incrociava facilmente a mezza strada. Il Grassi aggiunge che le torri avevano due porte laterali, per mezzo delle quali i difensori *potessero portarsi a dirittura sulle mura.* Credo ancora opportuno notare che le mura d'Asti non erano tutte d'un pezzo, ma fondate su archi murati

e sorretti da pilastri; ma questi archi erano celati dal terrapieno, il quale, ora essendosi scalzato, li lascia vedere nella parte interna ed esterna presso le carceri, e presso la Madonna del Portone; il che è anche provato delle mura che passavano nel giardino degli Agostiniani presso S. Paolo, come appare dal citato documento (p. 115), ove si legge che *fundamenta* (*moeniorum*) *sunt facta ad voltas et piliaria.*

Scrive il Grassi, che, per allargare di sopra le mura della seconda cinta, *onde capire potessero i combattenti, fregiate esse furono d'un cordone a sporto, ed inoltre per coprire i suddetti combattenti verso la campagna fornite d'un parapetto il quale arrivava alla cintura ed era sormontato da merli.* Aggiunge ancora che molti lavori furono costrutti dal marchese Giovanni di Monferrato verso il 1370, quando l'invenzione della polvere d'archibugio rese più deboli le antiche difese; e che vi contribuirono anche gli altri Comuni dell'Astigiana, fra cui *Cortanze* e *Cortazone,* i cui nomi si vedevano ancora poco prima di lui scolpiti sulle mura. E questa contribuzione delle ville alla difesa della piccola capitale ebbe luogo altre volte come si legge in nota alla pagina 125 del II vol. del Grassi; e così si fece anche sotto i Principi sabaudi, poichè, secondo le carte Meana esistenti nell' archivio storico d' Asti, avendo nel 1616 il duca Carlo Emanuele I ordinato molti lavori di fortificazione i quali ascesero alla somma di fiorini 57567, grossi 8 per *ponti levatoi, rivellini, porte, garite,* ecc., dispose che vi contribuissero in proporzione anche le terre del Capitanato, le terre feudatarie d'Asti, e quelle del marchesato di Ceva, le quali tutte costituivano appunto il contado d'Asti.

Ma assai prima di Carlo Emanuele di Savoia si era pensato a difendere le mura non solo contro gli archibugi, ma anche contro i cannoni; poichè Antonio de Leyva, in nome dell'imperatore Carlo V, eseguì in Asti quello che fece anche in Torino, Savigliano ed altre città fortificate del Piemonte, cioè distrusse molti sobborghi per impedire l' approccio al nemico, servendosi dei materiali ricavati per edificare dei fortilizi che si sporgevano fuori delle mura. Pochi anni addietro abbiamo veduto cadere quello dei SS. Apostoli di fronte al camposanto; nella carta del 1837 è ancora segnato presso i molini del marchese Colli quello che in una carta esistente nella biblioteca del Re in Torino è chiamato *Bastione dei Tedeschi,* le cui fondamenta furono scoperte dall'ultimo straripamento del Borbore.

Veniva poi la cittadella che si protendeva da prima dalla piazza Alfieri verso la via *Cavour*, edificata poscia dai Principi sabaudi più in basso, cioè sulla presente piazza del mercato, la quale fu aperta negli orti che si chiamavano ancora della *Cittadella*. Sull'angolo di S. Secondo in Vittoria si protendeva altro fortilizio a guisa di sperone, che difendeva la porta di S. Pietro e la pianura sottostante insieme col forte di S. Pietro eretto poi dai duchi di Savoia sul cocuzzolo, il quale solo da una strettissima valletta è separato da Monte Rainero. Così fu munito anche quel lato debole della città, ove si presentarono nel 1526 Fabrizio Maramaldo, nel 1615 col Mendoza gli Spagnuoli, i quali riuscirono poi nel 1650 ad entrare da quella parte in città ed occupare il castello di Monte Rainero, onde furono per altro cacciati dai cittadini, benchè a sè stessi abbandonati.

Ma Napoleone I rinunziando alla difesa d'Asti, dopo aver visitato il castello vecchio, ne fece trasportare i cannoni ad Alessandria. Dopo d'allora le fortificazioni furono abbattute, e le mura stesse poco alla volta scompaiono per dare luce ed aria alla città, la quale va di nuovo crescendo di fabbricati ed abitanti, poichè si spera che i mutati ordini di guerra non ci esporranno più ai pericoli dei secoli passati; e, come nel citato documento scrivevano al duca Emanuele Filiberto gli Agostiniani delle Grazie, si ha ferma fede che la divina protezione *securior est quam murorum vallatio*.

Asti, 16 ottobre 1889.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 1° Luglio al 1° Novembre 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
Bollettino della Società italiana dei Microscopisti; anno I, vol. 1, fasc. 1-2, Acireale, 1889; in-8°.	Società italiana dei Microscopisti (Acireale).
* Rad Jugoslavenske Akademie Znanosti i Umjenosti; Knijga XCV, mathem. — Prirod. Razred, X. U. Zagrebu, 1889; in-8°.	Accademia di Sc. ed Arti degli Slavi merid. (Agram).
Annuario della R. Stazione enologica sperimentale d'Asti; 1888. Asti, 1889; 1 fasc. in-8°.	R. Stazione enologica d'Asti.
* Tijdschrift voor Indische Taal-, Land-en Volkenkunde uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc.; Deel XXXII, Aflev. 6; Deel XXXIII, Aflev. 1. Batavia, 1889; in-8°.	Società di Scienze ed Arti di Batavia.
— Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Gen. etc; Deel XXVI, Aflev. 4; Deel XXVII, Aflev. 1. Batavia, 1889; in-8°.	Id.
Oeuvres complètes de Christiaan HUYGENS publiées par la Société Hollandaise des Sciences; t. II, Correspondance (1657-1659). La Haye, 1889; in-4°.	Id.

Società di Scienze ed Arti di Batavia.

Dagh-Register gehonden int Casteel Batavia vant passerende daer plaetse als over geheel Nederlandts-India, Anno 1659; uitgegeven door het Bataviaasch van Kunsten en Wetenschappen, etc.; van Mr. J. A. van der Chsij. Batavia, 1889; 1 vol. in-8° gr.

R. Accademia delle Scienze di Berlino.

* Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; I-XXXVIII, 10 Januar. — 25 Juli 1889. Berlin, in-8° gr.

La Direzione (Berlino).

* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematick begründet von C. Ohrtmann, etc.; herausg. von M. Henoch und. E. Lampe; Band. XVIII, Jahrg. 1886, Heft 3 Berlin, 1889; in-8°.

Berlino. * *

Journal für die reine und angewandte Mathematik gegründet von A. L. Crelle 1826, etc., herausg. unter Mtwirkung der Herren Weierstrass, von Helmholtz, Schroeter, Fuchs, L. Kronecker; Band. CV, Heft. 1 und. 2. Berlin, 1889, in-4°.

Berlino * *

Jahresberichte der Geschichtswissenschaft im Auftrage der Historischen Geselleschaft zu Berlin, herausg. von J. Jastrow; IX Jahrgang 1886. Berlin, 1889; in-8°.

Berlino. * *

Verhandlungen der physikalischen Geselleschaft zu Berlin im Jahre 1888; VII, Jahrgang. Berlin, 1889; in-8°.

Berlino. * *

Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten: Band X, Heft 1-: Das Norddeutsche Unter-Oligocän und seine Mollusken-Fauna, von Dr A. von Koenen; Lieferung I; *Strombidae*, *Muricidae*, *Buccinidae*, etc. Berlin, 1889; in-8° gr.

Id

Geologische Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten im Maafsstabe von 1: 25000; herausg. von der K. Preussischen geolog. Landesanstalt und Bergakademie, etc.; ubersischt eines qheiles des Hortengebietes, Maafsstab 1: 1,250,000; XXIX Lieferung, Gradabteilung 70, n. 3, 4, 9, 10. Berlin, 1889; atl. in-fol°.

Id.

Erläuterungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten; XXXIX Lieferung, Gradabteilung 70, n. 3, 4, 9, 10. Berlin, 1889; in-8° gr.

Società Med.-chirurg. di Bologna.

* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXIII, fasc. 6, vol. XXIV, fasc. 1-4. Bologna, 1889; in-8°.

Società belga di Microscopia (Bruxelle).

* Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XV, n. 8-10. Bruxelles, 1889; in-8°.

Soc. Scientifica Argentina (Buenos Aires).

* Anales de la Societad cientifica Argentina, etc.; t. XXVII, entregas 2-5. Buenos-Ayres, 1889; in-8°.

* Boletin de la Academia nacional de ciencias en Córdoba (Rep. Argentina); t. XI, entr. 3. Buenos Aires, 1888; in-8°. — Accad. nazionale delle Scienze in Cordova (Buenos Aires)

A Catalogue of the Moths of India, compiled by Colonel C. Swinhse and E. C. Cotes; part. VI; — *Crambites*, *Tortrices* and Addenda; part. VII. — Index, etc. Calcutta, 1889; in-8°. — Museo Indiano di Calcutta.

* Records of the geological Survey of India; vol. XXII, part. 2, 3. Calcutta, 1889; in-8° gr. — Soc. Asiatica del Bengala (Calcutta).

* Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College: vol. XIV, n. 1; part. II-2. Cambridge, 1889; in-4°. — Museo di Zool. compar. del Coll Harward (Cambridge).

* Bulletin of the Museum of Comparative Zoology et Harvard College: whole series, vol. XVI, n 5 (geological series, vol. II); vol. XVII, n. 4. Cambridge, 1889; in-8°. — Id.

* Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc.; nuova serie, fasc. VII, VIII. Catania, 1889; in 8°. — Accad. Gioenia di Catania.

* Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira; vol. IX, n. 2. Coimbra, 1889; in-8°. — La Direzione (Coimbra).

Det Kjöbenhavnske mediciniske Selskabs Forhandlinger 1888-89. Kjöbenhavn, 1889; in-8°. — Soc. di Medicina di Copenaghen.

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie: Comptes-rendus des séances de l'année 1889, n. 5, 6. Cracovie, 1889; 1 fasc. in-8°. — Acc. delle Scienze di Cracovia.

* Annales de l'École polytechnique de Delft; t. V, 1 et 2 livrais. Leide, 1889; in-4°. — Scuola politecnica di Delft.

* The Transactions of the R. Irish Academy; vol. XXIX, part. 8. Dublin, 1889; in-4°. — R. Accademia Irlandese (Dublino).

* The scientific Transactions of the R. Dublin Society, ser. 2, vol. IV, n. 2-5, Dublin, 1884; in-4°. — Reale Società di Dublino.

* The scientific Proceedings of the R. Dublin Society; new series, vol. VI, parts 3-6. Dublin, 1888-89; in-8°. — Id.

* Proceedings of the R. physical Society of Edimburgh; Session 1887-88. — R. Società fisica di Edimborgo.

* Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia; part. I, January-April, 1889. Philadelphia; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

* The Journal of comparative Medicine and Surcery, edited by W. A. Conklin, etc.; vol. X, n. 3. Philadelphia; 1889; in-8°. — La Direzione (Filadelfia).

R. Accademia dei Georgofili di Firenze.

* Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4ª serie vol. XII, disp. 2ª, 3ª, (vol. LXVII della Raccolta generale). Firenze, 1889; in-8°.

Società di Scienze nat. di Friborgo i. B

* Berichte der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B, etc.; III Band, Heft 1-3; IV Band, Heft 1, 4, 5. Freiburg i. B., 1888; in-8°.

R. Soc. delle Sc. di Gottinga.

* Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, XXXV Band, von Jahre 1888. Göttingen 1889; in-4°.

Società Olandese delle Scienze (Harlem).

* Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, etc.; t. XXIII, livraison 3 et 4. Harlem, 1889; in 8°.

Soc. delle Scienze di Finlandia (Helsingfors).

* Acta Societatis scientiarum Fennicae; tomus XVI. Helsingforsiae, 1888; in-4°.

Id.

— Ofversigt af Finskaps-Societetens Förhandlingar; XXX, 1887-1888 Helsingfors, 1889; in-8°.

Società scient. e lettere di Jasi.

Archiva Societătiĭ stiintifice si literare din Jasĭ; n. I, Julie-August 1889 Jasĭ, 1889; in-8° gr.

Società di Med. e St. nat. di Jena.

* Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der Medizinisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena; XXIII Band; neue Folge XVI Band, Heft 4. Jena, 1889; in-8°.

Società di Sc. fisico-econ. di Konisberga.

* Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Könisberg in Pr., XXVIII lahrgang. Königsberg, 1889; in-4°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).

* Abhandlungen der mathematisch-physicalischen Classe der k. Sächischen Gesellschaft der Vissenschaften; Band XV, n. 6. Leipzig, 1889; in-8° gr.

Soc. di Geografia fisica (Lipsia).

* Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig; 1888. Leipzig, 1889; in-8°.

J. V. Carus (Lipsia).

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XII Jahrg, n. 310-319. Leipzig, 1889; in-8°.

Reale Società di Londra.

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLVI, n. 280-283. London, 1889; in-8°.

Il Governo inglese (Londra).

Report of the scientific results of the voyage of. H. M. S. Challenger, etc.; vol. XXX, text; vol. XXX, plates; vol. XXXI. London, 1889; in-4°.

R. Società Microscopica di Londra.

* Journal of the R. Microscopical Society of London, etc. 1889, parts 3, 4. London; in-8°.

Società geologica di Londra.

* The quarterly Journal of the geological Society of London; vol. XLV, n. 179. London, 1889; in-8°.

Report of the fifty-eighth Meeting of the British Association for the advancement of Science hald et Bath in september 1888. London, 1889; in-8°. — Associaz. Inglese pel progresso della Scienza (Londra).

* Transactions of the Linneam Society of London; 2 ser., Zoology, vol. II; part 18; vol. IV, part 3; vol. V, parts 1, 2, 3: — Botany, vol. II, part 16. London, 1888-89; in-4°. — Società Linneana di Londra.

— Proceedings of the Linn. Soc. of London; Zoology, vol. XX, n. 119-121; vol. XXI, n. 132; — Botany, vol. XXIII, n. 156-157; vol. XXIV, n. 163, 164; vol. XXV, n. 165-170; vol. XXVI, n. 173. London, 1888-1889; in-8°. — Id.

— General Index to the first twenty volumes of the *Journal* (Botany) and the botanical portion of the *Proceedings*, November 1838, to June 1886, of the Linnean Society-London, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

— List of the Linnean Society of London; Session 1888-89. London, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Transactions of the Zoological Society of London; vol. XII, part. 8, 9. London, 1889; in-4°. — Soc. Zoologica di Londra.

— Proceedings of the scientific Meetings of the zoological Society of London for the year 1888; parts I-IV. London, 1888-89; in. 8°. — Id.

*Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 8. London, 1889; in-8°. — R. Società astron. di Londra.

Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 9, 10. Manchester, 1889; in-8°. — Soc. geologica di Manchester.

* Memorias de la Sociedad « Antonio Alzate » t. II, cuaderno n. 9. México, 1889; in-8°. — Soc. scientifica ANTONIO ALZATE (Messico).

* Memorias de la Sociedad Cientifica « Antonio Alzate »; t. II, cuaderno n. 10, 11. México, 1889; in-8°. — Id.

— Inundacion de la Ciudad de Lagos: $\frac{\text{Escala}}{1:10{,}000}$; — Id.

— Inundacion de la Ciudad de Leon; $\frac{\text{Escala}}{1:10{,}000}$; 2 carte top. in-fol°. — Id.

Trayectoria del Ciclon de Septiembre de 1888 a travers de la Isla de Cuba; una carta top. in 8°. — Id.

* Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano, n. XXXV. — Confronti e verificazioni d'Azimut assoluti in Milano, con alcune notizie sulle antiche triangolazioni ne' dintorni di questa città; di Michele RAJNA. Milano, 1889; in-4°. — R. Oss. di Brera in Milano.

Società Italiana di Scienze nat. (Milano).
* Atti della Società italiana di Scienze naturali, vol. XXXII, fasc. 2 e 3, fogli 7-18 1/4. Milano, 1889; in-8°.

Società dei Naturalisti di Modena.
* Atti della Società dei Naturalisti di Modena; serie 3a, vol. VIII, fasc. 1. Modena, 1889; in-8°.

R. Società del Canadà (Montreal).
* Proceedings and Transactions of the R. Society of Canada for the year 1888; vol. VI. Montreal, 1889; in-4°.

Società imperiale de' Naturalisti di Mosca.
* Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, etc.; année 1888, n. 3. Moscou, 1888; in-8°.

Id.
— Meteorologische Beobachtungen ausgefürht am meteorologischen Observatorium der Landwirthscaftlichen Akademie bei Moskau; (2e série, t. II). Moskau, 1888; in-8°.

Soc. delle Scienze di Nancy.
Bulletin de la Société des Sciences de Nancy, etc.; série, t. IX, fasc. 22, année 1888. Paris, 1889; in-8°.

Società Reale di Napoli.
* Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche; serie 2a vol. III. Napoli, 1889; in-4°.

Id.
* Rendiconti dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2a, vol. III, fasc. 6-9. Napoli, 1889; in-4.

Società di Storia natur. di Norimberga.
* Jahresbericht der Naturhistorichen Gesellschaft zu Nürnberg, 1888; Abhandl. VIII Bd Bog. 5, 6 n. 7. Nürnberg, 1889 in-8°.

Staz. Zoologica di Napoli.
* Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel, etc.; IX Band, 1 Heft. Berlin, 1889; in-8°.

R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli.
Bollettino della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli, fondata nel 1818, ecc.; anno I, n. 1-7. Napoli, 1889; in-8°.

La Direzione (Napoli).
Archivio italiano di Pediatria. — Periodico bimestrale fondato dal Professore L. Somma e diretto dal Dott. Cav. Giuseppe Somma, 2a serie, anno VII, fasc. 4, 5. Napoli, 1889; in-8°.

La Direzione (New-Haven Conn.)
* The american Journal of Science, Editors James D. and Edward S. Dana, etc.; vol. XXXVII, n. 220, 221. New Haven, Conn. 1889; in-8°.

La Direzione (Nuova Orléans).
Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3e série, livrais. 4e et 5e. Nouvelle-Orléans, 1889; in-8°.

Società Veneto-Trentina di Scienze nat. (Padova).
* Bullettino della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali, ecc.; t. IV, n. 3. Padova, 1889; in-8°.

La Direzione (Palermo).
* Gazzetta chimica-italiana; anno XIX, fasc. X. Palermo, 1889; in-8°.

* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. III, fasc. 4 e 5. Palermo 1889; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

Atti del Collegio degli Ingegneri e degli Architetti in Palermo; anno XII, 1889 (gennaio e aprile). Palermo, 1889; in-8° gr. — Collegio degli Ing. ed Arch. in Palermo.

* Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France; t. XLIV, 2e série. Paris, 1888; in-4°. — Istit. di Francia (Parigi).

—— Table générale des Comptes-Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, etc.; t. LXII à XCI. Paris, 1888; 1 vol. in-4°. — Id.

* Annales des Mines ou Recueil de Mémoires sur l'exploitation des mines et sur les Sciences et les arts qui s'y rapportent, etc. 8e série, t. XV, 1 livraison de 1885. Paris, 1889; in 8°. — Scuola naz. delle Miniere (Parigi).

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, fondées par MM. Isambert, etc., et publiées par A. Gouguenheim; t. XV, n. 6-10. Paris, 1889; in 8°. — La Direzione (Parigi).

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc.; 8e série, t. 1, n. 2, 1888-89. Paris, 1889; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

* Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1889; t. XIV, n. 3, 4, 5. Paris, 1889; in-8°. — Soc. zoologica di Francia (Parigi).

* Bulletin de la Société géologique de France, etc.; 3e série, t. XVII, n. 3. Paris, 1889; in-8°. — Società geologica di Francia (Parigi).

* Journal de l'École polytechnique publié par le Conseil d'Instruction de cet Établissement; LVIII cahiers. Paris, 1889; in-4°. — Scuola politecn. (Parigi).

* La Lumière Électrique. — Journal universel d'électricité, etc.; Directeur le Dr. C. Herz; t. XXXIII, n. 34, 35, 36. Paris, 1889; in-4°. — Dott. C. Herz. (Parigi).

Revue internationale de l'Électricité etc.; t. IX, n. 85-92. Paris, 1889; in-4°. — La Direzione (Parigi).

Monographiae Phanerogamarum Prodromi nunc continuatio, nunc revisio; editoribus et pro parte auctoribus A. et C. De Candolle; vol. VI-; Andropogoneae, auctore Eduardo Hackel. Parisiis, 1889; in-8° — Parigi. * *

Histoire des plantes. — Monografie des *Gentianacées* et *Apocynacées*; par H. Baillon. Paris, 1889; t. X, pag. 113-120; in-8° gr. — Parigi. * *

Atti e Rendiconti dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, pubblicati a cura del Consiglio direttivo e redatti dagli Accademici Segretari; vol. I, fasc. 2. — Accademia Medico chirurg. di Perugia.

Soc. fisico-chimica di Pietroborgo. Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St-Pétersbourg; t. XXI, n. 5, 6 St-Pétersbourg, 1889; in-8°.

Com. geologico della Russia (Pietroborgo). * Mémoires du Comité géologique de la Russie, vol. VIII, n. 1; III, n. 4. St.-Pétersbourg, 1888-89; in-4°.

Id. Bulletin du Comité géologique, etc.; 1888, VII, n. 6-10; 1889, VIII, n. 1-5. St.-Pétersbourg, 1888-89; in-8°.

Id. — Supplément au t. VIII des Bulletins du Comité géologique de la Russie. St. Pétersbourg, 1889; in-8°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa). * Atti della Società Toscana di Scienze naturali: Processi verbali, vol. VI, pp. 211-254. Pisa. 1889, in-8° gr.

R. Oss. astronom. di Praga. * Magnetische and meteorologische Beobactungen an der K. K Stemwarte zu Prag im Jahre 1888: XLIX Iahrgang. Prag; in-4°.

Osservat imp. di Rio Janeiro. * Revista de Observatorio. — Publicação mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro, anno IV, n. 5-8. Rio de Janeiro, 1889; in-4°.

R. Accademia de' Lincei (Roma). * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc. vol. V, 1° sem., fasc. 12 e Indice del vol.; 2° sem., fasc. 1-7. Roma, 1889; in-8° gr.

Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma). * Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XL, Sessione I^a del 19 dicembre 1886; Sezione II^a del 16 gennaio 1887; Sessione III^a del 6 febbraio 1887. Roma, 1887; in-4°.

R. Comit. geolog. d'Italia * Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; serie 2^a, vol. X, n. 3-8. Roma, 1889; in-8°.

Municipio di Roma. * Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 5-8. Roma, 1889; in-8°.

degli Spettr. ital. (Roma). Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XVIII, disp. 5-9. Roma, 1889; in-4°.

Soc. generale dei Viticolt. ital. (Roma). Bollettino della Società generale dei Viticultori italiani; anno IV, n. 12-21. Roma, 1889; in-8° gr.

R. Com. geolog. d' Italia (Roma). Carta geologica d'Italia nella scala di 1 : 1,000,000 pubblicata per cura del R. Ufficio geologico. Roma, 1889; 2 fogli in-4° gr.

La Direzione (Roma). * Rivista di Artiglieria e Genio; vol. II, giugno; vol. III, settembre 1889. Roma, 1889; in-8°.

Società tedesca delle Scienze in Santiago. Verhandlungen der deutschen Wissenschaftlichen Vereines zu Santiago: II Band, 1 Heft. Santiago, 1889; in-8°.

* Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4ª, vol. I, fasc. 4-7. Siena, 1889; in-8°. — R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.

Palaeontographica. — Beitraege zur Naturgeschichte der Vorzeit, herausg. von K. A. von ZITTEL, etc. Band. XXXV, 4 bis 6 Lieferung; XXXVI Band, 1 und 2 Lief. Stuttgard, 1889; in-4°. — Stoccarda.

* Jahreshefte des Vereins für vaterlandische Naturkunde in Würtemberg, etc. XLV Jahrgang. Stuttgart, 1889; 1 vol. in-8°. — Soc. di Sc. nat. del Wurtemberg (Stoccarda).

Acta mathematica. — Zeitschrift herausg von G MITTAG LEFFLER; XII; 3, 4. Stockholm, 1889; in-4°. — Stoccolma.

* Journal and Proceedings of the R. Society of New South wales, etc; vol. XXII, part. 2. Sydney, 1888; in-8°. — Reale Società della N. Galles del Sud (Sydney).

* The Journal of the College of Science imperial University Japan: vol. III, parts 1, 2. Tōkyō. Japan, 1889; in-8° gr. — Università imp. di Tokio (Giappone).

Mittheilungen aus der medicinischen Facultät der K.-Japanischen Universität; Band I, n. 3. Tokio, 1889; in-8° gr. — Id.

* Bollettino del Club alpino italiano per l'anno 1888, ecc.; vol. XXII. n 55. Torino, 1889; in-8°. — Club alpino ital. (Torino).

* Rivista mensile del Club alpino italiano; vol. VIII, n. 6-9. Torino 1889; in-8°. — Id.

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, volume IX, n. 6-9. Torino, 1889; in-4°. — Società meteor. italiana (Torino)

Città di Torino. — Ufficio d'Igiene, ecc.; Rendiconto statistico per l'anno 1887, e parte del 1888. Torino, 1889; 1 vol. in-4°. — Il Municipio di Torino.

* Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc,; anno LII, n. 4, 5, 6, 7. Torino, 1889; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Proceedings of. the Canadian Institute, Toronto, etc.; third series, vol. VI, n. 2. Toronto, 1889; in-8°. — Istit. Canadiano (Toronto).

— Report of the Canadian Institute, Sessions 1887-88, being part of Appendix L; to the Report of the Minister of Education, Ontario, 1888. Toronto, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Notarisia. — Commentarium phycologicum; — Rivista trimestrale consacrata allo studio delle alghe, ecc.; anno IV, n. 15. Venezia, 1889; in-8°. — La Direzione (Venezia).

—— Index generalis annorum I-III (1886-88); 1 fasc. in-8°. — Id.

Istituto geol. di Vienna. * Jahrbuch der K. K geologischen Reichsanstalt; Jahrgang. 1889, XXX Band, 1 und 2 Heft. Wien, 1889; in-8° gr.

Id. * Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1889, n. 7-12. Wien; in-8° gr.

Osserv meteor. dell' Università di Upsala. * Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal; vol. XX. année 1888; par le Dr. H. Hildebransson. Upsal, 1888-89, in 4°.

Vienna. * * Verhandlungen der K. K. Zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, etc.; XXXIX Band, II Quartal. Wien, 1889; in-8°.

Governo degli St.Un.d'Am. (Washington). United States Coast and geodetic Survey; Bulletin n. 10 (Report on the Sounds and Estuaries on North Carolina etc.); n. 11 (Determination of latitude and gravity for the Hawaiian Government); n. 12 (A Syphon tidegange for the open sea-coast). Washington, 1889; in-4°.

Società Fisico-medica di Vürzburg. * Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg; neue Folge, XXII Band. Würzburg, 1888; in-8°.

Id. — Sitzungsberichte der physikalisch. medic. Ges. zu Würzburg; Jahrgang 1888. Würzburg, 1888; in-8°.

Osserv. dell'Univ. di Yale. Report for the year 1888-89, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale University to the President and Fellows; 1 fasc. in-8°.

L'Autore. Luigi Bombicci. — Le scienze naturali e gli studi classici nelle scuole secondarie in Italia; Conferenza tenuta il 29 maggio 1889 nella R. Università di Bologna. Bologna, 1889; 1 fasc. in 8°.

Id. —— Errata-corrige per un Manuale di Mineralogia e per la menzione di questo fatta da un prof. di Università. Bologna, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Nouvelles Notes d'Algèbre et d'Analyse; par Eugène Catalan. Bruxelles, 1889; 1 fasc. in-4°.

J. Dana. On the volcaneos and volcanic phenomena of the Hawaiian Islands; by James D. Dana; with a Paper on the Petrography of the Islands: by Edward S. Dana (from the *American Journal* of Sc.; vols. XXXIII-XXXVII, 1887-89); 1 vol. in-8°.

L'A. Determinazione dei valori assoluti degli elementi magnetici in Italia; pel P. Francesco Denza; parte 1ª, preliminari. Torino, 1888; 1 fasc in-4°.

Id. — I terremoti di Novembre e di Dicembre 1887 in Italia; del P. Francesco Denza. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

— I primi cultori italiani dell'Areonautica; del padre Francesco DENZA. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

— Le Stelle cadenti dei periodi di Agosto e di Novembre 1888, osservate in Italia pel P. Francesco DENZA. Torino, 1889, 1 fasc. in-16°. — Id.

— Alcune notizie sul terremoto del 23 febbraio 1887 raccolte dal P. Francesco DENZA. Torino, 1887; 1 fasc. in-16°. — Id.

Contribuzione alla teoria del movimento dei veicoli ferroviarii colle curve, e conclusioni pratiche di Giulio EMERY. Napoli, 1889; 118 pag. in-8° gr. — L'A.

Cenni biografici dell'Avv. Giorg. Vincenzo Virginio, agronomo, raccolti ed ordinati dal conte Melchiorre GONDOLO della RIVA. Cuneo, 1879; 1 fasc, in-8°. — L'A.

Sulle singolarità composte delle curve algebriche piane: Nota prima del Dott. G. B. GUCCIA. Palermo, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Sopra un recente lavoro concernente la riduzione dei sistemi lineari di curve algebriche piane; del Dott. G. B. GUCCIA. Palermo, 1885: 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Alcune esperienze sull'efflusso del vapor acqueo e di una miscela d'acqua e di vapore: Nota dell'Ing. Palamede GUZZI. Milano, 1885; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Résumé météorologique de l'année 1888 pour Genève et le Grand Saint-Bernard; par A. KAMMERMANN Genève, 1889; 1 fasc in 8°. — L'A.

Materialien zur Mineralogie Russlands, von Nikolai von KOKSCAROW; X Band, (fogli 7-14, pag. 97-224). St.-Petersbourg, 1889; in-8°. — L'A.

Dosimetria, per il Dott. S. LAURA; anno VII, n. 6. Torino, 1889; in-8°. — S. LAURA

Les taches solaires et les variations du magnétisme terrestre, par le Prof. Jean LUVINI. Turin, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La sostanza colorata degli strobili dell'*Abies excelsa*: Nota preventiva di L. MACCHIATI. (Estr. dal *Bollettino della Soc. botanica italiana*. vol. XXI, n. 3); 1 fasc. in-8°. — L'A

Sulla risoluzione delle equazioni numeriche per M. MARTONE. Catanzaro, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A

Contabilità farmaceutica per gli ospedali civili compilata da Francesco MINUCCI. Siena, 1889: 1 fasc. in-8°. — L'A.

Report on Missouri Rainfall, with Averages for Ten Years ending December 1887; by Francis E. NIPHER (From the *Transactions* of the S. Louis Academy of Sc., vol V, n 3); (1 fasc in-8°). — L'A.

L'Autore. — The Winding of Dynamo Fields; by Francis E. NIPHER (From the *Journal of the Association of Engineering Societies*, May 1889): 1 fol. in-8°.

L'A. Pressione atmosferica bi-oraria del 1888, e considerazioni sulle proprietà delle formule periodiche relative all'andamento diurno del barometro e sulle ore tropiche dei mesi invernali; Memoria del Prof. Domenico RAGONA. Roma; 1889, 1 fasc. in-4°.

L'A. Il vulcanetto di Puccianello; Memoria di Arcangelo SCACCHI. Napoli, 1889; 1 fasc. in-4°.

L'A. De la rotation de la terre sous l'influence des actions géologiques: Mémoire présenté à l'Observatoire de Polkova, à l'occasion de sa fête semi-séculaire, par L. V. SCHIAPARELLI. St.-Pétersbourg, 1889; in-8° gr.

L'A. Sulla forma cristallina dell'ossido cromico; Memoria del Prof. G. STRUEVER. Roma, 1889; 1 fasc. in-4°.

Id. — Dell'aftalosio di Racalmuto in Sicilia; Nota del Prof. G. STRÜVER. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

L'A. Hortus Botanicus Panormitanus, sive plantae novae vel criticae quae in Horto Panormitano coluntur, descriptae et iconibus illustratae; auctore Augustino TODARO; t. II, fasc. 5. Panormi, 1889; in-fol°.

Gli Autori. Commentario teorico-sperimentale di macchine ed apparecchi elettrici, con elenchi degli apparecchi in vendita presso la Società elettrica industriale Franco-Italiana: parte I, Elettrologia, Prof. A. VOLTA; parte II, Elettrotecnica, Ing. R. PENSO. Milano, 1889; 1 vol. in-16°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

dal 1° Luglio al 1° Novembre 1889

Donatori

Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. di Agram. * Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga XCVI Razredi filol.-histor. i filos.-iurid., XXIV, XXX. U. Zagrebu, 1889; in-8°.

Soc. archeologica (Agram). * Viestnik hrvatskoga arkeologickoga Druztva; Godina XI, Br. 3. U. Zagrebu, 1889; in-8°.

Università J. HOPKINS (Baltimora). * The american Journal of Philology, etc.; vol. IX, n. 4; vol. X, n. 1. Baltimore, 1889; in-8°.

Id. Johns Hopkins University Studies in historical and political Science; Herbert B. ADAMS Editor; sevent series, II-III, The Establishment of Municipal Government in San Francisco, by B. MOSES; — IV, Municipal History of New Orleans, by W. W. HOWE; V-VI, English Culture in Virginia, etc., by W. P. TNENT. Baltimore, 1889; in-8°.

* Atti dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti in Bergamo; vol. IX, dispensa unica, 1887-88. Bergamo, 1889; in-8°. — Ateneo di Sc., Lettere ed Arti in Bergamo.

* Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; aus dem Iahre. 1888. Berlin, 1889; in-4°. — R. Accademia delle Scienze di Berlino.

Politische Corrispondenz Friedrich's des Grossen; XVII Band. Berlin, 1889; in-8°. — Id.

Bibliotheca philologica classica. — Verzeichniss der Auf dem Gebiete der classichen Alterthumswissenschaft, etc.; XV Iahrgang, 1889; 2 Quartal. Berlin, 1889; in-8. — Berlino. * *

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux etc ; 2e série, XIIe année, n. 13-19. Bordeaux, 1889; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

* Bibliotéca Indica; a Colletion of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, n. 685-710. Calcutta. — Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

* The Transactions of the R. Irish Academy, vol. XXIX, part 6-11. Dublin, 1889; in-4°. — R. Acc. Irlandese delle Scienze (Dublino).

— Tod Lecture series, vol. I, part 1-, « Mesca-Ulad », or « The Intoxication of the Ultonians; with translations and introductory notes, by W. M. Hennenssy: — vol. II - » The Passion and the Homilies from Leabhar Breac; — Text, Translation and Glossary etc. by R. Alkinson. Dublin, 1887-88; in-8°. — Id.

Encyclopaedia Britannica; a Dictionary of Arts, Sciences, and general Literature; ninth edition: Index with list of contributors and kei to their initials. Edimburgh, 1889; in-4°. — Edimborgo * *

* Proceedings of the American-philosophical Society held of Philadelphia, etc.; vol. XXVI, n. 129. Philadelphia, 1889; in-8°. — Società filosofica di Filadelfia.

— Subject Register of papers published in the *Transaction* and *Proceedings* of the american philosophical Society at Philadelphie, compiled by W. Phillips. Philadelphia, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

— Supplemental Register of Written Communication published in the *Transactions* and *Proceedings* of the amer. philos. Soc., 1881-89, compiled by W. Phillips. Philadelphia, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

— List of deficiencies in the Library of the american philos. Society; part first; 1 fasc. in-8°. — Id.

— Report of the Committee appointed (January 6, 1888) by the Commission on amended Ortographi, created by Virtue of a Resolution of the Legislature of Pensilvania. Philadelphia, 1889; 1 fol. in-8°. — Id.

Biblioteca nazionale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889; n. 84-92. Firenze, in 8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze

Soc. degli Studi delle Alte Alpi (Gap). * Bulletin de la Société d'Étude des Hautes-Alpes; VIII• année, Juillet-Sept. 1889, n. 3. Gap, in-8°.

Soc. di Lett. e Convers. scient. di Genova. * Ateneo Ligure. — Rassegna mensile della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova; anno XII, gennaio-ottobre, 1889. Genova; in-8°.

Gotha. * * Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geografiquer Anstalt, herausg von Prof. Dr. A. Supan; XXV Band, n. 6-10. Gotha, 1889; in-4°.

Id. —— Ergänzungsheft n. 94. Gotha, 1889; in-4°

Università di Insprук. Akademische Behörden, Personalstand und Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck in Winter-Semester 1889-90. Innsbruck, 1889; 1 fasc. in-4°.

Soc. di benefic. di Kharkoff. XIII. Rapport annuel de la Société Suisse de bienfaisance de Kharkoff; année 1888. Karkoff, 1889; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). * Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band XI, n. 2-4. Leipzig, 1889; in-8° gr.

Id. * Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig; philologisch-historische Classe; 1889, I. Leipzig; in-8°.

Lipsia. * * Algemeine deutsche Biographie, 142 bis 145 Lieferung (Band XXIX, Lfg. 2 bis 5. Leipzig, 1889; in-8°.

Reale Accademia di Storia di Madrid. * Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XIV, cuaderno 6; t. XV, cuaderno 1-3. Madrid, 1889; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano). * Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 12-16. Milano, 1889; in-8°.

Società Storica Lombarda (Milano). * Archivio storico Lombardo. — Giornale della Società storica Lombarda; serie 2ª, fasc. XXII, XXIII. Milano, 1889; in-8°.

R. Accademia di Sc., Lettere ed Arti in Modena. * Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena, serie 2ª, vol. VI. Modena, 1888; in-4°.

Monaco. * * Historische Zeitschrift herausgegeben von Heinrich von Sybel und M. Lehmann; neue Folge, XXVI Band, 3 Heft. München, 1889; in-8°.

Società Reale di Napoli. * Atti della R. Accademia di Scienze morali e politiche di Napoli; vol. XXIII. Napoli, 1889; in-8°.

Id. — Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche; anno XXVII, gennaio a dicembre 1888; Napoli, 1888; 1 fasc. in-8°.

* Atti della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo; nuova serie, (anno 1887-88); vol. X. Palermo, 1889; in-4°. — R. Accad. di Sc., Lett. ed Arti di Palermo.

Inventaire sommaire des Archives départementales antérieures à 1790, etc.; Yonne, — Établissements religieux (série H ; t. III, 2e partie; Auxerre, 1888; in-4°. — Governo francese (Parigi).

—— Aisne, — Tables générales. Laon, 1887; 1 vol. in-4°. — Id.

—— Département du Doubs, - Ville de Pontarlier. - Inventaire sommaire des Archives Communales antérieures à 1790, etc. Besançon, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

—— Finistère; - t. I, - Archives Civiles, série A. et B. Quimper, 1889, in-4°. — Id.

—— Archives hospitalières antérieures à 1790, etc.; - Hôtel-Dieu; t. I, II, III. Paris, 1882-1886; in-4°. — Id.

—— Supplément à l'Inv. somm. des Archives hospitalières, etc.; 1 fasc. - Invent. des titres de l'Hôpital Sainte-Cathèrine. Paris, 1888; in-4°. — Id.

* Bulletin de la Société de Géographie, etc ; VIIe série, t. X, 1 trim. 1889; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

* Compte-rendus des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 12, pag. 285-308. Paris, in-8°. — Id.

Revue archéologique, etc.; 3e série, t. XIII, Janvier-Août, 1889. Paris, 1889; in-8°. — Parigi. * *

Le Moyen-âge. — Bulletin mensuel d'histoire et de philologie, etc; 2e année, n. 7. Paris, 1889; in-8°. — Parigi. * *

Mémoires publiées par les membres de la Mission archéologique française au Caire, etc., 1881-84; IV fasc. Paris, 1889; in-4°. — Governo francese (Parigi).

Revista trimestral do Instituto historico e geografico brazileiro, etc.; t. LII, parte I (1° e 2° trim.). Rio de Janeiro, 1889; in-8°. — Ist. stor. e geogr. brasiliano di Rio Janeiro.

Statistica del commercio speciale d'importazione e d'esportazione dal 1° gennaio al 30 giugno 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

—— Id. dal 1° gennaio al 31 luglio 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

—— Id. dal 1° gennaio al 31 agosto 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

—— Id. dal 1° gennaio al 30 settembre 1889. Roma, 1889 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Ministero delle Finanze (Roma). Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI; 1° semestre, maggio-giugno 1889; 2° semestre, luglio-agosto, 1889. Roma, 1889; in-8° gr.

Id. Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1888. Roma, 1889; 1 vol. in-4°.

Id. — Relazione sull'amministrazione delle gabelle per l'esercizio 1887-88. Roma, 1889; 1 vol. in-4°.

Id. Movimento della Navigazione nei porti del Regno nell'anno 1888. Roma, 1889; 1 vol. in-4°.

Ministero del Tesoro (Roma). Annuario dei Ministeri delle Finanze e del Tesoro del Regno d'Italia, 1889; parte statistica. Roma, 1889; 1 vol. in-8°.

Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma). Notizie sulle condizioni edilizie e demografiche della città di Roma e di alcune altre grandi città italiane ed estere nel 1888. Roma, 1889; 1 vol. in-8° grande.

Id. — Pianta generale di Roma secondo le ultime modificazioni od aggiunte del piano Regolatore, compresavi ancora la nuova cinta daziaria, quartieri suburbani e perimetro della passeggiata archeologica: scala 1: 10,000. (annessa al vol. preced.).

Id. Statistica giudiziaria penale per l'anno 1887. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.

Id. Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1888. Roma, 1889, in-8° gr.

Id. Statistica della emigrazione italiana avvenuta nell'anno 1888. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.

Id. Annali di statistica. — Statistica industriale, fasc. XVII. — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Torino, ecc. Roma, 1889; 1 fascic. in-8°.

Id. —— Statistica degli impiegati e dei pensionati dello Stato, ecc. Roma, 1889; serie IV, 30. Roma, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Statistica dell'Istruzione secondaria e superiore per l'anno scolastico 1886-87. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.

Id. — Statistica dell'Istruzione elementare per l'anno scolastico 1885-86. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.

Id. Annali di Statistica. — Statistica industriale; Notizie sulle condizioni industriali delle provincie di Avellino e di Benevento. Roma, 1889; in-8°.

Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 6, 7, 8. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma).

Statistica delle Opere pie al 31 dicembre 1880, e dei lasciti di beneficenza fatti negli anni 1881-87. — Spese di beneficenza sostenute dai Comuni e dalle provincie negli anni 1880-86. — Sicilia e Sardegna (Introduzione). Roma, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

Ministero della Pubblica Istruzione. — Indici e Cataloghi; IV, I Codici Palatini della R. Biblioteca naz. centr. di Firenze, vol. I. fasc. 9-10; — VII. I Codici Panciatichiani della R. Bibliot. naz. centrale di Firenze, vol. I, fasc. 2; — X, Manoscritti di Filippo Pacini della R. Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma, 1889; in-8°. — Ministero dell'Istruz. pubbl. (Roma).

Bollettino ufficiale dell'Istruzione; anno XVI, n. 28. Roma, 1889; in-8° gr. — Id.

Bulletin de l'Institut international de Statistique; t. IV, 1 livraison, année 1889. Rome, 1889; in-8° gr. — Istituto internaz. di Statistica (Roma).

* Memorie della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze morali, storiche e filologiche: parte 2ª — Notizie degli scavi, gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio. Roma, 1889; in-4°. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

—— Indice topografico per l'anno 1888. Roma, 1889, 1 fasc. in-4°. — Id.

Studi e documenti di Storia e Diritto. — Pubblicazione periodica dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche; anno X; fasc. 3. Roma, 1889; in-4°. — Accad. di Conf. storico-giuridiche (Roma).

Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele di Roma. — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol. IV, n. 3; vol III, Indice alfabetico. Roma, 1889, in-8° gr. — Biblioteca V. E. (Roma).

Miscellanea storica romana, od Archivio di Storia medioevale ed ecclesiastica; Rivista periodica compilata dal Conte Francesco Cristofori O. S. M. G. anno I, fasc. 7. Roma, 1889; in-8°. — F. Cristofori (Roma).

* Bullettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XIII, n. 6. Spalato, 1889 in-8°. — La Direzione (Spalato).

New South Wales. — Australian Museum (Report of Trustees fort the year 1888). Sydney, 1889; 1 fasc. in-4°. — Mus. Australiano della Nuova Galles del Sud (Sydney).

Indices chronologici *Antiquit. Ital. M. Ae.* et ad opera minora Lud. Ant. Muratorii scripserunt Joannes Maria Battaglino et Joseph Calligaris: operis moderamen sibi susceperunt Carolus Cipolla et Antonius Manno. Curatores Taurinenses studiis historiae patriae promovendis, fascic. I. Augustae Taurinorum, M.D.CCC.LXXXIX; in-4°. — R. Deputazione di Storia patria (Torino).

R. Deputazione di Storia Patria (Torino). — Lettere di Maria Clotilde, Regina di Sardegna, alle monache cappuccine di S. Lucia di Foligno, pubblicate dal Sacerdote D. Michele FALOCI PULIGNANI. Foligno, 1887; 1 fasc. in-8°.

G. Cora (Torino). — * Cosmos, ecc. del prof. G. CORA; vol. X, 1. Torino, 1889; in-8° gr.

R. Istit. Veneto (Venezia). — Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc. serie 6ª, t. VII, disp. 6-9. Venezia, 1889; in-8°.

Ateneo Veneto (Venezia). — * L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, diretta da A. S. de KIRIAKI e L. GAMBARI; serie 13, vol. I, fasc. 3-6; vol. II, fascic. 1-3. Venezia, 1889; in-8°.

Venezia. * * — I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXV, fasc. 116-119. Venezia, 1889; in-4°.

Bibliot. comun di Verona. — La Biblioteca Comunale e gli antichi Archivi di Verona nell'anno 1888. Verona, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

Soc. geografica di Vienna. — * Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien, 1888; XXXI Band (der neuen Folge XXI). Wien, 1888; in-8°.

L'Autore. — L'uomo considerato come produttore della ricchezza; Conferenza del Prof. G. A. ALAGNA. Marsala 1889; 1 fasc. in-16°.

L'A. — Marchese Carlo ALFIERI di SOSTEGNO. — L'insegnamento liberale della Scienza di Stato nel R. Istituto « CESARE ALFIERI ». Firenze, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Carlo CADORNA. — Lettera sui fatti di Novara del marzo 1849, estratta dai documenti della *Storia del Parlamento Subalpino* di Angelo Brofferio; 3ª edizione. Roma, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Historia do Infante D. Duarte Irmão de el-Rei D. João IV, par José RAMOS-COELHO; t. 1. Lisboa, 1889; in-8°.

L'A. — G. F. GABBA. — Commemorazione di G. Stefano Tempia letta nell'Istituto Cesare Alfieri, il giorno 26 maggio 1889. Firenze, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Geschichte der Stadt Athen im Mittelalter; von der Beit Justinian's bis zur türkisken Groberung; von Ferdinand GREGOROVIUS; erste Band, dritte Auflage; zweiter Band, dritte Auflage. Stuttgart, 1889; in-8°.

L'A. — L'Ordre de Malte depuis la révolution française, par le Baron Olivier de LAVIGERIE. Paris, 1889; 1 vol. in-16°.

L'A. — Sull'origine e fondazione di Roma; Dissertazione dell'Avv. Gio. Battista LUGARI. Roma, 1889; 1 fasc. in-4°.

Le livre des proverbes malais, par Aristide MARRE. Paris, 1889; 1 fasc. in-8°. — A. MARRE.

Notice sur les travaux scientifiques et littéraires de M. Aristide MARRE. Rome 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

Code Malais des successions et du mariage; Texte malais publié, traduit et annoté par Aristide MARRE (2° fascicule, traduit en français). Paris, 1889; in-8°. — Id.

Giacomo PIETROGRANDE. — Il Museo Euganeo di Este e le pubblicazioni del Ghirardini. Padova, 1889; 1 fasc. in 8°. — L'A.

Emilio PRASCA. — Un capitano alpino del secolo XVIII; Studio storico-militare contenente due lettere del Re di Sardegna Vittorio Amedeo III ed altri documenti inediti del tempo. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Sul sistema metrico e numismatico dei Merovingi riformato da Carlo Magno: Induzioni e deduzioni del Cav. Pietro ROCCA. Crema, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Prof. Ugo ROSA. — Glossario storico popolare piemontese: Dichiarazione di CCX voci, motti locali e locuzioni proverbiali di origine storica. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Intorno all'economia politica degli scrittori italiani dei secoli XVI-XVII: Parole e ripetizioni del Dott. Gaetano SANGIORGIO. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Trovatori Provenzali alla Corte dei Marchesi in Este; Studio di Gaetano SARTORI BOROTTO. Este, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Maqré Dardeqé. — Dictionnaire hebreu-italien de la fin du XIVe siècle, réconstitué selon l'ordre alphabétique italien et transcrit par Moïse SCHWAB, etc. Paris, 1889; 1 fasc. in-8°. — M. SCHWAB

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C

3676 (350) 28-XII-89.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIACOMINI, SEGRE.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Sul modo di adoperare gli elementi geodetici dello Istituto militare geografico italiano* »; Nota del Prof. Nicodemo JADANZA, presentata dal Socio NACCARI;

« *Sopra il calcolo della rifrazione terrestre* », Nota del Dott. P. PIZZETTI dell'Università di Genova, presentata dal Socio D'OVIDIO;

« *Sulle equazioni differenziali alle quali soddisfanno il Modulo ed il Moltiplicatore nella trasformazione delle funzioni ellittiche* »; Nota del Dott. Guido VALLE, presentata dal Socio BASSO.

In questa adunanza vengono eletti Soci nazionali non residenti i Professori Luigi CREMONA ed Eugenio BELTRAMI ora Corrispondenti dell'Accademia; Soci stranieri Arturo CAYLEY, Prof. di Matematica all'Università di Cambridge, e Rodolfo VIRCHOW, Prof. di Patologia generale e Anatomia patologica all'Università di Berlino; e Corrispondenti Augusto CHAVEAU, Prof. alla Scuola di Medicina di Parigi, Michele FORSTER, Prof. di Fisiologia alla Università di Cambridge, Rodolfo HEIDENHAIN, Prof. di Fisiologia all'Università di Breslavia, e Guglielmo WALDEYER Prof. di Anatomia all'Università di Berlino.

LETTURE

Sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto geografico militare italiano;

Nota del Prof. Nicodemo Jadanza

Tra le pubblicazioni geodetiche che hanno una importanza capitale per coloro che si occupano di Geometria Pratica va segnalata quella degli elementi geodetici dei punti contenuti nei fogli della Carta d'Italia fatta per cura dell'Istituto Geografico Italiano.

In codesta pubblicazione, per ogni punto geodetico sono date le **coordinate geografiche** (Latitudine e Longitudine), **l'altezza sul livello del mare** e le **coordinate geodetiche polari** (Distanza geodetica ed Azimut).

Da tali elementi si possono dedurre le **coordinate piane rettangolari** che sono utili agli ingegneri catastali ed a quanti si occupano di Topografia per avere dei punti di collegamento nei rilievi planimetrici.

1.

Se si prende un punto A dell'ellissoide terrestre come *origine*, gli assi coordinati rettangolari sono le rette tra loro perpendicolari prodotte nel piano tangente all'ellissoide in A dal meridiano e dal parallelo che passano per A.

Le **coordinate piane rettangolari** di un punto B rispetto ad A sono: l'**arco di meridiano rettificato compreso tra i paralleli di** B **e di** A e l'**arco del parallelo di** B **rettificato compreso tra il punto** B **e il meridiano di** A. La prima è l'**ordinata** Y, la seconda è l'**ascissa** X.

Queste definizioni concordano con quelle stabilite dall'Istituto Geografico Militare (*) nel costruire la carta topografica d'Italia

(*) Cfr. *Istruzioni sulla proiezione naturale applicata alla formazione delle carte d'Italia e collocamento dei punti geodetici nei fogli*. Firenze, 1875.

alla scala di 1 a 100 mila. Le *coordinate geografiche* dell'origine saranno indicate con φ e θ; la prima sarà la *latitudine*, la seconda la *longitudine:* quelle di un altro punto qualunque saranno indicate con φ' e θ'.

Se si pone per brevità $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi$, $\Delta\theta = \theta' - \theta$, le formole che danno le coordinate rettangolari di un punto $B\,(\varphi', \theta')$ rispetto all'origine $A\,(\varphi, \theta)$ sono:

$$\left.\begin{aligned} X &= \Delta\theta \cos\varphi' . N' \operatorname{sen} 1'' \\ Y &= \Delta\varphi . \rho_m \operatorname{sen} 1'', \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1).$$

dove N' è la gran normale corrispondente al parallelo di B, ρ_m è il raggio di curvatura del meridiano corrispondente alla latitudine

$$\varphi_m = \frac{\varphi + \varphi'}{2}.$$

Se l'origine A è il centro di un foglio qualunque della Carta d'Italia, e il punto B appartiene a quel foglio, la differenza $\varphi' - \varphi = \Delta\varphi$ sarà al massimo eguale a $10'$, per cui potremo alle (1) sostituire le seguenti (*):

$$X = \Delta\theta \cos\varphi' N \operatorname{sen} 1'' \left[1 + \frac{e^2}{2} . 600'' \operatorname{sen} 1'' \operatorname{sen} 2\varphi_m \right]$$

$$Y = \Delta\varphi . \rho \operatorname{sen} 1'' \left[1 + \frac{3}{2} e^2 . 300'' \operatorname{sen} 1'' \operatorname{sen} 2\varphi_m \right],$$

dove ρ e N si riferiscono al centro del foglio.

Trascurando le quantità in parentesi che porterebbero nei casi più sfavorevoli l'aumento di 42 unità della settima decimale nel log. X e di 63 unità della settima decimale su log. Y, ciò che vuol dire che la X nel caso più sfavorevole varierebbe di 22 *cen-*

(*) Quando si passa da un punto dell'ellissoide ad un punto infinitamente vicino, i raggi principali di curvatura dell'ellissoide si esprimono in funzione dei corrispondenti al punto primitivo mediante le relazioni:

$$\rho' = \rho\,(1 + \tfrac{3}{2} e^2 (\varphi' - \varphi) \operatorname{sen} 2\varphi_m);$$

$$N' = N(1 + \tfrac{1}{2} e^2 (\varphi' - \varphi) \operatorname{sen} 2\varphi_m).$$

timetri e la Y di 27 *centimetri*, potremo ritenere per il calcolo delle coordinate rettilinee rettangolari le formole seguenti:

$$\left.\begin{aligned} X &= \Delta\,\theta \cos\varphi' \,.\, N \operatorname{sen} 1'' \\ Y &= \Delta\,\varphi \,.\, \rho \operatorname{sen} 1'' \;.\;.\;. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

Esse servono per il calcolo delle coordinate dei punti contenuti in un foglio qualunque della Carta d'Italia rispetto al centro del medesimo ed in generale pel calcolo delle coordinate di un punto B rispetto ad A sempre che $\Delta\varphi$ e $\Delta\theta$ sieno minori rispettivamente di $10'$ e $15'$. Le (2) rispondono al quesito:

Date le coordinate geografiche di due punti A e B calcolare le coordinate rettilinee rettangolari di B rispetto ad A e viceversa.

Le quantità $N \operatorname{sen} 1''$, $\rho \operatorname{sen} 1''$ sono costanti per tutti i punti compresi in un medesimo foglio; i loro logaritmi si trovano in parecchie raccolte di tavole geodetiche (*).

2.

Quando sono date le **coordinate geodetiche polari** di un punto B rispetto ad A, quali sono le formole per il calcolo delle coordinate rettilinee rettangolari?

Ricordiamo che le **coordinate geodetiche polari** di un punto B rispetto ad A sono la **geodetica AB e l'azimut di essa nel punto A.** Queste coordinate vengono indicate coi simboli s e z. L'azimut z s'intende contato nel verso Nord - Est - Sud - Ovest da 0° a 360°.

Prendiamo le formole di Legendre:

$$\Delta\,\varphi = \frac{s \cos z}{\rho \operatorname{sen} 1''} - \frac{(s \operatorname{sen} z)^2}{2\,\rho\, N \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg}\varphi \;,$$

$$\Delta\,\theta = \frac{s \operatorname{sen} z}{N \operatorname{sen} 1'' \cos\varphi'} \;.$$

(*) Cfr. N. Jadanza: *Sul calcolo degli azimut mediante le coordinate rettilinee* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXIII). Questa nota deve considerarsi come un complemento di quella.

che servono al calcolo delle posizioni geografiche dei punti la cui distanza è inferiore a 20 chilometri; da essa si deduce facilmente:

$$\Delta \varphi \rho \operatorname{sen} 1'' = s \cos z - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2 N} (s \operatorname{sen} z)^2 \quad ,$$

$$\Delta \theta \cos \varphi' . N \operatorname{sen} 1'' = s \operatorname{sen} z \quad ;$$

quindi per le (2) si ha:

$$\left. \begin{aligned} X &= s \operatorname{sen} z \\ Y &= s \cos z - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2 N} . X^2 \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots (3) ,$$

le quali sono le formole che danno le coordinate rettilinee rettangolari in funzione delle coordinate geodetiche polari.

Esempio numerico.

Dal volume intitolato: *Elementi geodetici dei punti contenuti nel foglio* 68 *della Carta d'Italia* a pag. 11 si trovano le seguenti coordinate geodetiche polari di **Racconigi** su **Vigone**:

$$s = 16825^{m}.25$$

$$z = 119^\circ\ 52'\ 54''.96$$

ed a pag. 50 e 51 le coordinate geografiche dei medesimi punti.

$$\text{Vigone} \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \ \ 44^\circ\ 50'\ 35''.74 \\ \theta &= -\ 1\ \ 25\ \ 34\ .46 \end{aligned} \right.$$

$$\text{Racconigi} \left\{ \begin{aligned} \varphi' &= \ \ 44^\circ\ 46'\ 03''.63 \\ \theta' &= -\ 1\ \ 14\ \ 30\ .98 \end{aligned} \right.$$

Cogli elementi che precedono il calcolo delle coordinate rettilinee rettangolari si fa nel modo seguente:

$$\log s = 4.\,225\,96\,18 \qquad \log s = 4.\,225\,96\,18$$

$$\log \text{sen}\, z = 9.\,938\,04\,61 \qquad \log \cos z = 9.\,697\,41\,63\,n$$

$$\log X = 4.\,164\,00\,79 \qquad \log s \cos z = 3.\,923\,37\,81\,n$$

$$s \cos z = -\,8382.\,82$$

$$X = 14\,588^{m}.\,41 \qquad -\ \ 16.\,57$$

$$Y = -\,8399.\,39$$

$$\log \frac{\text{tg}\,\varphi}{2N} = 2.\,89122$$

$$\log X = 4.\,16401$$

$$\log X = 4.\,16401$$

$$1.\,21924$$

$$16.\,57\ .$$

Non è esatto adunque dedurre le coordinate rettilinee rettangolari dalle geodetiche polari mediante le formole:

$$\left.\begin{array}{l} X = s\ \text{sen}\ z \\ Y = s \cos z \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots (4).$$

Facendo a codesto modo la Y viene ad essere alterata ed il punto viene ad occupare una posizione diversa da quella che deve avere (*).

Per persuadersi di quanto stiamo per dire, prendiamo due punti A e B; il primo abbia per coordinate geografiche:

$$\varphi = 45^{\circ}\,10'; \quad \theta = -\,5^{\circ}\,15',$$

il secondo abbia per coordinate geografiche

$$\varphi' = 45^{\circ}\,20'; \quad \theta' = -\,5^{\circ}\,00'.$$

Codesti due punti rappresentano l'uno il centro del foglio 55 della Carta d'Italia, l'altro l'estremità Nord-Est del medesimo foglio.

(*) La quantità $s \cos z$ rappresenta la lunghezza dell'arco di meridiano compreso tra il punto A ed il piede della geodetica condotta da B perpendicolarmente al meridiano di A. Codesto piede della geodetica è differente dal punto d'incontro del parallelo di B col meridiano di A.

Con tali dati mediante alcune formole, che la Geodesia insegna, si possono calcolare le coordinate geodetiche polari di B rispetto ad A. Esse sono le seguenti:

$$\log s = 4.4310937 \; ; \quad z = 46^{\circ}\, 34'\, 01''.77.$$

Le coordinate rettilinee rettangolari di B rispetto ad A calcolate colle formole (3) sono:

$$X = 19594^{m}.69; \quad Y = 18520^{m}.84$$

e queste coincidono (*) con quelle che si dedurrebbero dalle (1) adoperando le coordinate geografiche e con quelle date dall'Istituto Geografico Militare nelle citate *Istruzioni*. Applicando le (4) si troverebbe per la Y il valore

$$Y = 18551.07$$

e quindi il punto B non entrerebbe più nel foglio 55 di cui fa parte.

3.

Le coordinate rettilinee rettangolari calcolate colle formole (3) saranno identiche a quelle calcolate colle formole (4) sempre che la quantità

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{2\,N} X^2$$

sia una quantità trascurabile, o almeno non rappresentabile graficamente quando si dovesse graficamente segnare la posizione di un punto per mezzo delle sue coordinate.

Ordinariamente è ammesso che non si possa rappresentare graficamente una quantità inferiore ad un **decimo di millimetro**. Tale quantità alla scala di $\frac{1}{2000}$, come è quella che si adopera

(*) Le formole (3) non sarebbero applicabili a questo caso in cui la distanza tra i due punti è maggiore di 20 chilometri, poichè si dovrebbe tener conto dei termini del 3° ordine. Nel nostro caso però le quantità trascurate che non raggiungeranno $0^{m},50$ non invalidano la verità delle nostre conclusioni.

nei lavori catastali corrisponde ad una distanza obbiettiva di metri 0,20; dunque le formole (4) si potranno adoperare pel calcolo delle coordinate rettilinee rettangolari sempre che si abbia

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N}X^2 < 0{,}20 \quad \ldots\ldots (5).$$

Supposto $\varphi = 45°$, nel qual caso si ha $\log N = 6{,}8053693$, si dovrà avere

$$\log X < 3.2037146$$

ovvero

$$X < 1600^m.$$

Dunque nel solo caso che l'ascissa X sia inferiore a 1600 metri è lecito adoperare le formole (4).

Codesto valore di X corrisponde a circa 70″ di longitudine sul parallelo di 45°; quindi si può anche dire che le formole (4) sono adoperabili invece delle (3) quando si ha $\Delta\theta < 70''$.

Nel caso che la scala fosse di $\frac{1}{1000}$ le formole (4) si potrebbero adoperare per $X < 1130$ metri. ovvero per $\Delta\theta < 50''$.

4.

Alle coordinate rettangolari di cui ci occupiamo non sono applicabili le regole di trasformazione di coordinate. Quindi se per es. si hanno i tre punti A, B, C e si calcolano per mezzo delle (3) le coordinate di B rispetto ad A, quindi le coordinate di C rispetto a B, la X di C rispetto ad A non risulterà eguale alla somma delle X di B rispetto ad A e di C rispetto a B. Ciò risulta evidente dalla stessa definizione delle coordinate data antecedentemente.

Esempio.

Prendiamo tre punti del foglio 68 della Carta d'Italia

e sieno Vigone, Racconigi, Poirino.

Calcoliamo le coordinate X_1, Y_1 di Racconigi su Vigone, quindi le coordinate X_2, Y_2 di Poirino su Racconigi mediante gli ele-

menti che si trovano a pag. 18 del volume citato ed in ultimo le coordinate X, Y di Poirino su Vigone. Otterremo

$$X_1 = 14588^m.41 \; ; \qquad Y_1 = -\;8399^m.45 \; ;$$
$$X_2 = 12975\;.07 \; ; \qquad Y_2 = \;16911\;.65 \; ;$$
$$X = 27525\;.03 \; ; \qquad Y = \;8512\;.58 \; .$$

La somma $X_1 + X_2 = 27563.48$ è molto differente dalla X.

Nè vale introdurre a Racconigi l'**azimut piano** di Poirino; in questo caso si otterrebbe la condizione $X = X_1 + X_2$ ma non si avrebbe $Y = Y_1 + Y_2$.

5.

Date le coordinate rettilinee rettangolari si possono ottenere immediatamente le coordinate geodetiche polari, e le coordinate geografiche. Le formole da adoperare saranno le seguenti:

$$\left.\begin{aligned} s \operatorname{sen} z &= X \\ s \cos z &= Y + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} X^2 \end{aligned}\right. \qquad \ldots\ldots (5);$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{Y}{\rho \operatorname{sen} 1''} \\ \Delta \theta &= \frac{X}{\cos \varphi' . N \operatorname{sen} 1''} \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots (6).$$

In questo caso è necessario conoscere le coordinate geografiche dell'origine delle coordinate.

Il logaritmo della quantità $\frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N}$ è dato nella tabella annessa di 10′ in 10′ da 36° a 47°. Il calcolo quindi delle (3) e (5) riesce facilissimo.

6.

Quando per mezzo delle coordinate rettangolari di B si calcola la distanza di esso dalla origine A, codesta distanza non sarà eguale alla geodetica s che unisce i due punti corrispondenti dell'ellissoide. Nè l'angolo che la retta AB fa coll'asse delle Y sarà eguale all'azimut z.

Ponendo $\sigma = AB$, $\alpha = YAB$, queste due quantità saranno date dalle equazioni:

$$\left.\begin{aligned} \sigma \cos\alpha &= s \operatorname{sen} z \\ \sigma \operatorname{sen}\alpha &= s \cos z - \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N} s^2 \operatorname{sen}^2 z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (7).$$

Elevando a quadrato le precedenti equazioni e sommando si otterrà, colla medesima approssimazione:

$$\sigma^2 = s^2 \left[1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi}{N} s \cos z \operatorname{sen}^2 z\right],$$

donde

$$\sigma = s\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N} s \cos z \operatorname{sen}^2 z\right),$$

ovvero

$$s - \sigma = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N} \cdot s^2 . \cos z \operatorname{sen}^2 z \quad \ldots\ldots (8).$$

Il fattore $\cos z \operatorname{sen}^2 z$ diventa massimo quando z soddisfa l'equazione

$$-\operatorname{sen}^3 z + 2 \operatorname{sen} z \cos^2 z = 0$$

ossia

$$\cos^2 z = \frac{1}{3}.$$

Codesto valore è:

$$z = 54^\circ\, 44'\, 10''$$

pel quale si ha:

$$\log \operatorname{sen} z = 9.9119571\,; \qquad \log \cos z = 9.7614393.$$

Nell'ipotesi di $\varphi = 47^\circ$ (nel qual caso, per l'Italia, il coefficiente $\frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N}$ ha il suo massimo valore) ed $s = 20000^m$ si avrà

$$\log \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2N} s^2 \cos z \operatorname{sen}^2 z = 1.11131$$

cioè

$$s - \sigma = 12^m,92\,.$$

Sicchè la differenza tra s e σ non raggiunge 13 metri.

Dividendo le (7) si ottiene

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} z}{\cos z - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} \cdot s \operatorname{sen}^2 z} \quad ;$$

donde, trascurando quantità del 2° ordine, si deduce

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} z + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} \cdot s \operatorname{sen} z \,.\, \operatorname{tg}^2 z \qquad \ldots\ldots (9).$$

Essendo piccola la differenza tra α e z potremo a $\operatorname{tg}(\alpha - z)$ sostituire $\alpha - z$, quindi, poichè si ha:

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - z)}{\cos^2 z} \;,$$

sarà

$$\alpha - z = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} s \operatorname{sen}^3 z \;,$$

ed in secondi

$$\alpha - z = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} \cdot s \operatorname{sen}^3 z \,.\, R'' \,. \qquad \ldots\ldots (10).$$

Il massimo valore del 2° membro della (10) si ottiene quando $z = 90$, sicchè per $\varphi = 47°$ ed $s = 20\,000^m$ esso diventa

$$\alpha - z = 0^\circ\, 05'\, 46''.2 \;.$$

Adunque le quantità σ ed α si determineranno per mezzo delle formole

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= s - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} \cdot s^2 \cos z \,.\, \operatorname{sen}^2 z \\ \alpha &= z + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N} \cdot s \operatorname{sen}^3 z \,.\; R'' \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots (11).$$

Esempio numerico.

Volendo calcolare le quantità σ ed α relative a Racconigi, conoscendo le coordinate geodetiche polari s e z relative a Vigone si otterrebbe:

$$\sigma - s = +8^m.25 \;; \qquad \alpha - z = 2'\, 56''.10 \;,$$

e quindi

$$\sigma = 16833^m, 5 \;; \qquad \alpha = 119^\circ\, 55'\, 51''.06 \;.$$

Valori di $\log \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N}$

φ	$\log \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N}$	Diff.	φ	$\log \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N}$	Diff.	φ	$\log \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2N}$	Diff.
36° 00′	2,75509	265	40° 00′	2,81754	256	44° 00′	2,87846	253
10	2,75774	264	10	2,82010	256	10	2,88099	252
20	2,76038	264	20	2,82266	255	20	2,88351	252
30	2,76302	264	30	2,82521	256	30	2,88603	253
40	2,76566	263	40	2,82777	255	40	2,88856	252
50	2,76829	263	50	2,83032	254	50	2,89108	252
37 00	2,77092	262	41 00	2,83286	255	45 00	2,89360	252
10	2,77354	262	10	2,83541	255	10	2,89612	253
20	2,77616	261	20	2,83796	254	20	2,89865	252
30	2,77877	261	30	2,84050	254	30	2,90117	252
40	2,78138	260	40	2,84304	254	40	2,90369	252
50	2,78398	261	50	2,84558	253	50	2,90621	253
38 00	2,78659	259	42 00	2,84811	254	46 00	2,90874	252
10	2,78918	260	10	2,85065	253	10	2,91126	253
20	2,79178	259	20	2,85318	254	20	2,91379	252
30	2,79437	259	30	2,85572	253	30	2,91631	253
40	2,79696	258	40	2,85825	253	40	2,91884	253
50	2,79954	258	50	2,86078	253	50	2,92137	252
39 00	2,80212	258	43 00	2,86331	253	47 00	2,92389	
10	2,80470	257	10	2,86584	252			
20	2,80727	257	20	2,86836	253			
30	2,80984	257	30	2,87089	252			
40	2,81241	257	40	2,87341	253			
50	2,81498	256	50	2,87594	252			
40 00	2,81754		44 00	2,87846				

Torino, novembre 1889.

Sopra il calcolo della refrazione terrestre;

Nota del Dott. P. Pizzetti
Professore nella R. Università di Genova

§ 1° Consideriamo un mezzo trasparente (*atmosfera*) e sia

$$n = F(x, y, z)$$

la formola che esprime l'indice n di refrazione in un punto qualunque in funzione delle coordinate Cartesiane del punto stesso. Le equazioni di una linea luminosa (*trajettoria luminosa*) che attraversi un tale mezzo trasparente, sono, per le leggi ordinarie della refrazione (*):

$$(1)\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{ds}\left(n\frac{dx}{ds}\right) &= \frac{\partial n}{\partial x} \\ \frac{d}{ds}\left(n\frac{dy}{ds}\right) &= \frac{\partial n}{\partial y} \\ \frac{d}{ds}\left(n\frac{dz}{ds}\right) &= \frac{\partial n}{\partial z} \end{aligned} \right.$$

Da queste equazioni si possono dedurre degli sviluppi in serie (analoghi a quelli di Weingarten per le geodetiche di una superficie) che ci sembrano di qualche interesse per i problemi pratici relativi alla refrazione astronomica e terrestre.

Se nelle equazioni (1) si sviluppano i primi membri, si divide per n e si pone:

$$\log. n = N,$$

(*) Vedi: Bonnet, *Théorie de la réfraction astronomique* (Nouv. annales de Math., 2e serie, t.° VI).

si ottiene

$$\frac{d^2x}{ds^2}=\frac{\partial N}{\partial x}-\frac{dx}{ds}\frac{dN}{ds}$$

$$\frac{d^2y}{ds^2}=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{dy}{ds}\frac{dN}{ds}$$

$$\frac{d^2z}{ds^2}=\frac{\partial N}{\partial z}-\frac{dz}{ds}\frac{dN}{ds},$$

ovvero

$$(1')\ldots\quad\left\{\begin{aligned}\frac{d^2x}{ds^2}&=\frac{\partial N}{\partial x}\left(1-\frac{dx^2}{ds^2}\right)-\frac{\partial N}{\partial y}\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}-\frac{\partial N}{\partial z}\frac{dx}{ds}\frac{dz}{ds},\\\frac{d^2y}{ds^2}&=-\frac{\partial N}{\partial x}\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}+\frac{\partial N}{\partial y}\left(1-\frac{dy^2}{ds^2}\right)-\frac{\partial N}{\partial z}\frac{dy}{ds}\frac{dz}{ds},\\\frac{d^2z}{ds^2}&=-\frac{\partial N}{\partial x}\frac{dx}{ds}\frac{dz}{ds}-\frac{\partial N}{\partial y}\frac{dy}{ds}\frac{dz}{ds}+\frac{\partial N}{\partial z}\left(1-\frac{dz^2}{ds^2}\right),\end{aligned}\right.$$

Consideriamo un punto qualunque M di una trajettoria luminosa L, e sia S la *superficie di indice costante* che passa per M. L'equazione di questa superficie può scriversi

$$(2)\ldots\qquad N=\log f(x,y,z).$$

Assumiamo per origine delle coordinate il punto M, per asse positivo delle z la normale alla superficie S, nella direzione che va dalla banda della convessità della S (che supporremo a curvatura positiva) e per assi x e y le tangenti principali alla S nel punto M. Porremo l'indice o a piedi delle derivate, che compaiono nei calcoli seguenti, per indicare che, dopo la derivazione, deve porsi: $x=0$, $y=0$, $z=0$.

Avremo allora:

$$(3)\ldots\qquad\left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_0=0,\qquad\left(\frac{\partial N}{\partial y}\right)_0=0.$$

Chiamando poi R_1, R_2 i *valori assoluti* dei raggi principali di curvatura della superficie S nel punto M, avremo, per le note formole sulla curvatura delle superficie, e tenuto conto delle (3):

$$(4)\ldots\quad\left(\frac{\partial^2N}{\partial x^2}\right)_0=\frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0,\quad\left(\frac{\partial^2N}{\partial y^2}\right)_0=\frac{1}{R_2}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0,\quad\left(\frac{\partial^2N}{\partial x\partial y}\right)_0=0.$$

Infatti se si chiama $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, la derivata parziale seconda della z rispetto ad x, dedotta dalla (2) tenendovi N costante, si ha

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)_0 = -\frac{1}{R_1}$$

(giacchè nel punto M la superficie volge la convessità alla direzione positiva dell'asse delle z, e quindi $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)_0$ è negativa). D'altra parte, derivando parzialmente rispetto ad x la (2), si ha, tenuto N costante:

$$\frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial N}{\partial z}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

a quindi, per le (3):

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x}\right)_0 = -\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0.$$

Similmente si dimostrerebbero la seconda e la terza delle relazioni (4).

Considerando le coordinate x, y, z di un punto qualunque della trajettoria L come funzioni dell'arco s, contato a partire dal punto, M potremo scrivere:

$$(5)\ldots \quad \begin{cases} x = s\left(\frac{dx}{ds}\right)_0 + \frac{s^2}{1.2}\left(\frac{d^2 x}{ds^2}\right)_0 + \frac{s^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3 x}{ds^3}\right)_0 + \ldots \\ y = s\left(\frac{dy}{ds}\right)_0 + \text{ ecc.} \\ z = z\left(\frac{dz}{ds}\right)_0 + \text{ ecc.} \end{cases}$$

dove supporremo s abbastanza piccolo perchè gli sviluppi, limitati a un *determinato* numero di termini, possano esprimere, entro una *determinata* approssimazione, le x, y, z rispettivamente. Se

indichiamo con Z l'angolo che la direzione positiva della tangente Mt alla curva L nel punto M fa coll'asse Mz, e con α l'angolo che il piano ZMt fa col piano zx, avremo:

$$(6)\ldots\quad \left(\frac{dx}{ds}\right)_0 = \operatorname{sen} Z \cos\alpha\,,\quad \left(\frac{dy}{ds}\right)_0 = \operatorname{sen} Z \operatorname{sen}\alpha\,,\quad \left(\frac{dz}{ds}\right)_0 = \cos Z\,.$$

Ponendo

$$(3')\ldots\quad \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right)_0 = P$$

e sostituendo nelle (1') $x=0$, $y=0$, $z=0$, abbiamo:

$$(7)\ldots\quad \begin{cases} \left(\dfrac{d^2x}{ds^2}\right)_0 = -P \operatorname{sen} Z \cos Z \cos\alpha\,, \\ \left(\dfrac{d^2y}{ds^2}\right)_0 = -P \operatorname{sen} Z \cos Z \operatorname{sen}\alpha\,, \\ \left(\dfrac{d^2z}{ds^2}\right)_0 = P \operatorname{sen}^2 Z\,. \end{cases}$$

Derivando la prima delle (1') rispetto ad s, abbiamo

$$\frac{d^3x}{ds^3} = \left(1 - \frac{dx^2}{ds^2}\right)\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial N}{\partial x}\right) - \frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial N}{\partial y}\right) - \frac{dx}{ds}\frac{dz}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right) -$$

$$-2\frac{dx}{ds}\frac{d^2x}{ds^2}\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y}\left(\frac{dx}{ds}\frac{d^2y}{ds^2} + \frac{dy}{ds}\frac{d^2x}{ds^2}\right) - \frac{\partial N}{\partial z}\left(\frac{dx}{ds}\frac{d^2z}{ds^2} + \frac{dz}{ds}\frac{d^2x}{ds^2}\right).$$

Poniamo in questa $x=0$, $y=0$, $z=0$ e facciamo

$$(8)\ldots\quad \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z}\right)_0 = A\,,\quad \left(\frac{\partial^2 N}{\partial y \partial z}\right)_0 = B\,,\quad \left(\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}\right)_0 = C\,;$$

otterremo, tenuto conto delle (3), (3'), (4), (6), (7):

$$(9)\ldots\quad \begin{cases} \left(\dfrac{d^3x}{ds^3}\right)_0 = \dfrac{P}{R_1} \operatorname{sen} Z \cos^2 Z \cos\alpha - \\ -P\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_1}\right) \operatorname{sen}^3 Z \cos\alpha \operatorname{sen}^2\alpha + \\ + A \cos Z (1 - 2 \operatorname{sen}^2 Z \cos^2\alpha) - B \operatorname{sen}^2 Z \cos Z \operatorname{sen} 2\alpha - \\ - C \operatorname{sen} Z \cos^2 Z \cos\alpha + P^2 \operatorname{sen} Z \cos 2 Z \cos\alpha\,. \end{cases}$$

Similmente, derivando la seconda e la terza delle (1') rispetto ad s, si ottiene

$$(10)\ldots\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{d^3y}{ds^3}\right)_0=\frac{P}{R_2}\operatorname{sen}Z\cos^2 Z\operatorname{sen}\alpha+\\&+P\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\operatorname{sen}^3 Z\operatorname{sen}\alpha\cos^2\alpha+\\&+B\cos Z(1-2\operatorname{sen}^2 Z\operatorname{sen}^2\alpha)-A\operatorname{sen}^2 Z.\cos Z\operatorname{sen}2\alpha-\\&-C\operatorname{sen}Z\cos^2 Z\operatorname{sen}\alpha+P^2\operatorname{sen}Z.\cos 2Z.\operatorname{sen}\alpha.\end{aligned}\right.$$

$$(11)\ldots\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{d^3z}{ds^3}\right)_0=\left(C-\frac{P}{R_\alpha}-2P^2\right)\operatorname{sen}^2 Z\cos Z-\\&-(A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha)\operatorname{sen}Z\cos 2Z\end{aligned}\right.$$

dove R_α è il raggio di curvatura della sezione normale (nel punto M della superficie S) che fa l'angolo α coll'asse delle x. Esso è legato ad R_1, R_2 dalla formola di Eulero

$$\frac{1}{R_\alpha}=\frac{\cos^2\alpha}{R_1}+\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{R_2}.$$

Il calcolo delle derivate successive delle x, y, z rispetto ad s può continuarsi senza limite e non presenta alcuna difficoltà.

§ 2°. È interessante vedere il significato geometrico delle quantità indicate con A e B. Sopra la direzione positiva dell'asse Mz (normale alla superficie S nel punto M) prendiamo un punto M' alla distanza infinitesima dz dall'origine M, e per M' conduciamo la normale $M'N'$ alla superficie S' di indice costante, che passa per M' (supporremo questa normale diretta dalla parte della convessità della superficie S'). Chiamiamo $\eta.dz$ l'angolo che la $M'N'$ fa colla Mz, e θ l'angolo che la projezione della $M'N'$ sul piano xy fa coll'asse Mx. I coseni di direzione della $M'N'$ saranno, a meno di infinitesimi d'ordine superiore al primo:

$$(12)\ldots\quad \lambda=\eta.\cos\theta.dz,\quad \mu=\eta.\operatorname{sen}\theta.dz,\quad \nu=1.$$

Per evitare ambiguità di segni, ci limiteremo a considerare il caso nel quale le superficie di indice costante volgano la loro convessità a quella parte dello spazio, verso la quale n va di-

minuendo. Allora la quantità che si è indicata con P sarà negativa, e il coseno dell'angolo che la $M'N'$ fa coll'asse Mx sarà

$$\lambda = \frac{-\frac{\partial N}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)^2}}$$

ovvero ponendo per x, y, z le coordinate del punto M', che sono $(0, 0, dz)$ e ricordando le (3) (3') (12)

$$\lambda = \gamma \cos\theta . dz = \frac{-1}{\sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0^2}} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z}\right)_0 dz$$

dove l'espressione $\sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial z_0}\right)^2}$ indica il valore assoluto di $\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0$, che è $-P$, essendo P negativo, come si è detto. Si avrà dunque finalmente

$$\gamma \cos\theta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z}\right)_0$$

donde

$$A = P\gamma \cos\theta \tag{13}$$

e similmente

$$B = P\gamma \operatorname{sen}\theta . \tag{14}$$

È facile comprendere che γ non è altro che il valor numerico della prima curvatura, nel punto M, della trajettoria ortogonale, alle superficie di indice costante, e che θ è l'angolo che il piano osculatore di questa trajettoria fa col piano zx. Se le superficie di indice costante sono fra loro parallele, le trajettorie ortogonali sono rette e si ha in ogni punto: $A=0$, $B=0$. Se le superficie di indice costante sono di rotazione attorno ad un asse comune, allora le trajettorie ortogonali sono contenute nei piani meridiani, e quindi se l'angolo α (azimut) si conta a partire dal meridiano, si avrà $\theta = 0°$, oppure $\theta = 180°$ a seconda che le dette trajettorie ortogonali volgono la loro concavità a quella parte del meridiano, a partire dalla quale si contano gli azimut, ovvero alla banda opposta.

§ 3°. Le formole (6), (7), (9), (10), (11) ci dànno i coefficienti dei primi tre termini per ciascuno degli sviluppi (5). Nei problemi pratici sul calcolo della refrazione, sia astronomica che terrestre, l'arco s è abbastanza breve (*), di fronte ai raggi di curvatura degli strati atmosferici di uniforme densità e di fronte al raggio di curvatura della trajettoria luminosa, perchè possano trascurarsi nei detti sviluppi i termini in s^4 e quelli di ordine superiore.

Gli sviluppi (5) dànno pertanto delle espressioni approssimate delle coordinate Cartesiane dei punti di una traiettoria luminosa in funzione dell'arco s e della direzione della tangente iniziale alla trajettoria stessa, e possono servire a risolvere, in via d'approssimazione, i problemi pratici relativi al calcolo della refrazione astronomica e terrestre. Qui ci limiteremo a considerare la refrazione terrestre.

Supponiamo, come d'ordinario si fa che la verticale del luogo M di osservazione coincida colla normale Mz alla superficie S di indice costante, che passa per M, e chiamiamo s la lunghezza della traiettoria luminosa che congiunge il punto M con un altro punto M_1 (x, y, z) dello spazio. Secondo le precedenti notazioni, sarà Z la *distanza zenitale apparente*, e α *l'azimut apparente* dal punto M_1 sopra l'orizzonte di M quando si assuma il piano zMx come origine degli azimut. Chiamiamo β l'angolo che il piano zMM_1 fa col piano zMx, ossia l'azimut vero del punto M_1 sull'orizzonte di M, e cerchiamo la differenza $\beta - \alpha$.

Sostituiamo, negli sviluppi (5) al posto di $\left(\frac{dx}{ds}\right)_0$, $\left(\frac{dy}{ds}\right)_0$, ecc., le espressioni date dalle formole (6), (7), (9), 10), osservando che nella espressione di $\left(\frac{d^3 y}{d s^3}\right)_0$ (formola 10) i primi due termini possono scriversi così:

$$\frac{P}{R_1} \operatorname{sen} Z \cos^2 Z \operatorname{sen} \alpha - P\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \operatorname{sen}^3 Z \operatorname{sen}^3 \alpha + $$
$$+ P\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \operatorname{sen} Z \operatorname{sen} \alpha .$$

(*) Nel caso della refrazione astronomica l'arco s è la lunghezza di quella porzione di trajettoria luminosa che è contenuta entro l'atmosfera terrestre.

Se si pone, per brevità

$$(15).\quad \left\{\begin{array}{l} L = s\,.\,\mathrm{sen}\,Z - \frac{s^2}{2}P\mathrm{sen}\,Z\cos Z - \frac{s^3}{6}P\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\mathrm{sen}^3 Z\mathrm{sen}^2\alpha + \\ + \frac{s^3}{6}\mathrm{sen}\,Z\left\{\left(\frac{P}{R_1}-C\right)\cos^2 Z + P^2\cos 2Z - \mathrm{sen}\,2Z(A\cos\alpha + B\mathrm{sen}\,\alpha)\right\}, \end{array}\right.$$

i primi due sviluppi (5) diverranno

$$(16)\ldots \left\{\begin{array}{l} x = L\cos\alpha + \frac{s^3}{6}A\cos Z\,, \\ y = L\,\mathrm{sen}\,\alpha + \frac{s^3}{6}B\cos Z + \frac{s^3}{6}P\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\mathrm{sen}\,Z\,\mathrm{sen}\,\alpha\,. \end{array}\right.$$

Dividendo la seconda di queste formole per la prima e trascurando i termini che contengono potenze di s superiori alla terza, avremo:

$$\frac{y}{x} = \mathrm{tang}\,\beta = \mathrm{tang}\,\alpha\left\{1 + \frac{s^3\cos Z}{6L}\left(\frac{B}{\mathrm{sen}\,\alpha} - \frac{A}{\cos\alpha}\right) + \frac{s^3 P}{6\,L}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\mathrm{sen}\,Z\right\}$$

Quindi, colla stessa approssimazione, ponendo per L il valore prossimo $s\,sen\,Z$:

$$(17)\ldots\ \beta - \alpha = \frac{s^2}{6}\mathrm{cotg}\,Z\,(B\cos\alpha - A\,\mathrm{sen}\,\alpha) + \frac{Ps^2}{12}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\mathrm{sen}\,2\alpha.$$

È questa l'espressione approssimata della così detta *refrazione sferoidica laterale*. In questa espressione si potrebbe, senza error sensibile, sostituire per s la distanza rettilinea dei due punti M, M_1.

Ricordando la formola (3'):

$$P = \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_0 = \frac{1}{n_0}\left(\frac{\partial n}{\partial z}\right)_0$$

ed ammettendo che, almeno per la colonna atmosferica che sta sopra al punto M, valga l'ipotesi di Bouguer che, nel caso nostro, può esprimersi colla formola:

$$\frac{n}{n_0} = \left(\frac{t_0}{t_0 + z}\right)^k,$$

dove t_o è la distanza del punto M dal centro della terra si avrebbe

$$(18)\ldots \qquad P = -\frac{k}{t_0},$$

dove k è il così detto *coefficiente di refrazione*.

Sostituendo nella (17) questo valore di P ed osservando che in luogo di t_o si può, senza error sensibile, sostituire R_α, avremo

$$(19)\ldots \beta-\alpha=\frac{s^2}{6}\operatorname{cotg} Z(B\cos\alpha - A\operatorname{sen}\alpha)-\frac{k s^2}{12.R_\alpha}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\operatorname{sen} 2\alpha .$$

Se la differenza di livello fra i due punti M, M_1 è molto piccola, si può nella precedente formola trascurare il termine in *cotg* Z, e allora, considerando i punti M, M_1 come appartenenti ad una stessa superficie di livello, la (19) dimostra che « in queste condizioni, la refrazione sferoidica laterale si riduce alla differenza fra l'azimut astronomico e l'azimut geodetico del punto M_1 rispetto ad M, moltiplicata per il coefficiente di refrazione ». A questo risultato era pure giunto il signor SONDERHOF nella sua memoria « *Die geodätische Correctionen der auf dem Sphäroid beobachteten Horizontalwinkel* » (*) considerando le superficie di indice costante come parallele, e con ragionamenti geometrici dei quali la precisione lascia molto a desiderare.

Veniamo a considerare qualche caso particolare. Supponiamo dapprima che gli strati di uniforme densità siano limitati da ellissoidi di rotazione simili e coassiali. Chiamando e l'eccentricità comune di questi ellissoidi, in un piano meridiano qualunque la famiglia delle linee (ellissi) di indice costante sarà rappresentata dall'equazione

$$\xi^2+\frac{\zeta^2}{1-e^2}=\text{costante},$$

quando si prendano per assi Cartesiani, gli assi di queste ellissi. E la famiglia delle trajettorie ortogonali avrà per equazione

$$(20)\ldots \qquad (1-e^2)\log\zeta-\log\xi=\text{costante}.$$

(*) Vedi *Archiv. der Math. u. Phys.*, Th. 51 (1870). — Vedi anche a pagine 564-565 del 2° volume del trattato del sig. HELMERT: *Die mathematischen und physikalischen theorien der Höheren Geodäsie.*

La curvatura di una linea (20) nel punto (ξ, ζ), si trova senza difficoltà espressa da

$$(21)\ldots \qquad \gamma = \pm \frac{\xi \zeta e^2 (1-e^2)}{\{\xi^2 (1-e^2)^2 + \zeta^2\}^{3/2}} .$$

Chiamiamo φ la *latitudine* del punto $M(\xi, \zeta)$ e riteniamo φ positiva da una banda dell'equatore (emisfero Nord) e negativa dall'altra (emisfero Sud).

Ponendo

$$M = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

dove a è il semiasse maggiore dell'ellissoide che passa pel punto (ξ, ζ) avremo

$$(22)\ldots \qquad \xi = M \cos \varphi \ , \quad \zeta = M (1-e^2) \operatorname{sen} \varphi \ ;$$

e sostituendo nella (21), risulterà *il valore assoluto* della curvatura γ espresso da:

$$(23)\ldots \qquad \gamma = \pm \frac{e^2 \operatorname{sen} 2\varphi}{2M(1-e^2)} \qquad \begin{cases} + \text{ per l'emisfero Nord} \\ - \text{ id. id. Sud} \end{cases}$$

I raggi di curvatura principali R_1, R_2 della superficie di indice costante nel punto M, sono in questo caso

$$R_1 = \frac{M(1-e^2)}{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} , \quad R_2 = M .$$

Ammettendo che gli azimut si contino a partire dalla direzione Nord del meridiano, e ricordando quanto si è detto nel § 2, si vede che qui si dovrà porre

$$\theta = 0° \text{ nell'emisfero Nord}$$

e

$$\theta = 180° \text{ nell'emisfero Sud}$$

giacchè le trajettorie ortogonali rivolgono la loro convessità all'equatore. Quindi le formole (13) (14) del § 2 daranno

$$A = \pm P\gamma \ , \qquad B = 0 \qquad \begin{cases} + \text{ emisfero Nord} \\ - \text{ emisfero Sud.} \end{cases}$$

E per la (23), si avrà in ogni caso

$$A=\frac{e^2 P \operatorname{sen} 2\varphi}{2M(1-e^2)}, \qquad B=0.$$

Sostituendo nella (17), ed esprimendo $\beta-\alpha$ in secondi

$$(\beta-\alpha)''=-\frac{e^2 s^2}{12}\frac{P}{M(1-e^2)}\left\{\operatorname{sen} 2\varphi . \operatorname{sen}\alpha . \operatorname{cotg} Z+\cos^2\varphi . \operatorname{sen} 2\alpha\right\}\frac{1}{\operatorname{sen} 1''}$$

ovvero, introducendo il coefficiente di refrazione k, e trascurando i termini dell' ordine di e^4, abbiamo finalmente pel caso degli ellissoidi simili

$$(24)\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} (\beta-\alpha)''=\frac{e^2 s^2}{12 . a^2}\Big\{ & \operatorname{sen} 2\varphi . \operatorname{sen}\alpha . \operatorname{cotg} Z+ \\ & +\cos^2\varphi . \operatorname{sen} 2\alpha\Big\}\frac{k}{\operatorname{sen} 1''}. \end{aligned} \right.$$

Supponiamo, come secondo esempio, che le superficie di indice costante siano ellissoidi di rotazione omofocali. Chiamando a il semiasse maggiore ed e l'eccentricità di uno qualunque di tali ellissoidi. il prodotto $a e$ sarà costante e l'equazione delle trajettorie ortogonali (iperboli omofocali) in uno qualunque dei piani meridiani sarà:

$$(25)\ldots \qquad \frac{\xi^2}{d^2}-\frac{\zeta^2}{a^2e^2-d^2}=1,$$

dove d è il semiasse reale dell' iperbole che passa pel punto $M(\xi, \eta)$. La curvatura della curva (25) nel punto (ξ, ζ) è in valore assoluto

$$(26)\ldots \qquad \eta=\frac{a^4(a^2e^2-d)^2}{\left\{\zeta^2 d^4+\xi^2(a^2e^2-d^2)^2\right\}^{3/2}}.$$

Ora, ponendo nella (25) in luogo di ξ, ζ le espressioni (22) e trascurando le potenze di e superiori alla terza si ha

$$d^2=a^2 e^2\cos^2\varphi.$$

Sostituendo nella (26), si ha pertanto, a meno di termini in e^4,

$$\eta=\pm\frac{e^2}{2a^2}\operatorname{sen} 2\varphi \qquad \left\{ \begin{array}{l} + \text{ per l'emisfero Nord} \\ - \text{ per l'emisfero Sud.} \end{array} \right.$$

Nel caso presente le trajettorie ortogonali (25) volgono la loro concavità all'equatore; dovrà quindi porsi: $\theta = 180°$ nell' emisfero Nord, e $\theta = 0°$ nell' emisfero Sud. Si avrà quindi in ogni caso:

$$A = P\gamma_1 \cos\theta = -\frac{e^2 P}{2a^2} \cdot \operatorname{sen} 2\varphi , \qquad B = 0 .$$

E la (17) darà, introducendo il coefficiente di refrazione:

$$(27)\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} (\beta = \alpha)'' = &-\frac{e^2 s^2}{12 \cdot a^2}(\operatorname{sen} 2\varphi . \operatorname{sen}\alpha . \operatorname{cotg} Z - \\ &- \cos^2\varphi . \operatorname{sen} 2\alpha)\frac{k}{\operatorname{sen} 1''} . \end{aligned} \right.$$

Ponendo $k = 0{,}14$, $s = 300^{km}$, $\varphi = 45°$, le (20) (21) dànno: nel caso degli ellissoidi simili:

$$(\beta - \alpha)'' = 0'',038\,(\operatorname{cotg} Z + \cos\alpha)\operatorname{sen}\alpha ,$$

e nel caso degli ellissoidi omofocali

$$(\beta - \alpha)'' = 0'',038\,(\cos\alpha - \operatorname{cotg} Z)\operatorname{sen}\alpha .$$

§ 4. Dagli sviluppi (5) deduciamo ora la ***refrazione zenitale***, ossia la differenza fra la distanza zenitale *vera* Z' del punto M_1 rispetto ad M, e la distanza zenitale *apparente* Z. Si avrà, chiamando σ la lunghezza della MM_1, e conservando le notazioni dei paragrafi 1° e 3°:

$$x = \sigma \operatorname{sen} Z' \cos\beta , \quad y = \sigma \operatorname{sen} Z' \operatorname{sen}\beta , \quad z = \sigma \cos Z' ,$$

donde

$$(28)\ldots \qquad \operatorname{cotg} Z' = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} .$$

D'altra parte gli sviluppi (5) e le formole (6), (7) (16) dànno, a meno di termini in s^4:

$$(29)\ldots \left\{ \begin{aligned} z = s . \cos Z + \frac{s^2 P}{2}\operatorname{sen}^2 Z + \frac{s^3}{6}\left(C - \frac{P}{R_n} - 2P^2\right)\operatorname{sen}^2 Z \cos Z - \\ - \frac{s^3}{6}(A\cos\alpha + B\operatorname{sen}\alpha)\operatorname{sen} Z \cos 2Z , \end{aligned} \right.$$

$$\sqrt{x^2+y^2}=L\left\{1+\frac{s^2}{6}\operatorname{cotg} Z(A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha)+\frac{s^2P}{6}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\operatorname{sen}^2\alpha\right\}.$$

Ponendo, in quest'ultima, in luogo di L l'espressione data dalla (15), abbiamo, sempre colla stessa approssimazione:

$$(30)\ldots\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{1}{s\,.\operatorname{sen} Z}\Big\{1+\frac{s}{2}P\cos Z+\frac{s^2}{6}\left(C-\frac{P}{R_a}\right)\cos^2 Z+\\&+\frac{P^2s^2}{12}(1+\operatorname{sen}^2 Z)-\frac{s^2}{6}(A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha)\operatorname{cotg} Z\cos 2Z\Big\}.\end{aligned}\right.$$

E, moltiplicando le (29) (30) fra loro:

$$\begin{aligned}\operatorname{cotg} Z'=\operatorname{cotg} Z+\frac{s}{2}\frac{P}{\operatorname{sen} Z}+\frac{s^2}{6}\operatorname{cotg} Z\left(C+\frac{1}{2}P^2-\frac{P}{R_a}\right)+\\-\frac{s^2}{6}(A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha)\frac{\cos 2Z}{\operatorname{sen}^2 Z}\,.\end{aligned}$$

Di qui, a meno di termini in s^3:

$$\begin{aligned}Z'-Z=-\frac{s}{2}P\operatorname{sen} Z-\frac{s^2}{6}\left(C-P^2-\frac{P}{R_a}\right)\cos Z\operatorname{sen} Z+\\+\frac{s^2}{6}(A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha)\cos 2Z\,,\end{aligned}$$

formola che esprime appunto la refrazione zenitale che si cercava.

I coefficienti P, C, A, B sono dati dalle formole (3') (8) del § 1°. Per avere P e C basterebbe conoscere il modo di variare della densità dell'aria lungo la verticale del punto M, nel quale si fa l'osservazione. Si avrebbe allora, indicando con f una funzione conosciuta

$$n=f(z)\,,$$

dove n è l'indice di refrazione nel punto situato sulla verticale di M alla distanza z da M. E quindi

$$P=\frac{1}{n_0}\left(\frac{df}{dz}\right)_0\,,\qquad C=-\frac{1}{n_0^2}\left(\frac{df}{dz}\right)_0+\frac{1}{n_0}\left(\frac{d^2f}{dz^2}\right)_0.$$

Quanto ai coefficienti A e B che dipendono dal non parallelismo degli strati di uniforme densità, valga quanto si è detto nei paragrafi 2° e 3°.

Sulle equazioni differenziali alle quali soddisfanno il Modulo ed il Moltiplicatore nella Trasformazione delle Funzioni Ellittiche;

Nota del Dott. GUIDO VALLE,
Assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva nella R. Università di Torino

---

1. È noto che se k e λ sono i moduli corrispondenti a due integrali ellittici, tra i quali sussista la relazione:

$$(1)\ldots \qquad \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}=\mu\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-\lambda^2y^2)}} \quad (^*)$$

essi soddisfaranno all'equazione differenziale seguente:

$$(2)\ldots \quad 3\left(\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)^2-2\frac{d\lambda}{dk}\frac{d^3\lambda}{dk^3}+\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\left[\left(\frac{1+k^2}{k-k^3}\right)^2-\left(\frac{1+\lambda^2}{\lambda-\lambda^3}\right)^2\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\right]=0.$$

La proposizione è di Jacobi (*Fundamenta Nova*); ma ne manca tuttora una completa dimostrazione che egli non diede; nè mi consta che altri abbia data finora. Non sarà, credo, senza interesse pei cultori delle funzioni ellittiche, se io ne presenterò qui in tutti i suoi particolari lo sviluppo, e se inoltre mi varrò dell'occasione per esporre vari risultati, dei quali alcuni affatto nuovi, conseguenze immediate della citata proposizione.

Se con K e Λ si designano gli integrali completi di 1ª specie pei quali sia verificata la (1), di cui siano k e λ i rispettivi moduli; con K' e Λ', le quantità analoghe pei moduli k' e λ', ed è n il grado della trasformazione, sono note le relazioni:

$$(3)\ldots \qquad \frac{\Lambda'}{\Lambda}=n\frac{K'}{K}$$

$$(4)\ldots \qquad \Lambda=\frac{K}{n\mu},$$

(*) Si conviene di prendere sempre positivamente i radicali.

dalle quali si deduce facilmente:

$$(5)\ldots\quad \begin{cases} \dfrac{d}{dk}\left(\dfrac{K'}{K}\right)=-\dfrac{\pi}{2}\dfrac{1}{kk'^2K^2}=-\dfrac{\pi}{2}\dfrac{d\lambda}{n\lambda\lambda'^2\Lambda} \\ \dfrac{d}{d\lambda}\left(\dfrac{\Lambda'}{\Lambda}\right)=-\dfrac{\pi}{2}\dfrac{1}{\lambda\lambda'^2\Lambda^2} \end{cases}$$

dalle quali segue

$$(6)\ldots\quad f^2=n\mu^2=\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\frac{dk}{d\lambda}.$$

Inoltre si hanno le equazioni seguenti:

$$(7)\ldots\quad \begin{cases} k(1-k^2)\dfrac{d^2K}{dk^2}+(1-3k^2)\dfrac{dK}{dk}-kK=0 \\ \lambda(1-\lambda^2)\dfrac{d^2\Lambda}{d\lambda^2}+(1-3\lambda^2)\dfrac{d\Lambda}{d\lambda}-\lambda\Lambda=0. \end{cases}$$

Ricordate brevemente queste relazioni, ecco quanto si deduce da esse.

Da prima le (7) si possono scrivere come segue:

$$(7')\ldots\quad \begin{cases} \dfrac{d}{dk}\left(\dfrac{kk'^2dK}{dk}\right)-kK=0 \\ \dfrac{d}{d\lambda}\left(\dfrac{\lambda\lambda'^2d\Lambda}{d\lambda}\right)-\lambda\Lambda=0. \end{cases}$$

Eliminando tra queste equazioni e la (4) le quantità K e Λ, si avrà un'equazione differenziale di 2° ordine, alla quale soddisfaranno contemporaneamente i moduli k, λ ed il moltiplicatore μ.

Allo scopo si ponga nella prima delle (7′) il valore di K ricavato dalla (4); indi differenziando rispetto a k e dividendo per n, si trova;

$$\Lambda\left[kk'^2\frac{d^2\mu}{dk^2}+(1-3k^2)\frac{d\mu}{dk}-k\mu\right]+\frac{d\Lambda}{dk}\left[2kk'^2\frac{d\mu}{dk}+(1-3k^2)\mu\right]+$$
$$+kk'^2\mu\frac{d^2\Lambda}{dk^2}=0\;.$$

Ovvero, moltiplicando per μ e riducendo:

$$(8)\ldots\mu\Lambda\left[kk'^2\frac{d^2\mu}{dk^2}+(1-3k^2)\frac{d\mu}{dk}-k\mu\right]+\frac{d}{dk}\left[\frac{\mu^2kk'^2d\Lambda}{dk}\right]=0.$$

Ora coll'aiuto della (6), tenendo anche conto della relazione simbolica

$$\frac{d}{dk}=\frac{d}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk}$$

si trova facilmente:

$$\frac{d}{dk}\left(\frac{\mu^2kk'^2d\Lambda}{dk}\right)=\frac{1}{n}\frac{d}{dk}\left(\frac{\lambda\lambda'^2d\Lambda}{d\lambda}\right)=\frac{1}{n}\frac{d\lambda}{dk}\cdot\frac{d}{dk}\left(\frac{\lambda\lambda'^2d\Lambda}{d\lambda}\right)$$

onde, vista la seconda delle (5), sarà:

$$\frac{d}{dk}\left(\frac{\mu^2kk'^2d\Lambda}{dk}\right)=\frac{1}{n}\frac{d\lambda}{dk}.\lambda\Lambda\,.$$

Sostituendo nella (8) e dividendo per Λ, si trova:

$$(8')\ldots\quad\mu\left[kk'^2+(1-3k^2)\frac{d\mu}{dk}-k\mu\right]+\frac{1}{n}\frac{\lambda d\lambda}{dk}=0.$$

Finalmente eliminando $\frac{d\lambda}{dk}$ col mezzo della (6), viene.

$$(9)\ldots\quad kk'^2\frac{d^2\mu}{dk^2}+(1-3k^2)\frac{d\mu}{dk}-k\mu+\frac{\lambda^2\lambda'^2}{kk'^2}\frac{1}{n^2\mu^3}=0$$

ovvero

$$(9')\ldots\quad\frac{d}{dk}\left(kk'^2\frac{d\mu}{dk}\right)-k\mu+\frac{\lambda^2\lambda'^2}{kk'^2}\frac{1}{n^2\mu^3}=0$$

la quale è l'equazione differenziale di 2° ordine più sopra annunziata.

2. Se ora dalla (9) coll'aiuto della (6) si elimina n si troverà l'equazione differenziale di 3° ordine di Jacobi.

A questo scopo scritta la (9') come segue:

$$(9'')\ldots\quad\frac{1}{\mu}\frac{d}{dk}\left(kk'^2\frac{d\mu}{dk}\right)-k+\frac{kk'^2}{\lambda'^2}\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2=0$$

indi derivando rispetto a k tenendo presente la (6) e moltiplicando per f^2, viene:

$$(10)\ldots \qquad f\frac{d}{dk}\left(kk'^2\frac{df}{dk}\right)-kf^2+\frac{d\lambda}{dk}=0.$$

Questa sviluppata mediante un calcolo alquanto prolisso ci darà l'equazione (2) cercata.

Infatti si ha da prima:

$$(6)\ldots \qquad f^2=\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^{-1}.$$

Derivando rispetto a k, ricordando che λ è funzione di k, e moltiplicando per kk'^2, si trova:

$$(11)\ldots kk'^2\frac{df}{dk}=\frac{1}{2f}\,\frac{kk'^2(1-3\lambda^2)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2-\lambda\lambda'^2(1-3k^2)\frac{d\lambda}{dk}-kk'^2.\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{kk'^2\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}$$

ossia, per brevità:

$$(11')\ldots \qquad kk'^2\frac{df}{dk}=\frac{1}{2f}P.$$

Derivando ancora una volta e moltiplicando per f, avremo:

$$f\frac{d}{dk}\left(kk'^2\frac{df}{dk}\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{d}{dk}P-\frac{P}{2}\frac{\frac{df}{dk}}{f}\right]$$

ossia

$$(12)\ldots f\frac{d}{dk}\left(kk'^2\frac{df}{dk}\right)=\frac{1}{2}\frac{d}{dk}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}+1-3\lambda^2-(1-3k^2)f^2\right]-\frac{P}{2}\frac{\frac{df}{dk}}{f}.$$

Sostituendo nella (10) si trae:

$$(13)\ldots \ \frac{1}{2}\frac{d}{dk}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}\right]-2\lambda\frac{d\lambda}{dk}+2kf^2-f\frac{df}{dk}\left[1-3k^2+\frac{P}{2f^2}\right]=0$$

e poichè, in causa della (11'), si ha:

$$(14)\ldots\quad f\frac{df}{dk}\left[1-3k^2+\frac{P}{2f^2}\right]=\frac{1}{2kk'^2}P\left[1-3k^2+\frac{P}{2f^2}\right]$$

si potrà scrivere:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dk}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}\right]-2\lambda\frac{d\lambda}{dk}+2kf^2-$$

$$-\frac{1-3k^2}{2kk'^2}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}+1-3\lambda^2-(1-3k^2)f^2\right]-\frac{1}{4kk'^2}\frac{P^2}{f^2}=0$$

ovvero ancora, sostituendovi l'espressione di f e riducendo:

$$(15)\ldots\begin{cases}\frac{1}{2}\frac{d}{dk}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}\right]-2\lambda\frac{d\lambda}{dk}+\frac{\lambda\lambda'^2}{2kk'^2\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)}\left[4k^2k'^2+(1-3k^2)\right]-\\[2ex] -\frac{1-3k^2}{2kk'^2}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}+1-3\lambda^2\right]-\frac{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)}{4\lambda\lambda'^2}P^2=0.\end{cases}$$

Ora si ha:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dk}\left[\frac{-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}}{\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2}\right]=-\frac{1}{2\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^4}\left[\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\frac{d}{dk}\left(\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)-2\lambda\lambda'^2\left(\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)^2\frac{d\lambda}{dk}\right].$$

Laonde sostituendo e moltiplicando per $4\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^3$, verrà;

$$2\frac{d\lambda}{dk}\frac{d}{dk}\left(\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)+4\lambda\lambda'^2\left(\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)^2-8\lambda\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^4+$$

$$+2\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\left[4k^2k'^2+(1-3k^2)^2\right]-$$

$$-2\frac{1-3k^2}{kk'^2}\frac{d\lambda}{dk}\left[-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}+(1-3k^2)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\right]-\frac{1}{\lambda\lambda'^2}\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^4P^2=0\,.$$

Sostituendo l'espressione di P^2 e ponendo in evidenza il fattore $2\lambda\lambda'$, viene:

$$-2\lambda\lambda'\left[\frac{d\lambda}{dk}\cdot\frac{d^3\lambda}{dk^3}-2\left(\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)^2\right]-2(1-3\lambda^2)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}-$$

$$-8\lambda\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^4+2\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^4\left[4k^2k'^2+(1-3k^2)^2\right]-$$

$$-2\frac{1-3k^2}{kk'^2}\frac{d\lambda}{dk}\left[-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}+(1-3\lambda^2)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\right]-$$

$$-\frac{1}{\lambda\lambda'^2}\left[-\lambda\lambda'^2\frac{d^2\lambda}{dk^2}+(1-3\lambda^2)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2-(1-3k^2)\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\frac{d\lambda}{dk}\right]^2=0\,.$$

Infine dividendo per $\lambda\lambda'^2$ e riducendo si trova:

$$3\left(\frac{d^2\lambda}{dk^2}\right)^2-2\frac{d\lambda}{dk}\frac{d^3\lambda}{dk^3}+\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\left[\left(\frac{1+k^2}{k-k^3}\right)^2-\left(\frac{1+\lambda^2}{\lambda-\lambda^3}\right)\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)^2\right]=0$$

che è appunto l'equazione (2) cercata.

3. Esporrò qui alcuni risultati che sono immediata conseguenza di quello che fu detto finora. — Legendre ha dimostrato che se K ed E_1 sono gli integrali completi di 1ª e 2ª specie, si ha la relazione:

$$\frac{dK}{dk}=\frac{1}{kh'^2}(E_1-k'^2K)\,.$$

Orbene, questa si può scrivere come segue:

$$\frac{dk}{k}=\frac{E_1}{kk'^2K}dk+\frac{dK}{K}=0\,,$$

sicchè se con H e Λ si indicano le trasformate di E_1 e K relative al modulo λ, avremo analogamente

$$\frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{H}{\lambda\lambda'^2\Lambda}d\lambda + \frac{d\Lambda}{\Lambda} = 0 .$$

Se ora si tiene presente l'equazione (4), dalla quale si trae:

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dK}{K} - \frac{d\Lambda}{\Lambda}$$

e si eguagliano i due primi membri delle precedenti, si trova:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{H}{\lambda\lambda'^2}\frac{d\lambda}{\Lambda} - \frac{d\mu}{\mu} = \frac{dk}{k} - \frac{E_1}{kk'^2}\frac{dk}{K},$$

ossia

$$(16)\ldots \qquad \frac{d\lambda}{dk}\cdot\frac{kk'^2}{\lambda\lambda'^2}\left(\lambda'^2 - \frac{H}{\Lambda} - \frac{\lambda\lambda'^2}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}\right) = k'^2 - \frac{E_1}{K} .$$

In seguito eliminando da questa coll'aiuto della (6) la quantità $\frac{d\lambda}{dk}$ e ponendo

$$\zeta = 1 - \frac{E_1}{K}$$

si trae:

$$(17)\ldots \qquad \frac{1}{n\mu}\left(\lambda'^2 - \frac{H}{\Lambda} - \frac{\lambda\lambda'^2}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}\right) = \zeta - k^2 .$$

Non sarà inutile il rammentare nell'eseguire la derivata di μ rispetto a λ, che λ è funzione di k. Se adunque s'indica con ζ_1 ciò che diviene la costante ζ per rapporto a λ; in altri termini se si pone:

$$\zeta_1 = 1 - \frac{H}{\Lambda}$$

la (17) diviene:

$$\frac{1}{2}\frac{\lambda\lambda'^2}{n}\frac{d}{dk}\left(\frac{1}{\mu^2}\right) + \frac{1}{n\mu^2}(\zeta_1 - \lambda^2) = \zeta - k^2$$

ovvero ponendo

$$\frac{1}{n\mu^2} = \varphi, \qquad \text{donde} \qquad \frac{1}{n}\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{\mu^2}\right) = d\varphi$$

verrà:

$$(18)\ldots \qquad \frac{1}{2}\lambda\lambda'^2\frac{d\varphi}{d\lambda}+\varphi(\zeta_1-\lambda^2)=k^2-\zeta.$$

Rammentando ora che per questi cambiamenti rimangono inalterate l'equazione modulare e la quantità μ^2; indicando inoltre con ζ' e ζ_1' ciò che divengono rispettivamente ζ e ζ_1, si avrà:

$$\frac{1}{2}\lambda'\lambda^2\frac{d\varphi}{d\lambda'}+\varphi(\zeta_1'-\lambda'^2)=k'^2-\zeta'.$$

Ma è facile verificare (ricordando una notissima relazione dovuta a Legendre) che si ha:

$$\zeta+\zeta_1-1=\frac{\pi}{2KK'}$$

laonde sarà pure

$$\zeta'+\zeta_1'-1+\frac{\pi}{2\Lambda\Lambda'}$$

dunque:

$$\lambda\lambda'^2\left(\lambda'\frac{d\varphi}{d\lambda}+\lambda\frac{d\varphi'}{d\lambda'}\right)+\varphi\frac{\pi}{\Lambda\Lambda'}-\frac{\pi}{KK'}=0$$

e poichè la parentesi è identicamente nulla, segue:

$$(19)\ldots \qquad \varphi=\frac{1}{n\mu^2}=\frac{\Lambda\Lambda'}{KK'}$$

ciò che coincide con un risultato trovato da Jacobi per altra via.

4. Ecco un'altra conseguenza.

Se si moltiplica la (9) per $\frac{n^2kk'^2}{\mu^2}$, tenendo presente la (6), si avrà:

$$(20)\ldots \quad \frac{n^2k^2k'^2}{\mu}\left[kk'^2\frac{d\mu}{dk^2}+(1-3k^2)\frac{d\mu}{dk}\right]-n^2kk'^2+\frac{\lambda^2\lambda'^2}{\mu^4}=0.$$

Poniamo ora con Jacobi:

$$(21)\ldots \qquad \frac{2\,dk}{kk'^2}=dl\,; \qquad \frac{2\,d\lambda}{\lambda\lambda'^2}=dL\,.$$

La (6) diverrà:

$$\mu^2 = \frac{2}{n} \frac{dk}{kk'^2 dL}$$

e fatto $\mu' = \frac{1}{\mu}$, sarà

$$\mu'^2 = \frac{nkk'^2}{2} \cdot \frac{dL}{dk}$$

derivando:

$$\frac{d\mu'}{dL} = -\frac{1}{\mu^2} \frac{d\mu}{dL} = -\frac{1}{\mu^2} \frac{d\mu}{dk} \frac{dk}{dL} = -\frac{n}{2} kk'^2 \frac{d\mu}{dk}$$

donde, derivando ancora una volta:

$$\frac{dLd^2\mu' - d\mu' d^2L}{dkdL^2} = -\frac{n}{2} \left[kk'^2 \frac{d^2\mu}{dk^2} + (1-3k^2) \frac{d\mu}{dk} \right].$$

Sostituendo questi risultati nella (20), si trae:

$$\frac{2nkk'^2}{\mu} \frac{dLd^2\mu' - d\mu' d^2L}{dkdL^2} + n^2 kk'^2 - \frac{\lambda^2\lambda'^2}{\mu^4} = 0$$

e poichè si ha:

$$\frac{2nkk'^2}{\mu dk} = \frac{4}{\mu^3 dL}$$

segue:

$$(22)\ldots \quad 4\mu'^3 \frac{dLd^2\mu' - d\mu' d^2L}{dL^3} + n^2k^2h'^2 - \lambda^2\lambda'^2\mu'^4 = 0$$

equazione data da Genocchi in una bella Memoria *Sulle funzioni ellittiche* (Mem. R. Accad., Torino, Serie II. t. 23).

5. Una terza conseguenza importante è la seguente.
Dalle equazioni (6) e (21) si trae:

$$\mu'^2 = \frac{ndL}{dl}$$

donde derivando

$$2 \frac{d\mu'}{dL} = \mu' \frac{d^2L}{dL^2} - \frac{n}{\mu'} \frac{d^2l}{dl^2}$$

segue:

$$2\frac{dLd^2\mu'-d\mu'd^2L}{dL^2}=\mu'\left(\frac{d^3L}{dL^3}-\frac{n^3}{\mu'^4}\frac{d^3l}{dl^4}\right)-\frac{3\mu'}{2}\left[\left(\frac{d^2L}{dL^2}\right)^2-\frac{n^2}{\mu^4}\left(\frac{d^2l}{dl^2}\right)^2\right]$$

laonde dividendo l'equazione (22) per μ'^4, si avrà:

$$(22')\ldots\quad\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{dL^2}(k^2k'^2dl^2-\lambda^2\lambda'^2dL^2)+2\left(\frac{d^3L}{dL^3}-\frac{n^2}{\mu'^4}\frac{d^3l}{dl^3}\right)-\\&\qquad-3\left[\left(\frac{d^2L}{dL^2}\right)-\frac{n^2}{\mu^4}\left(\frac{d^2l}{dl^2}\right)^2\right]=0.\end{aligned}\right.$$

Se ora si osserva che per le (21), si ha:

$$(23)\ldots\qquad l=\log\frac{k^2}{1-k^2}\,;\quad L=\log\frac{\lambda^2}{1-\lambda^2}$$

delle quali

$$k^2=\frac{e^l}{e^l+1}\,;\qquad k^2=\frac{1}{e^l+1}$$

onde

$$k^2k'^2=\left(\frac{1}{e^{\frac{l}{2}}+e^{-\frac{l}{2}}}\right)^2$$

$$\lambda^2\lambda'^2=\left(\frac{1}{e^{\frac{L}{2}}=e^{-\frac{L}{2}}}\right)^2$$

Sostituendo nella (22') si trova:

$$(24)\ldots\quad\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{dl}{e^{\frac{l}{2}}+e^{-\frac{l}{2}}}\right)^2-\left(\frac{dL}{e^{\frac{L}{2}}+e^{-\frac{L}{2}}}\right)^2-2\left(\frac{d^3L}{dL^3}-\frac{d^3l}{dl^3}\right)-\\&\qquad-3\left[\left(\frac{d^2L}{dL^2}\right)^2-\left(\frac{d^2l}{dl^2}\right)^2\right]=0\ (^*).\end{aligned}\right.$$

(*) Si trova un'equazione simile nel *Traité des fonctions elliptiques* par M. Cayley.

Orbene, se in questa si pongono i valori di k e λ si ritrova l'equazione (2), come si può facilmente verificare. — Ma la si può ritrovare sotto una forma alquanto differente. Se infatti si pone:

$$(25)\ldots \qquad \frac{dl}{dL}=\alpha=n\mu^2=f^2$$

considerando dl come costante, avremo

$$dL-\frac{1}{\alpha}dl$$

donde si trae facilmente:

$$2\frac{d^3L}{dL^3}-3\left(\frac{d^2L}{dL^2}\right)^2=2\alpha\frac{d^2\alpha}{dl^2}-\left(\frac{d\alpha}{dl}\right)^2.$$

Ma d'altra parte si ha pure:

$$2\alpha\frac{d^2\alpha}{dl^2}-\left(\frac{d\alpha}{dl}\right)^2=4f^3\frac{d^2f}{dl^2};$$

laonde

$$4f^3\frac{d^2f}{dl^2}-f^4\left(e^{\frac{l}{2}}+e^{-\frac{l}{2}}\right)^{-2}=-\left(e^{\frac{L}{2}}+e^{-\frac{L}{2}}\right)^{-2}$$

ossia

$$(26)\ldots \qquad 4f^3\frac{d^2f}{dl^2}-f^4k^2k'^2+\lambda^2\lambda'^2=0,$$

la quale è pure un'equazione data da Jacobi con procedimento affatto differente. (*Crelle's Journal*, t. 36).

6. Mediante le relazioni superiormente incontrate si può facilmente verificare un'altra equazione, che Jacobi dà senza dimostrazione.

Posto

$$k_1=\frac{k^2}{1-k^2}; \qquad H=-\lambda^2\lambda'^2$$

si ha:

$$(27)\ldots \qquad k'^2f^4\left(\frac{dH}{dk_1}\right)^2=H^2+4H^3.$$

Infatti si ha:

$$\frac{dH}{dk_1}=\frac{dH}{dk}\cdot\frac{dk}{dk_1}=\frac{dH}{dk}\cdot\frac{k'^4}{2k}.$$

Ma si ha pure:

$$\frac{dH}{dk}=\frac{dH}{dl}\cdot\frac{dl}{dk}=\frac{dH}{dl}\cdot\frac{2}{kk'^2}$$

dunque:

$$\frac{k^4}{k'^4}\left(\frac{dl}{dL}\right)^2\left(\frac{dH}{dl}\right)\frac{k'^4}{k^4}=\left(\frac{dH}{dL}\right)^2=H^2+4H^3.$$

Ed ora osservando che è:

$$\frac{dH}{dL}=\frac{dH}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dL}=\frac{dH}{d\lambda}\cdot\frac{\lambda\lambda'^2}{2}$$

si avrà identicamente:

$$\frac{\lambda^2\lambda'^4}{4}\left(\frac{d\lambda^2\lambda'^2}{d\lambda}\right)^2=\lambda^4\lambda'^4-4\lambda^6\lambda'^6=H^2+4H^3,$$

ciò che dimostra la relazione (27).

7. Se in fine nell'equazione modulare:

$$n\mu^2=\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\frac{dk}{d\lambda}$$

si muta k in k'; λ si cambia, come è noto, in λ'; quindi si avrà

$$n\mu^2-\frac{\lambda'\lambda^2}{k'k^2}\cdot\frac{dk'}{d\lambda'}=\frac{\lambda'\lambda^2\dfrac{-k}{k'}\dfrac{dk}{d\lambda}}{k'k^2\dfrac{-\lambda}{\lambda'}d\lambda}=\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\frac{dk}{d\lambda}\ .$$

Se ne deduce che *nemmanco μ^2 non cambierà;* d'accordo con un teorema di Jacobi sulla trasformazione delle funzioni ellittiche (*Fundam. nova*).

In seguito si noti che se si muta k in $\frac{1}{k}$, onde λ si cambia $\frac{1}{\lambda}$, si trae:

$$n\mu^2=\frac{\dfrac{1}{\lambda}\lambda'^2}{\dfrac{1}{k}k'^2}\frac{dk}{d\lambda}$$

ossia:

$$\frac{n\lambda^2\mu^2}{k^2}=\frac{\lambda\lambda'^2}{kk'^2}\frac{dk}{d\lambda}$$

donde segue che in causa di tali cambiamenti μ si muta in $\pm\frac{\lambda}{k}\mu$. Il segno — è da rigettarsi; poichè se nell'equazione differenziale (1) si mutano rispettivamente k in $\frac{1}{k}$ e λ in $\frac{1}{\lambda}$, e contemporaneamente x e y in $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$; l'equazione rimane invariata, a meno del moltiplicatore, il quale diviene $\frac{\lambda}{k}\mu$, poichè, come sta detto superiormente, si conviene di prendere sempre positivamente quei radicali. Si conclude adunque che « *se si cambiano* k *e* λ *rispettivamente in* $\frac{1}{\mathrm{k}}$ *ed* $\frac{1}{\lambda}$ *le radici* ρ *del moltiplicatore si muteranno in* $\frac{k}{\lambda}\rho$ » la qual proposizione non mi consta sia stata finora enunciata da altri.

Torino, Novembre 1889.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell' 8 Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, V. PROMIS, ROSSI, PEZZI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Socio Barone CLARETTA fa una lettura in cui discorre degli usi e dei costumi piemontesi tra il fine del secolo XVII ed il principio del secolo XVIII.

LETTURE

Il Socio Barone CLARETTA annunzia che sta compilando un lavoro che tratterà particolarmente degli usi e dei costumi piemontesi tra il fine del secolo XVII ed il principio del XVIII; e ne legge due brani che concernono principalmente la nobiltà e la borghesia, e descrivono le condizioni sociali delle due classi di cittadini. Il Presidente espone alcune sue osservazioni sul lavoro letto.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 1° al 30 Novembre 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
R. Società dell'Austr. merid. (Adelaide).	* Transactions, Proceedings and Report of the R. Society of South Australia, vol. XI, 1887-88. Adelaide, 1889; in-8°.
R. Accademia delle Scienze (Amsterdam).	* Verslagen en Mededeelingen der k. Akademie van Wetenschappen: Afdeeling Natuurkunde, derde Reeks, Deel V. Amsterdam, 1889; in-8°.
Università J. Hopkins (Baltimora).	* American Journal of Matematics, etc.; vol. XI, n. 3. Baltimore 1889; in-4°.
Id.	— Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. VIII, n. 69-74. Baltimore, 1889; in-4°.
Id.	—— American chemical Journal, etc.; vol. II, n. 1-4. Baltimore, 1889; in-8°.
Accademia di Arti e Scienze di Batavia.	* Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie uitgegeven door de k. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië, etc.; Deel XLVIII. Batavia, 1889; in-8°.
Berlino. * *	Geologische Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten im Maafstabe von 1 : 25,000, etc.; XXXVII Lieferung, Blatt Altenbreitungen, Grad-Abtheilung 69, n. 18; Oberkatz, n. 24; Helmershausen, n. 30;

Blatt Wasungen, Grad-Abth. 70, n. 19; Meiningen, n. 25; — XL Lieferung, Blatt Saalfeld, Grad-Abth. 71, n. 19; Probstzella, n. 25; Zirgenzück n. 20; Liebengrün, n. 26: — XLII Lieferung, Blatt Tangermünde, Grad-Abth. 43, n. 28; Jerichovv n. 29; Vieritz n. 30; Scherneheck n. 33; Weissewarthe n. 34; Genthin, n. 35. Berlin, 1889; in-fol° gr.

Erläuterungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten; XXXVII Lief. Grad-Abth. 69, n. 18, 24, 30; Grad-Abth. 70, n. 19, 25: — XL Lief., Grad-Abth. 71, n. 19, 20, 25, 26: – XLII Lief., Grad-Abth. 43, n. 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36. Berlin, 1888-89; in 8° gr. — Berlino. * *

* Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern, aus dem Iahre 1888, n. 1195-1214; Redaktion: Dr. phil. J. H. Graf. Bern, 1889; in-8°. — Società Elvetica di Scienze nat. (Berna).

– Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Solothum den 6, 7 und 8 August 1888; 71 Jahresversammlung; Jahresbericht 1887-88. Solthurn, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

— Comptes rendus des travaux présentés à la soixante onzième Session de la Société Helvétique des Sciences naturelles réunie à Soleure les 6, 7 et 8 août 1888. Genève, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Bulletin de la Société belge de Microscopie; XV^{e} année, n. 11. Bruxelles, 1889; in-8°. — Società belga di Microscopia (Bruxelle).

* Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc.; t. XXVII, entr. 6; t. XXVIII, entr. 1, 2. Buenos Aires, 1889; in-8°. — Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).

* Proceedings of the Cambridge philosophical Society; vol. VI, part 6. Cambridge, 1889; in-8°. — Società filosofica di Cambridge.

* Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira; vol. IX, n. 3 Coimbra, 1889; in-8°. — F. Gomes Teixeira (Coimbra).

* Forhandlinger i Videnskabs-selskabet i Christiania, Aar 1888, n. 1-23. Christiania, 1889; in-8°. — Soc. delle Scienze di Cristiania.

—— Oversigt over Videnskabs-selskabets Möder i 1888. Christiania, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Filippo Parlatore. — Flora italiana continuata da Teodoro Caruel; volume VIII, parte 3^{a}: *Plumbaginacee*, per Antonio Mori; *Primulacee*, per L. Caldesi: — *Diospiracee*, *Stiracacee*, *Ericacee*, *Vacciniacee*, *Pirolacee*, *Monotropacee*. Firenze, 1889; in-8°. — T. Caruel (Firenze).

* Memoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève; t. XXX, 1^{e} partie. Genève, 1888; in-4°. — Soc. di Fisica e di St. naturale di Ginevra.

Società Olandese delle Scienze (Harlem). * Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, etc.; t. XXIII, 5e livraison. Harlem, 1889; in-8°.

Museo Teyler (Harlem). * Archives du Musée Teyler; série 2e, vol. III, 3e partie. Harlem, 1889; in-8° gr.

Id. — Verhandelingen uitgegeven Teylers Tweede Genootschap; nieuwe Reeks-derde Deel, 1, 2 Stuk. Harlem, 1889; in-8°.

Soc. di Medicina e Storia naturale di Heidelberg. * Verhandlungen des Naturhisterisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg neue Folge, IV Bd., 3 Heft. Heidelberg, 1889; in-8°.

J. V. Carus (Lipsia). * Zoologischen Anzeiger herausgegeben von Prof J. V. Carus in Leipzig; XII Jahrg., n. 320, 321. Leipzig, 1889; in-8°.

Commissione dei lavori geol. del Portogallo (Lisbona). Commission des Travaux géologiques du Portugal. — Étude géologique du Tunnel du Rocio: Contribution à la connaissance du sous-sol de Lisbonne; par Paul Choffat, etc. Lisbonne, 1889; 106 pag. in-4°, avec VI planches.

Governo Inglese (Londra). Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873-76, etc.; Zoology, vol. XXXII. London, 1888; in-4°.

Società geologica di Londra. * The quarterly Journal of the geological Society, etc.; vol. XLV, part. 5, n. 180. London, 1889; in-8°.

Id. — List of the geological Society of London, November 1st, 1889; 1 fascic. in-8°.

R. Soc. astron. di Londra. * Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n 9 (supplementary number). London, 1889; in-8°.

Londra. * * The quarterly Journal of pure and applied Mathematics etc.; vol XXIV, n. 94. London, 1889; in-8°.

Osservatorio meteorol. magn. del Messico. * Boletin mensual del Observatorio meteorológico-magnético central de México; pag. 247-28. t. 1, 1888. México: in 4°.

Società imperiale dei Naturalisti di Mosca. * Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, etc.; 1888, n. 4; 1889, n. 1. Moscou, 1889; in-8°.

Id. Meteorologische Beobachtungen ausgeführt am meteorologischen Observatorium der Landwirthschaftlichen Akademie bei Moskau (Petrowsko-Razoumowskoje; das Jahr 1888, zweite Hälfte. Moskau: 1889: in-4°.

Società Reale di Napoli. * Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche; serie 2a, vol. III, fasc. 10. Napoli, 1889; in-4°.

* Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel, etc.; IX Band, 2 Heft. Berlin, 1889; in-8°. — Staz. Zoologica di Napoli.

* The american Journal of Science, Editor James D. and Edward S. DANA, etc.; third series, vol. XXXVII, n. 222, 223. New Haven, 1889; in-8°. — I Direttori (New-Haven).

* Transactions of the New York Academy of Sciences: 1888 89, vol. VIII, n. 1-4. New York, 1889; in-8°. — Accademia delle Scienze di Nuova York.

— Annales of the New York Academy of Sciences. late Lyceum of natural History; vol. IV, n. 10, 11. New York, 1889; in-8°. — Id.

* Giornale di scienze naturali ed economiche pubblicato per cura della Società di Scienze naturali ed economiche di Palermo; vol. XVIII, 1887; vol. XIX, 1888. Palermo, 1887-88; in-4°. — Soc. di Sc. nat. ed economiche di Palermo.

* Annales des Mines, etc.; 8e série, t. XV, 2e et 3e livraison 1889. Paris, 1889; in-8°. — Scuola nazionale delle Miniere (Parigi).

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XV, n. 11. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Histoire des plantes. — t. X, Monographie des *Bignoniacées* et *Gesnériacées*, par H. BAILLON. Paris, 1889; in-8° gr. — Parigi. * *

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Petersbourg; t. XXI, n. 7 et 8. St.-Pétersbourg, 1889; in-8°. — Soc. fisico-chim. di Pietroborgo.

* Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro; anno IV, n. 9. Rio de Janeiro; 1888; in-4°. — Osserv. imperiale di Rio Janeiro.

Atti della Commissione Reale per le Tonnare. Roma 1889; 1 vol. in-4°. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; serie 4a, vol. V, fasc. 8, 2° sem., Roma, 1888; in 8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XL, sess. IV, V, VI, VII, VIII (27 febbraio - 19 giugno 1887). Roma, 1887-88; in-4°. — Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Accademia pontificia de' Nuovi Lincei; anno XLII, Sessioni V (14 aprile), VI (19 maggio), VII (16 giugno 1889) Roma, 1889; 3 fasc. in-16°. — Id.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura di P. TACCHINI: vol. XVIII, disp. 10. Roma, 1889; in-4°. — Società degli Spettr. ital. (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. IV, ottobre 1889. Roma; in-8°. — La Direzione (Roma).

Università di Rostock. Ueber das Thallium; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philos. Facolt. der Univ. Rostock, vorgelegt von W. Feit. Lippstadt, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Untersuchungen über die Parallelflächen der Flächen zweiten Grades; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der philos Doctorwürde an der Univ. Rostock; von A. Ahrendt. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber das Prehnilol; Habilitations-Schrift der hohen philos. Facult. des Univ. Rostock, vorgelegt von A. Töhl, Dr. ph. Rostoch, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Oxydation von Phenolen mittelst $Fe_2\ Cl_6$ zu Diphenolen und über jodirthe Xylole; Inaug. — Dissert. dr hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von W. Koek Rostock,1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Einige neue Salze der Unterphosporsäure; Inaug. — Diss zur Erlangung der Doctorwürde vorgelegt einer hohen philos. Facult. des Univ. Rostock, von P. Drawe Görlitz, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Vergleichende Untersuchung verschiedener Rostoker Brunnenvässer, des Warnow — und Leitungswasser mit ausführlicher Angabe des eingehaltenen Untersuchungsganges und Hervorhebung der für cursorische Analysen geeigneten Beistimmungsweisen; Inaug. — Dissert. der hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von F. Lau. Güstrow, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Üeber die Abbildung eines astigmatischen Objects durch eine Linse für parallelen Durchgang der Lichtstraclen; Inaug. — Dissert. zur Erlang. der Doct. der philos. Facult. der Univ. Rostock, vorg. von L. Gartenschläger. München, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber einige Derivate der Meta-Toluylsäure; Inaug. — Dissert. der hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorg. von A. Forcke. Wernigerode, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Fouriersche Entwicklungen im Gebiete der Doppeltperiodischen Funktionen dritter Gattung; Inaug. — Dissert zur Erlang. der philos. Doctorw. an der Univ. Rostock von G. Mohrmann. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die ersten negativen Fusspunktflächen der Flächen zweiter Ordnung; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von F. Spenckee. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber das spezifische Drehungsvermögen von Gemengen optisch aktiver Substanzen; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philosoph. Facult. des Univ. Rostock, vorgelegt von R. Hammerschmidt. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°.

Vergleichend anatomische und physiologische Untersuchungen über eine besondere Region der Magenscleimhaut (Cardiadrusenregion) bei den Säugethieren; Inaug. — Dissert. zur Erlaugung der Doctorwürde der hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von R. Edelmann. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°. — Università di Rostock.

Ueber α-Dichlor-s dimethylbernsteinsäure und einige verwandte Verbindungen; Inaug — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philos Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von G. Holst. Braunschweig, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Theorie des Hodographen, Inaug. – Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der philos. Facult. der Univ Rostock, vorgelegt von O. Gerlach. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Diaethylbenzole und einige ihrer Derivate; Inaug. — Dissert. einer hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von A. Voswinkel. Rostock, 1889: 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber einige Derivate der Orthooxychinolincarbonsäure; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von C. Kürzel. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Über einige Abkömmlinge des Paranitroacetophenons; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde einer hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von O. Zielke. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträge zur Morphologie des Keimpelflauzen; Inaug. – Dissert. zur Erlangung der philos. Doctorwürde vorgelegt einer hohen philos. Facult. der Univ. Rostoch; von E. Kaufholz. Rostock, 1889; 1 fasc. in 8°. — Id.

Beiträge zur Anatomie und Entwickelungsgeschichte des Harnapparates der Lungenschnecken; Inaug. — Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philos. Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von Theod. Behme. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueher die Wirkung der Monochloressigsäure und verwandter Korper; Inaug. — Dissert. zur Erlang. zur medicinischen Doctorw. der medicinischen Facult. zu Rostock, vorg. von C. Frese. Rostock, 1889; 1 fasc in-8°. — Id.

Zur Kenntniss der Blütenentwicklung und des Gefassbündelverlaufs der Loasaceen; Inaug.-Diss. etc,, philos. Facult. etc.; von R. Racine. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Uber das Jacobson'sche Organ des Meuscheu und der Säugethiere; von Dr. P. Herzfeld in Rostock (Separatabdruck and der *Zoologischen Jahrbüchern* etc. herausg. von Prof. Dr. J. W. Spengel in Giessel); 1 fascicolo in-8° gr. — Id.

Acc. delle Scienze di California (San Francisco). Proceedings of the California Academy of Sciences; 2 series, vol. I, parts 1, and 2. San Francisco, 1889; in 8°.

R. Acc. di Medic. di Torino. * Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; anno LII, n. 8-10. Torino, 1889; in-8°.

Municipio di Torino. Consiglio Comunale di Torino, ecc.; 1888-89; XII-XX. Torino, 1889, in-4°.

Id. — Bollettino medico-statistico pubblicato dall'Ufficio d'Igiene della Città di Torino; anno XVIII, n. 11-28. Torino, 1889; in-4°.

Il Direttore. (Torino). Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il signor Geometra Enrico Barbero, anno XVIII, n. 16-29 Torino, 1889; in-4°.

Club alpino ital. (Torino). * Rivista mensile del Club alpino Italiano; vol. VIII, n. 10; Torino, 1889; in-8°.

Uffizio internaz. per la misura del grado (Vienna). Publicationen für die internationale Erdmestung. – Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureau ausgeführt unter der Leitung des Hofrates Theodor von OPPOLZER nach dessen tode herausg. von Prof. Dr Edmund WEISSE und Dr. Robert SCHRAM; I Bd., Längenbestimmungen. Wien, 1889; in-4°.

Governo degli St.Uu d'Am. (Washington). * United States Coast and geodetic Survey; Bulletin, n. 8, 9. Washington; 1889; in-4°.

Accad. Nazionale delle Scienze di Washington. * Memoirs of the national Academy of Sciences; vol. IV, part. 1. Washington, 1888; in-4°.

Ist. Smithsoniano (Washington). * Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, etc.; for the year ending June 30, 1886: part. I. Washington, 1889; in-8°.

Soc. sismologica del Giappone (Yokoama). Transactions of the seismological Society of Japan; vol. XIII, part. 1, 1889. Yokoama, 1889; in-8°.

L'Autore. I terremoti di Novembre e di Dicembre 1887 in Italia; del P. Francesco DENZA Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — I primi cultori italiani dell'Areonautica; del P. Francesco DENZA. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — La inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni: Nota del P. F. DENZA. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Le valanghe degli inverni 1885 e 1888; del P. F. DENZA. Torino. 1889; 1 fasc. in-8°.

Arbeiten aus dem pathologisch-anatomischen Institute zu Turin, herausgegeben von Prof. Dr. Pio Foà. Jena, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Prof. Dott. Pio Foà.

Exposition universelle de 1889. — Congrès international de l'utilisation des eaux fluviales. — De l'avenir des Canaux d'irrigation; Rapport de M. André de Llaurado Ing. en chef du district forestier de Madrid. Paris, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Alessandro Marini. — La sericoltura italiana nel 1889. Torino, 1889, 1 vol. in 8°. — L'A

Aperçu elementaire de l'heliogénèse, ou de la formation des systèmes solaires du premier ordre: par L. Mirinny. Paris, 1889; 1 fasc. in-16°. — L'A.

Vero andamento diurno della umidità relativa; Memoria del Prof. Domenico Ragona, Dirett. del R. Osservatorio di Modena. Roma, 1889, 1 fasc. in-4°. — L'A.

Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni; III. Memoria del Professore Augusto Righi. Venezia, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A

— Ueber die durch Strahlung hervorgerufenen elektrischen Erscheinungen, von A. Righi (separatabdruck aus dem *Repertorium der Physik* herausg. von Dr. F. Exner, Prof. an der Univ. Wien); 1 fasc. in-8°. — Id.

— Sopra un apparecchio stereoscopico; Nota del Prof. A. Righi (Estratto dal vol. V, 1° semestre, serie 4ª, dei *Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*); 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Zur frage der Gisenbahnzeit; von Dr. R. Schram. Wien, 1888; 1 fasc. in-16°. — L'A

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

dal 1° Novembre all'8 Dicembre 1889

Donatori

* Viestnik hrvatskoga arkeologickoga Druztva; Godina XI, Br. 4. U. Zagrebu, 1889; in-8°. — Soc. Archeologica di Agram.

* Verhandelingen der k. Akademie van Wetenschappen, etc.; Afdeeling Letterkunde, XVIII Deel. Amsterdam, 1889; in-4°. — Accademia delle Scienze di Amsterdam.

— Verslagen en Mededeelingen der K. Akad. van Wet. etc. Afdeeling Letterkunde, derde Reeks, Deel V. Amsterdam, 1888; in-8°. — Id.

— Jarboek van de K. Akad. van Wet. gerestigd te Amsterdam, voor 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

Accademia delle Scienze di Amsterdam.

Adam et Christus. — Epistola ad Abraham: Carmen elegiacum Andreae STERZA Veronensis in certamine Hoeufftiano laudatum. Amstelodami, CIƆIƆCCCLXXXIX; 1 fasc. in-8°.

Berlino. * *

Allgemeine Geschichte in Einzeldarstellungen, etc.; — Das Zeitalter des Kaisers Wilhelm; von Dr. W. ONCKEN; I Band. Berlin, 1890; in-8°.

Il Governo della Rep. Arg. (Buenos Aires).

Censo general de poblacion, edificacion, comercio e industrias de la ciudad de Buenos Aires, etc.; levantado en los dias 17 de Agosto, 15 y 30 de Setiembre 1887 por el Pueblo de Buenos Aires, etc.; compilado por una Comision compuesta de los Señores F. LATZINA, Presidente, M. C. CHUECO y A B. MARTINEZ, Vocales; Dr. D. N. PEREZ, Secretario, t. II. Buenos Aires, 1889; in-8° gr.

Accad. Rumena delle Scienze (Bukarest).

* Nunta la Români; Studiŭ istorico-etnograficŭ comparativŭ de Elena SEVASTOS: (premiată de Academia Română cu premiulŭ Eliade-Radulescu 1888); editiunea Academiei Romanae. Bucuresci, 1889; 1 vol. in-8°.

Id.

— Psaltirea Scheiană (1482) Mss. 449 B. A. R. publicată de Prof. J. BIANU, Bibliothecarul Academieĭ Române; tom. I, Textul in facsimile și transcriere cui variantele din CORESI (1577); edit. Acad. Rom. Bucuresci, 1889; in-8°.

Bibliot. nazionale di Firenze.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 93. Firenze 1889; in-8° gr.

Soc. di Studi delle Alte Alpi (Gap).

* Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes; VIII° année, n. 4, oct.-déc. 1889. Gap, 1889; in-8°.

Università di Giessen.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludewigs Universität Giessen: Winter-Semester, von Oktober 1888 bis Ostern 1889. Giessen 1889; 1 fasc. in-8°.

Id.

—— Id. Sommer-Semester, von Ostern bis Ende September 1889. Giessen 1889; 1 fasc. in-8°.

Id.

Verzeichniss der Vorlesungen wolke auf der Grossherzoglich Hess. Ludewigs-Univ. zu Giessen im Sommerhalbjahre 1889, etc. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id.

—— Id. Winterhalbjahre 1889-90, etc. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id.

Festchrift Sr. K. Hoheit dem Gross. Von Hessen und bei Rhein Ludewig IV zum 25 August 1888 gewidmet von rector und Senat der Landesuniversität: — Occams Traktat gegen die Unterwerfungs Formel Clemens VI; von Dr. K. MÜLLER. Giessen, 1888; 1 fasc. in-4°.

De Neocoria; Dissertatio inauguralis quam ad summos in philosophia honores ab amplissimo Philosophorum Ordine Gissensi rite impetendas scripsit Guilelmus BUECHNER. Gistae, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Giessen.

Königtum und Fürsten zur Zeit Heinrichs IV; Inaug.-Dissertation de philos. Facult. der Univ. Giessen, etc. vorgelegt von F OBLY. Lemgo, 1889, 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Idee der Wiedervergeltung in der Geschichte und Philosophie des Strafrechts; ein Bertrag zur universal-historischen Entwickelung desselben; Abtheilung I — Die Kulturvölker des Altertums und das deutsche Recht bis zur Carolina; Habilitationsschrift, der hohen Juristen-Facultät der Universität Giessen zur Erlangung der venia docendi, vorgelegt von Dr. Jur. L. Günther. Altenburg, 1889; 1 vol. in-8°. — Id.

Resultate der Einschätzungen zur Einkommensteuer in Hessen. Sachsen und Hamburg in Bezug auf die Entwickelung des Mitthelstandes; Inaug.-Diss. zur Erl. der Daktorwbei der philos Facult. etc.; von A. HEIL Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geografischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. SUPAN: Ergänzungsheft n. 95 Gotha, 1889; in-4°. — Gotha.

* Abhandlungen der historischen Classe der k. bayerischen Akademie des Wissenschaften; XVIII Band, 3 Abth.: – philosophisch-philologischen Classe, XVIII Band, 2 Abth. München, 1889; in-4°. — R. Acc. bavarese delle Scienze (Monaco).

—— Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen Classe, etc., 1888, Band. II, Heft 3; – 1889, Heft. 1-2. München, 1889; in-4°. — Id.

—— Gedächtnipede auf Carl von Prantl gehalten in der öffentlichen Sitzung. der k. b. Akad. etc., am 28 Marz 1889; von W. von CHRIST. München, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

— Uber die historische Methode auf dem Gebiet des deutschen Civisprozessrechts; Festrede gehalten in der offentlichen Sitzung der K. b. Akad. etc., am 27 Dezember 1888; von J. W. von Planck. München, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

* Comptes rendus des Séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 13, pag. 309-340. Paris. in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI, 2° sem., settembre-ottobre 1889. Roma; 1 vol. in 8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 ottobre 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 9. Roma, 1889; in-8° gr.

Id.

— Appendice al Bollettino, n. 9. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr

Ministero dell'Istruz. Pubbl. (Roma).

Cataloghi dei Codici orientali di alcune Biblioteche d'Italia, stampati a spese del Ministero della Pubblica Istruzione; fasc. IV, Biblioteca universitaria di Bologna: Codici ebraici; — Biblioteca nazionale di Palermo: Codici orientali. Firenze, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

Camera dei Deputati (Roma).

Catalogo metodico degli scritti contenuti nelle pubblicazioni periodiche italiane e straniere; parte I, Scritti biografici e critici: Primo Supplemento. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.

Il Comm. G. B. De Rossi (Roma).

* Bullettino di Archeologia cristiana del Comm. Giovanni Batt. De Rossi; serie 4ª, anno V, n. 1-4. Roma, 1889; in-8° gr.

R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Memorie della R. Accademia dei Lincei – (Classe di Scienze morali, storiche e filologiche) – Notizie degli Scavi, giugno-luglio; vol. VI, parte 2ª. Roma, 1889; in-4°.

Università di Rostock.

Verzeichniss der Behörden, Lehrer, Institute, Beamten und Studirenden auf der Grossherzoglichen Universität Rostock; Winter-Semester 1888-89 und Sommer-Semester 1889. Rostock, 1888-89; 2 fasc. in-8° gr.

Id.

— Index Lectionum in Acad. Rostochiensi Semestri aestivo a. MDCCCLXXXIX ab die XVI m. Aprilis publice privatimque habendarum: Coniectanea Eduardus Schwartz praemisit; 1 fasc. in-4°.

Id.

Festschrift zum fünfzigjährigen Doctorjubiläum von Bernhard Windscheid am 22. December 1888 herausgegeben von der Rostoker Juristenfakultät. Rostock, 1888; 1 vol. in-8°.

Id.

Die Disziplinargewalt des Staates über seine Beamten, von P. Labes, Referendar; von der Juristenfakultät der Universität Rostock genehmigte Inaug.-Dissert. München, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id.

Das Erbrecht von Gortyna; Inaug.-Dissert. zur Erlangung der juristischen Doctorwürde an der Grossh. Mecklenburg. Landes-Universität Rostock, von W. Könnberg. Berlin, 1888. 1 fasc. in-8°.

Id.

Der Satz « Kauf bricht Miethe » in rönnschen Rect: Inaugural.-Dissertation zur Erlangung der juristichen Doctorwürde an der Grossh. Landes Universität Rostock, von F. Hintze. Rostock, 1888, 1 fasc. in-8°.

Id.

Die siebzig Wochen Daniels; Eine kritisch exegetische Studie: Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde der hochw. teologischen Fakultät der Univ. zu Rostock, vorgelegt von R. Wolf. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Mark Aurels Markomanenkrieg: Inaugural Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde einer hohen philosopischen Facultät an der Universität zu Rostock i. M., vorgelegt von dem Verfasser F. R. CONRAD. Neu-Ruppin, 1889; 1 fasc. in-4°. — Università di Rostock.

Der Humor Walthers von der Vogelweide; Inaugural-Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der philos. — Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von E. HAMANN. Rostock, 1889; 1 fasc. in 8°. — Id.

Ars dialogorum componendorum quas vicissitudines apud Graecos et Romanos subierit; Commentatio ab ampliss. Philosophorum Rostochiensium Ordine praemio ornata, quam ad summos in philosophia honores rite impetrandos eidem Ordini tradidit H. SCHLOTMANN. Rostochii, MDCCCLXXXIX; 1 fasc. in-8°. — Id.

De Cicerone et Germanico Arati interpretibus; Dissertatio inauguralis quam scripsit J. Maybavm, Rostochii, MDCCCLXXXIX; 1 fasc. in-8°. — Id.

Johann Philipp von Mainz und das Marienburger Bündnis vom Jahre 1671; Inaug. Dissert. zur Erlangung der Doctorwürde der philosoph.-Facult. der Univ. Rostoch, vergelegt von K. GEHRKE. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Cistercienser in Dargun von 1172 bis 1300; Ein Beitrag zur meklenburg-pommerschen Colonisationgeschichte; der philos.-Facult. der Univ. Rostock zur Erlangung der Doctorwürde, etc.; von A. WIESE. Güstrow, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Studia Herodotea; Dissertatio Inauguralis quam ad summos in philosophia honores ab amplissimo Philosophorum Ordine Rostochiensi rite impetrandos scripsit J. W. H. MACLAREN. Oxonii, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Id.

Velleius Paterculus; Ein Beitrag zur Kritik Seiner historia romana; Als Inaugural-Dissert. der philos.-Facult. der Univ. Rostock unterbreitet von F. HELBING. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Uber den Verfasser und die Quellen des Rudimentum Novitiarum; Eine von der philos.-Facult. der Univ. Rostock, etc., von Theodor SCHWARZ Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Komponisten Georg. und Gottlieb Muffat; Ein Beitrag zur Musikgeschichte des 17ten und 18ten Jahrhunderts; Inaug.-Dissert. zur Erlangung der Doctorwörde der hohen philos.-Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von L. STOLLBROK. Rostoch, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Hermann Conring als Historiker; Inaugural-Dissert. zur Erlangung der philos. Doctorwürde an der Univ. Rostock, von R. KNOLL. Rostock, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Rostock. Die kirchlichen Zustände Bautzens im 16 und 17. Iahrhundert; — Inaugural-Dissert. der philos.-Facult. der Univ. Rostock zur Erlangung dr. Doctorwürde, etc., von F. H. Baumgartel. Bautzen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Freien rhythmen in Heinrich Heines Nosdseebildern; Ein Beitrag zur neuen deutschen metrik; Inaugural.-Dissert zur Erlangung der Doctorw. der philos.-Facult. der Univ. Rostock, vorgelegt von P. Remer. Heidelberg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Beiträge zur Biographie Franz Schubert's; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde der philos.-Facult. der Univ. Rostock, engereicht von Max Friedlander. Berlin, 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Kenntnis der Blütenentwiklung und der Gefässbündelverlaufs der Loasaceen; Inaugural-Dissert. verfast und der hohen philos.-Facult. der Univ. Rostock, zur Erlangung der Doctorw. vorgelegt von R. Racine. Rostock, 1889; 1 fasc. in 8°.

Università di Strasburgo. Verzeichniss der Vorlesungen welche and der k. Wilelms-Universität Strassburg in Sommersemester 1888, vom 16 April bis zum 11 August 1888. Strasburg, 1888; 1 fasc. in 8°.

Id. —— Id. Wintersemester 1888-89, von 15 October 1888 bis zum 23 März 1889. Strasburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. —— Id. Sommersemester 1889 vom 29 April bis zum 10 August 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. —— Amtliches Verzeichniss des Personals und der Studenten der k. Wilelms-Universitä Strassburg für das Sommer-Halbjarh 1888: — Winter-Halbjahr 1888-89: — Sommer-Halbjahr 1889. Strasburg, 1888-89; 3 fasc. in-8°.

Id. Der Rectoratsewechsel an der K. Wilhelms-Universität Strasburg, am 1 Mai 1888, und am 1 Mai 1889. Strasburg, 1888-89; 1 fasc. in-8°.

Id. Uber das Speculum humanae salvationis und eine mitteldeutsche Bearbeitung desselben; Inaug.-Dissert. der philos. Fac. an der Univ. Strassburg, von Paul Poppe. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Uber die Windberger Interlinearversion der Psalmen; Inaug.-Dissert. der philos. Fac. etc; von Paul Wallburg. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Beitrag zur Ethnographie Madagascars mit besonderer Berücksichtigung der Vazimba; Inaug.-Dissert der philos. Fac. etc.; von H. Schnakenberg. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Der gesclossene o-Laut im Altfranzösischen; Abhandlung, etc. der philos. Fac. etc.; von Arthur Schreiber. Stettin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Zur Lautlehre der griechischen, lateinischen and romanischen Lehnworte im Altenglischen; II Teil: Vokalismus der Tonsilben; Inaug.-Dissert. der philos. Fac. etc; von Alois POGATSCHER Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasburgo.

Theophanes von Mytilene und Quintus Dellius als Quellen der Geographie des Strabon; Inaug.-Dissert. etc. der philos. Fac. etc.; von Wilhelm FABRICIUS. Strassburg, 1888; 1 vol. in-8°. — Id

Die französischen Ortsnamen germanischer Abkunft: I Teil. die Ortsgattungsnamen; Inaug.-Diss. der philos. Fac. etc.; von Ernest KORNMESSER. Strassburg, 1888, 1 fasc. in-8°. — Id.

Studien über das Stockolmer Homilienbuch: eine Kritik von Sievers Eddametrik; Inaug.-Diss. der philos. Fac., etc.; von Paul HERRMANN. Burg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

De νςν pronominum demonstrativium apud priscos scriptores latinos particula prima; ad summos in philosophia honores, etc. Scripsit Jos. BACH. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Id.

Der Dialect der Provinzen Orléanais und Perche im 13 Ihdt; Inaug.-Diss. der philos. Fac etc; von Franz Max AULER. Bonn, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Der Purismus in der deutschen Litteratur des siebzehnten Jahrhunderst; Inaug.-Diss. der philos Fac, etc.; von Hans WOLFF. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Grundriss der gotischen Etymologie: I Teil. A-H.; Inaug. Diss. der philos. Fac. etc.; von Sigmund FEIST. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

C vor A. in Französischen: Inaug.-Diss. der philos. Fac. etc.; von. Johann GROENE. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Uber die Quellen der Histoire de la guerre de sept ans Friedrichs des Grossen: Inaug. D. N. der Philos. Fac. etc.; von Theodor VILMAR. Cassel, 1888; 1 fasc. in 8°. — Id.

Zur Geschichte der Vers libres in der neufranzösischen Poesie; Inaug.-Diss. der philos. Fac. etc.; von Ph. Aug. BECKER. Halle a. S., 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Euphorionea; Dissertatio inauguralis quam ad summos in philosophia honores, etc. rite impetrandos scripsit Georgius SCHULTZE. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Quellen zu Pfeffels Fabeln; Inaug.-diss. der philos. Fac. etc.; von Max POLL. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Strasburgo. Die Schule Martin Schongauers am Oberrhein; Inaug.-Diss. der philos Fac. etc; von Daniel BURCKHARDT. Basel, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. De temporum usu plautino quaestiones selectae; Dissertatio inauguralis quam ad summos in philosophia honores, etc. Scripsit Eduardus RODENBUSCH. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°

Id. De Propertio sermonis novatore et amplificatore (Partic. I et II); ad summos in philosophia honores, etc. Scripsit Guilelmus SCHNEIDER. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°.

Id. Das Târîkh-i Zendîje des Ibn c Abd El-Kerîm Alî Rizâ von Sîrâz (fasc. I); herausgegeben und mit einer Einleitung Versehen und als Inauguraldissertation zur Erlangung dei Doctorwürde bei der philos. Fac. etc.; von Ernst BEER. Leiden, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Heinrich Loufenberg, eine litterar historische Untersuchungen; Inaug.-Diss. der philos. Fac. etc,; von Ed. Richard MÜLLER Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Lehre von der Definition; Inaug-Diss. der philos. Fac. etc.; von Heinrich RICKERT. Freiburg i. B., 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Kämpfe und Streitigkeiten zwischen den Banū 'Umajja und den Banū Hāsim; vom Takijj Ad-dīn Al-Makrīzijj, herausgegen und zur Erlangung der Doctorwürde bei der philos. Fac. etc.; von Geerhardus Vos. Leiden, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Die nechtliche Begründung des Principats; Historische Diss. der philos. Fac. etc.; von Johannes KROMAYER. Marburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. De libelli ΠΕΡΙ ΥΨΟΥΣ auctore; Dissertatio inauguralis, quam ad summos in philos. honores, etc. Scripsit B. COBLENTZ. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Enstehung des Agrarschutzes in England; Inaug.-Diss. der philos. Fac., etc.; von Richard FABER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Uber das Begnadigungsrecht hauptsächlich vom staats-und Strafprocessrechtlichen Standpunkte aus: ein Beitrag zur Dogmatik des gegenwärtig in Deutschland geltenden Rechts; Inaug.-Diss. der philos. Fac., etc.; von Hugo ELFAS. Mannheim, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Flexion des englischen Substantivs von 1100 bis etwa 1250; zur Erlangung der Doctorwurde bei der philos. Fac. etc.; von Richard MAACK. Hamburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Les quatre Livres des Rois; Inaug-Diss. der philos Fac., etc.; von Rudol PLÄHN. Gottingen, 1888; 1 fasc. in-8°.

De Apollodori Artamiteri reliquiis atque aetate; Diss.-Inaug. quam ad summos in philos. honores, etc. rite impetrandos scripsit Arnoldus BEHR. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasburgo.

Die über die medicinischen Kenntnisiie der alten Aegypter berictenden Papyri verglichen mit den medicinischen Schriften griechischer und remischer Autoren; Inaug.-Dissert. der philos. Fac. etc.; von Henrich L. Emil. LÜRING. Leipzig, 1888, 1 fasc. in-8°. — Id.

Die verschiedenartigen Elemente der Scopenhauer'schen Willenlehre; Inaug. Diss. der philos. Fac. etc.; von Ernst LEHMANN. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Bemerkungen über den Versbau der Anglonormannen; Inaug.-Diss der philos Fac., etc,; von Robert GNERLICH Breslau, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Trennung des Schönen vom Angenehmen in Kants Kritik der ästetischen Urteilskraft; Zugleich eine Verteidigung Kants gegen den Worwurf, dass er lediglich Form-Aestetiker im heutigen Sinne Sei; Inaug.-Diss. der philos. Fac., etc.; von Fritz BLENCKE. Neuwied, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Vorderöstreich und seine Schutzgebiete im lahre 1524, ein Beitrag zur Geschichte des Bauernkriegs; Inaug.-Diss. der philos. Fac etc.; von Arnold ELBEN. Stuttgart, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id

Der Bilderkreis der Karolingischen Malerei seine Umgrenzun und seine Quellen; Inaug.-Diss. dr. philos. Fac. etc.; von Franz Friedrich LEITSCHUH (von der hohen philos. Facultät der K. Wilh.-Univers. gekrönte Preisschrift, I. Theil). Bamberg, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Verzeichniss der Neu-Attischen Reliefs; Inaug.-Diss. der philos Fac., etc.; von Friedrich HAUSER. Stuttgart, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

Les grandes et inestimables chroniques de Gargantua; und Rabelais' « Gargantua et Pantagruel »; Inaug.-D. 4 der philos. Fac., etc.; von Ludwig. EHRICHS. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Sir Thomas Wyatt and his Poems; presentet to the philos. Fac. etc. for the acquisition of the degree of Doct. of Philos. by William Edward SIMONDS. Boston, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

De Herodiani technici Dialectologia; Diss.-Inaug. quam ad summos in philos. honores, etc. rite impetrandos scripsit H. STEPHAN. Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Theorie der Möglichkeit in Kants Kritik der reinen Vernunft; Inaug.-Diss. der philos. Fac. etc.; von Wilhelm JANSEN. Essen, 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Strasburgo — Die Entwicklung der Brennerei und der Branntweinbesteuerung, in Deutschland insbesondere das neue Branntweinsteuergesetz vom 24 Juni 1887; Inaugnral-Dissert. der rechts-und staatswissenschaflichen Facultät der Univers Strassb. etc.; von Theodor LAVES. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Besiedelung der nordeutschen Moore; Inaug.-Diss. der rechts-und staatswissenschaftlichen Fac. etc.; von Alfred HUGENBERG. Hannover, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Rechtsverhältnisse des Grundbeisitzes in der Stadt Strassburg währenden des Mittelalters: Inaug.-Diss. der juristischen Fac. etc.; von Otto JAEGER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Haftung des Rommanditisten nach dem Allgmeinen Deutschen Handelsgesetzbuch; Inaug.-Dissert. des rechts-und Staatswissenschaftlichen Fac. etc. von Max SCHVALL. Stuttgard, 1888; 1 fasc. in 8°.

Id. — Die Grundherrliche Verfastung Bayerns in der zweiten Hälfte des 18 Jahrhunderts; Inaug.-Diss der rechts-und staatsw. Fac. etc.; von S. HAUSMANN. Strasbourg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id — Welche Wirkungen hat bei der *locatio conductio operis* der vor der Billigung erfolgte zufällige Untergang des Werks auf die Verpflichtungen der Contrahenden?: Inaug, Diss. der rechts-und Staatswissenschaftlichen Fac. etc.; von Georg. SCHMOLL. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Verpflichtung zur Rechnungsstellung; Inaug.-Diss. der rechts-und staats. wissenschaftlichen Fac. etc.; von Adolf KLEWITZ. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Geschicte des Bauernstandes in Pommern und Rügen bis zum Dreissigjährigen Krieg; Inaug.-Diss. der rechts-und staatswissenschaftlichen Fac. etc.; von Carl Johannes FUCHS. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Das Selbstbewusstein Jesu in Lichte der Messianischen Hoffnungen seiner Zeit; von W. BALDENSPERGER, Lic. Theol. Strassburg, 1888, 1 vol. in-8°.

Id. — De Graecorum asylis; ad summos in philos. honores, etc. rite interpretandos scripsit Bernardus BABT Argentorati, MDCCCLXXXVIII; 1 fasc. in-8°.

R. Deputazione di Storia Patria (Torino). — Biblioteca storica italiana pubblicata per cura della R. Deputazione di Storia Patria V. — Regesta Comitum Sabaudiae Marchionum in Italia, ab ultima stirpis origine ad an. MCCLIII, curante Dominico CARUTTI; (vol. unico). Torino, MDCCCLXXXIX; in-8° gr.

(Venezia). — I diarii di Marino Sanuto, ecc; t. XXVII, fasc. 120. Venezia, 1889; in-4°.

* Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien; philosophisch-historische Classe: CXVII und CXVIII Band. Wien, 1889; in-8°. — Accademia Imp. delle Scienze di Vienna.

—— Archiv. für österreickische Geschichte, etc.; LXXIV Band, 1 und 2 Hälfte. Wien, 1889; in-8°. — Id.

Il generale Francesco Bruno di Tornaforte, comandante la fortezza di Ceva nel 1796; del Conte V. Bruno di Tornaforte. Torino, 1889; 1 fasc. di 37 pag. in-8°. — L'Autore.

Il Palazzo di San Giorgio in Genova. — Demolizione o conservazione; Relazione del Deputato Francesco Genala in nome della Commissione nominata dal Ministro della Pubblica Istruzione Boselli. Firenze, 1889; 1 vol. in-4°. — L'A.

D. Pergola. — L'antisemitismo e i torti degli Ebrei. Torino, 1889; 1 fasc. in-16°. — L'A.

Estudio de la filosofia y riqueza de la lengua mexicana, por el Presb. Agustin de la Rosa. México, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La forza educativa. — Pensieri pratici del Dott. G. N. Savastano. Agnone, 1888; 1 vol. in-8°. — L'A.

La Neustrie sous les Mérovingiens, suivie de Frédégonde, tragédie en cinq actes en vers à rimes croisées; par Jean Servais. Turin, 1889; 1 vol. in-8°. — L'A.

Can. Prof. C. Vassallo. — Fabrizio Maramaldo e gli Agostiniani in Asti. Torino, 1889; 1 fasc. di 141 pag. in-8°. — L'A.

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C

8758 (850) 11-I-90.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Si dà comunicazione di una lettera del Prof. Rodolfo Heindenhain che ringrazia la Classe per la sua nomina a Socio Corrispondente.

Tra le pubblicazioni presentate in dono all'Accademia vanno segnalate le opere del Corrispondente Prof. Ernesto Haeckel, accompagnate da una lettera dell'Autore, formanti in tutto nove volumi. Di questi, tre furono pubblicati nel 1872, e trattano delle *Spugne calcaree;* e sei, intorno ad argomenti varii, videro la luce nel quadriennio 1887-90.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura delle distanze zenitali* »: Nota del Prof. Nicodemo Jadanza presentata dal Socio Naccari;

« *Sulle leggi di geminazione del dicromato potassico* »; Nota del Dott. Alfonso Sella, presentata dal Socio Cossa;

« *Nuove ricerche sulla struttura del midollo delle ossa negli uccelli* »; Nota del Socio Bizzozero.

Il Socio D'Ovidio presenta un saggio storico del Prof. Gino Loria dell'Università di Genova, che ha per titolo « *Il periodo aureo della Geometria greca* ». Desiderando l'Autore che questo lavoro venga accolto nei volumi delle *Memorie*, il Presidente nomina una Commissione perchè lo esamini e ne riferisca in proposito in una prossima adunanza.

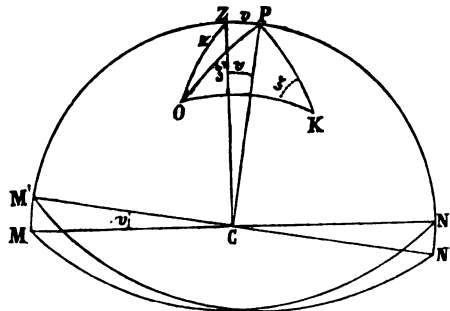
LETTURE

Influenza degli errori strumentali del Teodolite sulla misura delle distanze zenitali;

Nota del Prof. N. Jadanza

La influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura delle distanze zenitali può essere trattata nel seguente modo molto più semplicemente di quel che si suole nei libri di Geodesia ed Astronomia.

I.

Indichiamo, come di solito (*), con v, i, c gli errori di **verticalità**, d'**inclinazione** e di **collimazione** e sieno codeste quantità piccole grandezze di 1° ordine.

Nella figura annessa sia MN l'orizzonte vero ed $M'N'$ il circolo orizzontale del teodolite inclinato al primo del piccolo angolo v; se CZ, CP sono la verticale passante pel centro dell'istrumento e l'asse verticale di esso, l'angolo di tali rette sarà anche eguale a v.

(*) Cfr. N. Jadanza: *Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, Vol. XXII).

Se la parte dell'asse di rotazione del cannocchiale che è verso la sinistra dell'osservatore è più alta di quella che si trova a destra mentre si collima ad un punto O, l'arco di circolo massimo che unisce il punto P al punto K in cui la parte sinistra dell'asse ora detto incontra la sfera celeste è $90^\circ - i$. Se l'angolo che la linea di collimazione del cannocchiale fa colla parte sinistra dell'asse di sua rotazione è un angolo ottuso, l'arco di circolo massimo KO sarà eguale a $90^\circ + c$.

Senza perdere in generalità possiamo immaginare l'origine della graduazione sul cerchio verticale nel punto dove il piano condotto per l'asse ottico del cannocchiale perpendicolarmente al piano di esso cerchio incontra la graduazione. In tale ipotesi è chiaro che l'asse ottico del cannocchiale sarà diretto verso il punto P quando i circoli massimi KO, KP coincideranno. Partendo da questa posizione, se si collima ad un punto O fuori del circolo massimo PK, l'asse ottico del cannocchiale avrà descritto l'angolo PKO e tale angolo sarà dato dalla lettura sul cerchio; però esso non sarà dato dal lato PO se non nel caso che i lati KO, KP sieno ciascuno eguale a 90°.

Poichè tali lati li abbiamo supposti eguali a $90^\circ + c$ e $90^\circ - i$, se indichiamo PO con ζ' e l'angolo PKO letto sul cerchio con ζ, il triangolo sferico PKO darà:

$$\cos\zeta' = -\operatorname{sen} i \operatorname{sen} c + \cos i \cos c \cos\zeta . \qquad \ldots (1)$$

Essendo c ed i quantità infinitamente piccole, dalla (1) si dedurrà

$$\cos\zeta' = -ic + \cos\zeta\left(1 - \frac{1}{2}(i^2 + c^2)\right)$$

e quindi

$$\cos\zeta - \cos\zeta' = ic + \frac{1}{2} i^2 \cos\zeta + \frac{1}{2} c^2 \cos\zeta ,$$

donde

$$\zeta' = \zeta + \frac{1}{2} i^2 \cot z + \frac{1}{2} c^2 \cot z + \frac{ic}{\operatorname{sen}\zeta} . \qquad \ldots (2)$$

Dal triangolo sferico OZP i cui lati OZ, OP, PZ sono rispettivamente la *distanza zenitale vera* z dell'oggetto O, ζ' e l'errore di verticalità v dell'istrumento, si deduce

$$\cos\zeta' = \cos z \cos v + \operatorname{sen} z \operatorname{sen} v \cos A ,$$

dove A è l'angolo che il piano verticale che passa per O fa col piano verticale fisso ZCP.

Essendo v una quantità infinitamente piccola sarà

$$\cos\zeta' = \cos z\left(1 - \frac{1}{2}v^2\right) + v \operatorname{sen} z \cos A \,,$$

e quindi

$$z = \zeta' + v\cos A - \frac{1}{2}v^2 \cot z \,. \qquad \ldots (3)$$

Sostituendo nella (3) il valore di ζ' dato dalla (2) si avrà finalmente

$$z = \zeta + v\cos A + \frac{1}{2}\cot z\,[i^2 + c^2 - v^2] + \frac{ic}{\operatorname{sen} z} \qquad \ldots (4)$$

che è la formola che dà la distanza zenitale vera dell'oggetto mirato O in funzione di quella letta ζ e degli errori v, i, c.

Essa mostra che gli errori di collimazione e d'inclinazione entrano soltanto al 2° ordine, e che la loro influenza sulla distanza zenitale non si elimina colle osservazioni coniugate.

L'errore di verticalità v entra al primo ed al secondo ordine.

Nella ipotesi di v, i, c infinitamente piccoli, e quando le distanze zenitali dei punti che si guardano sono poco differenti da 90°, come succede nella maggior parte delle stazioni geodetiche, i termini che contengono i^2, v^2, c^2, ic possono trascurarsi e quindi la (4) si riduce a:

$$z = \zeta + v\cos A. \qquad \ldots (5)$$

Quando, come nelle osservazioni astronomiche, $\cot z$ e $\operatorname{cosec} z$ possono assumere valori molto grandi e per conseguenza converrà tener conto dei termini del 2° ordine, la formola per calcolare la influenza di tali termini dovrà essere scritta nel seguente modo:

$$\frac{1}{2}\cot z\,[i^2 + c^2 - v^2]\operatorname{sen} 1'' + \frac{ic}{\operatorname{sen} z}\operatorname{sen} 1'' \,. \qquad \ldots (6)$$

Le tabelle seguenti dànno i valori di $\frac{1}{2}\,\delta^2 \cot z \operatorname{sen} 1''$ e di $\frac{\delta^2}{\operatorname{sen} z}\operatorname{sen} 1''$, esse ci daranno un'idea del valore delle quantità (6).

Valori di $\frac{\delta^2}{2}\cot z \operatorname{sen} 1''$.

δ	Distanze zenitali						
	89°	85°	80°	70°	45°	30°	0°
1'	0''.000	0''.001	0''.002	0''.003	0''.01	0''.02	∞
5'	0.004	0.02	0.04	0.08	0.22	0.38	∞
10'	0.014	0.08	0.15	0.32	0.87	1.51	∞
30'	0.136	0.76	1.38	2.86	7.86	13.60	∞

Valori di $\frac{\delta^2}{\operatorname{sen} z} \operatorname{sen} 1''$.

δ	Distanze zenitali						
	89°	85°	80°	70°	45°	30°	0°
1'	0''.02	0''.02	0''.02	0''.02	0''.02	0''.03	∞
5'	0.44	0.44	0.44	0.45	0.62	0.87	∞
10'	1.74	1.75	1.77	1.81	2.47	3.49	∞
30'	15.71	15.77	15.95	16.34	22.21	31.41	∞

Si vede che quando le distanze zenitali degli oggetti che si guardano sono inferiori a 45° (sempre che i valori di v, i, c sono minori di 5') la (6) è trascurabile e quindi il valore della distanza zenitale z è dato sempre dalla (5),

La correzione da fare alla distanza zenitale letta ζ è dunque eguale alla proiezione di v sul circolo verticale che passa per l'oggetto mirato O. Essa varia al variare dell'azimut; è nulla quando $A = 90°$, nel qual caso il punto K giace sul circolo

massimo ZP; è massima quando $A = 0°$, cioè quando l'oggetto mirato si trova sul verticale ZP. Tale proiezione è, come è noto, data dalla livella fissa parallela al circolo verticale del teodolite.

II.

La formola (4) che rappresenta il valore della distanza zenitale di un oggetto mirato in funzione degli errori strumentali è più semplice ed alquanto differente da quella che si trova nei libri di Geodesia ed Astronomia (*).

Quella che è data dal Brünnow (Edizione francese, pag. 105 del Vol. II) è la seguente:

$$z = \zeta + v \cos A + \frac{1}{2}(b^2 + c^2)\cot z + \frac{bc}{\operatorname{sen} z} \qquad \ldots (7)$$

dove si ha

$$b = i - v \operatorname{sen} A\,.$$

Sostituendo questo valore di b nella (7) si ottiene:

$$z = \zeta + v\cos A + \frac{1}{2}\cot z\left[i^2 + c^2 + v^2 \operatorname{sen}^2 A\right]\operatorname{sen} 1'' + \frac{ic - cv \operatorname{sen} A - iv \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} z}\operatorname{sen} 1'' \qquad \ldots (8)$$

che sarebbe la espressione della distanza zenitale in funzione degli errori strumentali secondo il Brünnow ed altri.

Quest'ultima fa vedere che anche una parte dei termini di 2° ordine è variabile coll'azimut e che una parte di essi cambia di segno col far rotare l'alidada di 180° e riportando quindi il cannocchiale a collimare di nuovo all'oggetto.

Quale delle due è la vera, la (8) oppure quella data da noi, cioè la (4)?

A noi sembra che la vera sia la (4), specialmente se si osserva che nel dedurre la (8) non si sia tenuto conto separato degli errori strumentali.

(*) Cfr. BRÜNNOW: *Traité d'astronomie sphérique et pratique*. CHAUVENET: *A manual of Spherical and practical Astronomy*, Vol. II, pag. 326. JORDAN: *Handbuch der vermessungskunde*, Vol. II, pag. 424 (Edizione Stuttgart, 1888).

Sulle leggi di geminazione del dicromato potassico;

Nota del Dott. ALFONSO SELLA

Esaminando per caso dei cristalli di dicromato potassico provenienti dalla fabbrica *Stevenson Carlile* (Milburn works-Glasgow) notai alcuni geminati, che sottoposi ad esame goniometrico.

Non avendo lo Schabus (*), unico cristallografo, il quale, a quanto mi consta, abbia studiato il dicromato potassico, fatto menzione alcuna di leggi di geminazione, non parrà del tutto inutile esporre brevemente le leggi da me osservate.

I. Piano di geminazione (001). Piano di sovrapposizione (001). Legge osservata in un grosso cristallo, in cui entrambi gli individui presentano le forme (001), (010), (100), (012); provocando la sfaldatura (100) ottenni tra le due faccie (100) dei due individui l'angolo di 12° 45′ (calcolo 12° 48,5′).

II. Asse di geminazione [010]. Piano di sovrapposizione (001). Legge osservata nei tre seguenti geminati:

1° (001), (010), (100), $(1\bar{1}0)$, (012), (011), $(0\bar{1}2)$, $(0\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$ e (001), (100), $(\bar{1}10)$, $(0\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}11)$.

2° (001), (010), (100), $(0\bar{1}2)$, $(0\bar{1}1)$, $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$ e (001), (100), $(0\bar{1}2)$, $(0\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$.

3° (001), (010), (100), $(0\bar{1}2)$, $(0\bar{1}\bar{1})$, (101), $(\bar{1}01)$ e (001), (010), $(0\bar{1}2)$, $(00\bar{1})$, (101).

(*) SCHABUS, Wien. Ak. Ber. 1850. Vedi pure RAMMELSBERG, *Krystallographische Chemie*, p. 593 (1881). Il WYROUBOFF, che adottò l'orientazione del RAMMELSBERG nei suoi studi sull'isomorfismo, ed il MALLARD, che nel suo *Traité de Crystallographie* presenta un cristallo di dicromato potassico come esempio per i calcoli nel sistema triclino, non accennano a geminati.

Mentre le forme della zona [010] dei due individui coincidono, le due zone [100] coincidono quasi essendo il loro angolo eguale a 1° 43′.

III. Asse di geminazione [110]. Piano di sovrapposizione (001). Legge osservata nei seguenti quattro geminati:

1° (001), (010), (100), $(1\bar{1}0)$, (012), (011), $(0\bar{1}1)$, (101), $(1\bar{1}1)$ e (001), (010), (100), $(0\bar{1}1)$, $(1\bar{1}1)$.

2° (001), (010), (100), (011), $(0\bar{1}1)$, (101) e (001), (010), $(0\bar{1}1)$, (101).

3° (001), (010), (100), $(1\bar{1}0)$, $(0\bar{1}1)$, $(0\bar{2}1)$, (101), $(1\bar{1}1)$ e (001), (010), (100), (012), (011), $(0\bar{1}1)$, (101).

4° (001), (010), $(1\bar{1}0)$, (012), (011), $(0\bar{1}1)$, (101), $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}11)$ e (001), (100), $(0\bar{1}1)$, $(0\bar{2}1)$, (101), $(1\bar{1}1)$.

La zona [100] dell'un individuo e la zona [010] dell'altro e viceversa sono fra loro vicinissime, essendo il loro angolo eguale a 0° 39′.

In tutte e tre le leggi la faccia (001) costituisce il piano di congiunzione dei due individui; il suo sviluppo predominante conferisce aspetto tabulare ai cristalli. Se nelle due prime leggi si nota lungo [100] maggiore sviluppo che lungo [010]; nell'ultima legge ciò non avviene, perchè nei due individui formanti il geminato, dall'uno all'altro il rapporto di sviluppo lungo quelle due direzioni viene precisamente invertito.

Nella seguente tabella sono contenute le medie degli angoli misurati nei varii cristalli.

All'ultima colonna figurano gli angoli calcolati.

Le forme $(0\bar{1}2)$, $(0\bar{2}1)$, $(\bar{2}01)$, $(\bar{1}11)$ non furono osservate dallo Schabus.

$K_2 Cr_2 O_7$. DICROMATO POTASSICO

$A = 81° 51' 15''$, $B = 83° 35' 45''$, $C = 88° 15'$ } Schabus

$a : b : c = 1,0116 : 1 : 1,8145$

001, 012	38° 22′	38° 22′
011	54.55	54.53
010	81.49	81.51
$0\bar{1}2$	45.41	45.40
$0\bar{1}1$	67.23	67.22
$0\bar{2}1$	82.15	82.12
101	55.51	55.50
100	83.36	83.36
$\bar{1}01$	65.37	65.34
$\bar{2}01$	79.30 circa	80.18
$1\bar{1}1$	69.09	69.17
$\bar{1}11$	67.03	67.00
$\bar{1}10$	88.56	88.41

Nuove ricerche sulla struttura del midollo delle ossa negli uccelli;

del Socio Prof. G. Bizzozero

I.

Nella ormai lunga serie dei miei studi sul sangue ebbi ripetute volte occasione di occuparmi della struttura del midollo osseo degli uccelli, e della parte ch'esso prende nella produzione dei globuli rossi. Il midollo degli uccelli, infatti, presenta evidenti alcune particolarità di struttura che in altre classi animali sono assai difficili a studiarsi; di esso, quindi, potei servirmi a chiarire alcuni problemi istologici e fisiologici che non avevano potuto avere la loro soluzione nelle indagini praticate antecedentemente nei mammiferi, nei rettili e nei batraci.

In un primo lavoro pubblicato nel 1880 in collaborazione col dottor Torre (1) noi abbiamo, pei primi, dimostrato che è nel midollo rosso (e in esso soltanto) che si producono i globuli rossi degli uccelli. In esso, infatti, si trovano numerose delle cellule sferiche, costituite da un grosso nucleo sferico, circondato da un sottile strato di protoplasma omogeneo *colorato dall'emoglobina*.

Da queste cellule, che si devono considerare come forme giovanissime, si hanno, poi, graduati stadi di passaggio ai globuli rossi adulti; le cellule, cioè, si vanno appiattendo ed allungando, ed i loro nuclei, da grossi e sferici, si fanno più piccioli ed ovali.

Nel midollo degli uccelli sono numerosi i leucociti; e fra essi predomina una forma che è rappresentata largamente anche nel sangue circolante, ed è caratterizzata dalla presenza nel suo protoplasma di buon numero di bastoncini lucenti, di aspetto adiposo, ma di natura ben diversa dal grasso.

(1) Bizzozero e Torre, *Archivio per le Sc. mediche*, vol. IV, n. 18, e Moleschott's *Unters.* Bd. XII, Heft 5/6.

Nel midollo degli uccelli abbiamo visto mancare tanto quelle cellule giganti a nucleo centrale in gemmazione, quanto quelle cellule contenenti globuli rossi o pigmento ematico che io antecedentemente (1) aveva descritto nel midollo dei mammiferi. Simile a quella di questo, invece, trovammo la distribuzione dei vasi sanguigni; le arterie, nelle ossa lunghe, scorrono lungo l'asse del midollo, e mandano scarsi e sottili tronchi secondari che si dividono in una scarsa rete capillare alla periferia del midollo stesso. Questi capillari arteriosi, alla loro volta, metton capo ad una fitta rete di larghi capillari venosi, a pareti sottilissime, che, decorrendo in direzione prevalentemente raggiata, dalla periferia si avanzano verso l'asse del midollo, ove sboccano in grossi tronchi, che tengono cammino parallelo a quello delle grosse arterie. Nel midollo degli uccelli, a differenza di quello dei mammiferi, si può accertare che i capillari venosi sono limitati da una sottile membrana nucleata, e non sono, quindi, semplici spazi scavati nel tessuto del midollo come non pochi avevano sostenuto. La dimostrazione di questa membrana noi la ottenemmo facilmente negli animali sottoposti al digiuno; in essi (oltre ad altre alterazioni dettagliatamente descritte nel nostro lavoro, fra cui merita menzione (2) una curiosa modificazione delle cellule adipose) si osserva la effusione, a sostituire il grasso scomparso, di una sostanza gelatinosa e trasparente, che permette di studiare assai bene la distribuzione dei vasi sanguigni e la costituzione delle loro pareti. — I capillari venosi del midollo sono ordinariamente ricchi di globuli bianchi applicati contro le loro pareti; il che probabilmente è in rapporto colla straordinaria lentezza con cui il sangue deve scorrere nel loro lume, a cagione della grande sproporzione di calibro e numero fra le arterie e i loro capillari da una parte, e i capillari venosi in cui quelli sboccano, dall'altra. — Inoltre, nel midollo degli uccelli noi abbiamo potuto con tutta evidenza accertare un fatto che non si era fino ad allora constatato nei mammiferi; abbiamo veduto, cioè, che *non vi è cellula contenente emoglobina che giaccia fuori dei vasi sanguigni, sicchè è giuocoforza ammettere che in questi ultimi (e non nel tessuto intervascolare) principii, si svolga e si compia lo sviluppo dei globuli rossi.*

(1) Bizzozero, *Morgagni*, 1869.
(2) L. c. pag. 16 und 17, e *Arch. f. Mikr. Anat.*; Bd. XXXIII, 1889.

L'esistenza, nel midollo osseo degli uccelli, delle forme giovani di globuli rossi bastava già a dimostrare che il midollo è un organo fabbricatore di globuli rossi. Noi abbiamo, però, rincalzata la nostra opinione per mezzo degli sperimenti, come già era stato fatto pei mammiferi. Salassando ripetutamente e fortemente gli uccelli, trovammo che il loro midollo osseo muta nei suoi caratteri macroscopici, e che ciò è dovuto ad una notevole modificazione della sua struttura istologica, di cui il fatto più importante è l'aumento grandissimo di numero dei globuli rossi in via di sviluppo. Iniettando in tali animali una soluzione 0,75 $^0/_0$ di cloruro sodico nell'arteria femorale, e raccogliendo il sangue attenuato che, a cagione di questo lavacro artificiale, esce in copia dalla vena nutritizia della tibia, fra i globuli rossi adulti vi si posson vedere i globuli rossi giovani o giovanissimi; mentre nel resto del sangue del corpo queste forme giovani sono assai rare. — La milza, al contrario, neppure in questi animali resi fortemente anemici non presenta mai alcun elemento che possa considerarsi come stadio di sviluppo di globuli rossi. Nella produzione di questi, perciò, la milza degli uccelli non ha alcuna parte.

Queste ricerche vennero completate da altre da me fatte un anno dopo (1), nelle quali determinai l'origine di quelle cellule sferiche, a protoplasma emoglobinico e a nucleo sferico che noi avevamo designate come le forme più giovani dei globuli rossi. Dalle mie indagini risultò, a conferma di quanto io aveva già osservato fino dal 1869 nei mammiferi (2), che *tanto questi elementi degli uccelli, quanto gli elementi corrispondenti di altre classi di vertebrati derivano da moltiplicazione per scissione di elementi preesistenti ed a loro simili per aspetto e costituzione; e che questa scissione ha luogo secondo il tipo della mitosi*. Il che venne poi generalizzato per tutte le classi dei vertebrati in un successivo lavoro, pubblicato da me e Torre nel 1884 (3), e fu inoltre esteso ai diversi periodi nella vita embrionale, non solo dei mammiferi, ma anche degli uccelli e

---

(1) BIZZOZERO, *Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino*, 1881; MOLESCHOTT'S *Unters. zur Naturlehre*, ecc. Bd. XIII, 2 Heft e *Vorl. Mitth. im Centralbl. f. d. med. Wiss.*, n. 8, 1881.

(2) BIZZOZERO, *Sul midollo delle ossa. Morgagni*, 1869.

(3) VIRCHOW'S *Arch.* Bd. 95.

dei batraci, in un lavoro mio, pubblicato nello stesso volume dell'Archivio di Virchow. — Sicchè potei stabilire il principio generale, che *la produzione dei globuli rossi in tutti i vertebrati ha luogo per moltiplicazione per mitosi di una forma cellulare tipica, costituita da un nucleo sferico rivestito di un sottile strato di protoplasma contenente emoglobina.*

Ho detto più sopra che già nel lavoro pubblicato nel 1880 con Torre avevamo posto in sodo che la produzione dei globuli rossi ha luogo nell'*interno* dei vasi. Noi l'avevamo dimostrato indirettamente negli uccelli, appoggiandoci al seguente ragionamento: Siccome i globuli rossi giovani (non esclusi quelli in cariocinesi) hanno un protoplasma emoglobinico, e, d'altra parte, non v'è cellula contenente emoglobina che giaccia fuori dei vasi sanguigni, così bisogna ammettere che tutti i globuli rossi giovani giacciano nell'interno dei vasi sanguigni.

Non mi pare che a questa conclusione si potessero rivolgere obbiezioni; tuttavia, stante l'importanza che ad essa poteva annettersi nello studio della fisiologia del midollo, pensai bene, alcuni anni più tardi, di darne una dimostrazione diretta, ricercando, coi nuovi metodi introdotti nella tecnica microscopica, se i globuli rossi più giovani, quelli, cioè, che sono in via di scissione cariocinetica, stiano nel lume dei vasi sanguigni, o negli spazi intervascolari. Praticando delle sezioni sottilissime di midollo di uccelli indurito in reagenti buoni fissatori delle mitosi, raggiunsi ben presto il mio scopo, come appare dalla seguente comunicazione che feci il 10 Giugno 1887 alla R. Accademia di Medicina di Torino, e che venne pubblicata tanto nel giornale dell'Accademia, quanto nel numero del 13-14 giugno della *Gazzetta Piemontese:* « Il socio Bizzozero riferisce intorno ad ulteriori ricerche che egli ha fatto sul midollo rosso delle ossa. Da esse risulta che nei larghi vasi venosi, che vi formano una fitta rete, il contenuto può esser distinto in una porzione centrale costituita dai globuli rossi, ed in una porzione periferica in cui predominano i globuli bianchi. Ora, *in quest'ultima porzione si trovano numerosi globuli rossi in scissione indiretta*, mentre questi mancano affatto nel tessuto intervascolare. Ciò essendo, è lecito dedurne che la rete vascolare del midollo sia il focolajo di produzione dei globuli rossi, o, con altre parole, *che questa rete sia un vero organo endovascolare* ».

II.

A questo punto erano giunte le mie indagini sulla struttura istologica del midollo degli uccelli, e sulla parte che esso prende nella produzione dei globuli rossi, allorchè, più di sei mesi dopo la pubblicazione dell'ultima mia nota del 10 Giugno 1887, comparve, sullo stesso argomento, un lavoro del prof. Denys di Lovanio (1). L'Autore vi tratta con molta accuratezza tanto la parte storica riguardante la genesi dei globuli rossi in generale, quanto, fondandosi su ricerche proprie, la parte descrittiva relativa al midollo degli uccelli, ma in nessun punto della sua Memoria mostra di conoscere le tre pubblicazioni sullo stesso argomento fatte da me, o da me e Torre nel 1880, nel 1881 e nel 1887. Il che deve fare tanto maggior sorpresa, in quanto che l'A. cita i nostri lavori sui globuli rossi degli altri vertebrati, nei quali ripetute volte abbiamo fatto cenno delle nostre pubblicazioni sul midollo degli uccelli (2).

Da questa imperfetta conoscenza bibliografica consegue, che Denys dà come frutto delle proprie ricerche la conoscenza di parecchi fatti, fra i più importanti della sua Memoria, i quali erano già stati descritti anni o mesi prima da me, o solo o in collaborazione col dottor Torre. Fra questi credo di far menzione dei seguenti: 1° l'esistenza nel sangue e nel midollo osseo degli uccelli di numerosi leucociti contenenti corpi bastonciniformi; 2° l'essere le vene midollari limitate da una palese membrana nucleata; 3° il grande squilibrio, per numero ed ampiezza di lume, fra le arterie ed i capillari arteriosi da un lato, e la rete venosa dall'altro, donde la grande lentezza della circolazione venosa, così favorevole alla moltiplicazione e successiva evoluzione degli elementi morfologici del sangue; 4° il fatto che il midollo degli uccelli fortemente salassati acquista un colore grigio, e non rosso, come hanno sostenuto altri osservatori; 5° le modi-

(1) Denys, *La structure de la moëlle des os et la genèse du sang chez les oiseaux. La Cellule*, tom. IV, fasc. 1. Questo lavoro porta la data del 1° dicembre 1887 e il fascicolo in cui è contenuto venne distribuito nel 1888.

(2) Della mia pubblicazione del 1887 non ebbe notizia neppure H. E. Ziegler, il quale l'8 Febbraio 1889 tenne sull'origine del sangue una conferenza alla Società di Scienze naturali di Freiburg (*Berich. d. naturforschenden Gesell. zu Freiburg i. B.*, vol. IV).

ficazioni profonde che il midollo presenta negli animali digiunanti; 6° *l'essere le mitosi dei globuli rossi esclusivamente contenute nel lume dei vasi sanguigni.* — Egli è chiaro quindi che, per quanto riguarda questi argomenti, io non avrei potuto desiderare una conferma più completa del risultato delle mie antecedenti ricerche.

In un punto importante, però, le mie conclusioni differiscono da quelle di Denys. — Secondo me l'elemento più giovane dei globuli rossi è rappresentato da una cellula il cui protoplasma è colorato dall'emoglobina, quantunque questa colorazione sia meno intensa che non quella dei globuli rossi adulti. Denys, invece, si schiera con Löwit (1), ed ammette che il termine più giovine della serie emoglobinica (ch'egli designa col nome di *eritroblasto*) sia rappresentato da un elemento *così incoloro come i globuli bianchi* (*l. c.* p. 218-219), il quale gradualmente, mentre muta di forma diventando appiattito ed ovale, si carica di emoglobina.

Credo opportuno di trattenermi su questo punto, perchè questa opinione che i globuli rossi originino da cellule incolori è stata svolta con svariate modificazioni da parecchi recenti osservatori, ed accolta in diversi trattati, il che ha assicurato una larga diffusione a questa che io reputo un'*asserzione non dimostrata.*

La ragione per la quale Denys è stato indotto a ritenere che gli eritroblasti siano incolori noi la troviamo nel metodo che egli ha adottato in tutte le sue indagini. — In parecchi miei lavori io ho insistito sulla necessità, quando si studia il midollo delle ossa, di controllare l'un coll'altro i diversi metodi d'esame, e specialmente di paragonare i preparati ottenuti con diversi metodi d'indurimento e successiva colorazione coi preparati a fresco di elementi appena tolti dall'animale vivente. Questa cautela è indispensabile, perchè i globuli rossi adulti, e più ancora le loro forme giovani, perdono colla massima facilità la loro emoglobina e simulano così l'aspetto di elementi incolori. Un lavoro sullo sviluppo dei globuli rossi manca di base, se in esso non venne preso per punto di partenza l'esame diretto degli elementi freschi fatto nel loro liquido naturale.

---

(1) Löwit, *Sitzber. d. K. Wien. Akad.* Abth. III, Bd. 88, 1883 e Bd. 92, 1885.

Or bene, di queste cautele non ha tenuto conto Denys, ed è appunto per ciò ch'egli venne condotto a conclusioni erronee. Egli ha lavorato semplicemente su pezzi induriti, ed ha ottenuto l'indurimento col sublimato corrosivo. Dopo una permanenza di qualche ora nel sublimato i pezzi venivano lavati nell'acqua, induriti nell'alcool e sezionati in paraffina. Le sezioni infine venivano colorate successivamente colla fucsina acida e col verde di metilo ie ed esaminate glicerina od in balsamo. Con questo metodo i globuli rossi e le granulazioni eosinofile dei globuli bianchi appaiono colorate in rosso rubino ed i nuclei dei diversi elementi in verde. Si dovrebbe ottenere così una doppia colorazione assai spiccata, e favorevolissima per riconoscere la disposizione delle cellule nel midollo.

Operando a questo modo Denys ottenne dei preparati che appoggiano perfettamenta la sua opinione. In una sezione p. es. del midollo della tibia di un piccione normale si vedono ne'suoi disegni le larghe vene del midollo le quali soltanto lungo il loro asse contengono dei globuli rossi; tutto il resto del lume è occupato da eritroblasti incolori o quasi incolori. — Se il midollo poi era di un piccione salassato, gli spazi venosi appaiono riempiti quasi esclusivamente da eritroblasti incolori. Gli eritroblasti poi, vengono descritti da Denys (*l. c.* p. 211) come cellule rotonde, a nucleo pure rotondo, grosso, e attraversato da un forte reticolo con numerosi nodi, ma senza nucleoli plasmatici. Il protoplasma della cellula è omogeneo o appena granuloso; la membrana cellulare è molto spiccata. — Per trasformarsi in globuli rossi adulti essi diventano ovali (tanto il corpo cellulare quanto il nucleo), si appiattiscono, e si caricano d'emoglobina; acquistano, cioè, nei preparati di Denys la proprietà di colorarsi intensamente in rosso colla fucsina acida.

Le conclusioni di Denys sarebbero indiscutibili se il suo metodo di preparazione veramente fissasse l'emoglobina tanto nei globuli quanto negli eritroblasti. Ma nel fatto non è così. Già egli stesso si era accorto che il sublimato, che pure è un reagente così prezioso per la conservazione dei globuli rossi isolati, non lo è più tanto quando agisca su dei pezzi di tessuto. Egli, infatti, fa osservare d'aver sempre fatto uso di sublimato *sciolto in una soluzione di cloruro sodico*, perchè aveva notato (pag. 209) che, se si fa uso di sublimato sciolto in acqua distillata, molti dei globuli rossi perdono la loro emoglobina, massime verso il

centro del pezzo, e in questo caso essi non si colorano più, o non si colorano che incompletamente colla fucsina.

Ora, la mia esperienza mi ha dimostrato, che neppure l'aggiunta di cloruro sodico vale ad evitare l'inconveniente segnalato da Denys. Nei pezzi trattati secondo le sue prescrizioni è soltanto all'estrema periferia del pezzo che i globuli rossi sono ben conservati. Appena un po' più all' interno si scorge che i globuli rossi contenuti negli spazi venosi, cominciando da quelli che stanno alla porzione periferica del lume delle vene, mutano notevolmente d'aspetto. Infatti, mentre nei globuli ben conservati il corpo cellulare non presenta una membrana distinta, ed è costituito da una sostanza omogenea abbastanza rifrangente, di colore giallognolo ed avente la proprietà di colorarsi intensamente coi colori acidi (fucsina acida, eosina, acido picrico), i globuli alterati ci si presentano rotondi, ovvero poliedrici per la reciproca pressione, sono limitati da una membrana spiccata e grossa, e la sostanza che sta fra la membrana e il nucleo (e che costituisce, quindi, il vero corpo cellulare) è diventata tenue, trasparente, ha perduto del tutto, o quasi, il color giallo, e proporzionalmente manca della proprietà di trattenere tenacemente le sostanze coloranti sopra menzionate. Nei globuli in cui l'alterazione non è tanto avanzata, in questa sostanza chiara si vedono ancora sparsi dei granuli o dei filamenti decorrenti dal nucleo alla membrana cellulare.

Evidentemente questa alterazione dipende da ciò, che i globuli hanno perduto la loro emoglobina, e con essa la facoltà di colorarsi artificialmente; e questa alterazione avviene tanto più facilmente quanto più il globulo rosso è giovane. Ne consegue che la ricchezza dei singoli capillari venosi in cellule di tal modo alterate non dipende soltanto dalla distanza in cui la vena stessa si trova dalla periferia del pezzo di midollo a cui appartiene, ma sì ancora dalla quantità degli eritroblasti che essa originariamente conteneva, sicchè, a seconda della posizione della vena nel pezzo di midollo, ed a seconda della ricchezza in eritroblasti del sangue ch' essa conteneva, noi possiamo avere tutte le gradazioni da vene che appaiono piene o quasi piene di globuli rossi fortemente colorati colla fucsina, a vene che hanno pochi globuli rossi sparsi qua e là lungo il loro asse, mentre il resto del lume è pieno di elementi incolori.

Questa alterazione, lo ripeto, colpisce prevalentemente i globuli rossi giovani, ma non risparmia gli adulti. Non è raro,

infatti, scorgere verso il centro del midollo delle piccole arterie (le quali, naturalmente, non conducono che sangue a globuli adulti) il cui lume è occupato da globuli di tal modo alterati.

Se ora si paragona uno di questi preparati colle descrizioni e coi disegni che ha dato Denys, devesi riconoscere *che i suoi eritroblasti incolori per la massima parte non sono altro che globuli rossi alterati dal processo di indurimento.*

Di ciò non si può dubitare quando si studi il progressivo accentuarsi dell'alterazione dalla periferia al centro del pezzo di midollo assoggettato all'esame; e se ne può dubitare anche meno quando si paragonino due pezzi dello stesso midollo di animale sano trattati l'uno col metodo di Denys, l'altro con un metodo che meglio conservi l'emoglobina dei globuli, p. es. col metodo al liquido di Müller. Come vedremo più sotto, quello stesso midollo che, trattato col metodo Denys, ci presenta i capillari venosi pieni o quasi pieni de' suoi eritroblasti incolori, trattato col liquido di Müller ce li presenta quasi completamente riempiti di cellule a protoplasma emoglobinico; le cellule incolore relativamente scarse che fra queste stanno, sono dei leucociti, i quali non mancano mai nei vasi midollari, e che sogliono, anzi, trovarvisi più numerosi che negli altri vasi del corpo (1).

Un'ultima considerazione che contribuisce a spiegare i risultati ottenuti da Denys riguarda il suo metodo di colorazione. Come s'è detto, egli otteneva una doppia colorazione coll'azione successiva della fucsina acida e del verde di metile. La prima colora uniformemente in rosso tutte le parti degli elementi contenuti nella sezione: nuclei, protoplasmi, globuli rossi, tessuto connettivo, ecc.; ma quando la sezione sia lavata e poi immersa nel verde di metile, allora si opera il differenziamento, ed i nuclei si colorano in verde. L'Autore stesso, però, avverte che queste reazioni sono assai delicate: se il midollo è rimasto troppo tempo nel sublimato, il verde di metile non si fissa più sui nuclei, e le sezioni conservano una colorazione rosso intenso uniforme, affatto impropria all'esame; se, invece, le sezioni si lasciano troppo nel verde di metile, perdono il color rosso non solo i nuclei, ma anche le granulazioni eosinofile dei leucociti del parenchima del midollo, e successivamente anche i globuli rossi. — Come si

(1) Bizzozero e Torre, *Archivio per le Sc. mediche*, vol. IV, n. 18 e Moleschott's *Untersuch.* Bd. 12. Heft 5/6.

vede, queste reazioni coloranti di Denys non dànno una colorazione specifica; non si tratta di una sostanza colorante che si fissi esclusivamente sui nuclei, e di un'altra che non colori che l'emoglobina. La colorazione di Denys è poggiata sulla graduata perdita del color rosso che gli elementi del midollo presentano sotto l'azione del verde di metile. Ne consegue, che in un dato preparato l'ottenere colorati o no certi elementi non dipende soltanto dalla natura di questi, ma anche dal tempo in cui si arresta l'azione di una delle sostanze coloranti, o, con altre parole, dall'arbitrio dell'osservatore; il quale considera come ben riusciti e conserva quei preparati, nei quali il verde di metile non è ancor riuscito a scacciare il color rosso fucsina da quegli elementi che egli per la loro forma, costituzione, ecc. considera come globuli rossi. La colorazione di Denys, adunque, non ha la proprietà di dimostrare ciò che è globulo rosso; essa non può servire che a rendere più evidente ciò che l'osservatore, appoggiandosi ad altri caratteri, ha creduto di riconoscere come globulo rosso.

III.

Posto in sodo, così, quali siano le cause di errore contro le quali non seppe premunirsi Denys, passo ora a render conto delle mie ricerche, delle quali io ho dato, come sopra dissi, soltanto un cenno sommario nel 1887, e che mi hanno condotto a considerare la rete dei capillari venosi del midollo come un *vero organo endovascolare*.

Nelle ricerche che ho istituito nel 1887 sul midollo degli uccelli, essendo allora mio scopo di determinare direttamente in qual parte di esso si trovassero i globuli rossi in via di mitosi, non mi poteva limitare per indurire i pezzi all'uso di quel metodo che nel 1880 aveva già servito a me ed al dottor Torre: fissazione nel liquido di Müller, indurimento nell'alcool, colorazione con picrocarmino, conservazione in glicerina. Il liquido di Müller, infatti, non è raccomandabile per la conservazione delle mitosi, nè queste sono messe in molta evidenza dal picrocarmino. — Io desiderava ad un tempo di dimostrare le mitosi e di conservare l'emoglobina nei globuli, e ad ottenere questo scopo sperimentai diversi liquidi fissatori. Non poteva contare sulle semplici soluzioni di acido osmico, che mal conservano le mitosi. Tentai invece coll'acido picrico, col liquido di Kleinenberg, con

una miscela di acido cromico e di acido osmico, col liquido di Flemming e colle soluzioni di sublimato. I primi tre liquidi m'hanno dato insufficienti risultati, poichè presentano abbastanza spiccate le reti venose nel midollo, ma rendono poco evidenti le mitosi. Il liquido di Flemming è preferibile fra tutti per la dimostrazione delle figure cariocinetiche tanto dentro quanto fuori dei vasi; ma fa perdere troppo il colore ai globuli rossi. Sotto questo punto di vista è inferiore alle soluzioni di sublimato, le quali conservano bene le mitosi, e nel tempo stesso non influiscono tanto sfavorevolmente sui globuli rossi. Fu adunque il sublimato ch'io prevalentemente adoperai.

Più sopra ho detto quali sieno le modificazioni che le soluzioni di sublimato apportano ai globuli rossi, e come esse si possano diminuire, ma non evitare, sciogliendo il sublimato non in acqua distillata, ma in una soluzione 1 % di cloruro sodico come propone Denys. I pezzi dopo l'immersione di 2-3 ore nel sublimato venivano poi lavati non già coll'acqua, come praticava Denys, ma coll'immersione per 48 ore in alcool del commercio allungato con egual volume di cloruro sodico 1 %; questo liquido naturalmente veniva parecchie volte rinnovato affinchè la lavatura riuscisse più perfetta. I pezzi lavati venivano poi induriti nell'alcool assoluto, passati gradatamente in cloroformio, inclusi in paraffina fondente a 52° C. e tagliati in sezioni dello spessore di 5 μ. Le sezioni venivano poi saldate sul coproggetti, spogliate della paraffina colla successiva azione della trementina e dell'alcool assoluto; poi si sottoponevano alla colorazione, e infine si passavano in olio di bergamotto e si chiudevano in damar.

Quanto alla colorazione delle sezioni, ho provato diversi liquidi ed in special modo i seguenti: 1° Il liquido di Ehrlich costituito da cinque parti di una soluzione di fucsina acida e di una parte di soluzione di azzurro di metilene. 2° L'altro liquido pure raccomandato da Ehrlich per la colorazione del sangue, costituito da fucsina acida, *orange* e verde di metile (1). 3° Il liquido di Biondi, formato dagli stessi costituenti ma in diverse proporzioni (2). 4° La soluzione di fucsina acida, e successivamente quella di verde di metile secondo il metodo di Denys. 5° Una soluzione acquosa di vesuvina, lavatura con alcool assoluto,

(1) Ehrlich, *Charité-Annalen*; 1884, p. 107.

(2) Heidenhain, *Arch. f. d. gesamm. Phys.*, vol. 43, Supplementheft p. 42

e successiva azione di una soluzione acquosa di eosina. 6 Una soluzione acquosa di safranina e successiva lavatura in alcool assoluto colorato con acido picrico. 7° L'ematossilina, con successiva lavatura nell'acqua e con seconda colorazione in alcool colorato con acido picrico. Con tutti questi metodi si ottengono delle doppie colorazioni, fra cui sono preferibili quelle ottenute coi metodi segnati coi numeri 5, 6, 7. Fra queste, poi, merita assoluta preferenza l' ultima, che è quella, quindi, che più ho adoperato nelle mie indagini. Lasciavo le sezioni (fissate sul coproggetti) per circa 15 min. nella soluzione d'ematossilina che colora in violetto tutti i nuclei del preparato; poi le lavavo per una diecina di minuti nell' acqua di fonte, indi le passavo in alcool assoluto colorato leggermente in giallo col farvi sciogliere alcuni cristallini di acido picrico. La durata di questa immersione, che deve essere di pochi minuti, viene determinata colla esperienza. La concentrazione della soluzione picrica, e la durata dell'immersione in essa delle sezioni devono essere tali, che, mentre è ancora incoloro il protoplasma dei leucociti, riesca invece colorato in giallo il corpo dei globuli rossi. E si colorano in giallo non solo tutti i globuli rossi adulti e ben conservati, ma sì ancora tanto i globuli rossi giovani quanto i globuli rossi adulti che presentano l'alterazione più sopra descritta prodotta dalla soluzione di sublimato. In essi la grossa membrana è colorata abbastanza intensamente in giallo, assai meno, invece, come è naturale, il corpo cellulare.

La doppia colorazione ottenuta coll'ematossilina e coll'alcool picrico diede nelle mie mani ed ai miei occhi dei preparati assai più dimostrativi e costanti che quella da me ottenuta colla fucsina acida e col metilverde secondo Denys. Con essa non v' è pericolo che la seconda colorazione si sostituisca alla prima nella colorazione dei nuclei, nè che un colore scacci l'altro dal protoplasma emoglobinico dei globuli rossi.

Ad onta dei vantaggi che, come credo, il mio metodo di colorazione ha su quello di Denys, tuttavia ho voluto usare dei metodi di controllo onde poter dare una base più certa ai miei risultati. È per questa ragione che ho costantemente usato anche la fissazione dei pezzi nel liquido di Müller con successivo indurimento coll'alcool.

Il midollo, tolto dall' animale appena ucciso, veniva tenuto per 8-10 giorni all'oscuro in un'abbondante quantità di liquido

di Müller, che in questo frattempo veniva rinnovato 3 o 4 volte. Poi, sempre all'oscuro, si lavava tenendolo per altrettanto tempo in alcool allungato a parti eguali con una soluzione 0,70% di cloruro sodico e di frequente rinnovato. Quando il pezzo non cedeva più colore al liquido, si passava in alcool sempre più forte, fino all'assoluto, poi, come al solito, si sezionava in paraffina. Le sezioni di 5 e 10 μ di spessore venivano poi, saldate o no sul coproggetti, spogliate della paraffina per mezzo della trementina e, colorate o no, esaminate in glicerina o in damar.

IV.

Vediamo ora i risultati che ho ottenuto, cominciando dallo studio del midollo del pollo giovine, sano e robusto. Operai sempre sul midollo della metà superiore del femore, che, fra quelli delle ossa lunghe, è sempre uno dei più funzionali.

La fig. 1ª ci presenta porzione di una sezione trasversa, di midollo *indurito in sublimato*, e colorato con ematossilina ed alcool picrico. Si scorge la ricca rete di larghi capillari venosi che dalle parti periferiche del midollo converge verso una delle grosse vene (*a*) decorrenti nel senso dell'asse del midollo, la quale quindi, appare qui tagliata trasversalmente. In *b* è la sezione di un'arteria parimente assile. Qua e là nel tessuto si vedono delle sezioni trasverse di arteriole (*c c*); non si vedono, invece, stante la debolezza dell'ingrandimento, gli scarsi e sottili capillari arteriosi, che, originando dalle arteriole, vanno a metter foce nell'ampio lume de' capillari venosi.

Quanto al parenchima interposto ai vasi, esso presenta delle differenze di costituzione, che si possono accertare anche con questo debole ingrandimento. Nella porzione inferiore della figura sono in esso numerosissimi i leucociti, e solo qua e là fra i loro ammassi si vedono, isolate od a gruppi, le cellule adipose; nella superiore, invece, e specialmente nell'immediata vicinanza della vena *a*, il rapporto s'inverte; i leucociti si fanno sempre più rari, e il tessuto viene costituito quasi esclusivamente dalle cellule adipose.

Questa differenza del parenchima si accompagna con una differenza del modo di comportarsi della rete venosa, su cui desidero attirar l'attenzione perchè è costante, e quindi non può non avere un significato nella fisiologia dell'organo: nei punti

del parenchima ove predominano i leucociti, i capillari venosi hanno lume ampio (50-52 μ); in quelli, invece, in cui prevalgono le cellule adipose, i capillari venosi sono più sottili (40-42 μ), e quindi la rete da essi formata è meno appariscente.

Se ora vogliamo passare all'esame a forte ingrandimento del preparato, è utile che cominciamo dalla porzione periferica della sezione, da quella, cioè, ove il sublimato ha meglio esercitato la sua azione fissatrice sui globuli. Qui vediamo che, contro quanto assevera Denys, le vene contengono una grande quantità di globuli rossi, la cui emoglobina è ancora ben riconoscibile pel colore giallo più spiccato che le ha impartito l'acido picrico (fig. 2ª). È ben vero che a lato de' globuli rossi si vedono delle cellule incolore, disposte prevalentemente alla periferia del vaso, e che si possono dire con sicurezza giacenti nel lume del vaso, perchè il contorno di questo è nettamente segnato da una linea regolare interrotta tratto tratto da nuclei ovali, allungati; ma queste cellule incolore non hanno nulla che fare coi globuli rossi; sono leucociti, e di essi avremo occasione di dire più sotto.

Nei punti meno periferici del preparato i globuli rossi hanno subìto l'alterazione più sopra descritta; ma ciò non impedisce di stabilire la loro natura (fig. 3ª) e di accertare che riempiono quasi per intero il lume del vaso; gli scarsi spazi che lasciano liberi si vedono occupati dai leucociti. Se l'azione dell'acido picrico sulla sezione venne sospesa a tempo, i leucociti appaiono incolori, mentre i globuli rossi hanno il loro contorno colorato fortemente, e il loro corpo colorato debolmente in giallo; il che fa sì che a piccolo ingrandimento tutto il contenuto vasale spicchi in giallo sul fondo appena lievemente gialliccio del parenchima.

Nei vasi si scorge qualche raro globulo rosso in mitosi (fig. 3ª *a*); nel parenchima, invece si hanno, in piccol nnmero, delle mitosi dei leucociti (fig. 2ª *d*).

In questi preparati, adunque, non si ha alcuna traccia di quegli ammassi di eritroblasti *incolori* che Denys disegna nel suo lavoro. —

A questo punto non mi nascondo che mi si potrebbe obbiettare, questo mio risultato dipendere da ciò, che io col mio metodo ho colorato in giallo degli eritroblasti incolori che effettivamente si trovavano ne' vasi; si ritorcerebbe, così, contro di me il ragionamento che io ho fatto contro Denys quando ho asserito, ch' egli ne' suoi preparati aveva tolto il color rosso di

fucsina a degli elementi che in realtà erano globuli rossi alterati dal sublimato. Ma l'obbiezione non regge, perchè quanto io asserisco ottiene una chiara e facile conferma dall'esame di sezioni sottilissime di midollo, appartenente allo stesso animale, ma *indurito nel liquido di Müller*, ed esaminato senza alcuna colorazione in glicerina. Qui tutte le cellule contenenti emoglobina conservano un colore giallo caratteristico, che le fa distinguere a prima vista dai leucociti (fig. 4ª); e qui si conferma senza possibilità di dubbio che il contenuto dei capillari venosi nell'animale sano è quasi esclusivamente rappresentato da cellule ad emoglobina; le cellule incolore, relativamente scarse, che stanno fra esse si riconoscono agevolmente per leucociti.

Il liquido di Müller fissa anche assai meglio del sublimato la forma dei globuli rossi. Quindi nei preparati fatti con esso noi vediamo (fig. 4ª) che dentro i capillari venosi i globuli stessi hanno figure diverse, a seconda del loro grado di sviluppo; sicchè dai globuli adulti, grandi, elittici, a piccolo nucleo, noi, per passaggi graduati, discendiamo ai globuli giovanissimi, sferici, a nucleo rotondo circondato da uno strato sottile di protoplasma emoglobinico.

Questi ultimi sono quelli che, nella serie di forme rappresentanti l'evoluzione dei globuli rossi, più assomigliano ai leucociti.

Nella gran maggioranza dei casi anche i più giovani di questi globuli si possono distinguere dai leucociti pel colore del loro protoplasma; io non potrei, però, asserire che *in ogni caso* si possa decidere con certezza se una data cellula sia piuttosto un globulo rosso giovane o un leucocito. Talora la differenza di colore dei rispettivi protoplasmi dopo l'azione del liquido di Müller non spicca abbastanza, neppure adoperando ottimi obbiettivi ad immersione omogenea. In tali casi potrà esser di giovamento nella diagnosi la configurazione del reticolo nucleare. Nei globuli rossi quest'ultimo, quand'abbia subita l'azione del liquido di Müller, si presenta sotto la forma di poche trabecole grosse, poste nella porzione centrale del nucleo; mentre nei leucociti esso è costituito di trabecole sottili e numerose, formanti una rete assai fitta (così fitta che non di rado assume aspetto granulare) e che occupa una maggior porzione del corpo nucleare.

Studiando la disposizione di questi diversi elementi nel lume vascolare, si riconosce facilmente che essa è soggetta ad una re-

gola determinata: i globuli rossi adulti sono generalmente disposti nell' asse del lume vasale, mentre i globuli rossi giovani ed i leucociti riempiono la parte periferica del lume. Ciò, come vedremo, è importante per la spiegazione della funzione del midollo (1)

Mentre nei capillari venosi i globuli rossi hanno forme così svariate in rapporto colla loro diversa età, nelle grandi vene ed arterie assili essi sono tutti ovali, appiattiti, coi caratteri di globuli perfetti. Questo, per chi conservasse de' dubbi, è la più bella riprova che i globuli sferici, a scarso protoplasma giallognolo, che si vedono nei capillari venosi sono realmente globuli giovani, e non globuli rossi ridotti a tal forma da un'alterazione prodotta dal liquido di Müller. —

Più sopra ho asserito che Denys ha confuso sotto la designazione di eritroblasti due specie di elementi: i globuli rossi giovani alterati dal sublimato ed i leucociti. Riguardo ai primi, abbiamo visto testè come la mia asserzione sia giustificata; riguardo ai secondi, lo vedremo ora.

Secondo quanto Denys scrive nella sua Memoria, gli elementi del parenchima del midollo sono rappresentati (oltre che da variabile quantità di cellule adipose) da cellule bianche, ch' egli appella *leucoblasti*, e che si distinguono per avere un nucleo allungato, spesso ripiegato su se stesso o contorto, e per contenere nel loro protoplasma dei granuli o dei bastoncini colorabili vivamente colla fucsina. Sono, con altre parole, quei leucociti che fino dal 1880 io e Torre avevamo descritti e disegnati nel midollo e nel sangue degli uccelli. Questi elementi Denys ha veduto talora anche nei vasi sanguigni del midollo; ma, all'infuori d'essi, egli non descrive, nè disegna altra specie di leucociti nè nel parenchima midollare, nè ne' suoi vasi. Così essendo le cose, gli torna facile dare dei caratteri differenziali fra gli eritroblasti, ed i leucoblasti, correggendo i criteri differenziali che in propo-

(1) Preparati assai eleganti e dimostrativi del midollo indurito in liquido di Müller si ottengono col colorare in alcuni minuti le sezioni, fissate sul vetrino e spogliate della paraffina, con un liquido ottenuto aggiungendo ad alcuni centimetri cubi d'acqua alcune goccie del liquido *Ehrlich-Biondi;* poi lavando nell'alcool e passando, per olio di garofani, in damar.

Le granulazioni eosinofile dei leucociti del parenchima sono intensamente colorate in rosso: nei capillari venosi si vedono i leucociti colorati in rosa, e gli eritroblasti e i globuli rossi adulti in rosso aranciato oscuro.

sito già erano stati dati da Löwit. Secondo Denys (l. c. p. 224) i secondi si distinguono dai primi specialmente per avere il *nucleo* spesso a forma di bisaccia o di salsiccia, relativamente più piccolo e meno ricco di nucleina, il protoplasma sempre incoloro e contenente dei granuli o bastoncini colorabili colla fucsina, la membrana meno grossa e spiccata, e le manifestazioni di contrattilità più manifeste. Secondo lui ogni elemento che sta nei vasi del midollo, e non ha questi caratteri, appartiene alla serie degli eritroblasti.

E in ciò egli ha torto Questi criteri differenziali non si applicano che ad una sola delle varie specie (almeno quattro) di globuli bianchi che il sangue degli uccelli contiene (1). Infatti, lasciando da parte le piastrine, noi vi troviamo:

1° Le summenzionate cellule con protoplasma a contenuto bastonciniforme (fig. 9ª *c*). Per esse non posso che confermare la descrizione che io e Torre ne abbiamo dato nel 1880, aggiungendo soltanto questo, che il loro nucleo ha spesso forma di occhiali (fig. 2ª e 8ª *c*), sicchè quando le due estremità ingrossate di esso sono rivolte contro l'osservatore, e il ponte sottile che unisce

---

(1) Lo studio dei leucociti degli uccelli si fa in diversi modi, a seconda delle particolarità che si vogliono mettere in evidenza: 1° Nel sangue fresco e puro, disteso a strato sottilissimo fra portoggetti e coproggetti. 2° Nel sangue fresco diluito con soluzione 0,70 di cloruro sodico, ovvero con questa soluzione colorata con violetto di metile. 3 Con sangue disteso a strato sottilissimo sul coproggetti, essiccato a dolce calore, tenuto per un paio d'ore a 110° C. (ovvero passato con cautela 4-6 volte su di una fiamma ad alcool) affine di fissare l'emoglobina nei globuli rossi, colorato tenendolo per $^1/_4$ d'ora in una soluzione acquosa diluita di eosina, poi di nuovo essiccato, ed esaminato in damar. Invece dell'eosina si potrà adoperare il liquido di Ehrlich o quello del Biondi (miscele di fucsina acida, di orange e di verde di metile) che si lasceranno agire per alcune ore, poi lavatura nell'acqua, essiccamento, ecc. 4° Con sangue disteso a strato sottilissimo su di un coproggetti, il quale si immerge tosto, mentre il sangue è ancora umido, in alcool assoluto, ove si lascia per 1 ora per fissarvi gli elementi, e specialmente l'emoglobina. A questo punto è atto alla colorazione; si lascia, p. es., per un paio d'ore in una soluzione acquosa concentrata e filtrata di vesuvina, poi si lava nell'alcool, si rischiara coll'olio di bergamotto e si chiude in damar. — Il 1° e il 2° metodo dànno un'idea generale delle diverse specie di leucociti; il 3° mette in evidenza specialmente i leucociti eosinofili; il 4°, infine, è quello che più serve pei nuclei dei leucociti, e specialmente per quelli (poco visibili cogli altri metodi) dei leucociti grossi a protoplasma finamente granuloso.

l'una all'altra è dai bastoncini coperto e sottratto alla vista, sembra che la cellula abbia due nuclei (fig. 9ª *c*). — Quanto ai bastoncini, nei preparati di sangue essiccato sui vetrini, passato 4-5 volte su di una fiamma ad alcool e trattato con un colore acido di anilina, essi si colorano intensamente, e presentano spiccata la forma di fuso appuntato alle estremità; inoltre, verso il loro mezzo spicca un punticino circolare, incoloro, di cui non saprei dire la natura (fig. 9ª *e*). — Se, invece, si fa un preparato di sangue fresco in cloruro sodico 0,70 $^0/_0$, e da uno dei lati del coproggetti si aggiunge una soluzione in acqua distillata di eosina, si vede che, quando questa va a contatto dei leucociti, ogni bastoncino si gonfia e si trasforma in una sferula chiara, colorata in rosso.

2° Cellule grosse quanto le antecedenti, cioè 6,5-7,8μ, che parimenti contengono un nucleo spesso a forma d'occhiali, ma che nel protoplasma, invece dei bastoncini, presentano numerosi granuli sferici, un po' meno lucenti dei bastoncini, e colorabili essi pure, ma meno intensamente, coi colori acidi d'anilina (fig. 9ª *d*).

3° Piccoli leucociti, del diametro di 5,2-5,7μ, costituiti da un grosso nucleo sferico presentante, a fresco, uno o due nucleoli, e ravvolto in un sottile velamento di protoplasma d'aspetto omogeneo (fig. 8ª e 9ª *a*).

4° Grossi leucociti (fig. 8ª e 9ª *b*) del diametro di 6,7-8, 3 μ, di forma sferica o provvisti di prolungamenti lobosi, jalini, e contenenti un grosso nucleo; questo è poco visibile per l'opacità del protoplasma, ha forma rotonda o alquanto irregolare (di frequente reniforme) e presenta nel suo interno un paio di grossi nucleoli generalmente allungati. Il protoplasma di questi grossi leucociti si distingue da quello dei n. 1 e 2 per essere finamente granuloso. Lasciando il preparato di sangue a sè per qualche tempo nella soluzione indifferente di cloruro sodico, si vedono apparire nel protoplasma dei numerosi vacuoli che lo attraversano tutto, e gli impartiscono una struttura reticolare.

Queste diverse specie di leucociti stanno nel sangue in varia quantità; preponderano quelle dei n. 1 e 3.

I capillari venosi del midollo contengono tutte e quattro le specie, ed anzi, come io e Torre già abbiamo notato, esse vi stanno più abbondantemente che negli altri vasi del corpo; il che si tiene di certo in rapporto colla relativa ampiezza dei vasi

midollari e colla lentezza con cui il sangue vi circola Ciò si può accertare esaminando sezioni di pezzi induriti tanto in sublimato quanto in liquido di Müller. — Anche in dilacerazioni di pezzi freschi di midollo fatte in soluzione 0,70% di cloruro sodico (incoloro o colorato con violetto di metile) si vedono mescolate ai globuli rossi queste varie specie di leucociti, e si possono, anzi, studiar meglio perchè gli elementi sono isolati, e non alterati dai reagenti.

Bisogna notare, però, che in questi preparati i leucociti sanguigni sono commisti agli elementi del parenchima del midollo, cioè a cellule e gocciole adipose, e a gran copia di leucociti identici ai sanguigni, fra cui predominano quelli a bastoncini e a granuli eosinofili. Fra gli elementi incolori del parenchima sono da annoverare delle grosse cellule incolore del diametro di 12-13 μ e più; esse hanno il protoplasma finamente granuloso o contenente grossi granuli eosinofili (fig. 10[a]), e il loro nucleo è rotondo, a contorno marcato, e presenta un contenuto chiaro, omogeneo in cui stanno uno o due grossi nucleoli, dai quali si diraggiano alcune grosse trabecole di cromatina (1).

L'avere Denys fatta menzione, quando descrive il contenuto dei capillari venosi, solamente dei leucociti a bastoncini, dimostra ch'egli ha erroneamente interpretato gli altri leucociti a protoplasma finamente granulare (i quali naturalmente, non contenendo emoglobina, non conservarono, col suo metodo di preparazione, la colorazione rossa della fucsina) come eritroblasti; il che gli ha dato un'occasione di più per ammettere l'esistenza di eritroblasti incolori, e di esagerarne il numero,

V.

Eguali risultati, riguardo alla costituzione e alla produzione degli eritroblasti, si hanno dallo studio di quelli animali in cui si è eccitata esageratamente la produzione dei globuli rossi mediante ripetuti salassi. Già più sopra ho citato i risultati che io e Torre avevamo ottenuto fino dal 1880; qui, perciò, non farò che riferire quanto mi è riuscito di trovare nelle indagini istituite dopo d'allora, mettendo in raffronto i miei reperti con quelli ottenuti da altri, e specialmente da Denys.

(1) Bizzozero e Torre, *Arch. sc. med.*, IV; e Moleschott's, *Unters*, vol. XII.

Nel lavoro del 1880 io e Torre avevamo notato che negli animali salassati il midollo presenta delle alterazioni già visibili ad occhio nudo; diventa di color grigio opaco, e, messo nel liquido di Müller, vi affonda, mentre il midollo di un animale sano e grasso vi galleggia. Queste due modificazioni vennero da noi attribuite al fatto, che nel midollo dei salassati il grasso viene riassorbito per buona parte, e il suo posto viene occupato non solo dai globuli rossi, ma anche dai globuli bianchi; anzi, nell'interno dei vasi questi ultimi sostituiscono anche in parte i globuli rossi, disponendosi in strati ed ammassi contro la parete vascolare.

Poco dopo, e indipendentemente da noi, Korn (1) ha trovato, invece, che, col salasso, il midollo grigio degli uccelli si trasforma a poco a poco in midollo rosso, e le parti già antecedentemente rosse si colorano più intensamente.

Per contro Denys, senza conoscere le osservazioni mie e di Torre, ha ottenuto risultati concordanti coi nostri; vide, cioè, il midollo degli animali salassati farsi d'un color grigio quasi puro; e ciò egli ritiene dovuto alla straordinaria moltiplicazione, che vi succede, degli eritroblasti, i quali, secondo lui, sono per la più parte incolori.

Denys non dà la ragione di questa differenza di risultato. Or bene, io credo ch'essa dipende dal grado di anemia al quale vennero condotti gli animali e dalla varia energia con cui l'organizzazione di questi loro concede di riparare alle perdite sanguigne subite. Nelle mie esperienze con Torre noi solevamo praticare nei polli 3-4-5 e più salassi *alla distanza di* 3-5 *giorni l'uno dall'altro*, ed estraendo ciascuna volta una quantità di sangue corrispondente al 2·3 °/₀ del peso del corpo. — Denys ne' suoi piccioni praticava parecchi salassi, *a due giorni d'intervallo l'uno dall'altro*, ed estraeva ogni volta una quantità corrispondente ad un quarto della massa totale del sangue.

Orbene, considerata la rapidità con cui gli uccelli riproducono il sangue, a questo modo non si ottengono i più alti gradi di anemia. Quest'anno, ripetendo le esperienze nei polli, vidi che anche praticando un salasso quotidiano per otto e fin dodici giorni di seguito, ed estraendo ciascuna volta una quantità di

(1) Korn, *Virchow's Arch.*, vol. 86, p. 406. - 1881.

sangue almeno uguale al 2 $^0/_0$ del peso del corpo dell' animale, questo non mostrava gran fatto di soffrirne. — Dalle esperienze che ho fatto ricavo quelle in cui notai l'aspetto macroscopico del midollo del femore; esse sono le seguenti:

1° — Pollo del peso di g. 900. Con 3 salassi fatti in 4 giorni gli si estraggono g. 63 di sangue. — Midollo grigio chiaro ricco di adipe, ad eccezione di un sottilissimo straterello rosso corticale. Galleggia nei liquidi acquosi.

2° — Pollo del peso di g. 700. Con 3 salassi in 3 giorni gli si estraggono 50 g. di sangue. — Midollo grigio, diffluente. Galleggia nel liquido di Müller.

3° — Pollo del peso di g. 1185. Gli si fanno tre salassi in 3 giorni, estraendosi in tutto 95 g. di sangue. — Il midollo del femore è grigio leggermente rossigno; la superficie di sezione è di color grigio, con macchie rossigne. — Galleggia nel liquido di Müller.

4° — Pollo del peso di g. 900. Con 5 salassi praticati a giorni alterni gli si estraggono g. 125 di sangue. — Il midollo del femore è rosso; soltanto verso la metà lunghezza di esso comincia ad apparire lungo il suo asse una zona grigia. Affonda nel liquido di Müller.

5° — Pollo del peso di g. 730. Con 6 salassi in 7 giorni gli si levano g. 114 di sangue. — Midollo di color grigio adiposo lungo l'asse; in tutto il resto grigio rossigno. Affonda nel liquido di Müller.

6° — Pollo del peso di g. 830. Con 10 salassi in 9 giorni gli si estraggono g. 172 di sangue. Durante questi 8 giorni mangiava pochissimo (la metà di quello che mangiava da sano) e negli ultimi giorni aveva la cresta pallidissima. — Il midollo è grigio, leggermente roseo, ben provvisto di grasso. Messo nel liquido di Müller vi galleggia.

7° — Pollo del peso di g. 810. Con 12 salassi in 12 giorni gli si levano g. 232 di sangue. In questo periodo è vispo, mangia abbondantemente, ed ha ben rossa la cresta. – Midollo di color rosso ribes, tendente appena leggermente al grigio; affonda subito nel liquido di Müller.

8° — Pollo del peso di g. 1130. Con 8 salassi praticati in 8 giorni gli si levano g. 220 di sangue. — Il midollo del femore in tutta la sua lunghezza e in tutto il suo spessore è di colore rosso oscuro. Esaminandone a fresco una superficie di sezione con

una lente si vede un fondo rosso bruno attraversato da una rete interrotta di color bianco grigio.

Queste esperienze non sono abbastanza numerose; da esse, però, parmi potersi desumere che nelle anemie più leggiere il midollo è grigio puro e galleggiante nell'acqua; nelle gravi, invece, affonda nell'acqua, ed è grigio rosso; qualche volta, anzi (esper. N. 8), può essere rosso intenso, come l'ha osservato Korn. Nelle anemie lievi i caratteri del midollo sono dovuti alla sua ricchezza in una sostanza incolora e relativamente leggiera com'è il grasso; nelle gravi, invece, al fatto che il grasso per buona parte è stato riassorbito, e il suo posto è occupato, come vedremo, dai capillari venosi dilatati, e pieni di leucociti e globuli rossi. La sola eccezione a questa legge è presentata dal pollo N. 6; ma qui si trattava d'un animale che mangiava pochissimo, denutrito, in preda a grave anemia; il suo midollo (come del resto si osserva anche nell'uomo nelle più gravi anemie) non reagiva più, ed infatti vi erano assai scarsi i globuli rossi in mitosi.

Vediamo, ora, quali siano i cambiamenti che succedono nel midollo sottoposto ad una funzionalità esagerata, e cominciamo da uno in cui l'alterazione sia al suo massimo, com'è quello dell'animale N. 8, che ebbe in 8 giorni 8 salassi e fu quello fra i nostri animali che con una buona nutrizione e un'ottimo trattamento meglio riparò alle perdite subìte.

In una sezione trasversale (fig. 5ª) di questo midollo (colorata con ematossilina e alcool picrico) spicca anzitutto la grande dilatazione dei capillari venosi, che arrivano alla larghezza di 65-70 μ. Si vedono, bensì, ancora delle striscie di parenchima, e sono quelle che ad occhio armato di semplice lente appaiono sotto forma di sottili trabecole bianchiccie; ma lo spazio occupato dal parenchima è poca cosa di fronte a quello rappresentato dalla rete vasale. In molti punti i vasi vi sono così dilatati che hanno fatto del tutto scomparire il parenchima interposto, e così finiscono per decorrere contigui l'un all'altro per tratti più o meno lunghi del loro decorso; oppure sono separati l'uno dall'altro da un solo ed interrotto strato di cellule midollari.

Quanto alla struttura fina di queste parti, il parenchima è quello che ci presenta le minori variazioni dal suo stato normale. Vi si vedono ancora delle cellule adipose, ma queste sono impic-

ciolite, scarse, sparse qua e là; soltanto intorno ai grossi vasi assili del midollo esse rimangono ancora disposte l'una contro l'altra, in tre o quattro strati, costituendo così una specie di guaina perivascolare. Lasciando da parte le cellule adipose, il parenchima si presenta formato da grandi ammassi di leucociti, fra cui predominano, al solito, quelli a bastoncini e a granuli eosinofili. Ciò che importa notare, però, si è che un numero non grandissimo, ma di certo superiore al normale di leucociti *si trova in processo di scissione indiretta;* si vedon nuclei rappresentanti tutti i diversi stadi del processo Non è poi possibile di pensare che queste mitosi appartengano ad altri elementi cellulari che non siano i leucociti; poichè durante il processo di scissione il loro protoplasma si modifica assai meno che in altre forme cellulari, sicchè sia per la mancanza di colore, sia per essere grossolanamente granuloso assomiglia assai al protoplasma dei leucociti circonvicini che si trovano in istato di riposo.

Assai più notevoli sono le modificazioni che ci presenta il contenuto dei capillari venosi. Esaminandolo a piccolo ingrandimento su di un vaso tagliato trasversalmente vi si può distinguere una zona assai stretta che occupa il centro del vaso e che appare di color giallo; tutto all'intorno di questa, poi, si scorge una zona che diremo periferica, larga, estendentesi fino alla rispettiva parete vascolare, e di colore prevalentemente violetto; non v'è confine netto fra le zone, il colorito dell'una sfuma gradatamente in quello dell'altra. A forte ingrandimento (fig. 6ª), poi, la zona gialla si mostra costituita di globuli rossi adulti; essi sono applicati strettamente l'uno contro l'altro, hanno contorno marcato, e sono di forma irregolarmente poliedrica per la reciproca pressione. Procedendo invece verso l'esterno, i globuli diventano gradatamente d'un giallo meno intenso e di forma rotondeggiante, e fra essi appaiono numerosi dei globuli a grosso nucleo e a protoplasma incoloro. A contatto della parete del vaso questi ultimi sono i più numerosi; ma non sempre tanto numerosi da formarvi uno strato continuo; talora i loro ordini sono interrotti da cellule giallognole che stanno applicate proprio entro la parete vascolare; e non mancano dei punti, in cui, anche contro la parete vascolare, queste ultime sono le predominanti.

Dopo lo studio che abbiamo fatto del pollo sano non ho bisogno di dire come le cellule giallognole siano gli eritroblasti, e

le altre incolore interposte siano dei leucociti. — Questa disposizione relativa delle diverse specie di elementi nel lume vascolare è caratteristica: al centro i globuli rossi adulti; alla periferia i globuli rossi giovani frammisti a numerosi leucociti.

Riguardo ai leucociti disposti contro le pareti vascolari è da notare, che quasi mai se ne osservano fra essi che contengano bastoncini o granuli eosinofili; i leucociti eosinofili che qua e là in scarso numero si vedono nei capillari venosi giacciono nell'asse della corrente, compresi fra i globuli rossi adulti. — I leucociti parietali corrispondono alle due varietà di leucociti a protoplasma finamente granuloso che si trovano nel sangue circolante, sicchè frammezzo agli ammassi dei leucociti piccoli si trovano (e, si noti, in gran numero) leucociti assai grossi e forniti di grosso nucleo, contenente, a sua volta, dei grossi nucleoli.

Ciò, però, che più merita menzione nel contenuto vascolare sono le numerose mitosi. — Alcune di queste (e sono in scarso numero) appartengono ai leucociti, e si riconoscono facilmente ai caratteri del protoplasma. Le altre, invece, spettano ai globuli rossi, e stanno generalmente nella porzione periferica della corrente; alcune possono perfino giacere a contatto della parete del vaso. Sono senza paragone più numerose che nell'animale sano; non è raro di vedere delle sezioni trasverse di capillari venosi che ne presentano 2-4. — Esse si distinguono dalle mitosi dei leucociti perchè hanno, al solito, il contorno più grosso, e il corpo cellulare assai trasparente e colorato in giallognolo. Si presentano in tutti gli stadi, da quando in una cellula unica il nucleo comincia ad arricchirsi di cromatina, a quando la cellula si è già divisa in due cellule più piccole applicate ancor l'una contro l'altra, e provviste ciascuna d'un nucleo a forma di astro. Generalmente i due gruppi di filamenti nucleari, che si vanno allontanando l'uno dall'altro per la formazione del diastro, rimangono alcun tempo uniti fra loro per mezzo di un fascio di filamenti paralleli ed incolori.

Riassumendo, nei gradi elevati di anemia si osservano nel midollo le seguenti modificazioni: 1° i capillari venosi sono grandemente dilatati a spese del parenchima; 2° nel parenchima si ha atrofia delle cellule adipose e iperplasia esagerata dei leucociti; 3° il lume dei capillari venosi è occupato prevalentemente da globuli rossi giovani e da leucociti; i globuli rossi adulti costituiscono una esile striscia lungo l'asse del vaso. Tanto i leu

cociti, quanto (e in maggior misura) i globuli rossi giovani si moltiplicano vivamente per mitosi.

Il midollo dell'animale N. 7 presentava press'a poco le stesse particolarità di quello testè descritto del N. 8; ne differiva però pel maggior numero di leucociti contenuti nei vasi, il che spiega come il midollo non fosse rosso, ma rosso-grigio. I leucociti (grossi e piccoli) in non pochi vasi apparivano applicati contro la parete in 2-3 ordini; all'interno di essi erano disposti gli eritroblasti, qualcuno dei quali solo eccezionalmente trovavasi vicino alla parete; finalmente lungo l'asse del vaso si scorgevano, scarsi, i globuli rossi adulti. —

Nelle anemie di minor grado le modificazioni sono, naturalmente, minori: i vasi sono meno dilatati, e le cellule adipose vedonsi ancora in buon numero nel parenchima. Sì l'uno che l'altro fatto spiegano il color grigio che il midollo ancora conserva, ed al quale contribuisce l'accumularsi dei leucociti alla periferia della corrente sanguigna.

L'aumentare di numero degli eritroblasti in scissione che si osserva dopo il salasso ha luogo rapidamente; esso è già grande negli animali cui si sono praticati 3 salassi in 3 giorni successivi. Per cogliere, però, il midollo mentre è ancora ricco di eritroblasti in mitosi bisogna uccidere l'animale poco tempo dopo l'ultimo salasso; io soleva esaminarli dopo 12-16 ore. Aspettando di più non si ottengono buoni risultati; la perdita dei globuli rossi è per buona parte già riparata, e il numero degli eritroblasti in mitosi è già in via di diminuzione (1). —

Per ultimo ritengo non inutile di riferire, che nell'animale del N. 1 i vasi del midollo contenevano gran numero tanto di globuli rossi giovani quanto di quelli in scissione anche nei punti in cui il parenchima interposto non aveva ancora subìta la sua trasformazione linfoide, e i vasi stessi, adunque, erano circondati non da ammassi di cellule linfatiche, ma sì da cellule adipose. Quan-

(1) Anche in animali molto salassati *Denys* talora non ha trovato un aumento considerevole delle mitosi (l. c., p. 227). Egli spiega il fatto ammettendo che le figure cariocinetiche appaiano *par poussées* e che in certi momenti siano più numerose che in altri. È più probabile, invece, che ciò dipenda da che, non avendo egli tenuto conto del tempo passato dopo l'ultimo salasso, uccise l'animale quando già era passato lo stadio più elevato della attività emopoetica midollare.

tunque da un caso solo non sia lecito trarre deduzioni, tuttavia ciò mi fa supporre che le modificazioni prodotte dall'anemia nel contenuto dei vasi midollari siano sino ad un certo punto indipendenti da quelle del parenchima e si manifestino con maggior rapidità. — È una deduzione, però, che richiede ulteriore conferma.

VI.

Dall'esame dei pezzi induriti e convenientemente colorati risulta evidente, come appare dal suesposto, e contro quanto ritiene Denys, che nel pollo gli eritroblasti anche giovanissimi sono cellule colorate già dall'emoglobina, quantunque in grado minore de' globuli rossi adulti. — Questa particolarità degli eritroblasti però (come già ebbi occasione di ripetutamente notare ne' miei antecedenti lavori) può meglio esser messa in evidenza dall'esame degli elementi freschi, cioè tolti dall'animale subito dopo la morte, o poche ore dopo.

A questo scopo si può adoperare tanto un animale giovine e sano, quanto uno che sia stato ripetutamente salassato. Tra i due è da preferire il secondo, sia perchè in esso sono assai più numerosi gli eritroblasti e le loro mitosi, sia perchè nell'animo dell'osservatore ha maggior valore il fatto del vedere giallognolo per emoglobina il protoplasma di cellule appartenenti ad un animale gravemente anemico.

L'esame si può fare per dilacerazione, tanto usando semplicemente della solita soluzione di cloruro sodico 0,70 %, quanto aggiungendo a questa un po' di violetto di metile secondo le avvertenze già date in altri lavori (1). In questo secondo caso i nuclei cellulari si colorano leggermente in violetto, e quindi spicca di più, per legge di contrasto, il colorito giallognolo del protoplasma degli eritroblasti. Togliendo il midollo da un animale ucciso da qualche ora, i nuclei degli eritroblasti appaiono più spiccati che nel midollo dell'animale appena ucciso, e attorno ad essi si scorgono dei granuli che rappresentano il protoplasma incoloro della cellula, quel protoplasma che più evidente e in maggior copia si può vedere nei globuli in mitosi dell'embrione (2).

(1) Bizzozero e Torre, *Virchow's Arch.*, vol. XCV, Heft 1.
(2) Bizzozero, Ibid., fig. 7.

Nè, quando si vede il leggiero ma palese color giallo degli eritroblasti e delle loro mitosi, è lecito sospettare che esso derivi da una qualsiasi alterazione artificiale in essi indotta dalla soluzione di cloruro sodico con cui venne addizionato il preparato, giacchè lo stesso colore si può vedere schiacciando un pezzo di midollo fra coproggetti e portoggetti, ed esaminando gli eritroblasti direttamente nel loro liquido naturale (1).

Per ben avvertire questa colorazione degli eritroblasti bisogna trovarsi in buone condizioni; avere, cioè, l'occhio sensibile ai colori e specialmente al colore giallo, ed usare d'un buon obbiettivo, preferibilmente ad immersione omogenea. Se si adopera un apocromatico con oculari compensatori, conviene richieder per l'esame che il cielo sia ben illuminato in azzurro *chiaro;* poichè se il cielo è azzurro cupo, negli elementi visti al microscopio predomina la colorazione azzurra, e la gialla resta poco visibile tanto negli eritroblasti, quanto (in minor misura, però,) ne' globuli rossi adulti. Io credo che ciò dipenda da questo, che, siccome l'aria atmosferica riflette prevalentemente la luce azzurra (2) e siccome i summenzionati sistemi ottici non alterano, riguardo ai colori, i raggi luminosi da cui vengono attraversati, così, quando il cielo è intensamente azzurro, si ha nel campo microscopico un predominio di raggi azzurri, che attenua l'intonazione giallognola degli eritroblasti e dei globuli rossi. — In tali condizioni, adunque, consiglio di adoperare degli obbiettivi omogenei ordinari, che colla loro *sottocorrezione* compensano il predominio dei raggi azzurri dell'atmosfera.

Quando si usino queste cautele è impossibile che un osservatore imparziale non riesca ad accertare la colorazione giallognola degli eritroblasti, siano essi col nucleo in riposo, o siano, invece, in cariocinesi. — Dico ciò, perchè non sono pochi quelli che ammettono bensì con Denys che i globuli rossi giovani contengano emoglobina, ma sostengono pure che in uno stadio più giovane ancora ne siano privi; che, adunque, gli eritroblasti colorati derivino da eritroblasti incolori. Ma come si può ammettere ciò quando si vedono già colorate delle cellule che stanno scindendosi per mitosi? Vi può essere un elemento più giovine di

---

(1) Bizzozero e Torre, Ibid., p. 3.
(2) Müller, *Lehrbuch der Physik.*, 8 Auflage, II, 2, p. 650.

una cellula che non è ancora individualizzata, perchè è ancora parte di altra cellula da cui deriva?

Del resto, io ho voluto a questo riguardo aumentare i miei argomenti di dimostrazione, e per accertare vieppiù che gli eritroblasti giovani contengano realmente emoglobina, li ho trattati con un metodo che venne proposto da Löwit, e modificato recentemente da H. F. Müller (1), e che, essendo basato sull'azione successiva dell'Aurantia e dell'azzurro di metilene, colora in giallo l'emoglobina, ed in azzurro i nuclei e il protoplasma cellulare. Ecco come lo ho posto in opera:

Un pezzetto di midollo viene dilacerato su di un coproggetti in una piccola goccia di soluzione 0,70 $^0/_0$ di cloruro sodico; si esportano i pezzetti di tessuto, e il liquido rimasto carico di elementi cellulari si distende sul vetrino a strato sottilissimo, che si lascia poi seccare all'aria; quindi si riscalda per un' ora e mezzo a 110°-120° C. onde fissare l'emoglobina nei globuli. A questo punto si passa alla colorazione. Si distende sullo strato di elementi secchi una goccia di una soluzione alcoolica concentrata d'Aurantia, e ve la si lascia essiccare; si ripete con un' altra goccia; si lava rapidamente con alcool assoluto, che estrae il colore che non è fissato a determinate parti degli elementi, e si lascia seccare; si distendono sul preparato 3-4 goccie di una soluzione acquosa concentrata d'azzurro di metilene, e vi si lasciano per 10 minuti o più; infine si lava con acqua abbondante, si lascia seccare, e si esamina in damar.

L'esame microscopico presenta delle figure vivaci e ben determinate: tutti i nuclei sono colorati in azzurro. Il protoplasma finamente granulare dei leucociti è pure di colore azzurrastro; nei leucociti a granuli e bastoncini eosinofili questi ultimi sono gialli, il che, combinato col colore azzurrastro del protoplasma che li circonda, dà al corpo di queste cellule un aspetto granuloso e un'intonazione variabile tra il giallo e il verde; il corpo dei globuli rossi adulti è giallo; infine quello de' globuli rossi giovani è di una intonazione tra il verde e il giallo, differente da quella dei leucociti eosinofili, dai quali, oltre che per l'intonazione, si distingue per la sua omogeneità. A questo modo le varie specie di elementi del midollo sono ben distinte l'una dall'altra. — Or bene, tutte le figure di mitosi dei globuli rossi,

(1) H. F. Müller, *Sitzgs. d. Wien. Akad.*, Abth. III, Juni 1889.

anche nei primissimi loro stadi, presentano il corpo omogeneo e di color verde giallo identico a quello dei globuli rossi giovani; il che li fa distinguere a prima vista dai piccoli leucociti, con cui potrebbero altrimenti confondersi, ed accerta che il loro protoplasma contiene veramente dell'emoglobina.

Eguali risultati si ottengono quando gli elementi del midollo si trattino con un metodo recentemente proposto da Foà (1) per dimostrare negli elementi la presenza di emoglobina e de'pimmenti suoi derivati, e che si basa sulla colorazione verde che i pimmenti acquistano quando gli elementi vengano trattati con una soluzione diluita d'acido osmico, poi vengano essiccati e riscaldati sul coproggetti, ed infine siano assoggettati successivamente all'azione di una soluzione di azzurro di metilene in acqua di anilina, e di una soluzione 1 $^0/_0$ di acido cromico. — Con questo metodo i leucociti diventano azzurri; i globuli rossi e gli eritroblasti, verdi. Orbene, anche gli eritroblasti in mitosi si vedono colorati in verde in qualunque stadio del processo essi si trovino. Di quelli che sono disegnati nella fig. 7ª uno è col nucleo ancora allo stadio di piastra equatoriale, gli altri posseggono già un diastro, e uno è all'ultimo stadio del processo, sul punto di dividersi. Se si paragona il colore che hanno assunto gli eritroblasti con quello dei globuli rossi adulti, si scorge che il color verde de' primi tende alquanto all'azzurrognolo, mentre quello de' secondi è verde più scuro. Ciò credo dipenda, da che gli eritroblasti superano i globuli adulti nella quantità del protoplasma incoloro che contengono mescolato all'emoglobina, e il protoplasma assume appunto (come si vede nei leucociti) il colore azzurro. Tanto il metodo di Löwit quanto quello di Foà forniscono preparati che si possono conservare. Il primo, però, dà colori più vivaci, e quindi preparati più dimostrativi.

Per fare questi preparati si darà la preferenza al midollo di animali parecchie volte salassati; così facendo non si dovrà penare a cercare nel preparato le mitosi; quasi ogni campo del microscopio ne presenterà qualcuna, sicchè vi si troveranno rappresentati tutti gli stadi del processo (2). La struttura dei nuclei

---

(1) Foà, *Gior. Accad. med.* di Torino, 1889, pag. 130.

(2) Negli uccelli fortemente salassati il numero dei globuli rossi giovani che si trovano nel midollo è relativamente enorme. Nel pollo dell'esperienza 8ª ho fatto un preparato per dilacerazione in cloruro di sodio ed

vi è generalmente evidente, e le loro figure cariocinetiche saltano vivacemente all'occhio dell'osservatore, anche in mezzo della congerie degli altri nuclei in riposo, a cagione del numero e della grossezza dei filamenti cromatici onde constano, e dell'intensità di colorazione azzurra che acquistano.

Quindi, le osservazioni fatte tanto sui midolli induriti in sublimato o in liquido di Müller, quanto sugli elementi midollari freschi, od essiccati e colorati coi metodi di Löwit o di Foa, permettono di concludere, che le forme più giovani dei globuli rossi (gli eritroblasti) sono elementi già colorati in giallognolo dall'emoglobina Queste osservazioni fatte sul pollo concordano, del resto, con quelle che ho già fatte su altri uccelli e sui mammiferi, sui rettili, sui batraci e sui pesci. — Ripassando le note manoscritte degli studi fatti con Torre nel 1880 e riassunti nel vol. 95 dell'Archivio di Virchow, trovo che non c'è specie appartenente ad una qualsiasi di queste classi di vertebrati nell'esame del cui midollo noi non abbiamo notato che il protoplasma dei globuli giovani o in mitosi era palesemente giallognolo Nei pesci la colorazione era leggerissima, ma pur sempre accertabile.

Questi fatti positivi non mi autorizzano per certo a negare che possa trovarsi qualche animale, massime se fortemente anemico, in cui questa colorazione sia difficilmente visibile, od anche manchi. Ammetto che ciò possa darsi, quantunque questo fatto, tanto nelle ricerche passate, quanto nelle presenti, non sia mai occorso a me. Non si avrebbe, però, da esso ragione d'inferire che

---

ho contato i vari elementi che si trovavano in parecchi campi del microscopio. In media in un campo erano contenuti:

8 leucociti a bastoncini e granuli eosinofili,
6 leucociti a protoplasma finamente granulare,
2 globuli rossi adulti,
50 globuli rossi giovani.

Da questa numerazione appare: 1° una relativa ricchezza in leucociti a protoplasma finamente granulare, che va d'accordo col gran numero che, come vedemmo su sezioni di pezzi induriti, se ne trova nella porzione periferica della corrente sanguigna dei capillari venosi; 2° la straordinaria moltiplicazione degli eritroblasti, dei quali uno o due in ogni campo apparivano in processo di cariocinesi.

Nel midollo dell'esperienza 7ª gli eritroblasti e le loro mitosi erano in numero grandissimo, ma i leucociti a protoplasma finamente granulare vi erano ancora più numerosi che nel midollo dell'esperienza antecedente; il che spiega il color rosso-grigio che il midollo n. 7 presentava all'occhio nudo.

gli eritroblasti siano cellule incolore, giacchè da una parte è assodato che negli animali sani queste cellule sono colorate, dall'altro è notorio che in molte gravi anemie anche i globuli rossi adulti sono pallidi e poveri di emoglobina, sicchè non c'è da far meraviglia se i loro eritroblasti lo siano ad un grado maggiore.

VII.

La natura di questo mio lavoro mi ha costretto ad intercalare alla descrizione delle mie ricerche una quantità di ricordi bibliografici e di dettagli di tecnica istologica, che non devono render facile al lettore il riassumere in uno sguardo sintetico le particolarità di struttura e di funzione del midollo degli uccelli. Siccome il midollo degli uccelli è quello che, fra i vertebrati, meglio possiamo dire di conoscere ne' suoi rapporti colla produzione del sangue, così credo opportuno di richiamare qui brevemente le sue particolarità di struttura più importanti:

Il midollo è un organo complesso, che produce elementi di diverse specie. In esso sono da distinguere il parenchima e la rete vascolare.

Nel *parenchima* sta una variabile quantità di cellule adipose e di leucociti. Nelle prime la quantità del grasso contenutovi varia a seconda delle diverse ossa dello scheletro; in una stessa porzione di midollo, però, varia a seconda delle condizioni di nutrizione dell'organismo. Il parenchima del midollo degli uccelli, adunque, come quello dei mammiferi, è un magazzino pel grasso. — Quanto ai leucociti, nel parenchima del midollo predominano quelli che contengono nel loro protoplasma dei granuli o dei bastoncini eosinofili, e, anche nell'animale sano, un certo numero di questi leucociti vi si trova in via di scissione indiretta. Il che indica che il parenchima del midollo è un focolaio di produzione di leucociti.

La *rete vascolare* consta, nelle ossa lunghe, di poche arterie assili, d'onde partono ad angolo acuto scarse arteriole che si dirigono verso la periferia del midollo, ove si sciolgono in scarsi e sottili vasi capillari. Questi capillari arteriosi sboccano in una fitta rete di larghissimi capillari venosi, che attraversano centripetamente, e anastomizzandosi fra loro, tutto il midollo, e metton capo a grosse vene decorrenti, parallele alle grosse arterie, lungo

l'asse del midollo. — I capillari venosi, ad onta della loro ampiezza, hanno una parete sottilissima, endoteliale; c'è quindi un rapporto assai stretto fra il parenchima e ciò che sta nel lume di questi vasi. — Stante, poi, la grande sproporzione di calibro e di numero, che v'è fra le arterie da una parte, e i capillari venosi dall'altra, in questi ultimi il sangue deve circolare con straordinaria lentezza.

Nelle arterie midollari e nelle loro diramazioni il sangue ha la costituzione istologica d'ogni altro sangue arterioso del corpo. I globuli rossi che vi si trovano hanno tutti l'aspetto di globuli adulti.

Ben diverso, invece, è il contenuto dei capillari venosi. In questi i globuli rossi adulti occupano soltanto l'asse del lume; tutt'attorno, fin contro la parete del vaso, stanno due specie di elementi: dei *leucociti*, più copiosi che nella generalità delle altre vene del corpo, e dei *globuli rossi*, che alla forma rotondeggiante o leggermente ovale, e ai caratteri del protoplasma giallognolo e del nucleo si riconoscono per globuli rossi giovani (eritroblasti). Inoltre, un certo numero di eritroblasti si presenta in via di scissione indiretta. — I vasi del midollo sono l'unica parte dell'organismo degli uccelli adulti in cui si siano trovati gli eritroblasti e le loro forme di scissione; soltanto in questi vasi, adunque deve essere riposto il focolajo di produzione dei globuli rossi del sangue.

Queste particolarità di struttura appaiono più evidenti quando, salassando ripetutamente gli animali, si renda più attiva la produzione degli elementi morfologici del sangue. Nel parenchima, infatti, il grasso diminuisce o scompare, e le mitosi dei leucociti si osservano più numerose. Il volume del parenchima, del resto, diminuisce a cagione del notevole dilatarsi dei capillari venosi, che in non pochi punti giungono perfino a toccarsi reciprocamente colle loro pareti. Nel lume di questi vasi, inoltre, cresce di tal modo il numero tanto dei leucociti quanto degli eritroblasti, che i loro accumuli otturano quasi completamente il lume stesso; ai globuli rossi adulti è riserbato soltanto un piccolo spazio in corrispondenza dell'asse del vaso. Non pochi, poi, sono i leucociti, moltissimi gli eritroblasti che si trovano in mitosi.

Per queste particolarità di costituzione la rete dei capillari venosi del midollo si differenzia da tutte le altre reti venose del corpo. Essa non serve soltanto a trasportare il sangue; essa serve

a produrre due de' suoi elementi morfologici: i leucociti e i globuli rossi. Nel produrre i primi essa ha a cooperatori molti organi del corpo, fra cui lo stesso parenchima del midollo; la produzione dei secondi è, invece, suo esclusivo officio.

La rete vascolare del midollo può quindi considerarsi come un vero *organo endovascolare*, ed annoverarsi fra le *ghiandole secernenti elementi morfologici*. Fra queste ultime, quella a cui più assomiglia è il testicolo. Anche qui noi abbiamo dei tuboli ramificati entro cui si sviluppano i nemaspermi E come nel tubolo seminifero noi vediamo le varie generazioni di cellule che, mentre si perfezionano e si moltiplicano, dalla periferia del tubulo procedono gradatamente fin verso il suo asse, ove incontrano una corrente che li trascina, sotto forma di nemaspermi, fuori della ghiandola, così nei capillari venosi del midollo noi vediamo gli eritroblasti che, mentre si perfezionano e si moltiplicano, dalla periferia del capillare arrivano fin verso il suo asse, ove incontrano la corrente sanguigna che li trascina, sotto forma di globuli rossi adulti, nelle vene longitudinali del midollo, e quindi nella circolazione generale del corpo. — Le vene longitudinali funzionano da condotti escretori, e in tutto il loro percorso esse ricevono i canalicoli secretori (capillari venosi) che le incontrano ad angolo retto. — Manca, invero, attorno a questi ultimi la rete capillare che suole osservarsi nelle altre ghiandole; ma è naturale che ciò sia, perchè il sangue arterioso vien fornito direttamente ai canalicoli secretori dai capillari arteriosi che vi sboccano e che danno luogo a quella lenta corrente, la quale si muove lungo l'asse del lume vasale e trascina i globoli neoformati nel lume delle vene longitudinali.

Questo curioso fatto dell'esistenza d'una *ghiandola endovascolare* trova la sua spiegazione nello studio della produzione dei globuli rossi durante i primi periodi della vita. Per un non breve stadio della vita embrionale i globuli rossi si moltiplicano per scissione nel sangue circolante di tutto il corpo; un po' più tardi la loro produzione si limita temporariamente in determinati organi, che pei vertebrati superiori sono successivamente il fegato e la milza (mammiferi) o la milza sola (uccelli), ed infine si fissa per tutta la vita nel midollo delle ossa. La differenza, adunque, che intercede fra quel primo periodo della vita e quanto si osserva nell'individuo adulto sta in ciò, che in quello la moltiplicazione dei globuli ha luogo in qualunque punto dell'albero cir-

colatorio, mentre nell'adulto essa è limitata alla rete dei capillari venosi del midollo. La produzione midollare dei globuli non è quindi dovuta allo svilupparsi nel midollo di un nuovo e speciale organo, ma sì invece al concentrarsi ne' suoi vasi di un processo o di una funzione che dapprima aveva luogo nei vasi del corpo tutto, e quindi all'ordinato accumularsi ne' suoi capillari venosi di quelli elementi giovani ed in via di scissione che dapprima erano sparsi in tutta la massa del sangue.

Questo concetto trova una ulteriore conferma quando si consideri: 1° che, come sopra si disse, questa funzione migra regolarmente, nello sviluppo di uno stesso animale, da un organo all'altro, e così, per es. nei mammiferi dal fegato alla milza, e da questa al midollo; 2° che anche nell'animale adulto questa funzione può, pur permanendo nel midollo, risvegliarsi di nuovo nella milza (come accade nei cani, nelle cavie e nell' uomo in alti gradi di anemia); 3° che questa funzione, anche nell'adulto, non ha sempre sede in uno stesso organo, giacchè mentre nei mammiferi, uccelli, rettili e anfibi anuri ha sede nel midollo osseo. negli anfibi urodeli si compie nella milza, e nei pesci nella milza e nel tessuto linfoide del rene (1), 4° che nei vertebrati inferiori (rettili, anfibii, pesci) pur essendovi un organo in cui specialmente si compie la produzione dei globuli rossi, questi continuano come nella vita embrionale, quantunque in misura assai più limitata, a moltiplicarsi anche nel sangue circolante d'ogni parte del corpo

(1) Bizzozero e Torre, *Virchow's Arch.*, Bd. XCV.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Nelle figure, salvo la 7ª, per ragioni economiche non si riprodussero le svariate colorazioni dei preparati. Per chiarezza, però, si riprodusse in giallo il colore dell'emoglobina, e in violetto quello dei nuclei. Pei forti ingrandimenti si usarono gli obbiettivi apocromatici di 2mm e di 1,5mm di Zeiss.

Fig. 1. Sezione trasv. di midollo del femore (parte sup.e) di pollo sano, grasso. — Sublimato secondo Denys, colorazione con ematossilina ed alcool picrico. - Ingr. di 100 *d.* - Si scorge la rete venosa che converge in una piccola vena assile *a*. Un'arteria assile *b* è pure sezionata trasversalmente e circondata da larghi capillari venosi. Sparse qua e là nel tessuto veggonsi le arteriole terminali *c c*. Nella parte inferiore della figura il parenchima è ricco di leucociti; al dintorno della vena *a*, invece, ne è povero, e consta prevalentemente di cellule adipose.

» 2. Porzione della sezione antecedente veduta a circa 600 *d.* - Si è scelta la parte *periferica* della sezione, dove il sublimato ha meglio conservato gli elementi. Si scorgono due capillari venosi sezionati l'uno longit., l'altro trasversalmente; essi contengono tanto globuli rossi quanto leucociti. *a a* cellule adipose il cui adipe venne disciolto dal trattamento subìto dal pezzo; alcune mostrano ancora il nucleo, spinto alla periferia. Tra le cellule adipose stanno numerosi leucociti, alcuni presentanti ancora i bastoncini eosinofili del protoplasma (*b*). Questi elementi stanno immersi in una sostanza chiara, attraversata da un delicato reticolo granulare, d'aspetto fibrinoso *c*. In *d* vedesi un leucocito in mitosi quasi compiuta.

FIG. 3. Porzione della sezione antecedente veduta a circa 500 *d.* Si è scelta la parte *centrale* della sezione, dove gli elementi hanno sentito meno l'azione del sublimato. - Il capillare venoso qui tagliato trasversalmente presenta nel suo lume due leucociti, e numerosi globuli rossi. Questi sono rigonfi, ed hanno acquistato un contorno assai marcato. Tra essi notasi un eritroblasto in mitosi *a*.

» 4. Dallo stesso pollo delle figure precedenti. Capillare venoso da una sezione di midollo del femore, indurito prima nel liquido di Müller per 11 giorni, poi nell'alcool; chiusa, senza colorazione, in glicerina Ingr. di circa 600 *d. a a* leucociti grossi e piccoli applicati contro la parete del vaso. *b b* eritroblasti. *cc* globuli rossi adulti.

» 5. Pollo reso anemico con 8 salassi praticati in 8 giorni. Indurimento in sublimato, colorazione con ematossilina ed alcool picrico. Ingr. di 195 diam. - Le cellule adipose *a a* sono in via di atrofia; il parenchima *b b* è assai ridotto in volume per la grande dilatazione dei capillari venosi *c c*. (In questi ultimi per risparmio di tempo non venne disegnato il contenuto).

» 6. Dalla sezione antecedente veduta all'ingr. di circa 500 diametri. Si scorge la sezione trasversa di un capillare venoso. Nel lume si scorgono tre specie di elementi; alla periferia i leucociti; più all'interno gli eritroblasti; al centro del lume i globuli rossi adulti. Tra i leucociti uno è in mitosi; fra gli eritroblasti quelli in mitosi sono quattro.

» 7. Elementi del midollo di pollo anemico trattati col metodo Foà (veggasi a pag. 31 del testo). Si scorgono un globulo rosso e tre mitosi di eritroblasti. Ingr. di 1000 *d.*

FIG. 8. Leucociti del sangue fissati coll'alcool e colorati colla vesuvina (metodo 4°, pag. 19). Ingr. 1000 diametri *a* leucocito piccolo: *b* leucociti grossi, di cui uno presenta al contorno piccole semisfere jaline; *c* leucociti a granuli e bastoncini eosinofili. Col trattamento qui adoperato il contenuto eosinofilo è scomparso, e si vedono soltanto i nuclei a forma irregolare.

» 9. Leucociti del sangue fissati col riscaldamento e colorati con soluzione acquosa di eosina (metodo 3°, pag. 19). *a* leucociti piccoli; *b* leucocito grosso, provvisto alla periferia di semisfere jaline; *c* leucociti a bastoncini eosinofili; *d* leucociti a granuli eosinofili; *e* bastoncini eosinofili isolati, presentanti il corpicciuolo incolore centrale. - In questa figura, quantunque l'ingrandimento sia come nella fig. precedente, i leucociti sono più grandi, perchè per l'essiccamento si sono appiattiti sul vetro del preparato.

» 10. Grosse cellule del parenchima del midollo, *aa* con protoplasma contenente granuli eosinofili; *bb* con protoplasma finamente granuloso. - Ingr. di 800 d.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Fabretti, Vice Presidente dell'Accademia, B. Peyron, Direttore, G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia, Bollati di Sait-Pierre, Pezzi, Ferrero, Nani, Cognetti De Martiis, Graf.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Presidente notifica con rammarico alla Classe la recente morte del Socio V. Promis; ne loda l'ingegno, l'attività intellettuale e le qualità morali, e fa un breve cenno dei lavori letterari cui stava egli attendendo con utile della scienza storica. Dopo questa breve commemorazione, il Presidente scioglie l'adunanza in segno di lutto.

L' Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 1° al 15 Dicembre 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
Berlino. **	Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten; Band VIII, Heft 4: — Band IX, Heft 1, 2. Berlin, 1889; in-8° gr.
Id.	— Atlas zu den Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen etc. Band IX, Heft 1, 2. Berlin, 1889; in-4°.
Boston **	Journal of Morphology, edited by C. O. WHITMAN, with the cooperation of Edw. PHELPS ALLIS; vol. III, n. 1, Boston, 1889; in-8° gr.
Società filosofica di Cambridge.	* Transactions of the Cambridge philosophical Society; vol. XIV, part 4. Cambridge, 1889; in-4°.
Università di Giessen.	Akademische Festrede zur Feier des Stiftungsfestes der Gossherzaglieh Hessischen Ludewigs-Universität am 1. Juli 1889, gehalten von dem derzeitigen Rektor Dr. E. BOSTROEM o Prof. der allgemeinen Pathologie und pathol. Anatomie. Giessen, 1889; 1 fasc. in-4°.

Ueber primitive Gruppen mit transitiven Untergruppen geringeren Grades; Inaug.-Diss. zur Erl. der Doctorw. von den philos. Facolt. etc.; von B. Marggraft. Berlin; 1 fasc in-8°. — Università di Giessen.

Ueber das Verhalten des Natriumthiosulfats gegen Säuren insbesondere gegen Schwefelsäure und Salzsäure; Inaug.-Diss. zur Erl. des Doctorw. des philos. Fac. etc.; von W. Vaubel. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Erwarmung der Dielectrica durch wechselnde elektrische Ladung und Entladung; Inaug.-Diss. der philos. Facult. etc; von E. Hoffmann. Reudnitz-Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber gewise Viereke, die von Viereckspaaren abhängen; Inaug.-Diss. der philos. Facult., etc.; von A. Keller. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Bedeutung des Caliums in der Pflanze; Inaug.-Diss. der philos. Fac., etc.; von R. Lüpke. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Krystallographisch-chemische und physikalische Untersuchung einiger Zweifacher Uranyl-Doppelacetate; Inaug.-Diss. der philos. Facult., etc.; von R. Erb. Stuttgard, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Pflanzen-Areal-Studien; Die geographische Verbreitung unserer bekanntesten Sträucher; Inaug.-Diss. der philos. Facult. etc.; von Christoph. Wittich. Ciessen, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Bradycardie; Inaug.-Diss. der medicinsichen Facult. etc.; von E. Bötticher. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Milzschwellung bei Lungenentzündung; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc., von K. Hohmann. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Aktinomykose am Unterkiefer, zugleich ein Beitrag zur Pathogenese der Aktinomycose; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc; von H. Kratz. Giessen, 1888; 1 fasc in-8°. — Id.

Ueber die Anomalieen der Chlorausscheidung bei Magenkrankheiten; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von W. Stroh. Giessen, 1888; 1 fasc in-8°. — Id.

Zur Casuistik der Nebenhornschwangerschaft; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von C. Dietz. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Casuistik der Arsenwasserstoff-Intoxicationen; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von I. Becker. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die spontane Spindelförmige Erweiterung des Oesophagus; Inaug.-Diss der medic. Facult. etc.; von R. Krender. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Giessen. Ein Beitrag zur Kasuistik der congenitalen Occlusionen des Dünndarms; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von E. WEBER. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber einen Fall von progressiver pernicioser Anämie; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von I. DURR. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Casuistik der Zirbeldruesentumoren (Teratoma glandulae pinealis); Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von L. GAUDERER. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Casuistik der hereditären multiplen Exostosen; Inaug.-Diss, der medic. Facult. etc.; von A. DRESCHER. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die Behandlung der Nachgeburtsperiode; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von K. WEISSGERBER. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Bigeminie des Herzens; Inaug.-Diss. der medic. Facult. etc.; von W. LUTZ. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Hydrocele abdominalis; Inaug.-Diss. der medicin. Facult. etc.; von A. WEBER. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber gleichzeitiges Vorkommen von Carcinoma u. Myoma corporis uteri; Inaug.-Diss. der medicin. Facult. etc., von C. VENN. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Aetiologie der Lungenblutung zugleich ein Beitrag zur Pathologie der Bronchialdrüsen: Inaug.-Diss. der medicin. Facult. etc.; von F. SCRIBA, Giessen; 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Beitrag zur Kenntniss der branchiogenen Geschwülste; Inaug.-Diss. der medicin. Facult. etc.; von C. WINHEIM. Giessen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Frage der chirurgischen Behandlung des Ileus (Aus der chirurgischen Klinik zu Giessen); Akademische Habilitationyschrift der medic. Facult. etc.; von Dr. P. POPPERT. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°.

Accad. tedesca dei Cur. della Nat (Halle). * Nova Acta Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae Curiosorum; t. LIII. Halis Saxonum, MDCCCLXXXIX; in-4°.

Id. — Katalog der Bibliothek der K. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher; Lief. 2. Halle, 1889; in-8°.

J. V. CARUS (Lipsia). * Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. I. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrg., n. 322. Leipzig, 1889; in-8°.

* Journal of the R. Microscopical Society of London; 1889, part 5. London, 1889; in-8°. — R. Società Microscopica di Londra.

Popular lectures and addresses by Sir William THOMSON; vol. I, Constitution of matter. London, 1889; 1 vol. in-8° picc. — Londra. * *

The Scientific Papers of the late Thomas ANDREWS, with a Memoir by P. G. TAIT and A. CRUM BROWN. London, 1889; 1 vol. in-8°. — Londra. * *

* Anales del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana; t. VIII. México, 1887; in-8° gr. — Osserv. meteor. del Messico.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 17. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Geological and natural History Survey of Canada, Alfred R. C. SELWYN Director. – Contributions to Canadian Palaeontology; vol. I; by I. F. WHITEAVES'; part II. Montreal, 1889; in-8° gr. — Comm. geologica e di Storia nat. del Canadà (Montreal).

* Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München; 1888, Heft III; 1889, Heft I. München, 1889; in-8°. — R. Acc. bavarese delle Scienze (Monaco).

— Georg Simon Ohm's wissenschaftliche Leistungeen; Fesdrede gehalten in der offentlichen Sitzung der k. b. Akad. etc., am 28 Marz 1889; von E. LOMMEL. München, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli, ecc.; tomo XLII, fasc. da gennaio a dicembre 1888. Napoli, 1888; in-4°. — R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais etc.; 3e série, t. VI, livraison 6e. Nouvelle-Orléans, 1889; in-8°. — La Direzione (N. Orléans).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 22. Roma, 1889; in-8° gr. — Soc. generale dei Viticol. ital. (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. IV (Novembre). Roma, 1889; in-8°. — La Direzione (Roma).

* Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 9. Roma, 1889; in-8°. — Il Municipio di Roma.

Ueber die bösartigen Tumoren der Nebenniere, Inaugural-Dissertation der medicinischen Facultät der K. Vilhelms Universität Strassburg zur Erlangung der Doctorwürde, vorgelegt von Otto MANKIEWICZ. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasburgo

Università di Strasborgo. Die wichtigsten Kurmethoden der Pneumonie in ihrem Zusammenhang mit den jeweils über das Wesen der Pneumonie herrschenden medicinischen Anschauungen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Gustav ALTMANN. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zwei Fälle von Epilepsie in Folge von Gehirn-Tumoren; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von A. DENK. Würzburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zür Lehre von den Degenerations-Zeichen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc.; von Jos. METZGER. Mainz, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ophtalmoplegia progressiva peripherica; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Eduard DAMMRON. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Entstehung, Form, Lage und Bedentung der Scheiden-und Dammrisse; Inaug.-Diss. der medicin, Fac. etc.; von Adolph JOURDAN. Mainz, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Reinfectio syphilitica; Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc.; von Alfred MACHENHAUER. Rendnitz. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Klinisch-esperimentelle Untersuchung über Schwangerschaftsniere; Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc.; von Emil RIES. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Behandlung der Manie mit Opium; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Edmund ZAMMERT. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Beitrag zur Statistik der venerischen Krankheiten speciell des weichen Schankers mit besonderer Berucksichtigung Strassburg; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von E. Heinrich WAGNER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber einer Fall von Tumor der Medulla spinalis mit Syringomyelie, Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Carl SEEBOHM. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ein Fall von Myelitis transversa, Syringomyelie, multipler Sklerose und secundären Degenerationen; Beitrag zur Lehre über die combinirten Erkrankungen des Rückenmarks; Inaug.-Diss. der medic. Fac. etc.; von Maryan KIEWLICZ. Berlin, 1888; 1 fasc in-8°.

Id. Einige seltene Verletzungen des Auges durch chemisch wirkende Substanzen; Inaug.-Diss der medicin. Fac. etc.; von Remigius SCHOLER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die Verbreitung der melanotischen Geschwülste im Lumphgefässystem; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Albert JOST. Hamburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Ueber cystische Bildungen in der Vagina und in Vestibulum vaginae; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Weruer KÜMMEL. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasborgo.

Ueber die Wirkung des Sulfonals; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von August WASSERMANN. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ein Beitrag zur Henntniss der Verbreitungsweise der Hautnerven beim Menschen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc.; von Victor BYCHOWER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Acetanilid (Antifebrin) und Benzanilid in der Kinderpraxis; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Ernst KAHN. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beitrag zur Anatomie der Steissbein musculatur des Meuschen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Friedrich Enrich JACOBI. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber einen Fall von Hernia inflammata mit Phlegmone des Bruchsaks (Radicaloperation); Inaug. Diss. der medicin. Fac. etc.; von H. WEBER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ein Fall von Beckenabscess nebst Bemerkungen über die Eiterwanderungen im Becken; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc.; von Julius EYTEL. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beitrag zur Geschichte und Technik der Epilation zu therapeutischen und kosmetischen Zwecken; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Moritz WIEGER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträge zur Kasuistik der Hirngeschwülste; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Heinrich LOEB. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Organisationsvorgänge bei der chronischen Pneumonie; Inaug.-Diss, der medicin. Fac. etc.; von Georg. LINDEMANN. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beitrag zur Lehre von der Dystrophia muscularis progressiva; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Eduard OPPENHEIMER. Mannheim, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Schwund und Rückbildung maligner Tumoren; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc.; von Ernst SCHOEN. Strassburg, 1888, 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Gestalt der Orbita bei Kurzsichtigkeit; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Otto COHEN. Wiesbaden, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Strasborgo — Ueber die Operation des Ektropion durch Transplantation von Epidermis; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von August Huneke. München, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die Wundbehandlung mit Zucker und deren Resultate mit Berücksichtigung der Wundbehandlungs-Methoden in der Strassburger chirurgischen Klinik in Allgmeinen; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc; von Jacob Dannheisser. Strasburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Der vergleichenden Anatomie des Musculus cremaster externus; Inaugur.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Dmitry Tataroff. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber einen Fall von multiplen Missbildungen mit besonderer Berücksichtigung der congelitalen Hüftluxation und deren operativer Behandlung; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Georg Teufel. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Wie verhält sich die negative Schwankung des Nervenstroms bei Reizung der sensiblen und motorischen Spinal-Wurzeln des Frosches? — Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von John J. Abel. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Phenacetin als Antineuralgicum; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von August Schoffer. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Colossaltumoren der weiblichen Genitalien; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc; von Georg Kern. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber puerperale Fieberpsycosen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Ernst Meyer. Gebweiler, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Anwendung des Cocains als Anaestheticum; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc.; von Samuel Zussmann. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Spiralfracturen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc. von Otto Kroell. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Herderscheinungen bei Dementia paralytica; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Camille Wertheimer. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Beitrag zur Kenntniss der particellen Epilepsie bei Erkrankungen der Hirnrinde; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc.: von J. B. Griesenbeck. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Antifebrin als Nervinum; Inang.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Siegmund Merkel. Nürnberg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Die vaginale Totalextirpation wegen Myomatose des Uterus; Inaug.-Dissert. der medicin. Fac. etc.; von August BILGER Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasburgo.

Ueber Einwanderung von Pigment in das Epithel der äusseren Haut bei Melano-Sarkom; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc.; von Rudolph von WILD. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber spontanen Verschluss sämmtlicher Halsarterienstämme als Ursache epileptischer Anfälle; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Eugen WOLFFHÜGEL. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die klinischen Erscheinungen centraler Herde im Trochanter major, Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc., von Heinrich KAST. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Behandlung der Caries und Necrose des Calcaneus; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Karl HÉRAUCOURT. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Wendung und Extraction; Inaug.-Dissert. der medic. Fac. etc.; von Hugo SCHMIDT. Reudnitz-Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber den Einfluss des uterus arcuatus auf die Geburt; Inaug.-Dissert. der medicin. Fac. etc.; von August MEYER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Irideremia totalis congenita; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc; von Paul TOCKUSS. Oels, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Behandlung des Lupus; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von C. HUSSON. Metz, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Dermoidcysten der Highmorshöhle; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc; von Hermar DOERMER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Beziehungen der Genitaldeiden zu Neurosen und Psychosen beim weiblichen Geschlechte; Inaug.-miss. der medicin Fac. etc.; von August ORTSCHEIT. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Uber die Virulenz der Bubonen nach ulcus molle; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Alfred HOFFMANN. Leipzig-Reudmitz, 1888; 1 fasc. in 8°. — Id.

Ein Fall von Genu valgum in Folge von Rachitis tarda; Inaug.-Dissert. der medicin. Fac. etc.; von Hugo AUCKENTHALER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Entstehung der isolierten Aderhautrisse; Inaug.-Dissert. der medicin. Fac. etc.; von Oskar HEDDÄUS. Kreuznach, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Strasborgo — Zur pathologischen Anatomie der Brustdrüsse; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Robert DREYFUSS. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Hyoscin als Schlaf-und Beruhigungsmittel; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von August SCHLEUSSNER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber den Farbstoff der Muskeln; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Ludwig LEVY. Strassburg, 1888; 1 fasc. in 8°.

Id. — Ueber Endresultate der Kniegelenks-Resectionen (aus der chirurg. Klinik in Strassburg); Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc; von Curt NEUGEBAUER. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Athetose; Inaug.-Diss. der medicin. in Fac. etc.; von Max SCHAEDE. St. Johann A. D. SAAR, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ein Fall von traumatischer Muskellähmung; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Adolf BRANDT. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die vitale Methylenblaufärbung markhaltiger Nervenstämme; Inaug.-Diss. der medicin. Fac etc.; von Bernhard FEIST. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber zwei Ovariotomien bei bösartigen Neubildungen des Ovarium (Carcinoma and Papilloma Ovarii); Inaug.-Diss. der medicin. Fac etc.; von Emil SCHEELE. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Athemschwankungen der Blutdrukcurve; Inaug. Diss. der medicin. Fac. etc.; von Alphons FULD. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Morphismus und Cocaïnismus; Inaug.-Diss. der medicin. Fac., etc.; von Carl SAMUEL. Berlin C., 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Perforations-Peritonitis in der Schwangerschaft; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Richard KÖHLER. Strassburg, 1889; 1 fasc. in 8°.

Id. — Kasuistischer Beitrag zur Lehre der Ophtalmoplegien; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Friedrich SUTTER. Strassburg, 1889; 1 fasc. in 8°.

Id. — Ueber syphilitische Oesophagusstriktur; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Dr. Robert REMBOLD. Tübingen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die Wirkung des Cytisin bei Psychosen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Theodor REAL. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Der Blutflussmesser; Inaug.-Diss. der medicin. Fac etc.; von Arthur HESSE. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Ueber den Einfluss des Digitoxins auf die Entstehung eitriger Phlegmone; Inaug.-Diss der medicin. Fac. etc.; von Paul KAUFMANN. Leipzig, 1889, 1 fasc. in-8°. — Università di Strasborgo

Ein Fall von statischem Reflexkrampf; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Robert MEYER Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Untersuchungen über die schwarzen Farbstoffe der Choroidea und verwandte Pigmente; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc ; von Eugen HIRSCHFELD. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die verschiedenen Methoden der Hüftgelenkresection und deren Zweckmassigkeit; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Ferdinand BÄHR. Karlsruhe, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber osteoplastische Operationen; Inaug.-Diss. der medicin Fac. etc ; von Emil WAGNER. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Drei Fälle von Vitiligo im Zusammenhang mit nervösen Erscheinungen; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Rudolph MANN. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die traumatische Hysterie beim Manne; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Nobert AUERBACH Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ein Fall von Thrombose der arteria mesenterica superior; Inaug.-Diss. der medicin. Fac. etc.; von Ludwig HAN. München, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VIII, n. 11. Torino; 1889; in-8°. — Il Club alp. ital. (Torino).

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, etc.; serie 2ª, vol. IX, n. 10. Torino, 1889; in-4°. — Soc. Meteor. ital. (Torino).

* Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien; mathematisch-naturwiss. Classe: LV Band. Wien, 1889; in-4°. — Accademia Imp delle Scienze di Vienna.

—— Sitzungsberichte der k. Akademie, etc.; math.-naturw. Classe, 1 Abth XCVII Band, 6 bis 10 Heft, XCVIII Band, 1 bis 3 Heft: — 2 Abth. a, XCVII Band, 8 bis 10 Heft; XCVIII Band, 1 bis 3 Heft: — 2 Abth b., Enthält die Abh. aus dem Gebiete der Chemie, XCVIII Band, 8 bis 10 Heft; XCVIII Band, 1 bis 3 Heft. — 3 Abth., XCVII Band, 7 bis 10 Heft; XCVIII Band, 1 bis 4 Heft. Wien, 1888-89; in-8°. — Id.

—— Register zu den Bänden 91 bis 96 ter Sitzungsberichte des mathem. — naturw. Classe etc. Wien, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

—— Almanach der k Akademie der Wiss. etc.; XXXIX Jahrgang, 1889. Wien, 1 vol in-16°. — Id

Vienna. * * — * Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, etc.; XXXIX Band, 3 Quartal. Wien; in-8°.

L'Editore. — Los cabalos fósiles de la Pampa Argentina descriptos por Dr. German BURMEISTER, Director del Museo nacional de Buenos Aires (Suplemento). Buenos Aires, 1889, 1 fasc. in-fol°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

dall' 8 al 22 Dicembre 1889

Donatori

Berlino. * * — Das uralaltaische und seine gruppen; von Heinrich VINKLER; 1 und 2 Lieferung. Berlin, 1885; in-8°

Id. — — Zur Sprachgeschicte; von Heinrich VINKLER: Nomen-Verb und Satz. Antiknitik. Berlin, 1887; 1 vol. in-8°.

Id. — — Weiteres zur Sprachgeschicte; von Heinrich VINKLER: Das Grammatische Geschlecht. Formose Spralhen. Entgegnung. Berlin, 1889; 1 vol. in-8°.

Berlino * * — Bibliotheca philologica classica. — Verzeichniss der auf dem Gebiete der Classischen Alterthumswissenschaft erschienenen Bücher, Zeitschriften, Dissertationen, etc.; Sechszehnter Jahrg., 1889; III Quartal. Berlin, 1889; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux. — Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2ᵉ série, XIIᵉ année, n. 20. Bordeaux, 1889; in-8°.

Accad. Rumena delle Scienze (Bukarest). — * Analele Academiei Romane; ser. 2, t. X, 1887-88, partea administrativă și desbaterile. Bucurescĭ, 1889; in-4°.

Id. — — Id. ser. 2ª, t. X, 1887-88, Memoriile Secțiuneĭ istorice. Bucurescĭ, 1889; in-4°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta). — * Journal of the Asiatic Society of Bengal; part I, vol. LVIII, n. 1. Calcutta, 1889; in-8°.

Id. — The modern Vernacular Literature of Hindustan, by George A. GRIERSON. Calcutta, 1889; 1 vol. in-8°.

Edimborgo. * * — An introduction to the Study of Fishes; by Albert C. L. G. GÜNTHER. Edimburgh, 1889; 1 vol. in-8°.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 94. Firenze, in-8° gr. — Bibliot. nazionale di Firenze.

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausgeg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXV Band, n. 11. Gotha, 1889; in-4°. — Gotha. * *

Sprachwissenschaftliche Abhandlungen; von Carl ABEL. Leipzig, 1885; 1 vol. in-8°. — Lipsia. * *

The scientific of Thought, by F. Max MÜLLER. London, 1889; 1 vol. in-8°. — Londra. * *

* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XV, cuad. 4, 5. Madrid, 1889; in-8°. — R. Accademia di Storia di Madrid.

I miei trentacinque anni di Missione nell'Alta Etiopia; vol. I-VII. Milano, 1889; in-4°. — Milano * *

* Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova; anno CCXC (1888-89); nuova serie, vol. V. Padova, 1889; in-8° gr. — R. Acc. di Scienze Lettere ed Arti (Padova).

L'Institut de France. — Lois, Statuts et Réglements concernant les anciennes Academies et l'Institut, de 1635 à 1889; Tableau de fondations: Collection publiée sous la direction de la Commission administrative centrale par M. Leon AUCOC, Membre de l'Institut. Paris, 1889; 1 vol. in-8°. — Istit. di Francia (Parigi).

* Comptes rendus des séances de la Société de géographie, etc.; 1889, n. 14, pag. 341-380; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Raccolta Ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia; vol. XCII, pag. 1-1144; vol. XCIII, pag. 1145-2488; vol. XCIV, pag. 2489-2792. Roma, 1889; in-8°. — Roma. * *

* Bullettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XII, n. 11. Spalato, 1889; in-8°. — La Direzione (Spalato).

* Geschichte der Deutschen Notenbanken bis zum Jahre 1857; Inaug.-Dissertation zur Erlangung der staatswissenschaftlichen Doctorwürde eingreicht bei der rechts und staatswiss. Facultät der k. Wilhelms-Univ Strassburg; von Walther LOTZ. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasborgo.

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVII, fasc. 121. Roma, 1889; in-4°. — Venezia. N. N.

Le opere di Dante Allighieri come le vede Paolo MOLTENI; libro I, La Commedia; libro II, Il Convito. Milano, 1889; in-8°. — P. MOLTENI

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C

3851 (350) 11-II-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, D'OVIDIO, FERRARIS, NACCARI, GIBELLI, CAMERANO, SEGRE, GOLGI Corrispondente e BASSO Segretario della Classe.

Il Segretario legge l'atto verbale dell' adunanza precedente che viene approvato. Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia vanno segnalate le seguenti del Corrispondente Arnould LOCARD, presentate dal Presidente.

1° « *Catalogue descriptif des mammifères sauvages et domestiques qui vivent dans le Département du Rhone et dans les regions avoisinantes* », 1 vol. in-8° ;

2° « *Monographie des espèces françaises appartenant au genre Valvata* » ; 1 vol. in-8°;

3° *Description des Mollusques fossiles des terrains tertiaires inférieurs de la Tunisie*, *recueillis en* 1885 *et* 1886 *par* M. Philippe THOMAS » ; 1 vol. in-8°.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue :

« Relazione sopra il lavoro del Prof. Gino LORIA, intitolato « *Il periodo aureo della Geometria greca* » ; del Socio SEGRE, condeputato col Socio D'OVIDIO. La Classe, accogliendo le favorevoli conclusioni della Relazione, ammette questo lavoro

alla lettura, e poscia ne approva la pubblicazione nei volumi delle *Memorie*.

« *Composizione chimica e minerologica di una roccia Serpentinifera di Borzanasca* (*Riviera ligure*) » ; lavoro del Dott. Clemente MONTEMARTINI, presentato dal Socio COSSA.

In quest'adunanza viene eletto Socio Straniero il signor Giovanni Servais STAS di Bruxelles, già Corrispondente dell'Accademia.

LETTURE

RELAZIONE sul Saggio storico di GINO LORIA « *Il periodo aureo della Geometria greca* ».

Questa Memoria ha per iscopo di mettere in evidenza i meriti insigni dei tre più grandi geometri greci: Euclide, Archimede ed Apollonio (oltre che di Eratostene, di cui però si occupa assai meno). Essa non appartiene alla cerchia delle ricerche storiche su fatti particolari, sulle loro date, sull'importanza relativa di codici vari, ecc.; nè dà alla scienza fatti nuovi o nuove ipotesi. Ha invece un carattere piuttosto descrittivo, contiene cioè l'enumerazione e l'analisi minuta delle produzioni matematiche, e specialmente geometriche, di quei sommi. Quest'analisi è fatta con molta cura, rilevando di ogni opera lo scopo e l'indole ed additandone i punti principali, sì da dare al lettore un' idea abbastanza completa di tutte quelle produzioni, più completa talora di quella che vien data dalle storie già esistenti. L'A. mostra di aver studiato direttamente e con amore tutti i grandi maestri di cui si occupa; ma si vale pure, in ispecie per le questioni storiche, di tutte le innumerevoli ricerche che intorno ad esse furon pubblicate fino a questi giorni. Le note abbondantissime che accompagnano questa Memoria ne accresceranno assai l'utilità, appunto col mostrare al lettore la varietà di lavori storici che si connettono allo studio della Geometria greca. Riguardo alle questioni non ancora risolte, ad esempio sulle opere che andarono perdute, l'A. si limita ad esporre i dati certi e le prin-

cipali ipotesi che furon fatte, ma fra queste si tien quasi sempre neutrale. In modo simile procede nelle notizie biografiche che premette allo studio di ogni geometra.

L'esposizione è accurata e mostra nell'A. un vero entusiasmo pel suo argomento (entusiasmo che lo conduce, specialmente nel confronto tra i metodi antichi ed i moderni, a qualche affermazione secondo noi un po' arrischiata). Essa è certo adatta ad invogliare i giovani, come appunto desidera l'A., allo studio degli antichi scrittori.

Nella mancanza quasi assoluta che ora v'è in Italia di pubblicazioni relative alla storia delle matematiche, noi crediamo che si debbano incoraggiare tutti gli studi fatti con diligenza ed amore in quel campo. Per questa ragione, oltre che per i suoi meriti intrinseci, noi proponiamo all'Accademia l'accoglimento di questo Saggio storico del Prof. LORIA nei volumi delle sue Memorie.

E. D'OVIDIO.
C. SEGRE, *relatore*.

Composizione chimica e mineralogica di una roccia serpentinosa di Borzanasca (Riviera Ligure)

Nota del Dott. CLEMENTE MONTEMARTINI

Nella gita d'istruzione fatta dagli allievi del terzo corso della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri di Torino nell'estate del 1888, il Prof. UZIELLI raccolse sulla riviera ligure campioni di una roccia serpentinosa dotata di polarità magnetica. Grazie alla gentilezza del detto professore, potei disporre di uno di questi campioni, ed in questa breve nota riassumo gli studi fatti su tale roccia.

Per ciò che riguarda il giacimento della roccia trascrivo le indicazioni fornitemi dal Prof. UZIELLI: « La serpentina polare « magnetica fu trovata al bivio ove la strada di Borzanasca si « stacca a levante dalla via che da Sestri Levante conduce a « Varese Ligure. Il bivio dista da Sestri circa 12 chilometri,

« e si trova poco dopo dove dai terreni eocenici si passa ai « serpentinosi. La strada accennata era destinata alla miniera « di Borzanasca da due anni chiusa. »

La roccia si presenta con un colore verde scuro, con chiazzature di un verde più chiaro. Come la serpentina di Favaro presso Biella, ha una frattura irregolare e riesce facile ridurla in pezzi di una certa grossezza, i quali sono poi molto resistenti.

Disseminati porfiricamente nella roccia si trovano in quantità grande dei cristalli di cui qualcuno raggiunge la lunghezza di un centimetro. Essi non presentano contorni geometricamente definiti, sono di un colore verde metallico in alcuni punti iridescente, ed hanno abbastanza frequentemente una superficie ondulata. Presentano una sfaldatura molto distinta che permette di ridurre facilmente il minerale in lamine. Questi cristalli, come dimostrerò più innanzi, sono di bastite. — Si osservano, pure macroscopicamente, nella roccia altri cristalli verdastri che si distinguono dai precedenti per la quasi mancanza dello splendore metallico; essi mostrano due direzioni di sfaldatura, nessuna però così marcata come quella dei cristalli di bastite. Questi cristalli più piccoli dei precedenti ed anche in numero di gran lunga inferiore sono di diopside e di diallaggio. — Finalmente si distinguono delle vene che spiccano dalla massa pel loro colore bianco verdastro.

Grossi pezzi di questa serpentina, avvicinati ad un ago magnetico, mostrano distintamente i fenomeni della polarità. Paragonando l'azione esercitata da questa roccia sui poli dell'ago colla stessa azione esercitata dalla roccia del Colle di Cassimoreno (Valle del Nure) che già descrissi in un altro mio lavoro (1), mi pare di potere dedurre che i campioni di questa roccia ligure, da me veduti, agiscono molto più debolmente sull'ago. Riducendo la roccia in frammenti e cimentando ognuno di essi con un ago magnetico, potei pure constatare che essi in diversa misura si comportano come corpi magnetici, ma che per presentare i fenomeni della polarità si richiedono frammenti di una grossezza molto superiore a quella dei frammenti polari magnetici della roccia del Colle di Cassimoreno.

---

(1) *Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, vol. IV, pag. 369.

Dall'esame microscopico di sezioni sottili di questa roccia risulta che la parte compatta di colore verde scuro ha la struttura caratteristica delle serpentine che derivano dalla decomposizione della olivina e della bastite, come appare dall'aspetto suo reticolare. I residui dei cristalli di peridoto sono ridotti a pochi granuli. La massa serpentinosa è attraversata da vene di crisolito, ed in essa trovansi sparse granulazioni di magnetite, si riscontrano pure agglomerazioni di una materia bruna amorfa che presenta tutti i caratteri dell'idrato ferrico. — Il minerale lamellare si riconosce anche microscopicamente per bastite, e presenta indizi appariscenti di serpentinizzazione. — L'esame microscopico fece pure riconoscere, come minerali accessori, la presenza di pochi granuli cristallini di diopside cromica, di lamine di diallaggio, in quantità ancora minore ed infine di alcuni granuli di cromite.

Il peso specifico della roccia è 2,6 alla temperatura di 15°. La sua composizione chimica complessiva secondo i risultati di due analisi concordanti è la seguente:

Perdita per calcinazione	12,86
Silice	39,84
Ossido d'alluminio	3,08
Ossido ferrico	5,82
Ossido ferroso	1,25
Ossido di magnesio	36,63
Ossido di calcio	1,14
Ossido di cromo	traccie
	100,62

Osservo che per l'analisi si disaggregò la roccia fondendola colla miscela dei carbonati di sodio e potassio; l'ossido ferroso fu determinato in una porzione di roccia intaccata con acido solforico in tubi chiusi.

Approfittando della facile sfaldatura presentata dai cristalli di bastite, riuscii a separare una certa quantità di questo minerale, accertandomi con lente della purezza di ogni scaglia. Mettendo il minerale così separato in una capsulina di platino sospesa al piatto di una sensibile bilancia, ne determinai il peso specifico che risultò 2,493 alla temperatura di 26°. La durezza

del minerale è di circa 3. Da ultimo decomponendo il minerale con fusione coi carbonati di sodio e potassio potei trovare che la sua composizione è:

Perdita per calcinazione	13,23
Silice	40,21
Ossido di alluminio	3,49
Ossido ferroso	10,08
Ossido di magnesio	30,62
Ossido di calcio	1,90
Ossido di cromo	traccie
	99,53

Da quanto ho esposto risulta dunque che il minerale lamellare che contribuisce alla roccia l'aspetto porfirico è veramente bastite.

Torino. — Laboratorio chimico
della R. Scuola d'applicazione per gli Ingegneri.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Gennaio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice Presidente dell'Accademia, B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI DE MARTIIS.

Il Segretario legge l'atto verbale dell' adunanza precedente che viene approvato.

In quest'adunanza si elegge a Direttore della Classe il Socio FLECHIA, che deve succedere al PEYRON.

Il Socio Prof. COGNETTI DE MARTIIS legge la prima e la seconda parte d'un suo lavoro, intitolato « *Banche e Banchieri nelle Commedie di Plauto* »; illustra i vocaboli coi quali Plauto nomina i banchieri e le banche, esamina quindi i testi dai quali si raccolgono notizie intorno ai costumi del ceto bancario ed alla riputazione di cui esso godeva.

Il Socio Dott. Ermanno FERRERO legge una Nota del Canonico Carlo VASSALLO, intitolata « *Matteo Prandone difensore d'Asti nel* 1526 *contro Fabrizio Maramaldo* ».

LETTURE

Matteo Prandone difensore d'Asti nel 1526 *contro Fabrizio Maramaldo;*

Nota del Canonico Prof. CARLO VASSALLO.

§ 1°

Origine di questo scritto.

Ho pubblicato nel vol. XXVIII della *Miscellanea di Storia italiana* un mio scritto col titolo: *Fabrizio Maramaldo e gli Agostiniani in Asti*, e le persone cui ne mandai un estratto si compiacquero di manifestarmene l'approvazione; di che le ringrazio. Ma fra questi cortesi vi fu tale, che, a ciò non contento, mi si dimostrò dolente che io prima non gliene avessi fatto motto, perchè egli avrebbe potuto e voluto farmi conoscere alcuni importanti documenti su questo argomento, cioè su Matteo Prandone, ucciso nella difesa d'Asti contro Fabrizio Maramaldo. Fu questi il Comm. G. B. Adriani, il quale poco tempo dopo mi portò quelle carte, facendomi facoltà di servirmene nel modo che credessi migliore; e di ciò mi dichiaro a lui molto tenuto. Il che faccio tanto più volentieri in quanto che egli mi diede già altre volte prova della sua cortesia comunicandomi la bella collezione ms. delle iscrizioni delle chiese d'Asti fatta nel principio di questo secolo dal Boatteri, e l'autografo della lettera scritta da Filippo Malabaila il 6 marzo 1656, del quale ho pubblicato nel 1888 il facsimile nell'*Archivio storico italiano*. Anzi, non volendo far le cose a mezzo, l'Adriani regalò al Municipio d'Asti quell'autografo che ora si trova nell'Archivio storico.

Di Matteo Prandone io aveva nel citato scritto già parlato nei termini seguenti (p. 18): — « Incontrai un'altra volta il « nome del Maramaldo in una scorretta miscellanea ms., che, « per gentilezza del marchese Carlo Alfieri di Sostegno, ebbi oc- « casione di consultare nella sua biblioteca a San Martino al « Tanaro, scritta nel 1754 da Francesco Tessiero col titolo:

« *Raccolta di vari scrittori che hanno scritto della storia*
« *d'Asti*. Ivi, tra una farragine di varie notizie, si dà come
« esistente nella chiesa del Carmine d'Asti quest'iscrizione:

« Mattheo Prandono Matthei Prandoni (qui anno 1528 Fa-
« bricium Maramaldum a moenibus Ast profligavit tormento-
« rumque impetu confit interit) nepoti Lucretia Guttuera patri
« suo pietatis ergo dicavit anno 1600.

« Ho copiato fedelmente il *confit interit*, che sarà stato
« *confectus interiit*. Ma questo è il meno, perchè oltre la di-
« stanza dall'avvenimento, la data falsa e la quasi certezza che
« la parte chiusa fra parentesi non faceva parte dell'epigrafe,
« v'ha il fatto che il Boatteri, il quale nei primi anni di questo
« secolo raccolse le iscrizioni delle chiese d'Asti, e con esse quelle
« del Carmine, non ne fece menzione. E noi non possiamo più ve-
« rificare la cosa; perchè fu demolita quella magnifica chiesa,
« dove l'Alfieri, ancor fanciullo, s'innamorava dei visi soavi e
« dell'angelico contegno dei novizi (Vedi la sua *Autobiografia*,
« epoca I, capitolo III); e sul suo terreno sorse per ordine di
« re Carlo Alberto il grandioso quartiere del Carmine colla piazza
« che lo fronteggia ».

Ed io vi ritornava sopra a pag. 40 scrivendo: « Nè la
« lotta fu incruenta, come appare dalla riferita epigrafe posta
« nella chiesa del Carmine a Matteo Prandono... ».

Ho dunque registrato nel mio libro quanto aveva trovato intorno alla morte di quel valoroso; ma io confesso che era ben lontano dall'imaginarmi la parte principalissima ch'egli ebbe nella difesa d'Asti; tanto più che il Grassi, nel passo da me ivi riferito a pag. 10, assicura che nel tempietto di San Secondo in Vittoria *i membri della civica amministrazione fecero dipingere i più minuti accidenti di quest'impresa, col nome espresso dei capitani delle milizie Astesi, i quali furono Paolo Bolla, Ambrogio Schelino, Antonio Serrone ed altri*. Fra questi altri vi sarà stato anche Matteo Prandone, ma il Grassi ne tacque, nè altro storico, ch'io mi sappia, ne ha pur menzionato il nome. Trarrò dunque tutto il partito che mi sarà possibile dalle carte dell'Adriani. Ma intanto non sarà inutile farne breve descrizione.

Si tratta di un rotolo di carte avvolto in un foglio su cui si legge: — 1561 IX 10^{bre} — *Testamento di Battista Prandone in cui istituisce erede Un.^{le} Gio. Matteo suo figlio come*

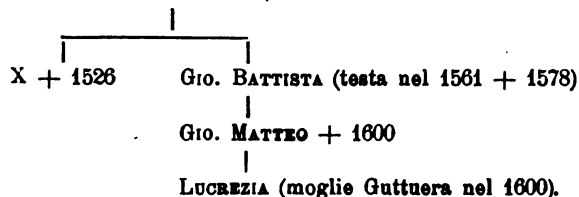
da esso rogato da Francesco Fasolio not. E pure questo testamento, da cui avrei forse potuto avere un po' di luce, nel rotolo non si trova; e l'ho anche invano cercato nell'Archivio notarile d'Asti, dove non solo mancano i minutari del Not. Fasolio, ma avvi un solo volume del secolo XVI.

Le altre carte sono privilegi concessi dal Municipio d'Asti, e confermati parecchie volte dai Principi sabaudi alla famiglia Prandone, alla quale era stata accordata l'esenzione dalle imposte in ricompensa dell'eroico sacrifizio della propria vita fatto alla patria dal loro antenato. La quale esenzione fu varie volte contestata e violata, ma sempre legalmente difesa; come si argomenta da pareri, lettere, sentenze, intimazioni di uscieri, e da circa una dozzina di suppliche presentate al Principe ed al Comune. Queste mancano sempre di data; ma essa si può generalmente dedurre per approssimazione dai provvedimenti intorno alle medesime emanati, i quali sono per lo più per mezzo del bollo ed in altri modi uniti alle suppliche stesse. Nè queste riferirò per intiero, perchè andrei troppo per le lunghe; massimamente che tutte si rassomigliano e sono scritte nel pessimo italiano usato negli uffici in quel tempo. Ma non ometterò l'ultima di Lucrezia Prandone-Guttuera la quale ha maggior importanza, ed una fra quelle di Gio. Batt. Prandone, perchè è scritta in buon latino e dà qualche notizia speciale. Delle altre farò a volta a volta lo spoglio, traendone quanto può scemare la lacuna del racconto. Noto ancora che i documenti più antichi sono in parte laceri e in qualche piccola parte mancanti, sebbene io abbia potuto per lo più compierli ricorrendo alle copie che sono nel rotolo stesso. Il quale proviene certamente dalla famiglia Prandone, che conservava così tutti insieme, ma alla rinfusa, quei documenti; sicchè mi ci volle non piccola fatica e pazienza per mettervi un po' d'ordine.

§ 2°

La famiglia Prandone.

La famiglia *Prandone* (chiamata anche nei documenti *Prandono*, *Prandoni*, e *De Prandonibus*) non è d'origine astigiana, ma Piacentina, come poco appresso si leggerà in una supplica. Questo cognome s'incontra ancora in Lombardia, e, a quanto me ne

scrive l'Ab. Tononi, non sembra ignoto in Piacenza; da Asti per contro è scomparso, sicchè fra 2753 elettori comunali non si trova neppur uno di tal cognome: il che invero avviene anche in Piacenza. Il difensore d'Asti, chiamato generalmente Matteo, appare una sola volta col nome di Gio. Matteo; il che tuttavia è probabilmente esatto, poichè il suo nipote porta entrambi questi nomi. Col padre si dice ucciso, anzi prima di lui, nella difesa anche un figlio, ma se ne tace il nome. Ecco intanto il piccolo schema genealogico.

§ 3°

Il fatto.

Ho descritto il fatto a pag. 40 del mio libro. — F. Maramaldo aveva posto il suo quartiere generale nel convento degli Agostiniani osservanti o delle *Grazie*, come si chiamavano in Asti, sulla via che tende a Casale; e di colà, avendo collocati i cannoni su quella chiesa fuori del tiro delle artiglierie della città, fulminava i borghi di S. Pietro e S. Maria Nuova, e cercava di abbattere le mura nell'angolo, ove, in memoria del fatto stesso, sorse poi il tempietto votivo di S. Secondo in Vittoria. Nello stesso tempo altre batterie erano piantate presso il *Rio Verde*, onde i soldati coperti dalle trincee s'avanzavano per tentare, appena aperta la breccia, l'assalto.

La città era abbandonata a sè stessa, ed i principali cittadini si erano recati a Milano per ossequiarvi Ferrante Gonzaga. Ora tutti sanno quanto importi nei gravi e repentini pericoli che alcuno si metta alla testa degli altri, li animi colla parola e coll'esempio, e faccia i più urgenti provvedimenti della difesa. E questo è appunto quanto fece M. Prandone. Era allora di su-

prema necessità per Asti aprire ed allargare i fossi intorno alle mura, a trincee contrapporre trincee, a batterie batterie; e specialmente munire la parte minacciata delle mura; e dentro di queste, già sconquassate e cadenti, preparare serragli, o come ora si dicono, barricate per rattenere e respingere l'impeto dei nemici. Ed infatti scriveva il Grassi: « Quest'ultima batteria « (delle Grazie) dopo otto giorni di assedio fece nelle mura sud- « dette una ben larga breccia, ma gli animosi cittadini non die- « dero all'inimico il tempo di approfittarsene, ed avvegnachè tosto « ingombrassero quel vano con alberi già da loro preparati, e co- « perti da quella trincea balestrassero a man salva gl'imperiali, « Maramaldo il quale si avvide di avere un osso duro da ro- « sigare, prese il partito di ritirarsi ». Resistettero adunque per una settimana i cittadini; e poi, secondo i Bollandisti, ed una deposizione giurata del 1580, respinsero un furioso assalto facendo dei prigionieri; e furono a ciò incorati prima dalle parole, poi dalla gloriosa morte di M. Prandone, benchè questi non fosse nato in Asti, ed avesse, come vedremo, la sua abitazione in luogo lontano dal punto minacciato, cioè nel borgo di San Martino, ora San Rocco.

Infatti nel privilegio concesso dal Municipio il 18 febbraio 1541 si legge: *memores obsidionis facte contra presentem civitatem de anno domini millesimo quingentesimo vigesimo sexto de mense novembri. Quo tempore civitas nostra validissime opugnabatur et cum tormentis belicis in qua opugnatione quam bene se gesserit nobilis quondam Matheus de prandonibus civis Astensis cunctis patuit. Ipse enim cives et deffensores nostros tam fortiter* ANIMAVIT FOSSAS ET PROPUGNACULA TAM CELERITER ORDINAVIT *quod deo favente ab inimicorum nostrorum agressibus liberati fuimus. Eo quod nobilis Matheus ibidem deffendendo et alios animando impetu tormentorum decessit.*

Nell'altro privilegio concesso il 17 apr. 1551 è inserita la supplica di G. B. suo figlio, il quale scriveva: — *Sono a pieno informatissime le S. V. che al tempo del assedio di questa città di Fabrizio Maramaldo il quondam M. Matheo prandone cum l'aiuto divino fece tal opera e preparatione de* BASTIONI *e* TRINGIERE *per lui ordinate che la cita fu libera da grandissimo pericullo come sanno la più parte de li S.ri Consiliari et homini di questa città e lasso la propria vita in deffensione de la repubblica et in grandissimo dano di io*

bap.to suo fiolo qual era a quel tempo in minor etta et senza regimento alcuno.

Nella supplica presentata nel 1579, dopo la morte di Gio. Battista, da G. Matteo Prandone suo figliuolo, si esponeva che Matteo *lascio come anche un suo figliuolo la propria vita;* il che è ripetuto in altra supplica del 1581. Anzi G. Battista in una supplica del 1578 aveva già rappresentato *avere per suo valore detto padre liberata la città d'Asti dal asedio del cap.º Fabricio Maramaldo dove vi morì un suo fratello e poco apresso detto suo padre.*

Dalle sovraesposte citazioni ricaviamo che M Prandone, benchè oriundo di Piacenza, era *civis astensis* e nobile, e che egli preparò *fossi, propugnacoli, bastioni e trinciere* (onde possiamo argomentare che ei cingesse la spada e fosse assai esperto in opere di guerra, specie di assedi) (1); che egli fu ucciso da una cannonata, *tormentorum impetu,* mentre forse sull'alto delle mura dava gli ultimi ordini alla difesa; e che poco prima si vide cadere in-

(1) Infatti l'Adriani mi trasmette copia di un passo di un vecchio ms. di mano sconosciuta, nel quale si parla di M. Prandone in modo da far nota una circostanza la quale solo appare in una supplica latina che si riferirà qui appresso; che cioè anche il figlio minore di M. Prandone abbia preso parte alla difesa della città. Ecco ora quel cenno: « Nell'anno millecinque- « cento ventisei Maramaldo Fabrizio, nemico degli Astigiani, venne con arti- « glieria e poderose forze per espugnare la città e darle il sacco. Già atter- « rato avendo una parte di cinta della città presso alla Vittoria, un certo « Matteo Prandone, sergente in ritiro, con due suoi figliuoli animareno i cit- « tadini ad armarsi e difendersi; e tanto fu il loro valore, che Maramaldo « scornato e malconcio si ritirò in Alessandria. Il Prandone Matteo restò « vittima del suo coraggio, ed a lui si dovette la salvezza della Città. Rico- « noscente il Consiglio del Comune ed i nostri Duchi esentarono da ogni « aggravio di taglia i discendenti di lui. Dopo però un volgere di anni, i teso- « rieri gravarono i discendenti dei pesi comuni; ma questi reclamarono ai « vari Duchi ed alla città stessa il diritto ottenuto: onde favorevole sempre « ottennero il rescritto finchè durò il casato loro. »

Su questa citazione osservo soltanto che le parole *sergente in ritiro* non devono probabilmente prendersi nel senso moderno, invalso dal secolo XVI, di sott'ufficiale d'una compagnia di soldati.

Vedi su ciò il *Dizionario militare* di Gius. Grassi (Torino, soc. tip. lib., 1833, vol. IV); dove, fra altre cose, si parla anche del *sergente maggiore,* che corrispondeva a un dipresso al nostro *maggiore*: nel quale senso forse va presa la parola in quistione.

Del resto il P. era nobile di nascita; e, quantunque oriundo di Piacenza, aveva, come vedremo, famiglia in Asti e vi possedeva già forse una casa.

nanzi colpito a morte il primogenito senza che perciò egli piegasse l'animo invitto, e si ritraesse dalla difesa della patria adottiva.

Vediamo ancora che G. Battista suo figlio, benchè testasse sino dal 1561, era ancor vivo nel 1578, ma già morto nel 1579; il che s'accorda colla minor età in cui dice essersi trovato nel 1526 alla morte del padre.

§ 4°

Il privilegio del 18 *febbraio.* 1541.

In premio del generoso sacrifizio della vita fatta da M. Prandone in pro della città aveva il Comune concesso a G. Battista, suo unico figliuolo superstite, l'esenzione da ogni tassa; ma pare che non gliene avesse dato alcun documento: per lo meno non ne ho trovato memoria. Passato intanto il fervore dei cittadini e cresciuti i bisogni, si cominciò ad intaccare quel privilegio; ond'egli ricorse al Municipio, il quale ordinò che gliene fosse spedito un documento che facesse fede presso i posteri, come appare dall'Ordinato del 18 febbraio 1541 (nel vol. 16°, 1540-41, folio 100, *r.*, nell'Archivio storico), ove si legge:

« Lecta supplicatione D. bapt. prandoni nemine discrepante fuit ordinatum quod observetur exemptio alias facta rationibus in supplicatione narratis et denuo concesserunt in omnibus et per omnia prout in supplicatione continetur. Et fiat privillegium absque expensa in forma dictamine M. D. advocatorum comunitatis, quibus ostendatur supplicatio, et testibus presentibus Gullielmo dannsia (?) et D. bapt. ciglione testibus, etc. »

E il privilegio fu spedito nei termini seguenti.

« Consilium generale civitatis Ast. Universis presentes nostras concessionis literas inspecturis inotescat, etc. Memores obsidionis facte contra presentem civitatem de anno domini millesimo quingentesimo vigesimo sexto de mense novembri. Quo tempore civitas nostra validissime opugnabatur et cum tormentis belicis in qua opugnatione quam bene se gesserit no. quondam Matheus de prandonibus civis Astensis cunctis patuit. Ipse enim cives et deffensores nostros tam fortiter animavit fossas et propugnacula tam celeriter ordinavit quod deo favente ab inimicorum nostrorum agressibus liberati fuimus. Eo quod ipse no. Matheus ibidem

deffendendo et alios animando impetu tormentorum decessit. Illo namque tempore nos et predecessores nostri consiliares tunc existentes cum toto Astensi populo nobilem io. baptistam eius unicum lium a quibuscumque oneribus realibus et personalibus ac mixtis anghariis paranghariis armigerorum hospitationibus compositionibus seu contribucionibus ut vulgo dicitur taleis quam et aliis quibuscumque ordinariis ac quovis nomine nuncupatis exemptum et immunem fecimus et eius plenam immunitatem concessimus. »

« Nuper vero requisiti per eumdem io. baptistam ut dignaremur concessiones nostras eidem factas renovare confirmare ut posteritati toti liqueat et inotescat. Nos igitur supplicationi eiusdem annuentes et ut in posterum cives nostri et incole promptiores reddantur ad subeunda pericula pro republica scientes sibi non deffutura congrua virtutis et meritorum premia prefatas exemptiones immunitates et concessiones denuo renovandas et concedendas duximus et vigore presentium renovamus ipsumque io. baptistam et filios suos legitimos a quibuscumque oneribus realibus personalibus et mixtis et aliis nominatis exemptum fecimus et plenam immunitatem concessimus, etc. In quorum, etc. Dat. Ast die decimo octavo feb. M.D.XLI. »

« Per p.[m] generale Consilium Astense existentibus infrascriptis
M. iur. ut. doct. D. Petro fairano vic. Civitatis Ast.
M. D. Petrino de ruere Sindico generali

D. Gottofredo Rottario — D. Percivalo Malabayla
D. Joh. Malabaila — D. Rolando de regibus
D. raphaele Cacherano — D. franc.° Gutuario
D. ludovico Mulatio — D. leone Asinario
D. Ottaviano Cacherano — D. hectore Pelleta
D. io. iac. Aliprando — D. io. georgio lupo
D. io. iac. de biragho — D. barthol. de parona
D. Andrea bergagna — D. henrieto lupo
D. Ant.° de ecclesia — D. Gabriele de Veliis
D. bart.° barisano — D. Georgio deferariis

Ex mercatoribus

D. Ambrosio de stella — D. Barthol. sburlato
D. francischo ruscono — D. Petro Boano

Subscripta De Rubeis
et de Berrut ac per
D. Advocatos Communitatis »

« Visa per me petrum Bellum Cesareum Auditorem ed Advocatum predicte inclite Civitatis Ast.

« Visa Ottavianus Cacheranus Advocatus f.is predicte M. Communitatis Sigillatum sigillo p.te Communitalis.

« Confirmata ut ceteris civibus sit in exemplum

ellecti

D. Gottofredus Rottarius D. io georgius lupus

D. Jeronimus buneus D. Ambrosius bergagna »

« Quoad alogiamenta quod rectores burghi Sancti Martini provideant de alio alogiamento et requiratur D. Cap.s hispanorum mandet militibus hospitatis in domo ispius D. io. baptiste ut amplius alogiamentum donetur per restant. burgh.

Subscriptus De Rubeis

Sigill. sigill. Comunitatis »

Come si vede adunque l'esenzione era concessa, senza alcun limite, *a quibuscumque oneribus realibus et personalibus ac mixtis*, *anghariis*, *paranghariis*, *armigerorum hospitationibus*, *compositionibus*, *contribucionibus ut vulgo dicitur taleis*, *quam et aliis quibuscumque ordinariis ac quovis nomine nuncupatis;* e il privilegio non doveva spegnersi con G. B. Prandone, ma comprendere anche *filios eius legitimos.*

Fra le esenzioni era quella dall'alloggio militare, perchè allora e per molti anni appresso la città d'Asti era piena di Spagnuoli; onde ritiene ancora il nome di *Palazzo degli Spagnuoli* la casa già Asinari di S. Marzano, ora Violini, ove oggi sul corso Vittorio Alfieri si trova il *Caffè Alfieri*. Poichè, sebbene la città fosse fino dal 1531 passata a Casa Savoia, tuttavia era sempre presidiata dagli Spagnuoli, mentre i Francesi continuavano a tenere altre cinque terre in Piemonte (Vedi il GRASSI, II, 139); anzi gli Spagnuoli vi facevano capo per le loro imprese, tantochè essa dovette accoglierne 15 mila nel 1567 (ibid., p. 141). Perciò appunto nel privilegio si ordinava al capitano degli Spagnuoli di fare sgombrare da' suoi soldati la casa di G. B. Prandone, ed al restante borgo di S. Martino di provvedere loro un più ampio alloggio.

§ 5.

Privilegio del 17 *aprile* 1551.

Erano appena passati dieci anni, e di nuovo la casa di G. B. Prandone era militarmente occupata, ed egli otteneva un novello privilegio. Questo non appare negli Ordinati della Città, i quali mancano per quell'anno; ma si trova in forma autentica nelle carte dell'Adriani; ed è del tenore seguente:

« In nomine Domini Amen. Anno nativitatis eiusdem millesimo quingentesimo quinquagesimo primo indictione nona die Veneris decimo septimo Aprilis ».

« Convocato et congregato M.co consilio civitatis Asten. ut moris est de mandato infrascripti Mag.ci D.ni Vicarij et sic instrumento infrascripto Mag.co D. Sindico communitatis Asten sono campanarum iuxta solitum. In quo consilio aderant infrascripti et primo M. D. Antonius Matia de grassano vicarius et logtenens Mci D. francischi barchi. Io honoran. p.toris predicte civitatis.

M. D. Georgius de Magris Sindicus
M. D. Johannes Caqueranus
D. Gottofredus Rottarius
D. Johanny Malabailla
D. Ludovicus buneus
D. Antonius de Antignano
D. Rolandus de regibus
D. btolomeus de regibus
D. Carrolus de solbrito
D. Ludovicus mullacius
D. hieronimus buneus
M. D. Francischus ruschonus
D. Luchinus decortesanis
D. Andreas bergagna
D. Georgius Lupus
D. Jacobus Maciolla
D. Raxoninus guacius
D. franciscus de parona
D. Antonius de serris
D. franciscus lupus
D. ribaldus de parona.

« In quo quidem M.co consilio sic ut supra congregato lecta supplicatione D. baptiste de prandonibus per me secretarium subsignatum tenoris infrascripti videlicet. Molto M.ci S.ri V. S. sono apieno informatissime che al tempo dello assedio di questa citta di fabricio maromaldo (sic) il quondam M. Matheo prandone cum fortissimo animo fece tal opera e preparacione de bastioni e tringiere per lui ordinate che la citta fu libera di grandissimo pericullo come sano la più parte de li Signori consiliari et ho-

mini di questa citta e lasso la propria vita in deffensione de la republica et in grandissimo dano di io. baptista suo fiolo qual era in quello tempo di minor etta et senza regimento alcuno. Pero per tal causa piaque al M.co consilio generalle e tuta la republica per capita domorum di predetta citta fare detto suo fiollo exempto di qualunque carigo come ne li suoi privillegij se contiene e questo per esempio ad altri che fosseno prompti alli servitij simili di essa Mag.ca citta: al presente M. francesco parona forero li ha fato una boleta per soldati quali logiano in casa soa et questo contra l'ordine de soi privillegij et exemptione facta et non sapendo se sij mente di V. S. che non li sij osservata la soa immunita et franchixia supplica a quelle se degnano non essendo soa mente de provederli de altro alloggiamento come la ragion volle perche quello e piaciuto non una ma due e più volte non debe dispiacere maxime per tal causa e come pensa de ottener da V. S. per osservatione de soi privillegij et per dar animo a lui e altri a poner la propria vita per la citta la qual Idio conservi ».

« Ulterius lecto privillegio ipsi io. baptiste prandono per ipsam Mag.cam communitatem et consillium concesso sub anno D.ni mill° quingen.mo quadrag.° primo die decimo octavo febr.

« Fuit ordinatum quod infrascripti D. ellecti tractent cum eodem io. baptista prandono attentis gravibus oneribus occurrentibus de componendo cum eo quod suum privillegium sit solum pro quatuor sive quinque libris et prout eis videbitur in ceteris observetur ipsum privillegium prout concessum fuit. Quod facta concordia cum eo confirmarunt et confirmant ut ceteris civibus sit in exemplum.

D. Gottofredus Rottarius — D. io. Georgius lupus
D. hieronimus buneus — D. Andreas bergagna.

« Quoad allogiamenta quod rectores burgi Sancti Martini provideant de allio, et requiratur D. capitaneus hispanorum mandet millitibus hospitatis in domo ipsius D. baptiste ut acceptent allogiamentum dandum per rectores burghi

De Rubeis »

(L. S.)

Il sigillo, del diametro di quattro centimetri, ei mostra San Secondo colla spada abbassata a terra nella destra, colla città nella sinistra, e sotto di questa lo stemma con croce. Intorno sono ancora leggibili le parole: *Sanctus Secundus Astensis.*

I quattro eletti a trattare la composizione adempierono il loro mandato, come si legge in questo documento, munito delle loro firme originali.

« 1551 ali XXII d'Aprille

« Noi infrascritti elletti et deputati per il Mag.co Consiglio d'Ast alla revisione et accordy del privillegio fatto gia piu anni sono al No.le M. Baptista prandone per questa Mag.ca Comunita et confirmato del anno 1541. Come di essa confirmatione et privillegio si e dato a nuoy per esso piena fede. Participato il parer et iuditio nostro col buon Consiglio del Mag.co S. Gio. thomaso de Mayoribus advocato di detta Comunita, havuto anchora debita consideratione al contenuto d'esso privillegio et fedel servitio fatto per il condam no.le Matheo padre del prenominato M. baptista. Come amplamente in detto privillegio si può veder e leger, Havemo convenuto, et iudicato per l'autorita a noi datta et concordato cum esso M.r baptista come qua sotto specificamente segue ».

« Et primo che il memorato m.r baptista ed heredi suoi debino esser exempti de allogiamento et hospitatione de soldati alla forma del prenarrato privillegio suo per quanto porterano le forze et autorita deli S.ri Sindici et Mag.co consiglio ne' li foreri suoi quali sarano per li tempi in la citta predetta de modo che non gli resti luoco de giusta querella dal canto d'esso Consiglio.

« Però iudicamo et declaramo che circa il registro del detto mr baptista qual ha al presente et per quanto possi may nel avenir aquistar et essi heredi suoi debbi restar immune et exempto per la somma de lire quattro de registro et non più, et accadendo venessero far altri acquisti sieno tenuti pagar le taglie lhoro come gli altri cittadini non privillegiati remotta ogni difficultà et exceptione. Et in fede del tutto se siamo sottoscritti alla presente di mano propria al anno meise et giorni soprascritti

Gottofredo rott. (rottario)
Geron.° buneo ellecto
Gio Giorgio lupo uno delli ellecti
Io. Andrea bergagna uno deli electi »

(Queste firme differiscono fra loro nella scrittura, e sono anche di carattere diverso dal documento).

Da questa dichiarazione ricaviamo una circostanza nuova, quella cioè *del fedel servitio per il condam Matheo;* onde possiamo dedurre che egli sostenesse qualche ufficio municipale. Del resto, quanto all'alloggio militare ne erano dichiarati esenti Gio. Battista e i suoi eredi; ma rispetto alle imposte l'immunità si restringeva a sole quattro lire di registro (1). Più ancora cominciando a farsi sentire il forte governo di Em. Filiberto, il quale anche durante la vita del padre, reggeva già la città d'Asti, si aggiunse che la composizione valeva solo per quanto *potranno le forze e l'autorità de li S.ri Sindici et Mag.co consiglio ne' li foreri suoi.*

---

(1) Il registro era la base del riparto delle imposte secondo l'allibramento. Esso appare già chiaramente costituito in Asti nel secolo XIII; sicchè Og. Alfieri nella sua cronica, al capo 48, ci parla *De Regesto terrarum et possessionum civitatis Ast;* e nel capo seguente *De registro mobili ipsius civitatis* Secondo gli Statuti d'Asti (Coll. XVI, c. 44) *Registrare debet quisque res acquisitas;* se non registra si trova in condizione inferiore agli altri creditori. Nello stesso volume stampato degli Statuti (fol. 101-103) si leggono intorno al registro due decreti, il primo di Maria Duchessa d'Orlèans, il secondo di Ludovico suo figlio. Il primo è dato da Blois il 6 dicembre 1478, ed ordina che ogni possesso sia registrato: *cum situ et coherentiis suis omnes et singule.....domus vinee et possessiones terre culte et inculte omnia ac singula prata nemora gerbi fundi ceteraque omnia et singula bona immobilia.* Ludovico poi con decreto segnato in Asti il 12 ottobre 1495, dopo aver premesse le lagnanze ricevute, che nel dono a lui fatto nella sua venuta *extitit taxa facta per electos de consilio civitatis qui ita excesserunt in taxando pauperes et inopes nihil habentes ut videantur tirannizare*, prescrive che tutti i beni siano registrati, e la tassa si ripartisca *per es et libram ac capitationes.*

I Principi Sabaudi volsero anch'essi le loro cure al registro, come appare in un libro curioso esistente nell'Archivio municipale d'Asti col titolo: *Squadre dell'Ill.ma Città d'Asti ricevute per me Annibale Parruzza avanti il Molt'illustre Sign. Baldassare Ravoira Signor della Croce, Baron di Chiaranzone delegato da Sua Altezza Serenissima sopra la riforma del Registro dell'Illust. Città d'Asti.* Ristampato appresso Gio. Battista Giangrandi, 1664, in-4°, di p. 54. — *Squadre* poi erano le *regioni*, delle quali quattro erano di qua e due di là dal Tanaro. In altro esemplare vidi in fine una copia autentica ms. di un decreto sullo stesso argomento, segnato in Torino il 20 aprile 1589 dalla *Infanta Dona Catalina.*

Mentre ora si sta attendendo ad un nuovo catasto, Asti continua a servirsi di quello fatto nel 1810; nel quale anno fu anche formata la mappa.

§ 6°

Conferme dei Principi Sabaudi.

Avendo, come abbiamo veduto nel precedente paragrafo, il municipio confermato il privilegio solo per quanto da lui dipendeva, G. B. Prandone ebbe ricorso ad Em. Filiberto Duca di Savoia, il quale emanava in suo favore un decreto in data del 24 maggio dello stesso anno 1551. Eccolo:

« Em. Philib. de Sabaudia princeps pedem, Comes Astens. Marchio Ceve et dn̄us, etc. Universis sit manifestum quod visis et per benedilectos nostros fideles et consiliares substitutos visitatis literis exemptionis et immunitatis a generali consilio sindico comuni civitatis nostre Astens. ad opus et in favorem dilecti nostri io. baptiste de prandonibus emanatis subannexis et earum tenore considerato causis siquidem inhibi expressis et aliis multis respectibus matura etiam eorundem Consiliariorum nostrorum consideratione prehabita concurrentibus quoque beneplacito consensu et voluntate Ill^{mi} et excell^{mi} dn̄i dn̄i et genitoris nostri honor^{mi} ex nostra certa sciencia literas ipsas rattas grattas habentes laudamus harum serie omologamus confirmamus rattificamus et aprobamus ac plenam valoris infirmitatem (*sic*) obtinere volumus sub modis formis et condicionibus omnibus et singulis in eis literis comprehensis et descriptis. Mandantes hoc ideo benedilectis fidelibus nostris gubernatori et potestati dicte civitatis Astens. eorum vicariis necnon Sindicis et vicesindicis decurionibus forerijs presentibus et qui pro tempore fuerint ac ceteris universis et singulis officiarijs nostris mediatis et immediatis ad quos presentes pervenerint seu ipsorum locum tenentibus servientibus et noncijs curiarum iuratis et cuilibet eorum prout unicuique spectabit et suo suberit officio sub pena indignacionis nostre et ulterius centum librarum fortium pro qualibet (vice) Quatenus literas prementionatas subannexas huiusmodi. . . . .
. . . . confirmationis dicto io. bap^{te} et filijs suis legitimis iuxta illarum vim formam mentem et tenorem teneant attendant et observent ac predictas quorum intererit illesas observari faciant in nulloque contraveniant quomodolibet vel oponant Verum eumdem io. baptistam et suos predictos exemptione et immunitate de quibus

in ipsis literis frui penitus et gaudere faciant indificulter permitant libere et absque aliquo impedimento eisdem in personis vel bonis pretextu armigerorum hospitationum onerumque impositorum et imponendorum aut alijs quomodolibet inferendo et ne id fiat eidem gubernatori potestati et officiarijs prementionatis et ceteris quibus expedierit universis et sub pena pari premissa inhibemus et inane quidquid secus... contingiet ex eadem nostra certa sciencia el alijs quibuscumque in contrarijs allegandis non obstantibus.

« Dat. Vercellis vigesima quarta may 1551 »

« Pñtibus D. Nicolai de balbis ex marchionibus ceve senatus sabaudiae Praesidis Alberti bobe gubernatoris Vercellarum Cassiani de Puteo Marchionis Senatorum iudicumque ultimarum appellationum Comitatus Ast et Marchionatus ceve ».

« Subscripta
« Roffier (1)
« Lovencitto ».

Ma questo decreto non bastò a rimuovere le molestie, poichè i cittadini, aggravati dalle imposte, cercavano di restringere il privilegio; laonde il Prandone ricorreva di nuovo al Principe rappresentando che poco possedeva suo padre in Asti, che egli dopo la sua morte aveva col lavoro, coll'industria e colla dote della moglie accresciuto alquanto il patrimonio, non però in tal grado che la sua esenzione dai tributi potesse recar grave danno; imperocchè tutto il suo avere non saliva al valore di mille scudi d'oro, i quali importavano cinque lire di registro. Onde si deduce che allora si determinasse l'allibramento in cinque lire per ogni mille scudi di capitale. Ecco la copia della supplica del Prandone;

« Ill^{me} et ex^{me} Princeps

« Obsidentibus hostibus civitatem vestram Astensem et iam fere omnibus civibus fugam arripientibus et impetum obsidentium cöercere desperantibus dnūs quondam Matheus prandonus

(1) Di questo documento non ho trovato l'originale, ma solo due copie, sotto le quali appare chiara la firma *Roffier;* mentre sotto il seguente che è originale si legge *Soffier*. Ho lasciato le due forme diverse, benchè creda che si tratti della stessa persona.

placentinus cum filiis suis tam forti animo atque incredibili ferocitate adversus hostes pugnam tullit, ut ceteri cives, qui iam terga verterant, omnemque resistendi spem reliquerant, resumptis viribus et versa facie dimicantes ipsos hostes profligaverint, atque eo modo se, et rempublicam salvam fecerint. Ille tamen dnus Matheus et unus ex filijs eius adversantium hostium vi opressi pro republica caeciderunt quapropter quum paulo post quietum statum eadem civitas habuisset, memores omnes qui se predictorum morte, et rempublicam salvos esse cognoverant, quod dictus dnus Matheus unicum filium dnum io. baptistam reliquerat tenui cum patrimonio et quod exemplum perniciosum fuisset si erga illum aliquod gratitudinis signum non ostenderent; Vocata concione decurionum et universe plaebis decreverunt omnes unanimes in praemium redempte patriae, ac solatium paterne ac fraterne necis eidem dno baptiste quidquam elargiri sed quia respublica erat facultatibus exhausta, cum intolerabilia damna belli causa substullisset et nihil quod tradderunt tunc haberent saltem perpetuam pro se et successoribus suis immunitatem concesserunt. Inde in generali consilio pluries confirmarunt et demum in sua benignitate statuit vestra ex. in vim perpetui privillegij observandum perpetuo fore. Novissime evenit quod cives qui nunc sunt obliti eius quod incoruptibili stigmate imprimere mentibus debuissent multis modis tallem immunitatem eidem dno bapt auferre conentur. Atque primo praeter . . . (lacero) ex. debito ab ea rescriptum generale omnes immunitates. abolens obtinuerunt cuius vigore d^um^ exponentem (ad) solutionem tallee compellere nitebantur, sed cum ille se opposuisset et viderent quod in generali derrogatione privillegiorum ex causa concessa qualle istud est non comprehenduntur, particulariter contra eum praeces obtullerunt, et quod una via facere non poterant id alia consequi nixi sunt, et scilicet obtinuerunt quod saltem pro bonis postea quaesitis is solvat, quod nec etiam iuris est quoniam tallis indeterminata immunitas bona presentia et futura comprehendit, et si pro acquisitis solvere cogeretur nil momenti tallis immunitas redderetur, cum parum aut nihil eo tempore haberet, tum et ex dotibus uxoris, quam postea duxit, tum ex labore et industria omnia fere deinde ac post privilegium acquisiverit, propterea ad vestram ex. recursum habuit, a qua reportavit, quod pro bonis in privilegio comprehensis immunitas observetur. Torquent nunc cives quidam illa verba ad suam in-

tentionem adeo quod adhuc illum compellere vellent, sed quoniam ad vestram ex. pertinet talia verba declarare, iterato ad eam confugit et illam humiliter exorat ut dignetur mandare, quod pro quibuscumque bonis dicto exponenti eadem immunitas observetur tam possessis tempore privillegij quam postea quaesitis, et ne putet forti et magno incommodo rempublicam afficere, certum sit, quod dictus exponens usque ad libras quinque registri non possidet quae non valent mille aureos, pro quibus iam ex ordinamento consilij a vestra ex. confirmato, ut fit fides, immunis esse fuit decretus, et quoniam haec omnia iuris sunt, postulat, omnibus suis magistratibus ea inviolabiliter observanda mandari, sicque vel uberius providere prout ex. v. placuerit quam conservet omnipotens ».

Questa supplica dava luogo ad un altro decreto di Em. Filiberto del seguente tenore:

« Em. Philibertus de Sabaudia Princeps Pedemontium Comes Ast Marchio ceve, etc. Dno benedillecto vicario Civitatis nostre Ast salutem ».

« Visa supplicatione nec non copiis privillegiorum sub annexis, et omnium tenore considerato, vobis per has committimus et mandamus quathenus de et super supplicatis opportune provideatis; et si privillegia ipsa sint, prout supplicatur, observanda, illa observetis et observari faciatis, alias agatis et faciatis prout noveritis pro justicia expedire; quoniam sic fieri volumus, contrariantibus quibuscumque non obstantibus.

« Datum Vercellis die quarta mensis februarii millesimo quingentesimo quinquagesimo secundo

« (Per) Dominum

« d. Nicolao de balbis, ex marchionibos Ceve, Senatus Presidente, Cassiano puteo, Io Francisco ozascho. octaviano cacherano: marco ant° boba Senatorum et Iudicum Ultimarum appellatione Comitiatus Ast et marchionatus Ceve (1).

« (L. S.)

« Soffier ».

(1) Questi giudici delle ultime appellazioni, i quali compaiono nei due decreti del D. Em. Filiberto, dimostrano che esisteva allora una specie di piccola corte di cassazione per Asti e per il Marchesato di Ceva, il quale

Ma non così terminava la questione; perchè, essendo nate novelle contestazioni, G. B. Prandone si rivolgeva di nuovo ad Em. Filiberto, e questi segnava in suo favore un altro decreto il 4 marzo 1565.

« Em. filiberto

« per gratia diddio Duca di Savoia, etc.

« Veduta la supplicatione alle presenti annessa per li privilleggij e concessioni dimunità concesse per la ben diletta città nostra d'Asti alli antecessori del diletto nostro supplicante, et loro discendenti Perchè ne paiono giuste le cause ivi contenute per le quali meritevolmente se sono facte dette concessioni accio che per l'avvenir più animosamente se movano nostri fideli sudditi tirati da tali esempi a difender la patria loro in beneficio et conservation de nostri stati cé parso confirmar come in virtù di questo nostro di nostra certa scienza et proprio volere havendo ratte e grate dette concessioni privillegij et immunità le confirmiamo et approviamo et vogliamo che habiano perpetuo effetto in tutto e per tutto come in essi se contiene et come se noi glhavessimo concessi. Volendo che sijno intieramente et inviolabilmente osservati secondo loro forma et tenor senza alcuna ommissione et inosservanza dessi dichiaramo che il detto supplicante non sia in modo alcuno collettato ne quottizzato, o tassato nei carighi militari et allogiamenti de soldati de quali detta richiesta fa mentione oltre, et contra la forma dessi soi privillegij et di questa nostra confirmatione. In essequzione della quale havendo il detto supplicante alcuni soldati logiato a carico suo oltre la forma dessi privillegij recepute le presenti debba esser

---

faceva parte integrante di questo contado. Per contro i Re di Francia, quand'ebbero conquistata la Lombardia, avevano assoggettata Asti alla corte suprema di Milano, da cui la svincolò poi Luigi XII nel 1500, obbligandone i cittadini a ricorrere a quella di Grenoble. Onde vennero le facete lagnanze del poeta astigiano G. Alione (vedi ed. Daelli, Milano, 1865), *senza andé a Grenobis* (I, 49); *ne causa vadat a Grenobis* (ib., p. 199). Dove, se non erro, è da notarsi un'arguzia (finora inavvertita, ch'io mi sappia); quasi che i giudici francesi, anzichè alla giustizia ed alla legge, badassero solo a *nôtre gré*, imitando i loro re, i quali promulgavano le leggi colla frase: *car tel est nôtre plaisir*.

libero e per cio comandiamo alli ben diletti nostri vicario podestà governator et tutti altri ufficiali dessa città mediati et immediati massimamente glesattori et altri deputati ale esattioni delle taglie et a distributioni dallogiamenti de soldati in detta citta et tutti altri che sara espediente sotto pena a gl inferiori di cento scudi doro per ogni ... et altre a nostro arbitrio superiori che debbano così osservar et far osservar queste nostre da ciascuno a che spetti senza contraditione alcuna per quanto se stima cara la gratia nostra et ogniuno teme incorrer detta pena che dichiaramo tutto nullo et di niun valor quale fosse fatto o seguesse in contrario, che tale è nostra mente non ostante legi statuti ordini et ognaltra cosa che facesse in contrario a quali tutti espressamente deroghiamo et in fede concediamo le presenti date in torino li quattro di Marzo M. D. sessanta e cinque.

V^ta^ Stroppa

Fabri

V. Ottaviano
V. Perinbello
V. Degovea

(L. S.) »

Attorno al sigillo si leggono ancora i titoli: *Princeps ped. comes Nic. et Ast.*

Questo decreto era il 5 giugno dello stesso anno da G. B. Prandone presentato al Podestà d'Asti, al Tesoriere ed all'avv. fiscale Fabritio Possavino, come si ricava da testimoniali segnate da G. Giac. Crosetti Seg^ro^; e poi il 4 settembre dal messo giurato Stefano Carretto veniva intimato ai *foreri* Tommaso Giachero e Carlo Alione in presenza di testimoni, secondo l'attestazione del notaio Rosorotti.

Moriva intanto G. B. Prandone, e suo figlio Gian Matteo era subito molestato; poichè, avendo il Presidente Ponte tirato fuori un ordine del Duca per cui tutti dovevano concorrere nei carichi, il successore del Ponte senatore Ajazza non solo lo sottoponeva al peso dell'alloggio militare, ma anche richiedeva le tasse rimaste in sospeso dal 1560. Supplicava perciò Gian Matteo, con isfoggio di citazioni legali per dimostrare che quell'esenzione concessa per causa di rimunerazione non poteva essere compresa in una generica derogazione, e finiva chiedendo che s'inibisse mo-

lestia; e la sua supplica era rimessa ai giudici delle ultime appellazioni col seguente decreto:

« Em. Filiberto
per grā d'Iddio Duca di Savoia Principe di Piemonte, ecc.

« Alli giudici delle ultime appellationi del Contado d'Asti et Marchesato di Ceva salute.

« Veduta l'allegata supplicatione et suo tenore ben considerato Per la presente col parer di nostro Consiglio vi mandiamo et comettiamo che habbiate a provveder quanto si supplica. Et primo et avanti ogni cosa sopra l'inibitione richiesta come vederete convenirsi per giustizia amministrandola buona et ispedita Dandovi in ciò il poter et autorità necessari che tal e nostra mente.

« Dat. in Turino alli ventisei di gennaio M. D. settantanove

V° Ottaviano Ozasco

Caglion

(L. S.) »

Ma già due giorni innanzi, cioè il 24 gennaio, la supplica era stata mandata al Senator Ajazza con queste parole:

« Sia comunicata al S. Ayazza che dica il parer suo.
Caglion ».

E il Senator Ajazza diede un parere sfavorevole in questi termini:

« Non si molesta il supplicante per conto delli beni che egli haveva dal tempo che gli fu concesso il privileggio dal populo ma per l'acquistato doppo la concessione oltre che il privilegio e spirato nella persona et per la morte di Gio. Battista. Ne osta la confirmatione fatta dal conseglio li 18 febraro 1541 la qualle comprende anco li figli di Gio. Batista cioè il supplicante perchè il conseglio non ha autorità di conceder immunità nè di estender quella dal populo concessa. Ne parimente ostano le confirmationi di S. A. perchè si rifferiscono a quello che si trova conformabille talche non hà ragione di raccorrer. Et se pur se gli vol conceder provvisione non se gli conceda inhibitione.

Nicola Ayaza ».

Moriva intanto nel 1580 il D. Em. Filiberto, ed altra supplica era dal Prandone rassegnata al suo successore Carlo Emanuele I, il quale il 6 novembre 1581 segnava il seguente decreto:

« Carlo Emanuele

per grā di Dio Duca di Savoia Principe di Piemonte, etc.

« Alli novi dellegati e sindicatori sopra l'impresa delle Reditioni de cuntti di nostra città d'Asti salute Veduta l'annessa supplicatione et considerato il suo tenore Per le presenti di nostra certa scienza vi ordiniamo e commettiamo che chiamiate quelli sarano da chiamare giustamente et sommariamente Provediate sopra il contenuto in detta supplicatione et suoi emergenti massime intorno alla reintegratione rafferma conforme a giusticia qualla ministrerete buona breve et ispedita come e la mente nostra, Dat. in torino alli sei di novembre M. D. ottantuno.

C. Emanuel

Capra

(L. S.) ».

Ciò non ostante non si manteneva più al Prandone nemmeno l'immunità per le quattro lire di registro; onde abbiamo un'altra sua supplica, la quale fu comunicata al Consiglio Comunale per decreto del 25 aprile 1582.

Segue poscia una lacuna di parecchi anni, durante i quali pare che siasi istituita una vera causa, giacchè trovo poi che il 25 giugno 1590 fabritio Possavino, Dottor di Leggi ed Avvocato fiscale per S. A. e Podestà sorrogato, ordina ai messi giurati d'Asti d'intimar *privilegy e sentenze* emanate a favore di G. M. Prandone e d'*inibir alli forieri Consiglio ed altri di recargli molestia sotto pena di livre cento al fisco di S. A.*

Ma la questione rinasceva nel 1594, quando era stata ad Asti imposta una taglia di fiorini ventisei per ogni lira di registro. (È noto qui che, secondo i documenti astigiani di quei tempi, lo scudo d'oro era valutato nove fiorini). E intanto si dichiarava di non rispettare nessun privilegio eccetto quello *deli dodeci figlioli et deli dottori e medici collegiati.* Laonde fu mandata una nuova supplica, alla quale provvide Caterina d'Au-

stria, moglie di Carlo Em. I con la seguente lettera, di cui si ha copia non autentica:

« L'Infanta dona Catherina d'Austria per grā di Diò duchessa di Savoia al Senato nostro di qua da monti salute. Veduta nell'ordinanza l'allegata supplica et suo tenor considerato per la presente di nostra certa scienza et con il parer del consiglio vi commettimo et mandiamo che chiamiate le parti supplicanti in persona di uno de suoi agienti respetivamente a comparer avanti noi il quinto giorno dopo l'esibitione di queste habiate da proveder a quanto si supplica dichiarar et ordinar come sera di ragion et giustizia ministrandola ale parti breve ispedita havuto riguardo alla verità del fatto dechiarando noy che per la concessione del rescritto supplicato non e stato ne e mente nostra de haver voluto preiudicar delle ragioni de supplicanti sì e come li spettano nel fatto et causa supplicata che cosi ci piace. Dat. in Turino li vinti uno aprile 1594.

La infanta Dona Cathina

V. Mietti Eclaser ».

Questa lettera è seguita da due fogli scritti dalla stessa mano della lettera; e in essi si hanno copie non autentiche dei privilegi del 1541, e del Decreto di Emanuele Filiberto del 24 maggio 1551.

Abbiamo veduto che cominciando dal 1590 non si parla più solo di privilegi, ma anche di *sentenze;* ed ora il notaio Morando attestava il 10 settembre 1594 che il messo giurato Thadeo Meynardi aveva in quel giorno ad istanza di M. Prandone presentato a *M. Luiggi alione essator della taglia imposta in questa città alla ragione de fiorini ventisei per libra* una copia del privilegio del 1541 ed anche una copia *della sentenza data dalli S^ri^ Conte di Verrua Senator Mayno et Lettor Pancherolo* (Pancirolo?) *dellegati da S. A. per la sindicatura e la copia delle lettere ottenute da S. A. li vinti di Marzo di d^o^ anno* 1582.

Ma ciò ancora non bastando, fu necessario fare altri provvedimenti; di che sono prova i dati seguenti:

« M. Ill. S.

« Ha presentato il S. Gio. Matheo Prandone che al' istanza del S. Sindico e stata rilasciata esecutione contro di lui per la

taglia di f. 26 per libra ultimamente imposta, e, perche elli è immune per libre qatro di registro da ogni sorte di carighi, per causa di rimuneratione della perdita del' avo et del zio in difesa della patria contro Fabritio Maramaldo et sua immunità è stata confermata dal Ill^{mo} conseglio di Stato et da S. A. istessa come fa fede raccorrendo supplica si degni inhibirli ogni molestia, in osservanza delli ordini di S. A. che cossi comandano dessi con detta immunita ne fa fede, il che spera per esser giusto.

« Sia intimata all agenti della Mag^{ca} cita et interim nil nov. a li 23 7^{bre} 94.

Herc. Ruero ». (1)

In vigore di quest'ordine, come di nuovo attesta il not. Morando, Guido Ferrero, messo giurato, nello stesso giorno presentò *copia della supplica a M. Luigi Alione essatore in presenza* ecc. e così pure a *M. Gio. Pietro Novellino proc. generale di d^a Citta* (2) *in absenza deli S. Sindico e Vicesindico predetti all hostaria delli tre Re presenti M. Barthqlomeo Sibaldo e M. Paulo Delpiani.*

Sono ben contento d'incontrare qui il not. Novellino, il quale rogava poi in Asti l'11 aprile 1595 l'atto con cui il Municipio cedeva alla Confraternita dell'Annunziata l'uso della chiesa di S. Secondo in Vittoria, eretta pur allora in memoria della cacciata di F. Maramaldo (atto da me riferito nel mio libro fra i documenti al N. XVII).

Egli dunque fu dall'usciere trovato *all hostaria delli Tre Re* (oggi Caffè dello stesso nome); dove non so se studiasse coi testimoni ivi citati il modo di scriver meglio che nel citato istrumento. E infatti sono alquanto meno scorrette le linee con cui mi tocca chiudere questo racconto.

I Prandone con tutti i mezzi citati si erano fino allora schermiti dal pagare; ma, appena morto Gian Matteo, gli esattori si rivolsero a Lucrezia sua figlia maritata nei Guttueri, ossia Gut-

---

(1) Ercole Roero era allora Vice-Governatore d'Asti

(2) Il notaio Giovanni Pietro Novellino era segretario della Città; ed esistono ancora gli Ordinati scritti di sua mano.

tuari. Laonde anch'essa supplicava il Consiglio comunale nei termini seguenti:

« Ill^{ri} S^{ri}

« Narra la S^{ra} lucretia guttuera figliola et herede del fu s. Matheo Prandono che in ocasione della difesa che fece in servitù di questa cita il fu suo bisavo al tempo di fabrizio Maramaldo del che ne perse la vita generosamente per la sua patria, li fu fatto privillegio d'immunità per soi posteri maschi, come tal privillegio e cosa notoria con tuto cio di presente vene mollestata dalli esattori delle taglie per carrichi occorsi vivente detto fu s. Matheo suo padre contro la forma di tal privillegio confirmato per sempre dalli Sig^{ri} Principi e perche la causa di tal privillegio fu talle che più presto si doveva ampliare che restringer detto privillegio per dar animo a' boni citadini di esporre la vita per la loro patria, ha pensato di raccorrer da V. S. supplicandole che in memoria del servitio ricevuto da detto suo bisavo, e sollevo della perdita della sua vita che fece in quella occasione restino servite ordinare alli detti esattori di non mollestar essa S^{ra} supplicante per conto de carrichi occorsi al tempo e vivente detto fu S. Matheo suo padre, e come meglio. »

A tergo di questa supplica si legge quanto segue:

« Il Mag^{co} Cons^{o} per non contravenir agl'ordini moltiplicati da S. A. quali mandano che non ostante qualonche privilegio contratti e conventioni habino stante questi tempi di guerra a pagar generalmente i carrighi ha ordinato li detti ordini e rescritti di detta S. A. siano osservati nella Si^{ra} supplicante.

« Asti li 5 di X^{bre} 1600. (1)

Novellino (segno tabellionale) ».

Dopo di ciò non trovo più memoria alcuna, ond'è probabile che colla risposta del Not^{o} Novellino tutto fosse finito.

---

(1) Il 5 dicembre 1600 fu tenuto Consiglio, ed il verbale ne fu scritto dal Novellino; ma io non vi trovai memoria della supplica surriferita.

§ 7°

Conclusione.

Siami per altro ancora lecito fare alcune osservazioni intorno ai sovra riferiti documenti. Intorno ai quali non si può elevare nessun dubbio, perchè la maggior parte di essi è ancora munita dei sigilli. Tali sono le conferme dei Duchi di Savoia, tale il privilegio municipale del 1551: che se quello del 1541 non porta sigillo, ne fa per altro cenno, ed è inoltre confermato dal libro degli Ordinati ancora esistenti nell'Archivio del Municipio. È anche degno di nota il fatto che i Principi sabaudi, mirando a nutrire lo spirito militare nei loro popoli, sostennero sempre la validità del privilegio; e gli stessi concittadini dei Prandone, mentre tentarono più volte di restringere od anche annullare la concessione fatta alla famiglia dell'eroico difensore della città, non misero mai in dubbio la verità del fatto, nè cercarono di attenuarne l'importanza. Così il privilegio fu osservato per circa tre quarti di secolo.

Del resto la stessa Lucrezia Prandone riconosceva che l'immunità doveva cessare coll'ultimo maschio superstite, cioè con suo padre. Ma essa intanto, educata a venerare in famiglia la memoria del suo glorioso bisavolo, si sarà non poco allietata nel vedere sorgere ed aprirsi nel 1595 il tempietto della Vittoria sul luogo stesso che era stato inaffiato dal sangue del suo glorioso antenato. Perciò come ultima rappresentante di quella nobile famiglia, cercò di eternarne la memoria colla lapide nella chiesa del Carmine, dove probabilmente i Prandone, non lontano dalle loro case, avevano la tomba. Ma, come già dissi, la lapide era già scomparsa sulla fine del secolo scorso, tolta via forse nelle frequenti ristaurazioni di quella chiesa (leggo essersene fatte negli anni 1732, 1744 e 1753); sicchè non fu registrata dal Boatteri; anzi la stessa chiesa del Carmine fu rasa al suolo; in Asti non resta più alcuno dei Prandone; nessuno degli scrittori da me conosciuti ne fece menzione; ed io stesso in 40 anni di dimora in Asti non ne ho mai udito pronunziare il nome. Sicchè devo esser grato alla cura dell'Ab. Sotteri che raccolse queste carte, ed al Comm. Adriani il quale, dopo averle sottratte alla dispersione, me le comunicò, mettendomi così in

grado di rinfrescare la fama dell'eroe astigiano, *confortandone la memoria che giaceva* da circa tre secoli nell'oblio; in che mi proposi il fine che già si prefiggevano gli Astigiani del secolo XVI nel concedere il privilegio cioè, *ut ceteris civibus sit in exemplum.*

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

CLASSI UNITE

Adunanza del 29 Dicembre 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Il Socio NACCARI, Segretario della Giunta per l'aggiudicazione del *sesto premio* BRESSA, legge la seguente relazione:

EGREGI COLLEGHI;

La prima Giunta per il *sesto premio* BRESSA chiudeva i suoi lavori il 28 aprile di quest'anno proponendovi di considerare come meritevoli di premio le due opere seguenti:

Sulle iscrizioni cretesi
del Prof. DOMENICO COMPARETTI,

Sull' epopea persiana
del Prof. ITALO PIZZI.

Nella stessa seduta del 28 aprile due altre opere venivano proposte da alcuni Soci, ma l'autore d'una di quelle opere morì poco dopo; dell'altra si stimò di non dover tener conto perchè incompiuta, anzi appena iniziata.

Rimangono pertanto le sole due opere prima indicate, che la seconda Giunta vi presenta perchè voi scegliate tra esse quella che vi pare più degna del premio.

Credo opportuno di dare qui intorno ad esse alcuni cenni, che in parte erano già contenuti nella mia relazione precedente.

Il Prof. Comparetti, avendo avuto occasione di studiare due iscrizioni cretesi, fu condotto a pensare che l'isola di Creta, ri-

masta fino a pochi anni fa inesplorata dai ricercatori di antichi monumenti, doveva probabilmente contenerne gran copia. Egli eccitò quindi un suo allievo l'Halbherr ad andare colà e farvi ordinate indagini, che diedero frutti di molto valore. Fra le scoperte più importanti vien posta quella delle iscrizioni che stavano sepolte laddove ebbe sede un tempo la città di Gortina, e che contenevano le leggi di quel paese L'Halbherr illustrò e pubblicò l'epigrafi meno antiche, il Comparetti tenne per sè lo studio e la difficilissima interpretazione dell'epigrafi di origine più remota che pubblicò nel suo *Museo d'antichità classica*.

Il lavoro del Comparetti può essere compreso fra quelli, che secondo la volontà del D.r Bressa, possono essere premiati. Difatti esso ha carattere storico oltre che filologico, in quantochè con la interpretazione dell'epigrafi scoperte e specialmente di quella che contiene tutte le leggi vigenti colà in quell'epoche remote, ci fornisce minute e precise informazioni sulla costituzione della società qual era in Creta nella prima metà del sesto secolo innanzi Cristo o in tempi ancora più antichi. È questo il più antico monumento relativo alla legislazione che si conosca.

Il Prof. Italo Pizzi nella prima parte dell'opera summenzionata, date le prime nozioni intorno alle origini e alle migrazioni degli Irani, tratta della leggenda epica persiana indicandone l'origine, lo sviluppo e i caratteri. Le epopee persiane non sono puramente creazioni di poetica fantasia, ma hanno un'orditura storica, che nella parte più antica s'intreccia con la leggenda, e che fu ornata e abbellita dalla forma poetica. Per ciò que' poemi, oltre al valore letterario, hanno quello di monumenti storici, che convenientemente interpretati e confrontati con altri possono servire a risolvere importanti problemi relativi alla storia degli antichi regni asiatici.

Il libro dell'*Avesta*, anteriore di parecchi secoli all'era nostra, conteneva già i germi primitivi delle leggende. Firdusi, che visse nel decimo secolo dell'era volgare, le raccolse e le ampliò formandone un poema di 60000 distici che abbraccia 2000 anni della storia persiana.

Il Pizzi, che di questo poema fece una traduzione compiuta e molto lodata, tratta lungamente del soggetto di quel poema.

Nella parte seconda dell'opera il Pizzi descrive la vita e i costumi degli eroi di Firdusi, trattando partitamente della vita

privata, della vita di corte, della guerra e del culto. Queste notizie, hanno un valore storico notevole, in quanto il poeta molto probabilmente attribuisce ai suoi eroi i costumi dei proprii tempi.

La Giunta, come nei casi precedenti, vi deve presentare le sue proposte disponendole in quell' ordine che le pare conforme al merito, senza che ciò vincoli menomamente la vostra scelta.

L'ordine in cui noi vi presentiamo i nomi dei due autori è questo:

Primo: Domenico Comparetti,

Secondo: Italo Pizzi,

e con ciò la vostra Giunta ha compiuto l' incarico che voi le avete fatto l'onore di affidarle.

A. Naccari.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 15 al 29 Dicembre 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. IX, n. 76. Baltimore, 1889; in-4°.	Università J. Hopkins (Baltimora).
* Bergens Museums Aarsberetning for 1888. Bergen, 1889; 1 vol. in-8°.	La Direzione del Museo di Bergen.
* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik begründet von C. Ohrtmann etc.; herausg. von Max Henoch und Emil Lampe; Band XIX, Heft 1. Berlin, 1889; in-8°.	La Direzione (Berlino).
* Bullettino delle scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Scuola Medica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXIV, fasc. 5 e 6. Bologna, 1889; in-8°.	Società Medico-chirurg. di Bologna.
Die Grundlagen der Wissenschaft von Dr. Hermann Scheffler. Braunschweig, 1889; 1 vol. in-8°.	Braunschweig. * *
* Journal of the Asiatic Society of Bengal; part II, new series, vol. LVIII, n. 1, 2. Calcutta, 1889; in-8°.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc.; 1889, n. 1-6. Calcutta, 1889; in-8°.	Id.

Museo Indiano (Calcutta).

A Catalogue of the Mantodea witt description of new genera and species, and an enumeration of the specimens in the Collection of the Indian Museum. Calcutta; by J. Vood-Mason (n. 1, pp. 1-48). Calcutta, 1889; 1 fasc. in-8°.

Museo di Zool. comp. del Coll. Harvard (Cambridge).

* Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. XVII, n. 5. — The Morphology of the Carotids, based on a Study of the Blood-vessels of Chlamydoselachus anguineus, *Garmann*, by H. Ayers. Cambridge, 1889; in-8°.

Cambridge. * *

The Collected mathematical Papers of Arthur Cayley; vol. I. Cambridge, 1889; in-4°.

Acc. delle Scienze di Cracovia.

* Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie; – Comptes-rendus des séances de l'année 1889; Octobre, Novembre. Cracovie, 1889; in-8°.

Edimburgo * *

An Introduction to the Study of Fishes, by Albert Günther. Edinburgh, 1889; 1 vol. in-8°.

Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

* Proceedings of the Academy of natural Sciences; part II, May-Sept. 1889. Philadelphia, 1889; in-8°.

Istituto nazionale di Ginevra.

* Mémoires de l'Institut national Genevois; t. XVII (1886-89) Genève, 1889; in-4°.

J. V. Carus (Lipsia).

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. I. Victor Carus in Leipzig; XII Jahrgang, n. 323. Leipzig, 1889; in-8°.

R. Soc. astron. di Londra.

* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. L, n. 1. London, 1889; in-8°.

Soc. Microscopica di Londra.

* Journal of the R. Microscopical Society of London, etc.; 1889, part 6. London; in-8°.

Soc. geologica di Manchester.

* Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 11-13. Manchester, 1889; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano).

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 18. Milano, 1889; in-8°.

Società Reale di Napoli.

* Rendiconti dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Soc. R. di Napoli); serie 2ª, vol. III, fasc. 11. Napoli, 1889; in-4°.

La Direzione (Palermo.)

* Gazzetta chimica italiana, ecc.; anno XIX, fascic. 10. Palermo, 1889; in-8°.

Compte-rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris; n. 1, 2 (26 oct., 9 nov. 1888); Paris; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc., publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XV, n. 12. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Atti e Rendiconti dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, ecc.; vol. I, fasc. 4. Perugia, 1889; in-8°. — Accademia Medico-chirurgica di Perugia.

Studi e Ricerche istituite nel Laboratorio di Chimica agraria della R. Università di Pisa; 1888, fasc. 8. Pisa, 1889; in-8°. — Laboratorio di Chimica agr. dell'Università di Pisa.

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. V, fasc. 9-11, 2° semestre, Roma, 1889; in-8. gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 23. Roma, 1889; in-8° gr. — Società dei Viticol. ital. (Roma).

* Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; serie 2ª, vol. X, n. 9 e 10. Roma, 1889; in-8°. — R. Comitato geol. d'Italia in Roma.

Annali dell'Ufficio centrale Meteorologico e geodinamico italiano; serie 2ª, vol. VIII, parte 1, 2 e 3, 1886. Roma, 1889; in 4°. — Ufficio centrale di Meteorologia e Geod. ital. (Roma).

* Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4ª, vol. I, fasc. 8-9. Siena, 1889; in-8°. — R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

* Ueber das Diacetyl: Inaug.-Diss. der mathematisch-naturwissenschaftlichen Facultät der K. Wilhelms-Universität Strassburg zur Erlangung der Doctorwurde, vorgelegt von Harry F. KELLER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasborgo

Ueber derivate der Cinnamenylpropionsäure; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac., etc.; von Jacob STERN. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber das electromotorische Verhalten von Amalgamen; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Stephan LINDECK. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die magnetische Drehung der Polarisationsebene bei wachsender Doppelbrechung in dilatiertem Glas; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac., etc.; von Wilhelm WEDDING. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber fossile Hydrocorallinen (Stromatopora und ihre Verwandten), überhaupt mit besonderer Berucksichtigung der in den Unter-Permschichten (Middle Productus-Limestone) der Salt-Range auftretenden Formen; nebst einem Anhange; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Joseph VENTZEL. Prag, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Strasborgo, — Ueber die bei der Beleuchtung Enstehende electromotorische Kraft im Selen; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac., etc.; von W. von ULJANIN. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Einwirkung von Chloral auf bernsteinsaures Natrium bei Gegenwart von Essigsäure-Anhydrid; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Harry EAST MILLER. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die Einwirkung von Natriumäthylät auf Phenylparaconsäureäthyläther und Phenylbutyrolacton; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Hugo LEONI. Strassburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber den Japantalg; ein Beitrag zur Kenntniss der Pflanzenfette; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Louis A. EBERHARDT. New York, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Die Verschiedenen Cystenbildungen und die Entwiklungsgeschicte der Holotrichen Infusoriengattung Colpode; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Ludwig RHUMBLER. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die Einvirkung von Natrium auf Monochloressigsäure-Athylaster: Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Arnold ERLENBACH. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Verhalten der Zimmtsäure und Aethylcrotonjaure bei der Oxydation mit übermangansaurem Kali; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc., von Rudolf RUER. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Untersuchungen des Schwanzendes bei den Embrionen der Wirbelthiere nach Beobachtungen an Selachiern, Knochenfischen und Vögeln, Vergleichend Dargestellt; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Daniel SCHWARZ. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Beiträge zur Kenntniss der Pyrotritarsäure; Inaug.-Diss der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Rudolf SERDA. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Geometrie der Kreise einer Kugel; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac., etc.; von Ferdinand SCHUMACHER. Metz, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber die zum Funkenübergang in Luft Wasserstoff und Kohlensäure bei Vesschiedenen Drucken erforderliche Potentialdifferenz; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Friedrich PASCHEN. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Beitrag zur Constitution der Phenylitaconsäure; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Paul RODERS. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Ueber Verschiedene Derivate des Cumarins; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc; von L. E. Rich. CLAUS. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°.

Einwirkung von Acetaldehyd ouf bernsteinsaures Natrium bei Gegenwart von Essigsäure-Anhydrid; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von Ignaz FRANKEL. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Università di Strasborgo.

Ueber die Condensation von Oenanthol mit Brenzweinsäure; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc. von Rudolf RIECHELMANN. Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Condensation von Benzoylessigester mit bernsteinsaurem Natrium; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von August SCHLAESSER Strassburg, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Organismen des Sauerteigs und ihre Bedeutung für die Brotgährung; Inaug.-Diss. der mathem.-naturw. Fac. etc.; von W. L. PETERS. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

* Annuario meteorologico italiano pubblicato per cura del Comitato direttivo della Società meteorologica italiana; anuo V, 1890. Torino, 1890; 1 vol. in-16°. — Soc. meteor. ital. Torino.

Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, volume IX, n. 11. Torino, 1889; in-4°. — Id

Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie 6ª, t. VII, dispensa 10. Venezia, 1889; in-8°. — R. Istit. Veneto (Venezia).

Report of the Superintendent of the United States coast and geodetic Survey, showing the progress of the vork during the fiscal year ending with June 1887; part I, Text; part II, Sketches. Washington, 1889; in-4°. — Governo degli Stati Uniti d'Am. (Washington)

Natürliche Schöpfungs-Geschichte, etc.; von Ernst HAECKEL; achte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Berlin, 1889; in-8°. — E. HAECKEL

—— Die Kalkschwämme; eine Monographie in zwei Bänden Text und einem Atlas, etc.; von Ernst HAECKEL; I-III Band. Berlin, 1889; in-8° gr. — Id.

Report of the scientific Results of the Voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873–76, etc.; Zoology, vol. XVIII, 1 und 2 parts; - vol. XXVIII, Text and plates. London, 1887-88; in-4°. — Id.

—— Zoology - vol. XXXII, part LXXXII, Report on the Deep-Sea Keratosa, by Prof. Ernst HAECKEL. London, 1889; 92 pag. in-4°. — Id.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

dal 22 Dicembre 1889 al 5 Gennaio 1890

Donatori	
Berlino. * *	Jahresberichte der Geschichtswissenschaft im Auftrage der historischen Gesellschaft zu Berlin, herausg von J. JASTROW; X Jahrgang, 1877. Berlin, 1889; in-8°.
Società di Geogr. comm. di Bordeaux.	Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux etc; 2ᵉ série, XIIᵉ année, n 21. Bordeaux, 1889; in-8°.
Bibl. nazionale di Firenze.	Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 95. Firenze, 1889; in-8° gr
Soc. di Geografia (Parigi).	* Bulletin de la Société de Géographie, etc.; 7ᵉ série, t. X, 2ᵉ trimestre, 1889, Paris, 1889; in-8°.
Ministero delle Finanze (Roma).	Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 novembre 1889. Roma 1889; 1 fasc. in-8° gr.
Il Municipio di Torino.	Città di Torino. — Consiglio comunale — Resoconto dei lavori eseguiti durante la sessione ordinaria di primavera 1889 e le successive sessioni straordinarie. Torino, 1889; 1 fasc. in-4°.
L'Autore.	Ricordi poetici dedicati alla famiglia ed agli amici di Tancredi CANONICO. Torino, 1890; 1 vol. in-16°.
Id.	— De l'ivresse au point de vue du droit pénal; Rapport sur la question proposée au Congrès pénitentiaire international de Saint-Pétersbourg, par Tancredi CANONICO; 1 fasc. in-8°.
Il Socio F. Rossi	I Papiri Copti del Museo Egizio di Torino trascritti e tradotti da Francesco. ROSSI; vol. II, fasc. 2. Torino, 1889; in-4°.

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C

3889 (350) 19-II-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Gennaio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, SALVADORI, BRUNO, BASSO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, SPEZIA, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Si dà lettura d'un telegramma del Prof. Domenico COMPARETTI, nel quale questi ringrazia l'Accademia per il confertogli VI PREMIO BRESSA.

Si comunicano pure lettere dei Professori Augusto CHAUVEAU, Michele FOSTER e Guglielmo WALDEYER, i quali ringraziano per la loro nomina a Soci corrispondenti.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia viene segnalata la seguente:

« *Sulle forze elementari elettromagnetiche ed elettrodinamiche;* Monografia del Prof. Augusto RIGHI, Corrispondente dell'Accademia, presentata dal Socio Segretario BASSO.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

1° *Ricerche sul clorobibromo e bromobiclorofenolo e sulla loro trasformazione in chinoni* », del Dott. L. GARZINO, Assistente al Laboratorio di Chimica farmaceutica della R. Università di Torino;

2° « *Ricerche sul metabicloro e sul metabibromofenolo;* dello stesso Dott. GARZINO; presentate dal Socio COSSA; Direttore della Classe;

3.° « *Un nuovo campo di ricerche geometriche* »; Nota del Socio SEGRE.

LETTURE

Ricerche sul clorobibromo e bromobiclorofenolo e sulla loro trasformazione in chinoni;

Nota del Dott. L. GARZINO

Il derivato propionilico del tricloro- e tribromofenolo, trattato con acido nitrico-solforico, fornisce il nitrobicloro ed il nitrobibromochinone corrispondente (1).

Lo studiare l'azione della stessa miscela acida sul derivato propionilico del bromobiclorofenolo, da me preparato e descritto tempo addietro (2) e sullo stesso etere di un clorobibromofenolo che presumibilmente avesse una costituzione analoga al precedente, mi offriva mezzo di stabilire se la presenza di alogeni di diversa natura nella molecola del fenolo influisse ed in qual modo sulla formazione dei nitrochinoni alogenati; inoltre, dalla identità dei clorobromonitrochinoni che si fossero eventualmente formati, avrei potuto dedurre con certezza la costituzione del bromobicloro e del clorobibromofenolo, di cui è nota solamente la posizione dei due alogeni simili.

Perciò, come avevo preparato il bromobiclorofenolo impiegando il m. biclorofenolo, così mi procurai ora un nuovo clorobibromofenolo, clorurando il m. bibromofenolo.

I fatti sperimentali dimostrarono che, sia perchè nella molecola di questi fenoli vi sono alogeni differenti, oppure sia perchè la loro costituzione è diversa, la nitrazione non fornisce gli stessi prodotti come nel caso del tricloro e del tribromofenolo, non ottenendosi da entrambi i nuovi fenoli, il rispettivo nitrochinone alogenato.

Descriverò dapprima il clorobibromofenolo e quindi la nitrazione del derivato propionilico dei due fenoli clorobromurati.

(1) GUARESCHI e DACCOMO, *Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, tom. XX, e *Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch.*, 18. 1173.

(2) *Rend. della R. Accad. dei Lincei*, vol. III, 2° sem., p. 202, 1887.

I.

Clorobibromofenolo.

Ottenni un monoclorobibromofenolo per azione diretta del cloro gasoso sul metabibromofenolo.

Ho preparato il m. bibromofenolo secondo il metodo di Körner (1), facendo agire a freddo la quantità calcolata di bromo su fenolo, sciolto in otto volte il suo peso di solfuro di carbonio. Il bibromofenolo, purificato, distillava senza alterarsi a 180°-181°, sotto una pressione ridotta a 121^{mm}, rapprendendosi in una massa cristallina bianca, fondente a 39°-40°.

Un dosaggio di bromo, mi diede il risultato seguente:

gr. 0,2550 di sostanza fornirono 0,3795 di *AgBr*, da cui:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_3Br_2 . OH$
Br %	63,29	63,49

Il composto clorobromurato si ottiene facilmente, pur di avere alcune avvertenze, di cui è cenno più innanzi.

Introdotta una quantità conosciuta di metabibromofenolo in un palloncino, si riscalda a b. m. ad una temperatura non guari superiore a quella di fusione del bibromofenolo stesso; si fa quindi arrivare una corrente di cloro gasoso secco e si protrae sino a che la sostanza contenuta nel palloncino abbia aumentato di peso di una quantità corrispondente a quella richiesta da un monoclorobibromofenolo.

Appena che il cloro giunge a contatto del bibromofenolo fuso, si ha sviluppo di acido cloridrico. Il contenuto del palloncino, che dapprima verso i 50° restava fuso, va solidificandosi in una massa cristallina bianca, man mano che procede la clorurazione. Con una corrente regolare di cloro, in tre o quattro ore si possono clorurare una trentina di grammi di bibromofenolo; trovai più conveniente operare a porzioni non troppo rilevanti.

Quando il contenuto del palloncino ha assunto pressochè l'aumento di peso teorico, si cessa l'azione del cloro e dal pro-

(1) *Ann. der Chem. u. Pharm.*, 137, p. 205.

dotto grezzo si ottiene il clorobibromofenolo puro senza grave difficoltà. Estratta la massa bianca cristallina si tritura in mortaio con acqua, quindi si scioglie con potassa diluita; si filtra, se occorre, e la soluzione limpida del sale di potassio vien decomposta con acido cloridrico diluito. La massa bianca leggiera che si precipita, raccolta su filtro, vien lavata abbondantemente con acqua, quindi cristallizzata dall'alcool diluito.

Si ottiene così ben cristallizzato in lunghi aghi bianchi leggieri, un solo clorobibromofenolo che fonde a 76°. Il rendimento è circa del 90 $^0/_0$.

Analizzato, fornì i risultati seguenti:

I. Gr. 0,3685 di sostanza diedero 0,3410 di CO_2 e 0,0477 di H_2O.

II. Gr. 0,3112 di sostanza fornirono 0,5629 di $AgCl$ e $AgBr$ e 0,5424 di questo miscuglio, per l'azione di una corrente di cloro secco diminuirono di peso di 0,0926. Da cui si deduce la composizione centesimale seguente:

	I	II
C	25,23	....
H	1,43	....
Cl	....	12,62
Br	....	55,43

Per un clorobibromofenolo, $C_6H_2ClBr_2.OH$, si calcola la composizione centesimale:

C	25,13
H	1,04
Cl	12,39
Br	55,84

Il clorobibromofenolo è in cristalli bianchi setacei leggieri quando è cristallizzato dall'alcool diluito. Dalla sua soluzione nell'alcool a 95°, in cui si scioglie molto, precipita per aggiunta di acqua, sotto forma di fiocchi minutamente cristallizzati. Solubilissimo nell'etere, nel cloroformio, nella benzina, cristallizza pur bene dall'acido acetico diluito in aghi bianchi. È quasi insolubile nell'acqua; è volatile col vapor di acqua.

Fonde nettamente a 76°. Sublima alla temperatura ordinaria lentamente, meglio alla temperatura del b. m. in sotti-

lissimi aghi. In soluzione alcoolica si colora col percloruro di ferro lievemente in rosso bruno. Ha pochissimo odore, ma persistente.

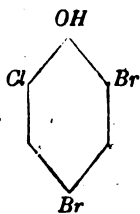
Il cloro gasoso quindi, reagendo sul metabibromofenolo, nelle condizioni descritte, non sposta il bromo dal composto bibromurato, ma sostituisce un atomo di idrogeno del nucleo benzinico, fornendo un solo dei tre possibili clorobibromofenoli. Difatti, avendo cristallizzato frazionatamente il composto proveniente dalla clorurazione, ottenni sempre dalle varie porzioni lo stesso fenolo fondente a 76°; come pure non ebbi variazione nel punto di fusione cristallizzandolo da altri solventi e sublimandolo.

Nella sua preparazione bisogna aver l'avvertenza di non elevar troppo la temperatura del b. m., specialmente quando la clorurazione è già innoltrata; similmente non devesi eccedere nella corrente di cloro oltre quanto richieda la formazione di un monocloro; poichè altrimenti quello decompone il prodotto già formatosi, spostando parzialmente il bromo e trasformando il clorobibromofenolo in una sostanza dall'aspetto resinoso, insolubile in potassa caustica e nei solventi ordinarii.

Da ciò risulta che per azione diretta del cloro sul m. bibromofenolo ordinario, non si può ottenere che un solo derivato fenolico clorobibromurato al quale probabilmente spetta la formola:

OH

Cl *Br*

Br

però i fatti esposti in questa memoria non mi permettono di stabilirla con sicurezza.

Di questo nuovo fenolo ho preparato il sale di bario e gli eteri benzoilico e propionilico. I clorobibromofenati di sodio e di potassio, cristallizzano in aghi sottili bianchi, ma sempre inquinati da una resina rossa insolubile nell'acqua. Essa si forma durante l'evaporazione della soluzione salina sia a leggiero calore, sia nel vuoto della macchina pneumatica e anche quando siansi preparati dal clorobibromofenato di bario per doppia decomposizione colla quantità esatta dei rispettivi solfati alcalini.

Sale di bario. $C_6H_2Br_2Cl.OH + 2\,{}^1/_2\,H_2O$.

Trattando il clorobibromofenolo con acqua di barite si ottiene il sale di bario cristallizzato in minuti aghetti leggieri bianco-giallastri. Evaporandone la soluzione si decompone parzialmente.

Gr. 3,5652 riscaldati a 140°-150° perdettero 0,2214 di acqua, corrispondente a 6,2 %. Il sale di bario cristallizzato con due molecole e mezza di acqua, richiede 5,97 d'acqua per cento.

Dosai il metallo nel clorobibromofenato di bario idrato, secco all'aria ed ottenni: gr, 0,4566 di sostanza fornirono 0,1426 di solfato di bario; composizione centesimale:

	Trovato	Calcolato per $(C_6H_2ClBr_2O)_2Ba + 2\,{}^1/_2\,H_2O$
Ba %	18,35	18,19.

Gr. 0,2050 di sale completamente seccato a 140° — 150° diedero 0,0656 di solfato di bario da cui:

	Trovato	Calcolato per $(C_6ClBrH_{22}O)_2Ba$
Ba %	18,78	19,35.

Il *clorobibromofenato di bario* è poco solubile in acqua.

Benzoilclorobibromofenolo $C_6H_5.CO.C_6H_2Br_2ClO$.

Facendo direttamente reagire quantità equimolecolari di cloruro di benzoile e clorobibromofenolo.

Si compie la reazione riscaldando a ricadere verso 100°-120°. Cessato lo sviluppo di acido cloridrico, il prodotto grezzo per raffreddamento si solidifica in una massa cristallina bianca, che, lavata con soluzione alcalina diluita e quindi con acqua e cristallizzata da alcool concentrato, si ha in piccoli cristalli bianchi prismatici, che fondono a 65°-65°,5.

Un dosaggio degli alogeni diede:

Gr. 0,2201 di sostanza fornirono 0,2914 di $AgCl$ e $AgBr$. Da cui, si ha su cento parti:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_2ClBr_2O.COC_6H_5$
$Br + Cl$	49,79	50,06

Propionilclorobibromofenolo. $C_6 H_2 Cl Br_2 O . C_3 H_5 O$.

Si mescolano in un palloncino quantità equimolecolari di clorobibromofenolo ben secco e di cloruro di propionile. Si connette il palloncino con refrigerante a ricadere e si riscalda a bagno d'olio, elevando man mano la temperatura fin verso i 140°. La reazione è terminata quando è cessato lo sviluppo di acido cloridrico e la cui eliminazione corrisponde pressochè alla quantità teorica.

Il prodotto grezzo, che è costituito da un liquido denso, incoloro, si lava varie volte con soluzione lievemente alcalina, quindi con acqua pura. Quando il lavaggio è sufficientemente ripetuto, il propionilderivato lattiginoso, si solidifica in grumi bianchi cristallini e si ha puro con una sola cristallizzazione dall'alcool diluito.

Gr. 0,2811 di sostanza fornirono 0,4295 di $Ag Cl$ e $Ag Br$ e 0,4235 di questo miscuglio sottoposti a corrente di cloro secco, perdettero 0,0716 di peso.

Da cui si ha la seguente percentuale:

	Trovato	Calcolato per $C_6 H_2 Cl Br_2 O . C_2 H_5 CO$
Cl	10,77	10,36
Br	46,42	46,71 .

Il propionilclorobibromofenolo si ottiene in cristalli bianchi dall'alcool a 80°, che fondono a 31°,5-32°. Da questo solvente si deposita però quasi sempre allo stato oleoso, specialmente poi se la sua soluzione è piuttosto concentrata; si rapprende poi in una massa cristallina.

II.

Nitrazione del propionilclorobibromofenolo.

Clorobromonitrochinone $C_6 H Cl Br (N O_2) O_2$. Si ottiene questo composto trattando il propionilclorobibromofenolo con miscela nitrico solforica. Il rendimento però è assai piccolo.

Grammi 5 di propionilderivato si introdussero a porzioni in 200 grammi di miscela nitrico-solforica, costituita da due terzi di acido nitrico (dens. 1,48) ed un terzo da acido solforico

concentrato, e raffreddata a 0°. La sostanza a contatto del liquido acido fuse dapprima in goccioline oleose, poi vi si sciolse, conferendogli un colore rosso ciliegia, che andò man mano crescendo fino a completa soluzione della sostanza e che si agevolò agitando di frequente il recipiente nel quale si faceva la nitrazione. Per ottenere un liquido limpido colle proporzioni sopraindicate si dovettero impiegare circa venti minuti. Versai quindi il liquido rosso su 200 grammi di ghiaccio pesto, agitando rapidamente con bastoncino di vetro. In breve si separarono dei fiocchi giallastri di sostanza non appiccicaticcia che si depositarono in lieve strato sul fondo del vaso. Lavai con acqua varie volte per decantazione e raccolsi quindi su filtro, continuando il lavaggio fino a che il filtrato non ebbe più reazione acida. La sostanza, di color giallastro, così ottenuta, fu seccata sull'acido solforico. Non si può essiccare col calore, poichè si decompone. Da grammi 15 di propionilclorobibromofenolo ebbi solamente gr. 2 di sifatta sostanza ben secca.

Trattato questo prodotto greggio ripetutamente con etere, per separare la maggior parte di resina e quanto fosse stato solubile in detto solvente, restò indisciolto circa gr. 1 di sostanza. Per isvaporamento dell'etere di lavaggio non ottenni traccia di sostanza cristallizzata, ma solamente resina.

La parte insolubile in etere, di color giallo pallido, fu cristallizzata dal cloroformio, decolorando con carbone animale, fino ad aver punto di fusione costante. La sostanza gialla, così ottenuta in cristalli microscopici, fonde, decomponendosi costantemente verso 227°-228°.

Sottoposta ad analisi, diede i seguenti risultati:

I. Gr. 0,2120 di sostanza fornirono 0,2140 di CO_2 e 0,0161 di H_2O.

II. Gr. 0,2250 di sostanza diedero 0,2781 di $Ag\,Cl$ e $Ag\,Br$, di cui 0,2621 sottoposti a corrente di cloro secco, perdettero di peso 0,0357.

Da cui si ha su cento parti

	I	II
C	27,10	
H	0,84	
Cl		13,02
Br		30,17

Questi dati analitici corrispondono a quelli richiesti da un clorobromonitrochinone $C_6HClBr(NO_2)O_2$, pel quale si calcola

C	per 100	. . .	27,01
H	»	. . .	0,37
Cl	»	. . .	13,32
Br	»	. . .	30,01

Il *clorobromonitrochinone* cristallizza dal cloroformio in aghetti prismatici microscopici, costituenti una polvere giallo-citrina. Fonde decomponendosi e sviluppando bollicine gasose a 227°-228°. Ha quindi una temperatura di fusione intermedia a quella del bicloronitrochinone: 219°-220° ed a quella del bibromonitrochinone: 244°-246°. Insolubile nell'acqua a freddo ed a caldo; pochissimo solubile in etere. Insolubile a freddo nell'alcool a 95°, un poco di più a caldo, però imbrunendo in breve ed acquistando reazione acida. La sua soluzione alcoolica a freddo reagisce con cloridrato di idrossilamina colorandosi in rosso ranciato; con fenilidrazina, sviluppando bollicine gasose e colorandosi in rosso bruno; con anilina a freddo, assumendo color rosso ciliegia.

III.

Nitrazione del propionilbromobiclorofenolo.

Avendo ottenuto il clorobromonitrochinone dal propionilclorobibromofenolo, era ovvia la supposizione che si formasse un analogo composto dal propionilderivato del bromobiclorofenolo, da me descritto anteriormente (1). Inoltre se questi due clorobromonitrochinoni coincidevano, ipotesi ammissibile, avrebbero stabilito. oltrechè la loro propria costituzione, anche quella del clorobibromofenolo e del bromobiclorofenolo originarii.

Perciò nitrai il propionilbromobiclorofenolo; ma, come si vedrà in seguito, anche variando i processi di nitrazione, non mi fu dato di ottenere il bromocloronitrochinone, bensì ricavai sempre una sostanza a composizione complessa, che però non mi risolve il problema della costituzione dei fenoli sopradetti.

(1) *Rendic. della R. Accad. dei Lincei* (loc. cit.).

Propionilbromobiclorofenolo $C_6H_2BrCl_2O.COC_2H_5$.

Questo composto fu preparato nello stesso modo col quale si ebbe il propionilderivato del clorobibromofenolo, già accennato. È in cristalli bianchi prismatici, dall'odore intenso appiccicaticcio, ricordante quello del cloruro di propionile.

Fonde a 31°-32° in un liquido incoloro (temperatura identica a quella a cui fonde il propionilclorobibromofenolo), è quasi insolubile in acqua; solubilissimo in etere, cloroformio, facilmente solubile nell'alcool diluito a caldo, da cui si deposita per raffreddamento quasi sempre oleoso rapprendendosi poi in minuti cristallini ammassati.

Ne feci il dosaggio degli alogeni:

Gr. 0,2040 di sostanza diedero 0,3263 di $AgCl$ e $AgBr$. Da cui si calcola la percentuale seguente:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_2BrCl_2O.COC_2H_5$
$Br+Cl$	50,83	50,67

Il propionilbromobiclorofenolo fu nitrato:

1° Impiegando miscela nitrico-solforica costituita da parti due di acido nitrico a 1,48 e da una parte di acido solforico concentrato, e raffreddandola, durante la nitrazione, con acqua alla temperatura di circa 10°-12°.

2° Usando miscela della stessa concentrazione, ma raffreddandola, durante l'operazione, a —10° circa.

3° Con acido nitrico fumante ad 1,48 di densità, senza aggiungere acido solforico e raffreddando a 0°.

4° Impiegando ancora miscela nitrico-solforica, ma con minore quantità di acido solforico, cioè una parte di acido solforico per cinque di acido nitrico ad 1,48 e raffreddando a —9° circa.

In nessuno de' quattro modi di nitrazione ottenni il bromocloronitrochinone che si poteva prevedere. Ebbi invece una sostanza gialla ben cristallizzata, fondente a 217°-218° decomponendosi, la cui composizione non corrisponde però al nitrochinone sopradetto, ed un nitroderivato del propionilbromobiclorofenolo.

Col terzo processo di nitrazione, in cui impiegai acido nitrico ad 1,48 senza acido solforico, la sostanza in massima parte non subì alterazione di sorta.

Gr. 5 di propionilbromobiclorofenolo furono versati a porzioni in gr. 100 di acido nitrico ad 1,48, raffreddato a 0°. Dopo un quarto d'ora circa ottenni un liquido colorato in rosso scuro non completamente limpido. Non notai sviluppo di vapori rossi. Versato il liquido in acqua e ghiaccio, precipitò una sostanza oleosa, che solidificò dopo breve tempo. Raccolta su filtro, lavata ed essiccata, si sciolse completamente in etere, da cui per isvaporamento, assieme a materia resinosa, si depositò una parte cristallina bianca. Purificatala, spremendola bene fra carta e poi cristallizzandola dall'alcool diluito aveva l'aspetto, l'odore, il punto di fusione del propionilderivato originario, fondeva infatti a 31°-32° in un liquido incoloro. Non conteneva azoto.

Cogli altri tre procedimenti di nitrazione, in cui, assieme all'acido nitrico, è usato l'acido solforico, ho sempre ottenuto la sostanza gialla fondente a 217° e che per brevità designerò con α. Col quarto metodo, in cui la proporzione di acido solforico rispetto all'acido nitrico è minore, oltre alla sostanza α, si forma eziandio il propionilnitrobromobiclorofenolo.

Il maggior rendimento in sostanza α, quantunque sempre piccolo, si ha impiegando la miscela nitrico-solforica secondo le proporzioni usate nel numero 1°.

Avendo sempre operato nello stesso modo, in tutti i tentativi di nitrazione eseguiti, basterà che indichi brevemente l'andamento dell'operazione in cui, assieme alla sostanza α, ebbi anche il propionilnitrobromobiclorofenolo.

A grammi 200 di miscela nitrico-solforica, costituita da gr. 168 di acido nitrico ad 1,48 e da gr. 32 di acido solforico concentrato, raffreddati a $-9°$ circa, aggiunsi a porzioni gr. 5 di propionilbromobiclorofenolo ben secco. Man mano che questo veniva a contatto del liquido acido, fondeva in goccioline oleose che dissolvendosi compartirono al liquido una colorazione rossastra che aumentò d'intensità fino ad avere un netto color rosso ciliegia. Togliendo tratto tratto dalla miscela frigorifera, in cui era immerso, il recipiente in cui si faceva la nitrazione, ed agitando il liquido, si ottenne la soluzione rossa, completamente limpida, dopo pochi minuti. Versato allora il liquido su ghiaccio pesto, ebbi un precipitato molliccio rosso mattone, mentre il rimanente liquido persistè torbidiccio anche dopo due ore di riposo. Raccolsi la sostanza semisolida su filtro, la lavai ripetutamente con acqua e la posi ad essiccare sull'acido solforico. Dopo due

giorni era completamente secca, polverizzabile e di color giallo brunastro. Operai in questo modo su altri 25 grammi di propionilderivato ed ottenni in tutto circa gr. 10 di prodotto grezzo secco che trattai ripetutamente con etere, fino a che questo evaporato, non lasciava più che un minimo residuo. Rimase indisciolta solamente una piccola porzione.

Purificai la parte insolubile in etere, costituita da una polvere giallognola, collo stesso metodo col quale ho ottenuto puro il clorobromonitrochinone, cristallizzandola dal cloroformio e decolorando con un po' di carbone animale. Dopo ripetute cristallizzazioni la ottenni fondente costantemente a 216°-217° con decomposizione, cristallizzata minutamente in piccoli prismi di color giallo citrino.

Questa sostanza è identica a quella ottenuta in tutte le altre nitrazioni di cui ho detto più sopra e di cui per brevità non faccio parola.

Sottoposta ad analisi, fornì i seguenti risultati:

I. Gr. 0,4580 di sostanza diedero 0,0247 di H_2O e 0,5038 di CO_2.

II. Gr. 0,3552 di sostanza fornirono 0,0351 di H_2O e 0,3972 di CO_2.

III. Gr. 0,3350 di sostanza diedero cc. 16,5 di azoto a 20° ed a 744^{mm}, 25.

IV. Gr. 0,3854 di sostanza fornirono cc. 19 di azoto a 17° ed a 744^{mm}, 82.

V. Gr. 0,2952 di sostanza diedero 0,3892 di *Ag Cl* e *Ag Br*, di cui 0,3689 sottoposti a corrente di cloro, perdettero di peso 0,0269.

VI. Gr. 0,3117 di sostanza fornirono 0,3998 di *Ag Cl* e *Ag Br*, di cui 0,3913 sottoposti a corrente di cloro, perdettero di peso 0,0283.

Da cui la seguente composizione centesimale:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
C . . .	30,0	30,49	—	—	—	—
H . . .	0,59	1,09	—	—	—	—
N . . .	—	—	5,55	5,63	—	—
Cl . . .	—	—	—	—	22,59	22,04
Br . . .	—	—	—	—	17,20	16,65.

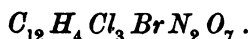
La composizione centesimale di questa sostanza non corrisponde a quella di un bromocloronitrochinone, per cui si calcola la composizione centesimale :

C	27,01
H	0,37
N	5,25
Cl	13,32
Br	30,01
O . . . . . ,	24,04.

Facendo la media dei dati analitici sopra indicati, si ottiene come sua composizione centesimale :

C	30,25
H	0,84
Cl	22,31
Br	16,92
N	5,55
O	24,13

Da questa composizione centesimale, la formola grezza più semplice che se ne può dedurre è la seguente :

$$C_{12}H_4Cl_3BrN_2O_7 .$$

La sostanza α, si ha ben cristallizzata dal cloroformio in piccoli aghi gialli Fonde decomponendosi a 215°-217°; quantunque il punto di fusione non sia netto, tuttavia la sostanza cristallizzata varie volte e proveniente da operazioni diverse si decompone costantemente a questa temperatura. Insolubile nell'acqua a freddo ed a caldo ; pochissimo solubile nell'etere; non si scioglie nell'alcool a freddo, lievemente a caldo, assumendo colorazione rosso-bruna e reazione acida. Offre le reazioni dei chinoni; difatti, sospesa in alcool con anilina si colora a freddo in rosso bruno ; con fenilidrazina reagisce attivamente, sviluppando bollicine gasose e prendendo colorazione rosso-scura; reagisce pochissimo col cloridrato di idrossilamina.

Non ho potuto accumulare un numero di fatti sufficiente per riconoscere o stabilire la natura di questa sostanza che si forma costantemente in questa reazione ; però ha probabilmente qualche analogia coi derivati chinonici che il Benedikt (1) ottenne dalle resorcine bromurate e clorobromurate.

---

(1) BENEDIKT, *Monatshefte für Chemie* I. 349, 1880.

Propionilnitrobromobiclorofenolo $C_6H(NO_2)Br\,Cl_2 \,.\, O\,C_2H_5\,CO$

L'etere col quale si era trattato il prodotto grezzo della nitrazione, per separare la sostanza α, lasciato svaporare spontaneamente in una capsula, abbandonò un residuo ben cristallizzato assieme ad una notevele quantità di resina. Sceverai la parte cristallizzata dalla maggior quantità di resina, pressandola al torchio varie volte fra carta da filtro; quindi la cristallizzai ripetutamente dall' alcool a 80°. Ottenni in tal modo de' bei cristalli che fondevano a 88°,5 - 89°.

All'analisi fornirono i risultati seguenti:

I. Gr. 0,3266 di sostanza diedero 0,3754 di CO_2 e 0,0628 di H_2O.

II. Gr. 0,2720 di sostanza fornirono 0,3750 di $Ag\,Cl$ e $Ag\,Br$, di cui 0,3693, sottoposti a corrente di cloro secco diminuirono di peso di 0,0349.

Da cui per cento:

	Trovato		Calcolato per
	I.	II.	$C_6H\,Br\,Cl_2(NO_2)O\,.\,CO\,C_2H_5$
C	31,34	—	31,48
H	2,13	—	1,77
Br	—	23,45	23,32
Cl	—	20,57	20,6

Questo *propionilmononitrobromobiclorofenolo*, pochissimo solubile in acqua, cristallizza in romboedri, bianchi, tendenti leggermente al verdiccio, dall'alcool bollente. Fonde a 88°,5 - 89° in un liquido lievemente paglierino.

Torino, R. Università, dicembre 1889.
Laboratorio del Prof. Guareschi.

Ricerche sul metabicloro e sul metabibromofenolo;

Nota del Dott. L. Garzino

Le ricerche di cui è argomento la Memoria presente, furono dirette ad investigare se il derivato propionilico del bicloro e del bibromofenolo ordinario, trattati con miscela nitrico-solforica, fornissero rispettivamente un cloronitro ed un bromonitrochinone; a quel modo che si ottiene un bicloronitro ed un bibromonitrochinone, sottoponendo ad eguale trattamento il propionilderivato del tricloro e del tribromofenolo (1).

Il metabicloro ed il metabibromofenolo, quantunque abbiano uno degli atomi alogenici in posizione para, rispetto all'ossidrile, pure colla miscela nitrico-solforica si comportano diversamente dal tricloro e tribromofenolo ordinarii, poichè, invece d'ossidarsi in chinoni, si nitrano, essendo il prodotto principale della reazione un binitrofenolo bialogenato.

I.

Binitrobiclorofenolo.

Il *propionilbiclorofenolo*, che mi occorreva per sottoporre a nitrazione, fu preparato facendo agire direttamente il metabiclorofenolo purissimo, fondente a 43°, con cloruro di propionile in quantità equimolecolari. Già a freddo si ha abbondante sviluppo di acido cloridrico; si completa poi la reazione riscaldando a b. m. Il prodotto liquido grezzo, fu lavato con acqua, potassa diluita, seccato e rettificato. Dopo due sole distillazioni si ot-

(1) Guareschi e Daccomo, *Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, tom. XX, e *Bericht. d. deutsch. chem. Gesellsch.*, 18, 1173.

tiene il propionilderivato incoloro bollente a temperatura costante di 255°,5-257°.

Vi dosai il cloro:

Gr. 0.4727 di sostanza fornirono 0.6150 di *Ag Cl*, da cui:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_3Cl_2O.C_3H_5O$
Cl %	32,17	32,42.

Il propionilbiclorofenolo è un liquido denso, rifrangente, dall'odore intenso di cloruro di propionile; distilla inalterato alla temperatura di 255°-257° (non corretto). Si mantiene liquido alla temperatura di 0°.

Questo propionilderivato venne sottoposto a nitrazione usando miscela nitrico-solforica costituita da due parti di acido nitrico ad 1,48 e da una parte di acido solforico concentrato.

In quantità maggiore si forma sempre un binitrobiclorofenolo; però se si eseguisce la nitrazione alla temperatura ordinaria, senza raffreddare cioè notevolmente la miscela acida, assieme al binitrobiclorofenolo si ottiene in *piccolissima* quantità una sostanza gialla ben cristallizzata in scagliettine, fondente ad elevata temperatura, verso 210°, che però non è il nitroclorochinone presunto, come me lo dimostrarono i dosaggi di cloro, da cui ottenni per cento 27,32 e 26,89, mentre la quantità calcolata di cloro per un cloronitrochinone è 18,93 per cento. A cagione della piccola quantità di sostanza non ho potuto proseguirne lo studio.

Se durante la nitrazione si raffredda la miscela a circa — 9°, non si ottiene più affatto la sopradetta sostanza gialla.

Feci la nitrazione nel seguente modo: A 200 grammi di miscela acida sopraindicata, alla temperatura ordinaria, aggiunsi a piccole porzioni grammi 10 di propionilbiclorofenolo. A contatto del miscuglio acido si sciolse colorandolo intensamente in rosso e fornendo dopo pochi minuti una soluzione limpida. — Non si deve abbandonare a sè, neppur per poco tempo, il liquido risultante dalla reazione, specialmente quando si opera nella stagione estiva, poichè si riscalda spontaneamente, sviluppando nugoli di vapori nitrosi, ossidandosi ed alterandosi completamente.

Versato quindi il liquido rosso su ghiaccio pesto, dopo aver agitato brevemente il miscuglio, si separò una massa molle, ap-

picciaticcia, rossastra, che venne lavata accuratamente, poi seccata sull'acido solforico. Quantunque lasciata alcuni giorni in ambiente secco, non si indurì, ma si conservò molle. Così grezza, pesava circa tre grammi. Ripetei altre quattro operazioni consimili, per modo che ottenni a un dipresso 13 grammi di prodotto grezzo.

Trattato con etere ne rimase indisciolta una piccola porzione, che ricristallizzata alcune volte dal cloroformio costituì appunto la sostanza gialla fondente a 210°-212° di cui è detto sopra.

L'etere, che aveva sciolto la massima parte della sostanza grezza, lasciò depositare per svaporamento, immersi in una resina rossa, dei cristalli abbastanza voluminosi, che vennero sceverati dalla quantità maggiore d'impurezza pressandoli parecchie volte fra carta da filtro. I cristalli, ancora impregnati di resina, furono trattati con una soluzione diluita di carbonato sodico. In *questo caso* tutta la sostanza si sciolse a freddo con lieve effervescenza, fornendo una soluzione colorata in rosso-cupo e che, acidulata con acido cloridrico diluito, lasciò depositare un precipitato giallo-fioccoso che raccolsi su filtro e lavai con acqua fino ad eliminazione della maggior parte dell'acido.

Il nitrofenolo, così ottenuto, fu trasformato in sale di bario con carbonato baritico, ed il sale di bario fu cristallizzato varie volte dall'acqua bollente.

Ricuperai il fenolo da varie porzioni di questo sale di bario proveniente da successive concentrazioni delle acque madri ed ottenni sempre lo stesso composto fondente a 105°-106°. Avendo conservato lo stesso punto di fusione anche cristallizzato alcune volte dall'alcool diluito lo sottoposi ad analisi.

I. Grammi 0,3990 di sostanza fornirono 0,2219 di CO_2 e 0,0425 di H_2O.

II. Grammi 0,2456 di sostanza diedero 0,2791 di $Ag\,Cl$.

III. Grammi 0,3653 di sostanza fornirono cc. 36 di azoto a 22° ed a 735^{mm},28.

Da cui si ricava la composizione centesimale seguente:

	Trovato		
	I	II	III
C	28.78	—	—
H	1,18	—	—
Cl	—	28,11	—
N	—	—	10.86

Per un *binitrobiclorofenolo* $C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 OH$, si calcola su cento parti la composizione seguente:

C	28,45
H	0,79
Cl	28,06
N	11,06

Il binitrobiclorofenolo è una sostanza gialla ben cristallizzata, più o meno voluminosamente a seconda del solvente; fonde nettamente a 105°-106° in un liquido giallognolo limpido. Solubilissimo in etere, in cloroformio, in alcool concentrato, cristallizza dall'alcool a 45° in microscopici aghetti prismatici. Solubile in acqua più a caldo che a freddo con colorazione gialla intensa, cristallizza per raffreddamento in minute scagliette. Non sublima; deflagra quando venga riscaldato rapidamente; decompone a freddo i carbonati metallici; è volatile col vapor d'acqua.

Ne ho preparato il sale di potassio, di bario e di calcio.

Sale di potassio $C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O K + {}^1/_2 H_2 O$

Trattando il nitroderivato con soluzione di potassa caustica fino a lieve reazione alcalina, concentrando la soluzione fino a cristallizzazione. Separai i cristalli rossi del sale e li ricristallizzai dall'acqua.

Si ottiene in aghetti leggieri rossi raggruppati a ciuffo, solubilissimi nell'acqua.

Contengono mezza molecola d'acqua di cristallizzazione che perdono a 100°-110°.

Grammi 0,6772 di sale, riscaldati a 110°, perdettero 0,0206 di acqua, corrispondente a 3,04 per cento.

Grammi 2,0885 di sale, riscaldati fino a 130°-140°, perdettero 0,0637 di acqua, pari a 3,05 per cento.

Il sale di potassio, cristallizzato con ${}^1/_2$ molecola di acqua, contiene su cento p. 3,00 di acqua.

Dosai il potassio sul sale secco:

Grammi 0,3447 di sostanza fornirono 0,1037 di $K_2 SO_4$, da cui per cento:

	Trovato	Calcolato $C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 OK$
K	13,3	13,4

Sale di bario $(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ba$

Dal binitrobiclorofenolo e carbonato baritico.

La decomposizione del carbonato, che avviene già a freddo, è agevolata dal riscaldamento

Dalla soluzione, filtrata, si deposita per raffreddamento il sale, che ora cristallizza con tre molecole di acqua ora con due, assumendo forma e colori diversi.

Se il sale cristallizza lentamente da una soluzione abbastanza concentrata, si ha in pagliette appiattite disposte a ciuffo, color bicromato d'ammonio: con questa forma il sale contiene due molecole d'acqua di cristallizzazione che perde completamente a 105°-110°. Per poterlo stabilire con certezza, ho fatto varie determinazioni di acqua.

I. Gr. 1,1617 di sale in pagliette rosse, riscaldati fino a 140°-150°, perdettero 0,0607 di acqua.

II. Gr. 1,5941 di sostanza riscaldati a 140°-150° perdettero 0,0885 di acqua.

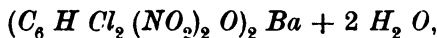
III. Gr. 1,5617 di sale a 130°-140° perdettero 0,0864 di acqua.

IV. Gr. 3,0483 di sostanza a 130°-135° perdettero 0,1683 di acqua.

Su cento parti:

	Trovato			
	I.	II	III	IV.
$H_2 O$	5,22	5,61	5,53	5,52

Calcolando questa modificazione del sale di bario cristallizzata con 2 molecole di acqua, cioè

$$(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ba + 2 H_2 O,$$

dovrebbe contenere acqua $^0/_0 = 5{,}31$.

In una di queste porzioni, secche, dosai il bario; Gr. 0,4298 di sostanza diedero 0,1526 di $Ba SO_4$

	Trovato	Calcolato $(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ba$
Ba $^0/_0$	20,87	21,37

Se di questo sale di bario in pagliette rosse si fa una soluzione abbastanza concentrata nell'acqua e quindi, avuta la so-

luzione limpida a caldo di un bel rosso ciliegia, si raffredda rapidamente ed agitando di continuo, dapprima la soluzione assume una tinta giallognola, quindi si deposita il sale sotto forma di minute squamette di un bel giallo d'oro.

Questa modificazione gialla del sale di bario è più solubile nell'acqua della rossa e contiene tre molecole d'acqua di cristallizzazione, come lo provano le due determinazioni d'acqua seguenti:

I. Gr. 1,5675 di sale in isquamette gialle, riscaldate a 140°-150°, perdettero 0,1213 di acqua.

II. Gr. 2,2277 di sale giallo a 130°-135° perdettero 0,1743 di acqua.

Da cui:

	Trovato		Calcolato per $(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ba + 3 H_2 O$
	I	II	
H_2O %	7,73	7,82	7,76

Sul sale secco proveniente dal 2° dosaggio determinai il bario:

Gr. 0,4690 di sale fornirono 0,1687 di $Ba SO_4$

	Trovato	Calcolato $(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ba$
Ba %	21,12	21,37

Il binitrobiclorofenato di bario con 3 mol. di acqua, diventa anidro a 105°-110°; lasciato all'aria umida in una notte riassorbe le tre molecole d'acqua. Questa modificazione gialla ridisciolta in acqua, fornisce di nuovo per lenta cristallizzazione il sale di bario rosso.

Il fenolo, ricuperato dall'una e dall'altra forma, fonde in entrambi i casi a 106°. Il sale di potassio, preparato dalla modificazione gialla per doppia decomposizione, contiene anch'esso 1/2 molecola d'acqua di cristallizzazione come quello preparato direttamente dal binitrobiclorofenolo.

Sale di calcio $(C_6 H Cl_2 (NO_2)_2 O)_2 Ca + 3 H_2 O$

Si preparò per doppia decomposizione dal sale di bario e solfato di calcio. È in cristallini prismatici giallo citrini, abbastanza solubili in acqua, contenenti tre molecole d'acqua di cristallizzazione.

Grammi 1,0137 di sale, riscaldati a 120°, perdettero 0,0880 di acqua, corrispondenti a 8,68 per cento.

Il sale di calcio cristallizzato con tre molecole di acqua ne conterrebbe per cento 9,01,

Il sale secco lasciato all'aria, riassorbe dopo alcun tempo completamente la sua acqua di cristallizzazione.

Sino ad ora, ch'io mi sappia, non si conoscono dei *binitro-biclorofenoli* e dalle esperienze che io ho fatto, non si può dedurre quale sia, questo, dei tre ammissibili teoricamente. Sappiamo solo che deve contenere i due atomi di cloro nelle posizioni 2 e 4 rispetto all'ossidrile. Si potrà forse determinare la posizione dei gruppi nitrici in questo binitrobiclorofenolo, clorurando il p–binitrofenolo di Bantlin (1).

II.

Binitrobibromofenolo.

Ottenni questo nuovo composto in modo analogo al precedente, nitrando cioè il propionilderivato del metabibromofenolo.

Propionilbibromofenolo. $C_6 H_3 Br_2 O. C_3 H_5 O.$

Il bibromofenolo (orto, para) fondente a 39°-40°, preparato col metodo di Körner (2) per azione del bromo sul fenolo sciolto in solfuro di carbonio, fu direttamente trattato colla quantità calcolata di cloruro di propionile.

La reazione cominciata a freddo, ma molto meno energicamente che nel caso del biclorofenolo, venne completata a b. m.

Il propionilbiclorofenolo, grezzo, liquido denso, lavato bene con potassa diluita e poi con acqua, fu seccato con cloruro di calcio, quindi rettificato a pressione diminuita. Dopo due distillazioni si ottenne bollente in massima parte a 220°-225° (non corr.) alla pressione ridotta a 142^{mm}.

Il propionilbibromofenolo è un liquido denso, incoloro, ma che l'ebbi quasi sempre un po' colorato in giallognolo per una lieve decomposizione subìta durante la rettificazione.

Distillato a pressione ordinaria si decompone in massima

(1) Bantlin, *Bericht. d. deutsch. chem. Gesellsch.*, 8, 21

(2) Körner, *Ann. der Chem. u. Pharm.*, 137, 205.

parte; è quasi insolubile nell'acqua, solubilissimo nell'etere e nel cloroformio.

Un dosaggio di bromo, fatto su di una porzione un po' gialliccia, diede il seguente risultato:

Gr. 0,3359 di sostanza fornirono 0,4156 di bromuro d'argento, da cui:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_3Br_2O.C_3H_5O$
Br %	52,63	51,94

Questo propionilderivato venne trattato con la miscela nitrico-solforica, costituita da due p. di acido nitrico a 1,48 e da una di acido solforico concentrato.

Qualora si impieghi questa miscela, pressochè alla temperatura ordinaria, come nel caso del derivato propionilico del biclorofenolo, si forma essenzialmente un binitrobibromofenolo, più una sostanza gialla, minutamente cristallizzata, fondente con decomposizione sopra 200 , ma in quantità troppo esigua da poter essere studiata.

Se si compie la nitrazione raffreddando il miscuglio acido a circa $-9°$ oltre al binitrobibromofenolo si ha il propionilderivato di un mononitrobibromofenolo.

Grammi 12 di propionilbibromofenolo versati in 200 grammi della miscela sopraindicata, raffreddata a $-9°$ circa, si sciolsero dopo pochi minuti, senza sviluppo di vapori rossi, costituendo un liquido limpido rosso sangue, che, versato su ghiaccio pesto, lasciò separare per agitazione dei fiocchetti, che si riunirono poi in una massa molliccia rosso mattone. Si lavò ripetutamente con acqua e quindi si asciugò sull'acido solforico. Ripetute altre cinque operazioni consimili ottenni circa una trentina di grammi di prodotto grezzo, costituito in gran parte da resina. Trattatolo con etere si sciolse completamente: filtrata la soluzione eterea per separarla da impurezze, e lasciato evaporare completamente il solvente, trattai il residuo molle resinoso, molto colorato, con una soluzione diluita di carbonato sodico. Una parte si sciolse con leggiera effervescenza, fornendo un liquido alcalino intensamente colorato in rosso-cupo; una porzione rimase indisciolta come una poltiglia di color giallastro.

Il liquido alcalino rosso, trattato con acido cloridrico fino a lieve reazione acida, diede un precipitato molto impuro, che sciolsi

in alcool bollente e trattai con un po' di carbone animale. Separai per filtrazione la sostanza bruna resinosa, depositatasi per raffreddamento, ed il liquido alcoolico filtrato, alcalinizzato con un po' di idrato potassico fu evaporato fino a secco a b. m. Il residuo rosso cinabro venne sciolto in acqua calda e decomposto con acido cloridrico. Il precipitato giallo rossastro ottenuto, cristallizzato parecchie volte dall'alcool diluito diede un composto fondente costantemente a 146°-146°,5.

Il corpo così puro era in circa grammi 6. All'analisi fornì i segnenti risultati:

I. Gr. 0,3383 di sostanza diedero 0,2672 di CO_2 e 0,0464 di H_2O.

II Gr. 0,2803 di sostanza fornirono cc. 19,7 di azoto a 18° ed alla pressione di 742^{mm},8.

III. Gr. 0,1924 di sostanza diedero 0,2127 di *AgBr*.

Da cui su cento parti:

	Trovato			Calcolato per
	I	II	III	$C_6HBr_2(NO_2)_2.OH$
C	21,54	—	—	21,05
H	1, 5	—	—	0,58
N	-- 2	7,59	—	8,18
Br	—	—	47,03	46,78

I dati analitici corrispondono abbastanza a quelli richiesti da un *binitrobibromofenolo* $C_6HBr_2(NO_2)_2OH$

Il binitrobibromofenolo cristallizza dall'alcool diluito in aghetti fondenti a 146°-146,5. (corr.) con sviluppo di bollicine gasose; solubilissimo in alcool concentrato da cui precipita minutamente cristallizzato per aggiunta di acqua. Si scioglie in alcool a 45° con color rosso ranciato. Poco solubile in acqua fredda, alquanto di più nella calda con colorazione giallo-citrina. Solubilissimo in etere, da cui si deposita in cristalli romboedrici ben definiti. È volatile col vapor d'acqua. Riscaldato rapidamente deflagra. Decompone a freddo i carbonati.

Sale di potassio $C_6HBr_2(NO_2)_2OK + {}^1/_2 H_2O$

Fu preparato neutralizzando esattamente una soluzione di binitrobibromofenolo con soluzione diluita di potassa, concentrando e ricristallizzando il sale depositatosi.

Grammi 1,4749 di sale secco all'aria, riscaldato fino a

130°-140° perdette 0,0353 di acqua, corrispondente a 2,39 per cento.

Il sale di potassio, cristallizzato con $\frac{1}{2}$ molecola d'acqua, ne contiene 2.31 per cento.

Determinato il potassio allo stato di cloruro, nel sale così secco, si ebbe:

Grammi 1,0017 di sostanza formarono 0,2002 di KCl da cui:

	Trovato	Calcolato per $C_6HBr_2(NO_2)_2OK$
K %	10, 46	10,26

Questo sale di potassio cristallizza dall'acqua in begli aghi lunghi rosso cupo, aggruppati a ciuffo; non è solubilissimo nell'acqua. Perde l'acqua di cristallizzazione completamente a 100°; i cristalli disidratati conservano la forma primitiva.

Sale di Bario $(C\,H\,Br_2\,(NO_2)_2\,O)_2\,Ba + 3\,H_2\,O$

Si ottenne decomponendo il carbonato di bario con soluzione di binitrobibromofenolo.

Come osservai per il binitrobiclorofenato di bario, anche questo sale si può avere cristallizzato o in prismetti minuti, duri, fragili, rosso-cupo od in isquamette giallo-ranciate che al microscopio presentano forma dendritica, a seconda che si lascia depositare da sè lentamente, oppure si affretta la separazione dei cristalli raffreddando rapidamente ed agitando una soluzione satura e calda.

In questo caso la diversità delle due modificazioni non è così accentuata come per il binitrobiclorofenato di bario; entrambe le forme contengono egual quantità d'acqua di cristallizzazione.

Del sale di bario cristallizzato in prismetti rosso-cupo:

I. Grammi 3,8907, riscaldati a 140°-150°, perdettero 0,2553 di acqua.

II. Grammi 2,5729, riscaldati a 140°-150°, perdettero 0,1616 di acqua.

Del sale di bario cristallizzato in isquamette giallo-dorate:

III. Grammi 1,9787 a 140° perdettero 0,1243 di acqua.

IV. Grammi 2,2580 a 130° perdettero 0,1405 di acqua.

Da cui la quantità di acqua perduta su cento parti.

	Trovato			
	I	II	III	IV
H_2O	6,51	6,28	6,28	6,22

Il binitrobibromofenato di bario, cristallizzato con 3 mol. di acqua, ne contiene in cento parti 6,18.

Dosato il bario sul sale secco ottenni:

Gr. 0,5065 di sostanza diedero 0,1476 $BaSO_4$, da cui;

	Trovato	Calcolato per $(C_6HBr_2(NO_2)_2O)_2Ba$
Ba %	17,05	16,72

Entrambe le forme sotto cui si presenta questo sale, perdono l'acqua completamente a 110°-120°, e la riassorbono esattamente stando esposte all'aria umida; la modificazione in isquamette più presto dell'altra.

Finora non furono ancora preparati dei binitrobibromofenoli. Questo, ora descritto, è il primo *binitrobibromofenolo* che sia stato ottenuto. Per ora riguardo alla sua costituzione non posso dir altro che contiene i due atomi di bromo nella posizione 2 e 4 rispetto all'ossidrile, avendo sottoposto a nitrazione il bibromofenolo ordinario (orto, para).

III

Nitrobibromofenolo.

Propionilnitrobibromofenolo $C_6H_2Br_2(NO_2)O.C_3H_5O$

La sostanza molle giallastra, insolubile in carbonato sodico, ottenuta assieme al binitrobibromofenolo, lavata bene con acqua, in cui è insolubile e cristallizzata quindi parecchie volte dall'alcool a 80°, decolorando con un po' di carbone animale, mi fornì circa gr. 5 di un composto ben cristallizzato, fondente *costantemente* a 54°-55°.

All'analisi si rivelò per il propionilderivato di un nitrobibromofenolo:

I. Grammi 0.2918 di sostanza diedero 0,3297 di CO_2 e 0,0697 di H_2O.

II. Grammi 0,3473 di sostanza fornirono cc. 12,1 di azoto a 17° ed a 743^{mm},2.

III. Grammi 0,3316 di sostanza diedero 0,3544 di $AgBr$.

Da cui per cento:

	Trovato			Calcolato per $C_6H_2Br_2NO_2O.C_3H_5O$
	I	II	III	
C	30,81	—	—	30,59
H	2,65	—	—	1,98
N	—	3,97	—	3,96
Br	—	—	45,47	45,32

Questo propionilnitrobibromofenolo cristallizza dall'alcool diluito in bei cristallini monoclini ben definiti, che fondono a 54°-54°,5 in un liquido trasparente paglierino; conservando questo punto di fusione nettamente anche cristallizzato alcune volte, resta quindi escluso che sia una miscela di composti isomeri.

Saponificai un po' di questo derivato propionilico in soluzione alcoolica, con idrato potassico; precipitato con acido cloridrico il fenolo dalla soluzione dell'ottenuto sale di potassio e trasformato il fenolo ben lavato in sale di bario, facendolo bollire con carbonato baritico, ebbi un sale rosso-minio polverulento, in minuti cristallini. Non contiene acqua di cristallizzazione.

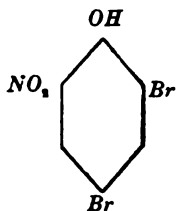
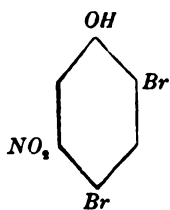
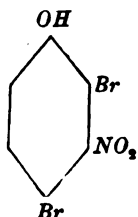
Il dosaggio del bario fatto sul sale riscaldato per più ore a 130°-140° senza che variasse di peso, fornì il seguente risultato:

gr. 1,0589 di sale diedero 0,3364 di $BaSO_4$, da cui:

	Trovato	Calcolato per $(C_6H_2NO_2Br_2O)_2Ba$
Ba %	18,67	18,79

Il *nitrobibromofenolo*, corrispondente al propionilderivato sopradescritto ed a questo sale di bario, è di color giallo chiaro

e fonde verso 90°-91°. La piccola quantità che ne ottenni non mi permise di farne uno studio maggiore.

Tuttavia, sia per la differenza dei punti di fusione e dei rispettivi sali di bario, sia perchè questo non sublima, ho potuto stabilire con certezza che non è il nitrobibromofenolo ordinario, il quale si ottiene per azione diretta dell'acido nitrico fumante sul metabibromofenolo (1) che fonde a 117°,5, è facilmente sublimabile e la cui formola di costituzione è rappresentata dallo schema:

Perciò al nitrobibromofenolo che si forma assieme al binitrobibromofenolo per nitrazione del propionilmetabibromofenolo con miscela nitrico solforica deve corrispondere una delle due formole di costituzione seguenti:

Torino, R. Università, dicembre 1889.
Laboratorio del Prof. Guareschi.

(1) Körner, *Ann. der Chem. u Pharm.*, 137, 205

Un nuovo campo di ricerche geometriche;

Saggio di CORRADO SEGRE

NOTA I.

L'estensione data all'Analisi coll'introdurvi oltre ai numeri reali quelli imaginari è, come ben si sa, immensa: basta riflettere alla vastità della teoria delle funzioni di una variabile complessa ed al campo che appena s'è cominciato ad esplorare delle funzioni di più variabili complesse. All'introduzione di quei numeri nell'Analisi seguì naturalmente per analogia l'introduzione in Geometria degli elementi (punti, rette, piani) imaginari (*), e così questa scienza si estese, acquistando gli enti che vi si consideravano, curve, superficie, ecc., nuovi elementi ed aggiungendosi inoltre nuovi enti, curve, superficie, ecc., imaginari.

Ma vi è una classe assai più vasta di enti, la cui introduzione in Analisi ed in Geometria scaturisce naturalmente da quella degl' imaginari e che pur non fu ancora quasi affatto considerata. Per limitarmi alla Geometria (poichè l'una scienza si rispecchia e si confonde perfettamente nell'altra), i punti dello spazio, che prima, allorchè le considerazioni si restringevano agli elementi reali, erano ∞^3, ora, considerando tutti i punti *complessi* (cioè reali od imaginari), sono ∞^6 (**). Possono dunque

(*) Alludo tanto alla loro introduzione come gruppi di numeri complessi quanto, e più ancora, a quella che STAUDT ne fece come veri enti geometrici nei *Beiträge zur Geometrie der Lage.*

(**) In tutto questo lavoro una ∞^d è quella che si può mettere in corrispondenza generalmente continua e d'indici finiti coi gruppi dei valori *reali* di d parametri. — Avverto pure che d'or innanzi parlando di punti, od altri elementi, come pure di proiettività, ecc., s'intenderà sempre (ove non si dica espressamente che sono *reali*) che siano *complessi*, cioè reali od immaginari; similmente nelle rappresentazioni analitiche i sistemi di riferimento s'intenderanno complessi.

Nelle cose che ora ed in seguito vediamo nel testo si considera quasi sempre il punto come elemento: ciò per brevità; ma si vede subito come si possano trattare similmente gli enti composti d'infinite rette o piani, ecc.

diventare oggetto di studio gli enti costituiti da ∞^1, ∞^2, ∞^3, ∞^4, ∞^5 punti complessi dello spazio.

Un esempio molto particolare di un ente ∞^1 si ha in quella che STAUDT (*Beiträge*, n. 206) chiamò *catena* (*Kette*) di punti di una retta, e che nella rappresentazione da lui usata dei punti di questa (mutata prima in una retta imaginaria di 2ª specie, se già non era) mediante il sistema lineare delle rette che li contengono ha per imagine una *schiera rigata* (*Regelschaar*); mentre nelle note rappresentazioni dei punti complessi della retta sui punti reali di un piano o di una sfera ha per imagine un cerchio (*B.*ª, 245, 410) (*). Esempi di enti ∞^1 e ∞^2 dànno i punti reali delle ordinarie curve e superficie reali. Finalmente sono esempi di ∞^2 e ∞^4 le curve e le superficie con tutti i loro punti complessi; intendo per *curve* e *supeficie* quelle varietà i cui punti hanno le coordinate *funzioni* (nel senso di RIEMANN) di uno o di due parametri complessi, al qual fatto analitico (ove si aggiungano convenienti condizioni di continuità) corrisponde geometricamente l'esistenza in ciascun punto di una sola tangente per le curve, di un fascio di tangenti per le superficie. Ma non ogni ∞^2 od ∞^4 di punti è una curva od una superficie, nè gode in conseguenza di queste proprietà geometriche (**). Ed in generale gli enti costituiti da infiniti punti complessi non hanno un legame analitico, funzionale. Pur non di meno essi sembrano ben degni di studio, e possono formare oggetto di ricerche che in parte sono analoghe a quelle relative alle curve, superficie, ecc., ma che sempre avranno un carattere di maggior generalità.

(*) A proposito di queste rappresentazioni è bene osservare che il sistema lineare di rette reali usato nella rappresentazione di STAUDT, considerato dal punto di vista della geometria della retta, cioè nella varietà quadratica che ha per *punti* le rette dello spazio ordinario, costituisce una *quadrica ellittica*, le cui *sezioni piane* sono appunto le schiere rigate del sistema. Adottando dunque per brevità in luogo di queste ultime locuzioni quelle di *sfera* e di *cerchi*, si avrà l'identità fra la detta rappresentazione di STAUDT e quella sulla sfera (da cui con proiezione stereografica si passa alla rappresentazione sul piano).

(**) Vedremo a suo tempo che le tangenti in un punto ad una ∞^2, ∞^3 od ∞^4 di punti formano in generale delle varietà ∞^1, ∞^2, od ∞^3 (catene semplici o doppie di rette, o catene semplici di piani) che rientrano in quelle studiate nel 2º Cap. di questo scritto.

In siffatte ricerche si possono seguire due indirizzi, appunto come in quelle della geometria ordinaria. L'uno di essi riguarderebbe quelle proprietà che son comuni a tutti gli enti di data dimensione e corrisponderebbe a quello che informa la teoria generale delle curve e superficie sì algebriche che trascendenti, specialmente la geometria infinitesimale. Seguendo quest'indirizzo si esaminerebbero i caratteri di quegli enti rispetto alle rette tangenti, ai contatti mutui, ed in particolare con curve e superficie, alle curvature, ecc. Molto utile per tali questioni (come pure per quelle di cui diremo poi) riescirebbe la rappresentazione degli enti in discorso su altri enti composti di punti tutti reali. Per avere una tal rappresentazione basta evidentemente estendere il procedimento con cui si rappresenta una variabile complessa sul piano reale, cioè rappresentare il punto complesso dello spazio mediante quel punto reale di uno spazio a 6 dimensioni che ha per coordinate le parti reali ed i coefficienti di $i\,(=\sqrt{-1})$ nelle tre coordinate non omogenee di quel punto complesso. Ma di questa rappresentazione, che facilmente si può tradurre geometricamente, non che di altre che vi si collegano e che per certi riguardi sono preferibili ad essa, tratterà un altro lavoro.

L'altro indirizzo d'investigazioni corrisponderebbe per analogia a quello della geometria projettiva delle forme algebriche e potrebbe trovare importanti applicazioni anche in questa: il saggio attuale rientra più specialmente in esso. Come analoghi alle curve, superficie, ecc. algebriche si posson considerare quegli enti (che per brevità chiamerò *iperalgebrici*) i quali nelle rappresentazioni accennate hanno per imagini delle varietà reali algebriche, vale a dire quegli enti che son definiti da una o più equazioni algebriche fra le parti reali ed i coefficienti di i nelle coordinate del punto generatore. Ogni relazione di tal forma si può subito ridurre ad un'equazione algebrica fra le coordinate del punto ed i numeri complessi-conjugati, la quale anzi coll'introduzione di coordinate omogenee x_i si può rendere omogenea rispetto alla x_i ed omogenea rispetto alle loro coniugate $\bar{x}_i$ (*).

(*) La locuzione « *coniugato* » sarà sempre usata in questo lavoro in un solo significato: quello consueto relativo agli enti *complessi*. Se a indica un numero complesso qualunque, $\bar{a}$ indicherà il suo coniugato.

Viceversa abbiasi un'equazione di questa natura fra le x e le $\bar{x}$:

$$(1)\ \ldots \qquad f(x, \bar{x}) = 0 ,$$

e sia n il suo grado rispetto alle x ed n' il suo grado rispetto alle $\bar{x}$. È chiaro che una trasformazione collineare qualunque non muterà nè n, nè n', sicchè questi due numeri saranno due invarianti (assoluti) corrispondenti in questa nuova teoria al noto invariante delle superficie algebriche: l'ordine. Si osservi però subito che fra i due *ordini* n, n' non vi è per l'ente geometrico iperalgebrico da fare distinzione alcuna, perocchè, indicando con $\bar{f}$ quella funzione che si ottiene dalla f sostituendo a ciascun coefficiente il numero coniugato, l'equazione (1) equivale alla seguente, sua *coniugata:*

$$(2)\ \ldots \qquad \bar{f}(\bar{x}, x) = 0 \ (*).$$

In generale un'equazione (1) [o (2)] si scinde in due equazioni a coefficienti reali fra variabili reali, ed in conseguenza stacca dalla ∞^6 dei punti dello spazio un ente che è al più ∞^4. Però se le equazioni (1) e (2) non ne formano che una sola (reale), il che accade quando la forma (1) (moltiplicata all'occorrenza per un fattor numerico) ha tutti i termini coniugati fra loro a due a due (sicchè n, n' sono eguali), — laonde essa non ammette che valori reali, qualunque siano i valori delle variabili, e si dirà quindi una forma iperalgebrica *reale*, — il luogo dei punti soddisfacenti alla (1) *potrà essere* un ente ∞^5 (**). Come

(*) Ne segue che in un certo senso lo studio analitico di *una* forma od equazione iperalgebrica (1) non coincide più completamente (come accade per le forme algebriche) con lo studio dell'ente geometrico che essa rappresenta: poichè questo può essere nello stesso modo rappresentato da forme od equazioni diverse da quella.

(**) Diciamo « potrà essere un ente ∞^5 », ma potrebbe anche essere di minor dimensione: a quello stesso modo che un'equazione reale in coordinate di punti può esser soddisfatta da ∞^2 punti reali costituenti una superficie reale, od anche solo da ∞^1 punti reali (di una curva), ecc. In particolare può la forma $f(x, \bar{x})$ (*definita*) non annullarsi senza l'annullarsi di tutte le variabili (tale sarebbe, ad esempio, la forma $\Sigma_l a_l x_l \bar{x}_l$ quando tutte le costanti a_l fossero reali e con lo stesso segno). — Se l'equazione (1) rappresenta effettivamente una ∞^5 questa può servire a dividere gli ∞^6 punti

intersezioni (complete o parziali) di questi si otterranno tutti gli altri enti iperalgebrici (*).

Ora per fare una geometria projettiva di tali enti che si

---

dello spazio in due regioni, mediante il segno che essi fanno assumere alla forma reale $f(x, \bar{x})$.

Si può dare una semplice interpretazione geometrica dell'equazione (1) considerando la *corrispondenza algebrica* fra punti x, x' (*connesso*) definita da

$$f(x, x') = 0 .$$

Supponendo per brevità che il sistema di riferimento sia reale, è chiaro che la (1) è soddisfatta da quei punti che ammettono per corrispondenti in questa corrispondenza i loro coniugati. La condizione poi perchè la (1) e la (2) coincidano diventa questa: che la corrispondenza algebrica considerata abbia per *inversa* la corrispondenza coniugata; ossia che la *corrispondenza iperalgebrica* (*connesso*)

$$f(x, \bar{x}') = 0$$

sia involutoria.

(*) È facile formare delle definizioni geometriche degli enti di cui parliamo: ne diamo qui alcuni esempi.

Si consideri una funzione razionale qualunque delle distanze di un punto x da altri punti dati, da rette e piani dati, e s'indichi con $\varphi(x)$ la sua espressione rispetto alle coordinate di x. Allora il luogo di un punto per cui quella funzione assume un valore di modulo dato ρ, o di data parte reale a, o di dato coefficiente b di i ecc., è rappresentato dall'equazione reale

$$\varphi(x) . \bar{\varphi}(\bar{x}) = \rho^2 ,$$

o

$$\varphi(x) + \bar{\varphi}(\bar{x}) = 2a ,$$

oppure

$$\varphi(x) - \bar{\varphi}(\bar{x}) = 2bi .$$

ecc.

Le stesse equazioni nel piano, ove $\varphi(x)$ rappresenti il birapporto delle tangenti condotte da x ad una data curva di 4ª classe, oppure (in particolare) una funzione dell'angolo delle tangenti condotte da x ad una data conica, ecc., rappresentano il luogo di un punto per cui quel birapporto o quella funzione hanno un dato modulo, od una data parte reale o parte imaginaria, ecc. — Il luogo di tutti i punti posti sulle infinite tangenti reali di un inviluppo piano reale di classe n, $a_\xi^n = 0$, è un ente ∞^3 rappresentato simbolicamente dall'equazione reale

$$(a\, x\, \bar{x})^n = 0 ;$$

e similmente nello spazio il luogo di tutti i punti posti sulle rette reali di un complesso reale di grado n, $(a\, b\, x\, y)^n = 0$, è rappresentato dall'equazione reale

$$(a\, b\, x\, \bar{x})^n = 0 .$$

Ecc., ecc.

svolga a somiglianza di quella degli enti algebrici (*) è naturale di cominciare dallo studio degli enti dei primi ordini, per

---

(*) È possibile un tale sviluppo, cioè una *teoria invariantiva* (*proiettiva*) *degli enti iperalgebrici;* ed in essa si possono usare strumenti analoghi a quelli adoperati nell'ordinaria teoria invariantiva degli enti algebrici, per esempio una *notazione simbolica delle forme* da cui facilmente si riconoscano i caratteri invariantivi. Ne faccio qui un cenno in generale riserbando ad altre note a piè di pagina alcuni esempi particolari che ci si presenteranno naturalmente nel seguito di questo Saggio.

Una forma iperalgebrica qualunque di grado n nelle x e di grado n' nelle $\bar{x}$ si può rappresentare col simbolo

$$a_x^n \bar{a}_{\bar{x}}^{n'} \left[= \left(\Sigma a_l x_l \right)^n \left(\Sigma \bar{a}_l \bar{x}_l \right)^{n'} \right],$$

convenendo che negli sviluppi si dia significato di coefficienti effettivi non ai singoli simboli a_l od $\bar{a}_l$, ma solo ai prodotti di n fra le a ed n' fra le $\bar{a}$ — Ciò posto, considerando un numero qualunque di tali forme (distinte, o comunque coincidenti fra loro)

$$a_x^n \bar{a}_{\bar{x}}^{n'}, \qquad b_x^m \bar{b}_{\bar{x}}^{m'}, \qquad c_x^s \bar{c}_{\bar{x}}^{p'},$$

si vede subito che sarà un loro *invariante* o *covariante* (nel senso che ora fisseremo) ogni forma rappresentata da un prodotto di simboli a_x, $b_x \ldots$; $\bar{a}_{\bar{x}}$, $\bar{b}_{\bar{x}}$, ..., (ed anche $a_y \bar{a}_y$, ...) non che di determinanti $(ab), \ldots, (\bar{a}b), \ldots$, se si è nel campo binario, oppure $(abc), \ldots, (\bar{a}\bar{b}c), \ldots$, se si è nel campo ternario, ecc.; purchè nel prodotto così composto le a compaiano precisamente al grado n, le $\bar{a}$ al grado n', ecc. Una trasformazione lineare (per le x, accompagnata dalla trasformazione coniugata per le $\bar{x}$) delle forme date avrà per effetto di moltiplicare quella loro *forma invariantiva* per una potenza del determinante della trasformazione e per una potenza del suo coniugato indicate risp. dal numero di determinanti delle a, b,... e da quello di determinanti delle $\bar{a}$, $\bar{b}$,... che compaiono in quel prodotto simbolico. —(Analogamente si ottengono altre specie di forme invariantive; e poche modificazioni alle cose dette bastano per applicarle al caso in cui fra le forme fondamentali vi siano delle corrispondenze o connessi iperalgebrici).

Nel caso di una forma reale

$$f(x, \bar{x}) = a_x^n \bar{a}_{\bar{x}}^n$$

alle convenzioni generali bisogna aggiungere che ogni prodotto di n fra le a ed n fra le $\bar{a}$ prende il valore coniugato se, senza far mutamenti d'indici, le a si cambiano in $\bar{a}$ e viceversa. Nel sistema invariantivo di una tal forma si presentano subito come degne di considerazione le *polari* successive

$$a_x^{n-r} \bar{a}_{\bar{x}}^{n-r'} a_y^r \bar{a}_{\bar{y}}^{r'},$$

fra cui quelle che corrispondono a valori uguali di r, r' sono reali. Sono pure notevoli quelle polari del punto x per cui r od r' è nullo: esse rappre-

valersi di essi sia nelle definizioni e nelle ricerche relative a quelli di ordini superiori, sia nella generazione geometrica di questi. Ma allora, ricordando l'ufficio che le corrispondenze projettive hanno nella definizione geometrica delle curve e superficie di 2° ordine e d'ordine superiore, non che nella costruzione delle curve e superficie mediante sistemi di altre d'ordine inferiore, sorge la domanda se non vi siano delle corrispondenze che per i nuovi enti possano avere un ufficio analogo. A tale domanda si può rispondere affermativamente.

Sono ben noti quei caratteri geometrici delle corrispondenze projettive che, prima dal MÖBIUS (e dallo CHASLES), poi più completamente dallo STAUDT furon messi in rilievo. Per le collineazioni, ad esempio, fra due piani, o nello spazio essi consistono nella univocità della corrispondenza fra i punti e nel mutare punti di una retta in punti di una retta. Per le projettività tra forme di 1ª specie consistono (in conseguenza), oltre che nell'univocità, nel mutare i gruppi armonici in gruppi armonici. Finchè le considerazioni si limitano agli elementi reali di forme reali, questi caratteri bastano a definire le projettività e conducono alle trasformazioni lineari delle coordinate come rappresentazione analitica di queste. Ma se si tolgono quelle limitazioni, se si considerano insieme coi reali anche gli elementi imaginari, occorre aggiungere a quei caratteri un'altra proprietà per poter

---

sentano, col punto variabile y, degli enti algebrici ordinari. In particolare se il punto x (nel piano o nello spazio) sta sulla forma f, la retta od il piano polare

$$a_x^{n-1} \bar{a}_{\bar{x}}^{n} a_y = 0 ,$$

ossia

$$\sum \frac{\partial f}{\partial x_i} y_i = 0$$

si riducono a *retta* o *piano tangente* in x ad f: intendo generalmente per *retta tangente* in x ad una ∞^3 di punti del piano rappresentata dalla forma f la retta (unica se x è *semplice* per f) che la sega secondo una ∞^1 di punti avente in x un *punto doppio;* per *piano tangente* nel punto (*semplice*) x ad una ∞^5 di punti dello spazio rappresentata da f il piano che è luogo delle tangenti in x alle sezioni piane di quell'ente passanti per x, cioè il piano la cui intersezione ha in x un *punto doppio*. — L'ultima equazione mostra poi che i punti di contatto di f colle rette o coi piani tangenti condotti da un punto qualunque y sono quelli comuni ad f ed alla polare di x di ordini n, n-1. Ecc.

definire le corrispondenze projettive in modo che esse non mutino completamente natura, sicchè, ad esempio, si rappresentino ancora analiticamente con trasformazioni lineari, e si determinino ancora perfettamente con lo stesso numero di coppie di elementi omologhi. Fu l'acuto ingegno di STAUDT che primo si accorse di ciò e che (*B.*ᵉ, 215, 226) aggiunse (per le forme di specie superiore, e sostituì per quelle di 1ª specie) alle definizioni delle projettività la condizione che due *tetradi* (*Würfe*) omologhe siano *della stessa specie rispetto al verso.* — Che cosa egli intenda con ciò si vede subito, oltre che con una qualunque delle rappresentazioni reali già ricordate degli elementi complessi di una forma di 1ª specie, ricorrendo al *valore della tetrade* (*B.*ᵉ, 399) o *birapporto* dei quattro elementi (*): il coefficiente di i in esso determina col suo segno o col suo annullarsi la specie della tetrade (*neutra* se quel cofficiente è nullo). — STAUDT osservò (*B.*ᵉ, 225, 226) che se ad ogni elemento di una forma si considera come corrispondente quello coniugato della forma coniugata, la corrispondenza che così si ha presenta tutti i caratteri sopra ricordati delle corrispondenze projettive, cioè di mutare i gruppi armonici e le forme fondamentali (di specie inferiore) in forme fondamentali, e pur non è una projettività.

Ma questo fatto si presenta anche in altre corrispondenze. *Nel presente saggio vengono determinate e studiate tutte le corrispondenze che, senz' essere projettive, hanno comuni con quelle projettive i caratteri citati.* Mentre le projettività non alterano i birapporti, queste nuove corrispondenze li mutano nei coniugati, cioè mutano di specie, riguardo al verso, le tetradi non neutre. Per questa e per altre ragioni che vi si collegano e che risulteranno meglio in seguito, ho chiamate le nuove corrispondenze *antiprojettività* (*anticollineazioni* od *antireciprocità*). Esse hanno fra loro e rispetto alle projettività relazioni analoghe a quelle che nello spazio hanno le *simmetrie* fra loro e rispetto alle *uguaglianze*. Così l'applicazione successivo (*prodotto*) di due antiprojettività dà una corrispondenza projettiva, mentre un'antiprojettività ed una projettività producono di nuovo un'an-

(*) Questo numero (che proporrei di chiamare « *birapporto* » anzi che « *doppio rapporto* » o « *rapporto anarmonico* ») si può, grazie a STAUDT, KLEIN e DE PAOLIS, determinare senza valersi di misurazioni di lunghezze o d'angoli.

tiprojettività. Le corrispondenze antiprojettive s'individuano mediante coppie di elementi omologhi allo stesso modo che le projettive ed in modo analogo si costruiscono.

Lo studio delle antiprojettività si può far procedere in modo analogo a quello che per le corrispondenze projettive si usa nell'ordinaria geometria di posizione. Vi s'incontrano molte analogie con questa, ma anche molte differenze sostanziali (*). Noi ci fermeremo specialmente sulle antiprojettività *involutorie*, perchè esse coi loro elementi uniti (quando ne hanno) dànno quelli fra gli enti composti d'infiniti elementi complessi che sono i primi da studiarsi nella trattazione generale sopra accennata. Così nelle forme di 1ª specie esse dànno (da un nuovo punto di vista) le *catene* già menzionate di STAUDT. Le anticollineazioni involutorie del piano o dello spazio dànno certe ∞^2 ed ∞^3 di punti che per analogia ho chiamato *catene di* 2ª o *di* 3ª *specie*. Invece le antireciprocità involutorie del piano e dello spazio dànno coi loro punti uniti (sempre, s'intende, ove ne abbiano) delle ∞^3 ed ∞^5, che, per varie analogie con le coniche e le quadriche e per l'essere di una dimensione maggiore, si diranno *iperconiche* ed *iperquadriche;* queste ultime possono essere o non *rigate*, precisamente come le quadriche. Ma, per citare qualche esempio in cui l'analogia cessa di valere, mentre una conica è anche il luogo dei punti uniti di reciprocità non polari e si genera anche con fasci di rette projettivi (reciprocità piane degeneri), il luogo dei punti uniti di un'antireciprocità piana non involutoria ed in particolare il luogo dei punti d'incontro dei raggi omologhi di due fasci antiprojettivi non è un'iperconica, ma bensì un ente ∞^2 comune ad un fascio d'iperconiche; e cose simili accadono nello spazio. — Quanto alle rappresentazioni analitiche, rilevo per ora soltanto il fatto che le catene di punti di una retta, le iperconiche nel piano e le iperquadriche nello spazio si rappresentano con equazioni della forma (1) *reali* (nel senso sopra fissato) e *bilineari* nelle rispettive coordinate e nelle coniugate, cioè con equazioni del tipo

$$(3)\ldots \qquad \Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{x}_m = 0\ ,$$

ove

$$(4)\ldots \qquad a_{ml} = \bar{a}_{lm}\ .$$

(*) Dove l'analogia potrà aiutare, l'esposizione sarà fatta più concisamente.

Le varie specie di catene, le iperconiche, le iperquadriche, i sistemi che con esse si possono formare, generano fra loro e con le forme dell'ordinaria geometria, sia mediante riferimento projettivo, sia mediante antiprojettività, una serie sterminata di nuovi enti iperalgebrici. Ma il presente lavoro deve limitarsi a porre le basi delle ricerche su tali enti (*).

Altre limitazioni ancora ho creduto conveniente d'impormi. Tutto ciò che qui si troverà esposto si potrebbe estendere mediante *semplici e facili generalizzazioni* agli spazi di qualunque dimensione. Ma per facilitare la lettura a chi non avesse famigliarità coi ragionamenti relativi agli spazi superiori, m'è parso utile di restringermi (tranne che in poche note) allo spazio ordinario. Per la stessa ragione non mi son valso delle rappresentazioni degli enti complessi su enti reali di spazi superiori, delle quali già feci cenno, e che in certe questioni sarebbero riuscite utili per illuminare o per facilitare la trattazione. Però, come già dissi, esse saranno studiate in un altro lavoro, nel quale serviranno anche ad introdurre un concetto nuovo che trae origine dai risultati di questo Saggio. Il lettore vedrà cioè che qui s'incontrano quelle stesse distinzioni di più casi nel numero di soluzioni di ogni problema che già si avevano nell'Analisi e nella Geometria prima dell'introduzione dei numeri e degli elementi complessi. Orbene ad ottenere nel nuovo campo quella stessa generalità e semplicità d'enunciati che quelli procurarono al campo ordinario torna opportuna l'introduzione di una nuova specie di numeri e di elementi geometrici, la quale si definisce mediante gli ordinari numeri ed elementi complessi come questi si definiscono mediante i numeri ed elementi reali (**). Ma di

(*) Nel fascicolo di Dicembre del *Bulletin des sciences mathém.*, si trova una recensione di un lavoro danese del sig. Juel, intitolato: *Bidrag til den imaginäre Linies og den imaginäre Plans Geometri*, dalla quale appare che ivi (in vista specialmente delle applicazioni alla rappresentazione reale della retta e del piano complessi) quell'A. ha già considerato sotto il nome di *simmetrali*, le corrispondenze fra punteggiate e fra piani che io chiamo risp. antiprojettività ed anticollineazioni; come pure le catene piane. Lo scopo di quello scritto sembra però affatto diverso dal mio; nè da quella recensione (su cui soltanto posso ora basarmi) appare che fra le due pubblicazioni vi sia molta affinità. (*Gennaio* 1890).

(**) Se fra le parti reali ed i coefficienti di i in un numero qualunque di variabili complesse si ha un sistema determinato di equazioni algebriche,

tale introduzione (che poi si può prolungare indefinitamente) basti qui questo cenno.

Ho già detto fin dal principio che gli studi da farsi nel campo descritto possono avere un' importanza tanto geometrica quanto analitica. Terminerò questa introduzione osservando come già in certe ricerche analitiche recenti si abbia un esempio particolare di applicazione di cose che qui si tratteranno geometricamente. Negli studi (specialmente in quelli particolari) sulle funzioni di una variabile complessa le catene semplici descritte da questa, cioè i circoli che le rappresentano nel piano o nella sfera su cui la variabile vien distesa, sono usati frequentemente: in particolare essi furono adoperati nelle ricerche sulle funzioni che non mutano per un gruppo di trasformazioni lineari della variabile, e specialmente in quelle sì generali e feconde del sig. POINCARÉ sulle *funzioni Fuchsiane e Kleiniane*. La ragione della loro utilità in quest'argomento consiste principalmente, se ben si osserva, in questi due fatti: che una catena semplice divide la forma di 1ª specie, vale a dire tutto il campo dei valori complessi della variabile, in due parti, nello stesso modo che il cerchio rappresentativo divide in due regioni il piano o la sfera; e che le trasformazioni lineari della variabile mutano le catene in catene, cioè i cerchi imagini in cerchi. Ne deriva che i più semplici fra gli enti che per due o più variabili (non omogenee) corrispondono a quel che per una variabile sono le catene semplici, per modo da soddisfare pure a due condizioni analoghe alle precedenti, vale a dire le iperconiche, le iperquadriche, ecc., dovranno prestare utili servigi nelle ricerche sulle funzioni di due o più variabili complesse, e specialmente su quelle che ammettono dei gruppi di trasformazioni lineari per le variabili. Ed effettivamente nelle ricerche sulle funzioni di due variabili complesse fatte in questi ultimi anni dai sig.i PICARD e POINCARÉ (*) e specialmente

---

il numero delle soluzioni di questo sistema non dipenderà più soltanto dai gradi delle varie equazioni, ma potrà anzi variare col mutar dei coefficienti: e ciò in causa della *realtà* imposta alle attuali incognite. Si farà sparire quell'inconveniente ammettendo che queste possano essere complesse e della forma $a+bj$ (con a, b reali), indicando con j una radice quadrata di -1 diversa da $\pm i$. Allora le variabili complesse assumeranno valori *bicomplessi* della forma $a+bj+ci+dij$. All'introduzione analitica così fatta (che del resto non è punto nuova) di tali *numeri bicomplessi* si può contrapporre in Geometria una definizione *puramente sintetica* di *elementi bicomplessi*.

(*) V. particolarmente: *Acta mathematica*, t.i I, II, V, IX.

in quelle del primo sulle funzioni ch'egli chiamò *iperfuchsiane*, si trovano usate le iperconiche, definite in modo diverso dal nostro, cioè o analiticamente mediante le equazioni (3) e (4), oppure mediante le varietà che le rappresentano nello spazio reale a 4 dimensioni. Il sig. PICARD si trova così condotto necessariamente a qualche ricerca sulla riduzione della (3) a forma canonica, i cui risultati nella trattazione geometrica appariranno evidenti (*).

Torino, autunno 1889.

Proprietà generali delle corrispondenze antiprojettive.

1. Le corrispondenze tra forme semplici di cui noi dobbiamo anzitutto occuparci hanno comune, come già dicemmo, con le corrispondenze projettive la proprietà di *trasformare i gruppi armonici in gruppi armonici*. Se il campo geometrico si limita agli elementi reali, questa proprietà caratterizza completamente le projettività, ed il sig. DARBOUX potè dimostrare pel primo in modo interamente rigoroso (**) il teorema (fondamentale per la Geometria projettiva) di STAUDT, secondo cui una corrispondenza che goda di quella proprietà è pienamente individuata da tre coppie di elementi omologhi. Ma se, invece di restringerci al campo reale, consideriamo tutti gli elementi, tutte le forme, sì reali che immaginarie, questa proposizione cade e si ha invece che da tre coppie di elementi omologhi sono determinate *due* corrispondenze dotate di quella proprietà (con una certa limitazione (***)). Per dimostrare ciò basta riprendere il ragionamento analitico del sig. DARBOUX e farvi poche aggiunte.

Si rappresenti analiticamente ogni elemento dell'una forma assumendo come sua coordinata il birapporto che esso determina

---

(*) Aggiungerò che le forme del tipo (3) con le condizioni (4) e coi coefficienti (complessi) *interi* si sono pure già introdotte nella teoria dei numeri grazie ai sig.[i] HERMITE, PICARD ed altri.

(**) *Sur le théorème fondamental de la géométrie projective*. Mathematische Annalen XVII, p. 55.

(***) V. le note seguenti.

coi tre elementi dati nella forma stessa ed analogamente si rappresentino gli elementi dell'altra forma. Chiamando x la coordinata di un elemento qualunque della 1ª forma, quella dell'elemento corrispondente si potrà indicare con $\varphi(x)$, dove φ è una funzione (nel significato più generale di questa parola) avente un valore ben determinato per ogni valore della variabile complessa x. Per determinare questa funzione, e con ciò la corrispondenza tra le due forme, abbiamo negli elementi fondamentali dei due sistemi di coordinate tre coppie di elementi omologhi, le quali dànno:

$$(1)\ldots \qquad \varphi(0)=0, \quad \varphi(1)=1, \quad \varphi(\infty)=\infty;$$

ed inoltre la proprietà che a gruppi armonici corrispondono gruppi armonici, la quale conduce immediatamente, come osserva il sig. DARBOUX, alle due equazioni funzionali

$$(2)\ldots \qquad \varphi(x+y)=\varphi(x)+\varphi(y),$$

$$(3)\ldots \qquad \varphi(x^2)=[\varphi(x)]^2.$$

Da queste e dalle (1) si trae subito, come nota ancora il chiar.° geometra francese, che *per valori reali e razionali di* x si ha:

$$(4)\ldots \qquad \varphi(x)=x.$$

In conseguenza se ammettiamo *la continuità della corrispondenza* e quindi della funzione φ, almeno pei valori reali della variabile (*), la (4), varrà, al limite, per tutti i valori reali di x. Ma la (3) ci dà inoltre per $x=bi$:

$$[\varphi(bi)]^2=\varphi(-b^2)$$

(*) In forza della (2) basterebbe ammettere la continuità di $\varphi(x)$ per un tratto reale e finito dato ad arbitrio per x, oppure anche soltanto la *realtà* di $\varphi(x)$ per un tal tratto. Probabilmente però anche questa condizione è superflua e la continuità della corrispondenza considerata e quindi di $\varphi(x)$ per tutti i valori complessi di x risulta già senz'altro come conseguenza della proprietà di mutare i gruppi armonici in gruppi armonici. Ma questo fatto, che per corrispondenze e funzioni φ *reali* fu dimostrato facilmente dal sig. DARBOUX in base alle relazioni (1), (2), (3), non mi riuscì nel caso attuale di provarlo in modo completo.

ossia, applicando nell'ipotesi che b sia reale la (4) ed estraendo la radice quadrata:

(5). . . $$\varphi(bi) = \pm bi .$$

Nel 2° membro si dovrà prendere *sempre* il segno superiore, oppure *sempre* il segno inferiore; vale a dire, se c indica pure un numero reale, sicchè:

(5'). . . $$\varphi(ci) = \pm ci ,$$

il segno ambiguo di quest'uguaglianza sarà lo stesso che quello della precedente, perocchè dalla (2) segue:

$$\begin{aligned}\varphi(bi) + \varphi(ci) &= \varphi[(b+c)i] \\ &= \pm(b+c)i ;\end{aligned}$$

il che, confrontato colle (5), (5'), prova appunto l'asserto. Applicando finalmente la (2) per $x = a$ e $y = bi$, ove a e b sono numeri reali qualunque, e valendosi delle (4) e (5), si ha:

(6). . . $$\varphi(a+bi) = a+bi,$$

oppure

(7). . . $$\varphi(a+bi) = a-bi.$$

Si hanno dunque nelle (6) e (7) *due* diverse soluzioni del problema, poichè le corrispondenze definite risp. da quelle espressioni soddisfano effettivamente, come subito si vede, alle condizioni imposte. La corrispondenza rappresentata da (6) non è altro che la projettività fra le due forme individuata dalle tre coppie date di elementi omologhi. Invece la corrispondenza definita da (7) è affatto diversa dalle projettività (*), e, secondo quanto

(*) Ciò se si tien conto della possibilità di passare (per via di costruzioni grafiche, movimenti, ecc.) dall'una forma all'altra. *Ma non si distingue affatto una proiettività da un' antiproiettività fra due forme se fra queste si considerano solo le relazioni indipendenti da ogni passaggio che effettivamente si possa eseguire dall'una all'altra.* Invero, limitandoci per ora al caso di due forme semplici, se gli elementi di queste si determinano risp. con le coordinate $a+bi$, $c+dj$ (ove $i^2 = j^2 = -1$), non è possibile senza un passaggio (diretto od indiretto) dall'una all'altra forma fissare se sia $j = i$, oppure $j = -i$; e però non si può distinguere la corrispondenza (6) dalla (7) — Questo fatto è analogo a quanto accade per le *uguaglianze* e le *simmetrie* nella geometria elementare.

già si disse nell'introduzione, verrà da noi chiamata *antiproiettività* (*).

(*) Al risultato di questo n° si può anche giungere in modo più geometrico ricorrendo alla rappresentazione degli elementi delle due forme di 1ª specie sui punti reali della sfera o del piano. La condizione che a gruppi armonici corrispondono gruppi armonici si conserva per le imagini: quattro punti *armonici* della sfera o del piano rappresentativo sono quattro punti di un cerchio i quali *su questo* formino un gruppo armonico. Partendo da tre punti qualunque con successive costruzioni di quarti armonici si otterrà un sistema (*armonico*) d'infiniti punti del cerchio congiungente quei tre, sì che, com'è noto, in ogni tratto del cerchio vi saranno infiniti di quei punti. Ai punti di un cerchio costituenti un tal sistema corrisponderà mediante la data corrispondenza un analogo sistema di punti di un cerchio. Se quindi *si ammette la continuità* della corrispondenza (la quale invece, come già si disse, potrebbe essere *dimostrabile*) si potrà conchiudere che a *tutti* i punti di un cerchio corrispondono i punti di un cerchio. Quindi la corrispondenza sulla sfera sarà una *collineazione*; e quella sul piano sarà, secondo la denominazione del Möbius, un' *affinità circolare* (v. specialmente « *Die Theorie der Kreisverwandtschaft in rein geometrischer Darstellung* », Möbius Werke, Bd. II, p. 243). Le trasformazioni collineari di una sfera in se stessa, come le affinità circolari sopra un piano, sono di due specie, secondo che conservano inalterati gli angoli ovvero li mutano di segno (al che corrisponde, ad es. per la sfera, il mutare in se stesso ciascuno dei due sistemi di generatrici rettilinee oppure lo scambiarli fra loro). Da tre coppie di punti omologhi è individuata, come si sa, una trasformazione di ogni specie. Ciò dimostra il nostro teorema. — Si possono poi considerare le trasformazioni di 1ª specie come rappresentanti delle proiettività e quelle di 2ª come imagini delle antiproiettività.

Introducendo fin d'ora la locuzione « *catena* » di Staudt (di cui già si parlò nell'introduzione e che nei cap.i seguenti sarà usata continuamente) si può (in forza di osservazioni precedenti) sostituire alla condizione della continuità una più ristretta aggiungendo alla condizione di mutare i gruppi armonici in gruppi armonici questa: che gli elementi dell'una forma costituenti *un* tratto finito di una catena abbiano per omologhi elementi di una catena. Ma anche questa condizione potrebb'essere superflua. — Lo Staudt non incontra per le proiettività complesse questioni di tal natura perchè egli non le definisce più, come fece per quelle reali e come noi qui ancora facciamo, ponendo a base la considerazione dei gruppi armonici. Egli mette invece nella loro definizione la proprietà di *mutar le catene in catene*, la quale contiene in se come conseguenza (*B.*ᵉ, 214) la trasformazione dei gruppi armonici in gruppi armonici, come pure la continuità e conduce subito nelle rappresentazioni suddette alle collineazioni della sfera ed alle affinità circolari piane. Quindi se si considerano tutte le corrispondenze che mutano le catene in catene, e se ne tolgono le proiettività, si avranno precisamente le nostre antiproiettività.

2. Un'*antiprojettività fra due forme semplici* è dunque *una corrispondenza univoca e continua non projettiva tale che a gruppi armonici corrispondono gruppi armonici.* (L'*identità*, essendo una particolare corrispondenza projettiva, *non è* un'antiprojettività). Il risultato ottenuto al n. prec. e la forma della (7) ci dànno subito le seguenti proprietà di questa corrispondenza.

Essa è individuata da 3 *coppie di elementi omologhi. Due tetradi omologhe in essa hanno valori* (*birapporti*) *complessi coniugati: esse sono dunque o neutre entrambe* (*cioè con uno stesso valore reale*), *oppure di specie contraria rispetto al verso nel senso di* STAUDT.

Il prodotto di due corrispondenze antiprojettive è una projettività. Il prodotto di due corrispondenze, di cui una sia projettiva e l'altra antiprojettiva, è un'antiprojettività. Ne segue subito che: *Il prodotto di un numero qualunque di corrispondenze projettive ed antiprojettive è una projettività oppure una antiprojettività a seconda che il numero delle corrispondenze antiprojettive è pari od impari. Trasformando due forme antiprojettive mediante due projettività oppure mediante due antiprojettività si ottengono ancora due forme antiprojettive ; così pure se le due forme erano projettive, rimarranno tali dopo quelle trasformazioni.* Ecc.

3. Due forme (fondamentali) di 2ª o di 3ª specie si diranno *anticollineari*, oppure *antireciproche* , *quando tra i loro elementi è stabilita una corrispondenza univoca e continua, non projettiva* (e quindi diversa dall'*identità*), *tale che a due elementi non omonimi dell'una forma di cui il* 1° *giaccia nel* 2° *corrispondono rispettivamente due elementi non omonimi di cui il* 1° *giace nel* 2°, oppure *passa pel* 2°. Le due forme si diranno in ambi i casi *antiprojettive;* ed *antiprojettività* (*anticollineazione* oppure *antireciprocità*) si chiamerà la corrispondenza. Come questa effettivamente si possa costruire vedremo tosto.

Perciò si osservi anzitutto che la proprietà con cui abbiamo definito siffatte corrispondenze, cioè quella stessa con cui STAUDT definisce nel campo reale quelle projettive (*Geom. d. Lage*, n. 121), conduce subito, come questo geometra notò, alla conseguenza che a gruppi armonici corrispondono gruppi armonici. Ne discende che due forme semplici omologhe sono o projettive od antipro-

jettive. Ma nel 1° caso è facile scorgere che la corrispondenza considerata sarebbe anch'essa projettiva, poichè dall'essere projettive due *particolari* forme semplici omologhe si trae che sono projettive due *qualunque* forme semplici omologhe (considerandole cioè come dedotte risp. dalle prime due mediante projezioni e sezioni), e su questa projettività si basa appunto la costruzione delle collineazioni e delle reciprocità. Concludiamo che *in due forme antiprojettive di* 2ª *o di* 3ª *specie le forme omologhe subordinate sono pure antiprojettive.*

4. Possiamo quindi costruire un'antiprojettività tra forme di 2ª o 3ª specie in modo perfettamente analogo a quello che si usa per costruire le projettività. — Ad esempio, per riferire due piani π, π' in un'anticollineazione, si riferiscano due fasci di rette A, B di π antiprojettivamente a due fasci A', B' di π' per modo che in entrambe queste corrispondenze alla retta AB corrisponda A'B'; e ad ogni punto P di π comune a due raggi di A, B si consideri come corrispondente il punto P' comune ai due raggi omologhi di A', B'. Allora se P descrive una retta non passante nè per A nè per B, i due raggi A'P', B'P' descriveranno due fasci antiprojettivi risp. a quelli descritti da AP, BP i quali sono projettivi fra loro col raggio unito AB; perciò anche i fasci descritti da A'P', B'P' saranno projettivi fra loro (n. 2) col raggio unito A'B' e quindi anche P' descriverà una retta. Se ne trae che la corrispondenza costruita fra π e π' è veramente un'anticollineazione.

Similmente volendo riferire anticollinearmente due spazi basta riferire due stelle A, B dell'uno a due stelle A', B' dell'altro in due anticollineazioni le quali facciano corrispondere fra loro i due fasci di piani aventi per assi AB, A'B' in una stessa antiprojettività, e poi considerare come omologo di ogni punto P del 1° spazio il punto comune a quei raggi delle stelle A', B' i quali corrispondono ai raggi AP, BP di A, B. Allora si vede, precisamente come nell'analoga costruzione della collineazione fra due spazi, che ai punti di un piano corrispondono i punti di un piano. — Ecc., ecc.

5. Da queste costruzioni si trae, analogamente ancora alle projettività fra forme di 2ª e 3ª specie, che *un'antiprojettività fra due forme di* 2ª *oppure di* 3ª *specie è individuata quando*

di 4, oppure di 5 elementi omonimi indipendenti (*) *dell'una forma si dànno ad arbitrio gli elementi corrispondenti (pure indipendenti).*

Inoltre dai risultati dei n.[i] prec.[i] si deduce che *ogni corrispondenza antiprojettiva muta le tetradi in tetradi aventi valori* (*birapporti*) *conjugati.* Ed anche quelle proprietà delle corrispondenze fra forme di 1[a] specie relative ai loro *prodotti,* che si son viste al n. 2, rimarranno valide per corrispondenze fra forme di 2[a] o di 3[a] specie. Ne segue ad esempio, che una *potenza* qualunque di un'antiprojettività fra due forme sovrapposte è una projettività oppure un' antiprojettività secondo che l'indice della potenza è pari od impari (**). E l'altro fatto a cui così si giunge, che mediante trasformazioni projettive da forme antiprojettive si deducono ancora forme antiprojettive, conferma quanto già risultava dalla definizione delle antiprojettività, cioè che la loro teoria appartiene a quella geometria che ha per *gruppo fondamentale di trasformazioni* (***) il gruppo delle trasformazioni projettive, vale a dire alla *geometria projettiva.*

Si noti ancora a questo proposito che se si prende invece per gruppo fondamentale di trasformazioni quello che è determinato dalle antiprojettività, gruppo che abbraccia oltre a queste anche le corrispondenze projettive, si avrà una geometria che è contenuta in quella projettiva, ma che non le equivale completamente (****).

6. Nell'introduzione fu già notato come allorquando ad ogni elemento di una forma si fa corrispondere il suo complesso-coniugato, si viene appunto a considerare una particolare antiprojettività, che noi chiamiamo *coniugio.* Se la forma è reale, cioè coincide con la coniugata, il coniugio è un' antiprojettività *involutoria.*

(*) Per brevità chiamo *indipendenti* più punti dello spazio, oppure di un piano, quando fra essi non ve ne sono 4 coplanari, oppure 3 allineati: ed analogamente per le altre forme e per altri elementi.

(**) Quindi un'antiproiettività *ciclica* è necessariamente di grado pari, poichè una sua potenza impari essendo antiproiettiva non può ridursi all'identità.

(***) V. Klein, *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen* (Erlangen 1872), § 1. Di questo importante lavoro, non abbastanza noto in Italia, si pubblicherà presto una traduzione negli *Annali di matematica.*

(****) Cfr. Klein, loc. cit. § 2.

Ogni antiprojettività **S** si può considerare come il prodotto del coniugio **C** e di una determinata projettività **CS**: ovvero anche come il prodotto di una projettività determinata **SC** e del coniugio **C**. Per tal modo tanto la definizione quanto le dimostrazioni delle proprietà finora viste delle corrispondenze antiprojettive si potrebbero tutte dedurre da quelle note del coniugio e delle projettività. Così si verificano subito di nuovo le proposizioni relative ai prodotti di corrispondenze projettive ed antiprojettive, non che quelle sul numero delle coppie di elementi omologhi con cui si determinano le antiprojettività; numero che viene così a dedursi da quello relativo alle projettività.

Ma anzi che soffermarci su ciò non sarà forse inutile (sebbene pel seguito non occorra) l'osservazione seguente intorno agli enti geometrici *reali*. Diamo la denominazione di « *reale* » ad ogni ente, il quale per ciascun elemento complesso in esso contenuto contiene pure il coniugato, vale a dire ad ogni ente che sia trasformato in sè stesso dalla corrispondenza di coniugio. Se un tal ente ammette una trasformazione projettiva in sè stesso, esso ammetterà pure una trasformazione antiprojettiva, prodotto di quella e del coniugio; e viceversa. Ne deduciamo che *un ente reale con* k *trasformazioni projettive in se stesso* (*l'identità inclusa*) *ammette pure precisamente* k *trasformazioni antiprojettive*. Per citare un solo esempio si consideri una cubica piana reale non singolare e si vogliano quelle corrispondenze univoche fra i suoi punti le quali trasformano le terne di punti allineati in terne di punti allineati; allora oltre le 18 collineazioni ben note che sole si sogliono considerare vi saranno 18 anticollineazioni che pure soddisfaranno al problema. Naturalmente lo stesso fatto si presenterà, più in generale, per tutte le cubiche piane non singolari aventi l'invariante assoluto reale (e non per le altre).

7. Si possono considerare delle antiprojettività anche fra gli elementi di due forme semplici razionali qualunque, per es. fra i punti di due curve razionali (distinte o sovrapposte). — Data un'antiprojettività fra i punti di due coniche γ, γ' esiste una determinata anticollineazione dei piani di queste, la quale determina appunto su γ, γ' quell'antiprojettività. La dimostrazione si fa analogamente a quelle note della proposizione corrispondente sulle projettività fra due coniche. Così, chiamando

omologhe due rette dei due piani quando tagliano γ, γ' in due coppie omologhe di punti, alle rette di un fascio del piano di γ saranno omologhe nell'altro piano le rette di un fascio, perchè l'involuzione che quelle determinano fra i punti di γ sarà trasformata dall'antiprojettività data in un'involuzione fra i punti di γ' (n. 2). — Similmente si vedrebbe che un'antiprojettività data ad arbitrio fra i punti di due cubiche sghembe γ, γ' determina nello spazio un'anticollineazione che fa corrispondere le due cubiche precisamente secondo quell'antiprojettività. — Ecc. ecc.

Così pure per determinare nello spazio un'anticollineazione che faccia corrispondere fra loro due date quadriche γ, γ' si possono assumere ad arbitrio le due antiprojettività che essa determina fra le due schiere di rette di γ e risp. le due schiere (in un ordine arbitrario) di γ'. Invero allora alle generatrici di γ che s'incontrano su un dato piano π e quindi si corrispondono in una projettività saranno omologhe su γ' nelle due date antiprojettività delle generatrici che pure si corrisponderanno in una projettività e quindi s'incontreranno su un piano π'; e se π descrive un fascio, evidentemente anche π' descriverà un fascio; donde si conchiude che la corrispondenza stabilita è un'anticollineazione.

Se in queste proposizioni si suppone che le due coniche, o le due cubiche sghembe, o le due quadriche, siano sovrapposte in una, si ha il modo di determinare tutte *le anticollineazioni che trasformano in sè stessa una data conica o una data cubica sghemba, o una data quadrica*, cioè che sono *permutabili* alla *polarità* che da questo ente vien determinata. Facendo il prodotto di questa polarità e di quelle anticollineazioni si avrebbero poi *le antireciprocità che trasformano in sè stessa una data conica, o cubica sghemba, o quadrica.* Come si vede tutte le determinazioni di tali antiprojettività si riducono a quelle di antiprojettività su forme semplici. Le anticollineazioni e le antireciprocità che mutano in se stesse una quadrica sarebbero poi (come le collineazioni e le reciprocità) da distinguersi in due specie, secondo che mutano ciascuna schiera di generatrici in se stesse ovvero scambiano fra loro le due schiere.

8. Occupiamoci ora brevemente, escludendo però le antiprojettività involutorie, alle quali saranno invece dedicati i cap.[i]

seguenti, degli *elementi uniti delle antiprojettività tra forme sovrapposte*, ed in pari tempo delle *coppie di elementi involutori*, chiamando *involutorio* rispetto ad una corrispondenza ogni elemento a cui in questa corrisponda in doppio modo (cioè rispetto alla corrispondenza stessa e rispetto alla sua inversa) uno stesso altro elemento (che sarà pure involutorio). È chiaro che ogni elemento il quale sia unito oppure involutorio per un'antiprojettività sarà unito per la projettività (collineazione) quadrato di questa, e viceversa ogni elemento unito della projettività quadrato sarà unito oppure involutorio per l'antiprojettività. Da ciò e dalle cose note sul numero e sulla posizione degli elementi uniti delle projettività nelle varie forme si traggono subito le seguenti proposizioni. In esse si osserverà una distinzione di casi generali che non ha l'analoga nelle projettività: che ciascuno di quei casi sia possibile risulta dai modi che già conosciamo per determinare le corrispondenze antiprojettive; che poi non conduca necessariamente a corrispondenze involutorie (come si potrebbe per alcuni casi sospettare, ricordando certe proposizioni note sulle involuzioni semplici e sulle polarità nel piano e nello spazio) risulterà da cose che si vedranno poi su queste.

Un'antiprojettività su una forma semplice può *in generale* presentare due casi: avere cioè due elementi uniti, e nessun elemento involutorio; oppure non avere alcun elemento unito ed averne due involutori (*) (**).

(*) Come caso intermedio, *particolare*, si avrebbe quello in cui vi è un solo elemento unito, corrispondentemente al caso in cui la proiettività quadrato ha un solo elemento unito. Ma qui, ed anche in seguito, mi limiterò quasi sempre ai casi generali.

(**) Alla considerazione dei due elementi uniti nel 1° caso, e dei due elementi involutori nel 2° si possono collegare notevoli *proprietà metriche delle antiproiettività.*

Come per le corrispondenze proiettive la proprietà metrica fondamentale consiste nell'uguaglianza dei birapporti omologhi, così per quelle antiproiettive essa consiste nel fatto (n. 1) che i birapporti omologhi sono coniugati. Da questa si derivano varie altre relazioni particolari con procedimenti simili in parte a quelli usati nell'ordinaria geometria.

Così se M, N sono due punti uniti di due punteggiate antiproiettive sovrapposte ed A, A′ e B, B′ due coppie qualunque di punti omologhi, sarà (MNAB) coniugato a (MNA′B′), cioè questi due birapporti avranno moduli uguali ed argomenti opposti (a meno di un multiplo di 2π). Sviluppandoli si deduce

$$\text{mod.}\left(\frac{\text{MA}}{\text{NA}}:\frac{\text{MA}'}{\text{NA}'}\right)=\text{mod.}\left(\frac{\text{MB}}{\text{NB}}:\frac{\text{MB}'}{\text{NB}'}\right).$$

Un'anticollineazione piana *generale* può avere per elementi uniti i vertici ed i lati di un triangolo e non avere alcun elemento involutorio; oppure può avere solo un punto unito ed una retta unita, ma due punti involutori su questa, congiunti a quello da due rette involutorie. Fra i casi particolari che si possono presentare è notevole quello in cui la collineazione, senz'essere involutoria, ha un'infinità di elementi uniti; il suo quadrato deve allora ridursi ad un'omologia e l'antiprojettività involutoria che sull'asse di questa (od intorno al suo centro) vien determinata

---

ed

$$\arg. \frac{MA . MA'}{NA . NA'} = \arg. \frac{MB . MB'}{NB . NB'},$$

ossia

$$(1) \quad \text{mod.}(MNAA') = \text{cost.}$$

$$(2) \quad \arg. \frac{MA . MA'}{NA . NA'} = \text{cost.},$$

ove s'intende che A, A' sia una coppia *variabile* di punti omologhi.

Con le stesse convenzioni, se M, N anzi che punti uniti sono due punti corrispondentisi in doppio modo nelle due punteggiate proiettive, e però involutori, si ottiene similmente:

$$(3) \quad \text{mod.} \frac{MA . MA'}{NA . NA'} = \text{cost.}$$

$$(4) \quad \arg. (MNAA') = \text{cost.}$$

Aggiungiamo due altre relazioni, che si ottengono considerando i *punti limiti* I, L' delle due punteggiate (cioè gli omologhi dei punti all'infinito) ed esprimendo che sono coniugati i birapporti $(I\infty AB)$ e $(\infty L'A'B')$: esse sono:

$$(5) \quad \text{mod.} (IA . L'A') = \text{cost.}$$

$$(6) \quad \arg. \frac{IA}{L'A'} = \text{cost.}$$

Tralasciamo per brevità i casi particolari in cui i punti all'infinito delle due punteggiate si corrispondono, ecc., e solo osserviamo che ciascuna delle tre coppie di relazioni (1), (2); (3), (4); (5), (6), ove vi si considerino ancora A, A' come mobili, può servire a definire l'antiproiettività. Del resto tali relazioni che corrispondono ad alcune proprietà ben note delle punteggiate proiettive, equivalgono ad altre relative alle affinità circolari del Möbius; in particolare le (5) e (6) coincidono in sostanza col § 9 della *Theorie der Kreisverwandtschaft* già citata.

Se anzi che di punteggiate si tratta di fasci (di rette o di piani) antiproiettivi, le relazioni (1), (2), (3), (4) si conservano purchè i segmenti si sostituiscano con seni di angoli. Si noti poi che, allo stesso modo che per due fasci proiettivi, per due fasci antiproiettivi vi son sempre due elementi ad

dall'anticollineazione deve avere un'infinità di punti uniti (o rette unite); questi insieme col centro d'omologìa daranno tutti i punti uniti dell'anticollineazione.

Un'anticollineazione spaziale può in generale dar luogo a 3 casi: 1° avendo per elementi uniti tutti gli elementi di un tetraedro, senz'avere alcun elemento involutorio; 2° avendo due punti uniti e due piani uniti passanti risp. per essi, ed inoltre due punti involutori sulla retta d'intersezione di questi piani, e due piani involutori che risp. li congiungono alla retta contenente i due punti uniti; 3° non avendo alcun punto o piano unito, ma due coppie di punti involutori risp. su due rette unite e due coppie di piani involutori passanti risp. per queste. — Può però l'anticollineazione, avendo per quadrato una collineazione con una o due rette di punti uniti ovvero un'omologìa, acquistare infiniti punti uniti su una o su due rette o su un piano; ecc.

Un'antireciprocità piana *generale* ammette tre punti involutori e tre rette involutorie, vertici e lati di un triangolo. O accade che rispetto all'antireciprocità a ciascun vertice corrisponde (in doppio modo) il lato opposto, oppure questo si verifica solo per un vertice, mentre a ciascuno degli altri corrisponde un lato che lo contiene. Ma può presentarsi il caso particolare in cui tutti i punti di una retta (e tutte le rette di un fascio) sono involutori, ecc.

Infine un'antireciprocità spaziale ha in generale per elementi involutori quelli di un tetraedro. O a ciascun vertice di questo corrisponde la faccia opposta; o ciò accade solo per due vertici, mentre ad ognuno degli altri due corrisponde una faccia passante per esso; o finalmente ogni vertice corrisponde ad una faccia che lo contiene. In casi particolari possono esservi infiniti punti involutori su una o su due rette o su un piano, ecc.

---

angolo retto I, L dell'uno, cui corrispondono nell'altro due elementi I', L' pure perpendicolari fra loro. (Sono infinite siffatte coppie quando ai due *elementi ciclici* od *assoluti* dell'un fascio corrispondono nell'altro i due elementi ciclici: in due tali fasci antiproiettivi due angoli omologhi qualunque hanno valori che si possono assumere come coniugati). Come analoghe alle (5), (6 si ottengono allora le relazioni

$$(5') \qquad \text{mod.}\ \frac{\text{tg IA}}{\text{tg I'A'}} = \text{cost.}$$

$$(6') \qquad \text{arg.}\ (\text{tg IA}\ .\ \text{tg I'A'}) = \text{cost.}$$

9. Terminiamo queste considerazioni generali sulle antiprojettività col darne la *rappresentazione analitica.* La si può dedurre subito da quella particolare che al n. 1 si trovò per le forme di 1ª specie (ovvero anche dal riguardare, come al n. 6, un'antiprojettività quale prodotto del coniugio e di una projettività). Da questa discende in fatti che, se si chiamano x_l, x'_l le coordinate degli elementi omologhi di due forme qualunque antiprojettive quando per elementi di riferimento (fondamentali ed unità) si prendano in esse elementi omologhi, si avrà:

$$x'_l \equiv \bar{x}_l \ .$$

Se invece i sistemi di riferimento nelle due forme si prendono ad arbitrio, la nota forma analitica della trasformazione di coordinate ci conduce dalle precedenti alle seguenti formole per la corrispondenza antiprojettiva

$$x'_l \equiv \sum_m a_{lm} \bar{x}_m \ ,$$

donde risolvendo

$$\bar{x}_m \equiv \sum_l \alpha_{lm} x'_l \ ,$$

e prendendo i coniugati dei due membri:

$$x_m \equiv \sum_l \bar{\alpha}_{lm} \bar{x}'_l \ .$$

Si vede dunque che nel caso più generale *le coordinate di un elemento dell'una forma si esprimono come forme lineari dei coniugati delle coordinate dell'elemento omologo nell'altra forma.*

Nello stesso modo come una projettività si rappresenta con un'equazione bilineare, così un'antiprojettività si può anche rappresentare con un'equazione della forma

$$\Sigma\, a_{lm} x_l \bar{x}'_m = 0 \ ,$$

che equivale alla coniugata

$$\Sigma\, \bar{a}_{lm} \bar{x}_l x'_m = 0 \ .$$

Si deve allora intendere che ad es. se si tratta di un'antireciprocità fra due spazi, le x ed x' siano coordinate di due punti *reciproci*, cioè tali che l'uno giaccia sul piano omologo dell'altro; ed analogamente negli altri casi.

10. Da queste rappresentazioni analitiche risulta subito che un'antiprojettività ha per *invariante* il determinante dei coefficienti a_{lm} (*): invero eseguendo sulle variabili x e sulle x' della forma $\Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{x}'_m$ due sostituzioni lineari, quel determinante verrà solo a moltiplicarsi pel determinante della 1ª sostituzione e pel coniugato di quella della 2ª.

Perchè le corrispondenze definite analiticamente nei modi detti siano univoche completamente, come finora supponevamo, bisogna escludere il caso che quel determinante dei coefficienti a_{lm} sia nullo. Però per maggior generalità si possono anche in questo caso considerare quelle corrispondenze come antiprojettività (*degeneri*), e si potranno distinguere in *degeneri di* 1ª, 2ª, 3ª,.. *specie* secondo che non sono tutti nulli i primi suddeterminanti del detto determinante, oppure sono tutti nulli, o sono anche nulli i suddeterminanti secondi, ecc. ecc. Le proprietà di tali corrispondenze sono affatto analoghe a quelle delle projettività degeneri e si possono ottenere subito sia direttamente in modo simile a quello che si usa per queste, sia considerandole come prodotti di antiprojettività non degeneri (per es. del coniugio) e di projettività degeneri.

Così un'antiprojettività degenere fra due forme semplici coincide perfettamente con una projettività degenere. — Un'anticollineazione degenere (di 1ª specie) fra due piani determina su questi rispettivamente un fascio di rette ed una punteggiata riferiti antiprojettivamente fra loro (coi sostegni negli elementi *singolari* della corrispondenza). Analogamente un'antireciprocità degenere fra due piani riferisce antiprojettivamente tra loro certi due fasci di rette (oppure certe due punteggiate) sicchè ad ogni punto di una retta dell'un fascio corrisponde la retta omologa dell'altro fascio, ecc. — Similmente le anticollineazioni ed antireciprocità degeneri dello spazio non conducono in sostanza che ad antiprojettività (non degeneri) fra forme di 2ª o di 1ª specie.

(*) Rappresentando l'equazione dell'antiproiettività simbolicamente con

$$a_x\, \bar{a}'_{\bar{x}'} \equiv b_x\, \bar{b}'_{\bar{x}'} \equiv c_x\, \bar{c}'_{\bar{x}} \equiv \ldots\ldots = 0$$

quel determinante si potrà, a seconda che si è nel campo binario, o ternario, ... rappresentare con $(ab)\,(\bar{a}'\bar{b}')$, oppure $(a\,b\,c)\,(\bar{a}'\,\bar{b}'\,\bar{c}')$, ...

Come nella consueta trattazione della Geometria projettiva, così nella teoria attuale le corrispondenze tra forme sovrapposte che meritano prima di tutte uno studio speciale sono quelle involutorie. Per analogia chiameremo *antinvoluzioni* ed *antipolarità* risp. le anticollineazioni e le antireciprocità involutorie (*); di esse tratteranno le Note seguenti.

(*) Le antinvoluzioni in forme di 1ª specie appariranno come analoghe tanto alle antinvoluzioni quanto alle antipolarità delle forme di 2ª e 3ª specie.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSI UNITE

Adunanza del 5 Gennaio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

In questa adunanza vien conferito il **Premio Bressa** al sig. Comm. Domenico COMPARETTI, Prof. emerito dell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze.

Il Segretario pel Premio Bressa
ANDREA NACCARI.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Gennaio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Flechia, Claretta, Rossi, Manno, Pezzi, Ferrero, Nani, Graf e Peyron.

Quest'ultimo, incaricato dal Segretario della Classe, Comm. Senatore Gorresio, che lieve indisposizione trattiene in casa, legge il processo verbale della seduta precedente, quale fu redatto dal sig. Segretario.

Il Presidente annuncia, che il Comm. Lessona non può intervenire per lutto domestico. Egli intanto pronuncia parole di rimpianto per la morte di S. A. R. il Duca d'Aosta, rammentando le virtù dell'Augusto Principe, l'affetto che a lui portava l'Italia, e in particolar modo Torino, sua culla e diletta residenza. Indi la Classe leva l'adunanza in segno di lutto.

L' Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 29 Dicembre 1889 al 12 Gennaio 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Soc. matematica di Amburgo. — Festschrift herausgegeben von der mathematischen Gesellschaft in Hamburg anlässlich ihres Zoojährigen Jubelfestes 1890. Leipzig, 1890; 1 fasc. in 8°.

La Direzione (Jesi). — Giornale scientifico delle Scuole secondarie. Direttore Prof Giuseppe BETTANINI. Anno I, 1890, n. 1. Jesi, tip. Pierdicchi e C. 1890, in-8°.

Prof. J. V. CARUS (Lipsia). — * Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrgang, n. 324. Leipzig, 1889; in-8°.

R. Società meteorologica (Londra). — The Meteorological Record. — Monthly results of observations made at the stations of the Royal Meteorological Society with remarks on the Weather for the quarter ending March 31 st., June 30 th, September 30 H, 1888, by William MARRIOTT. Vol. VIII, n. 29-31. London, 1889; in-8°.

R. Accad. di Sc. Lett. ed Arti di Lucca. — * Atti della R. Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti; t. XXV. Lucca, 1889; in-8°

Osservatorio meteor.-magnet. del Messico — Boletin mensual del Observatorio meteorologico-magnetico central de México; t. II, n. 1. México, 1889; in-4°.

* Atti della Società dei Naturalisti di Modena; serie 3ª, vol. VIII, fasc. 2. Modena, 1889, in-8°. — Società dei Naturalisti di Modena.

* United States Coast and Geodetic Survey; Bulletin, n. 13. New-York, 1889; in-4°. — Direzione Unit. Stat. Coast and Geod. survey New York.

Compte rendu sommaire des séances de la Société Philomatique de Paris; 1889, n. 4. Séance du 14 Decembre 1889. Paris; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

* Compte rendu des séances de la Commission centrale, n. 15, 16 et 17. Paris, 1889; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Clinical Morphology vs. Bacteriology, with fome therapeutic deductions; by John ASHBURTON CUTTER. Philadelphia 1889; 1 fasc. in-8° gr. — J. ASHBURTON CUTTER (Filadelfia).

—— On the death of a Cured Case of Tubercolosis polmonalis; by John ASHBURTON CUTTER. New-York. 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Revista do Observatorio. — Publicação mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro, anno IV, n. 10-11. Rio de Janeiro, 1889; in-8° gr. — Osservatorio di Rio Janeiro.

* Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XLI, Sessione I-VIII, 18 dicembre 1887-17 giugno 1888. Roma, 1888-89; in-4°. — Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticultori italiani; anno IV, n. 24. Roma, 1889; in-8° gr. — Società dei viticultori ital. (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. TACCHINI; vol. XVIII, disp. 11. Roma, 1889; in-4°. — Soc. generale degli Spettr. ital. (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. IV, dicembre 1889. Roma, 1889; in-8°. — Il Direttore (Roma).

Bollettino Medico-Statistico. 3ª decade del mese d'Ottobre alla 3ª del mese di Novembre 1889, n. 30-33. Torino, 1889; in-f°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

* Rivista mensile del Club alpino italiano; vol. VIII, n. 12. Torino 1889; in-8°. — Club alpino ital. Torino).

Societas entomologica. N. 1, 1 april 1889; IV Jahrgang. Zurich, F. Bollmann, 1889; in-4° — Soc. entomologica (Zurigo).

Distanze zenitali circummediane di alcune stelle principali osservate nell'anno 1821 dall'astronomo Carlo Brioschi allora Direttore del R. Osservatorio di Capodimonte. Memoria letta all'Accademia Pontaniana nella tornata del 10 marzo 1889 dal Dott. Filippo ANGELITTI, Assistente nell'Osservatorio medesimo. Napoli, 1889; 1 fasc. di 128 facciate in-4°. — L'Autore.

L'Autore — Il teorema del parallelogramma delle forze dimostrato erroneo da Giuseppe Casazza. Brescia, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Catalogue descriptif des mammifères sauvages et domestiques qui vivent dans le Département du Rhone et dans les régions avoisinantes, par Arnould Locard. Paris, J. B. Baillière et fils, 1889; in-8°.

L'A — Contributions à la Faune malacologique française; XV Monographie des espèces françaises appartenant au genre *Valvata* par Arnould Locard. Paris, J. B. Baillière et fils, 1889; in-8°.

L'A. — Exploration scientifique de la Tunisie. Description des Mollusques fossiles des terrains tertiaires inférieurs de la Tunisie recueillis en 1885 et 1886 par M. Philippe Thomas etc., par Arnould Locard. Paris, imp. nationale, 1889; 1 fasc. in-8° e 1 atl. in fol°.

L'A — Des mouvements périodiques du sol accusés par des niveaux à bulle d'air (onzième année); par M. Ph. Plantamour. Genève, 1889; in-8°.

L'A. — Enrico Pozzoli. – Sul tuono e sulla grandine; Torino, tip. A. Locatelli, 1889.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

dal 5 al 19 Gennaio 1890

Donatori

Berlino. — Allgemeine Geschicte in Einzeldarsfellungen, etc.; II Haupt. 10 Theil. — Russland, Polen und Libland etc.; von Dr. Ch. Schiemann, II Band. Berlin, 1887; in-8°.

Id. — — Id. II Haupt., 2 Theil. — Urgeschichte der germanischen und romanischen Völker, von Dr. Felix Dahn. Berlin, 1889; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux. — * Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc.; XII• année, 2• série, n. 22. Bordeaux, 1889; in-8°.

Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen. — * Mémoires de l'Académie R. de Copenhague, 6e série, Classes des Lettres, vol. II, n. 6; vol. III, n. 1. Copenhague, 1889; in-4°.

Bibl. nazionale di Firenze. — Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889; n 96 Firenze; in-8° gr.

Monumenta Germaniae historica, inde ab anno Christi quingentesimo usque ad annum millesimum et quingentesimum, edidit Societas aperiendis fontibus Rerum Germanicarum medii aevi; Legum tomus V, fasc. 3. Hannoverae, MDCCCLXXXIX; in-fol°. — Hannover.

Allgemeine deutsche Biographie; 146 Lieferung (Band. XXX, Lfg. 1), etc. Leipzig, 1889; in-8°. — Lipsia. * *

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI, 2° sem., nov.-dic. 1889. Roma 1889; in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

— — Id., anno VI, parti prima e seconda, Indici. Roma, 1889; in 8° gr. — Id.

Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 10. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma).

Adunanze del Consiglio Comunale di Torino — 1889-90, n. I-III. Torino, 1889; in-4°. — Municipio di Torino.

* Mittheilungen aus dem Vaticanischen Archive, herausgegeben von der K. Akademie der Vissenschaften zu Wien; I Band (Actenstücke zur Geschichte des deutschen Reiches unter den k. Rudolf I und Albrecht I. Wien, 1889; in-8°. — Imp. Accademia delle Scienze di Vienna.

Venetianische Depeschen vom Kaiserhofe herausgegeben von der historischen Commission der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien; I Band. Wien, 1889; in-8°. — Id.

Science investigated and criticised by George A. CORBETT, etc. Havana, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Antiche monete Siciliane pubblicate pel primo dal Cav. Giovanni FRACCIA. Roma 1889; 1 fasc. in-4°. — L'A.

— — Su due contromarche in monete romane; Breve disamina del Cav. Giovanni FRACCIA. Bologna, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

3945 (850) 6-III-90.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Gennaio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Direttore della Classe, Bruno, Berruti, D'Ovidio, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Camerano, Segre, e Basso Segretario.

Si legge l'atto verbale dell' adunanza precedente che viene approvato.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia viene segnalata la seguente:

« *Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino;* n. 53-73, presentato a nome degli autori dal Socio Basso.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue :

« *Sulla funzione della linea lucida nelle cellule malpighiane;* » Nota preventiva dei Dottori Oreste Mattirolo e Luigi Buscalioni presentata dal Socio Gibelli;

« *I Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria descritti dal* Dott. Federico Sacco; parte VII; *(Harpidae* e *Cassididae) :* Continuazione dell'opera omonima del Prof. L. Bellardi presentata dal Socio Camerano. Desiderando però l'autore che questo suo lavoro venga accolto nei volumi delle Memorie, il Presidente nomina una Commissione incaricata di esaminarlo e riferirne alla Classe in una prossima adunanza.

LETTURE

Sulla funzione della linea lucida *nelle cellule malpighiane;*

Nota preventiva
dei Dott. Oreste Mattirolo e Luigi Buscalioni

La superficie del tegumento seminale delle Leguminose e di moltissime altre famiglie (1) è tapezzata da uno strato di cellule lateralmente inspessite, allungate radialmente, la cui cavità piena generalmente di residui plasmici, di un nucleo e di pigmento tannico, si continua in numerosi canalicoli scavati nelle robuste pareti, i quali si portano all'esterno fin sotto la membrana di rivestimento (2) attraversando a tutto spessore le cellule.

Questi elementi scoperti dal *Malpighi* (1675), d'onde il nome che loro fu dato dal *Targioni-Tozzetti*, attirarono in ogni tempo l'attenzione degli studiosi a causa del curioso fenomeno della *Linea lucida*. È questa una linea fortemente rifrangente, più o meno incolora, ad onta che le cellule siano abbondantemente impregnate di pigmento, la quale si estende su tutta la superficie del seme, decorrendo in grande vicinanza della estremità libera delle cellule, ove determina uno speciale restringimento dei canalicoli che l'attraversano.

(1) *Tiliaceae, Sterculiaceae, Malvaceae, Cucurbitaceae, Labiatae, Mimoseae, Cesalpinieae, Convolvulaceae, Geraniaceae, Canneae, Marsiliaceae, etc.*

(2) Crediamo più opportuno e logico indicare col nome di *membrane* o *strati di rivestimento,* quelle membrane o quegli strati membranosi, i quali dagli autori vennero finora (in questi casi particolari) designati col nome di cuticola e strati cuticularizzati.

I motivi che ci inducono a proporre questa modificazione nella terminologia basano in questo caso sopra ragioni d'indole anatomica e microchimica; la evidente analogia coi rivestimenti degli spazi intercellulari, le condizioni evolutive dell'ovulo racchiuso nella cavità ovarica che si può riguardare analoga a questi spazi (condizioni che quantunque morfologicamente differentissime, motivano analoghi rapporti istologici) verranno discusse nel lavoro che stiamo apprestando.

Va notato che quella parte di cellula interposta fra la superficie del seme e la *Linea lucida*, reagisce diversamente da quella che costituisce il corpo degli elementi, in quanto che, abbia essa una fronte pianeggiante, oppure termini in un cono impiantato nella membrana di rivestimento, nella sua composizione chimica interviene una cellulosa più o meno modificata ed assai spesso uno speciale scheletro di suberina, il quale dà una impronta affatto originale a questi elementi.

Dopo che *Schleiden* e *Vogel* nel 1838 riconobbero, senza tentarne per altro la spiegazione, il fenomeno della Linea lucida, moltissimi osservatori si accinsero a scrutarne l'intima natura e la funzione, venendo a non meno numerose e disparate conclusioni.

Il *Mettenius* (1846) la ritenne dovuta a pori canali che si corrisponderebbero in tutte le cellule dello stesso strato.

Adolfo Targioni-Tozzetti ammise che fosse dovuta a diversa rifrazione che i raggi luminosi subiscono penetrando in questi elementi, formati nella metà esterna da molteplici fibrille e nella metà interna da una cavità a pareti sottili.

Hanstein diede successivamente due spiegazioni: nel 1862 ammise che nelle Marsiliacee le cellule Malpighiane risultassero di due elementi sovrapposti e che la *Linea lucida* segnasse appunto le pareti divisorie fuse intimamente assieme. Quattro anni dopo ritenne invece che fosse dovuta ad un disco perforato fortemente rifrangente, il quale, attraversando nello stesso piano tutti gli elementi cellulari, darebbe origine al fenomeno.

Russow (1872) ascrisse ad una minore quantità di acqua di costituzione lo splendore di questa linea; spiegazione accettata più tardi anche dall'*Haberlandt* (1877).

Dopo il *Russow* noi vediamo accamparsi le teorie chimiche per la spiegazione del fenomeno.

Il *Sempolowski* (1874) ammise infatti lungo il decorso della *Linea lucida* una particolare modificazione chimica della membrana, che il *Lohde* nello stesso anno reputò essere dovuta ad una cuticularizzazione.

Il sig. *G. Beck* spiegò più tardi (1878) il fenomeno attenendosi alle idee di *Russow* e di *Haberlandt*, ma nello stesso tempo ammettendo concomitante una modificazione chimica che egli dichiara impossibile determinare coi mezzi microchimici.

Il *Godfrin* nel 1880 così si esprimeva a questo riguardo:

Nous devons en conclure , qu'avec les moyens d' observation dont nous disposons actuellement, nous ne pouvons que constater le fait de la ligne lumineuse, sans lui trouver aucune explication plausible.

Destituita d'ogni valore scientifico è la spiegazione data dal *Junowicz*, il quale afferma che la *Linea lucida* non è mai chimicamente modificata, ma è dovuta alle fisiche proprietà della membrana nel decorso di detta Linea *adattata* per una forte rifrangenza.

Infine uno di noi (1885) (1) sulla scorta di numerose reazioni microchimiche, mise in rilievo che la *Linea lucida* è dovuta a modificazione chimica e che in molte famiglie è formata di cellulosa più o meno modificata, avente però caratteri tali che si avvicinano a quelli conosciuti proprii alla lignina, mentre in altre è costituita da vera lignina.

Abbiamo così dato un rapidissimo sguardo alla storia dell'argomento e descritto per sommi capi i canalicoli e i rapporti che contraggono colla *Linea lucida*, la composizione chimica e la struttura di questa e le modificazioni che subisce la fronte libera delle cellule attraversate a tutto spessore dai canalicoli; vediamo ora quale sia il valore fisiologico della *Linea lucida*, quale funzione cioè essa compia nella biologia del seme.

A) Se si immergono dei semi di *Phaseolus*, *Faba*, *Pisum*, *Tilia*, ecc. in soluzioni acquose di aniline e si esamina a diversi intervalli lo stato dei tegumenti seminali, si riesce a sorprendere la penetrazione graduale del liquido dalle cellule Malpighiane ai tessuti profondi. La *Linea lucida* spicca sulla membrana di cui fa parte per minor capacità di colorazione.

Se invece delle aniline, energicamente fissate dalle pareti cellulari, per le quali hanno una forte elettività, si adopera una soluzione acquosa di nitrato d'argento, (che si può all'occorrenza precipitare nei tessuti col cloruro di sodio) si osservano gli stessi fatti, ma la *Linea lucida* è assolutamente priva del precipitato

(1) D. O. Mattirolo, *Sullo sviluppo e sulla natura dei tegumenti seminali nel genere* Tilia Linn. (1885). Nuovo giorn. bot. italiano. Firenze.

Id. *La linea lucida nelle cellule malpighiane degli integumenti seminali*, (Vedi in questo lavoro la dettagliata rivista bibliografica delle opinioni citate 1885). Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, Serie II, Tom. XXXVII.

che impregna invece la membrana, tanto nella parte anteriore, quanto nella porzione retrostante a detta Linea. I granuli sono in special modo accumulati nella sostanza dell'estremità libera delle malpighiane, al di dietro della *Linea lucida*, nel contenuto plasmico e in minor copia nella parte basale della membrana. Inoltre se si esamina con obbiettivi ad immersione si vedrà anche il lume dei canalicoli riempito da un deposito granulare il quale segna in tal modo la via tenuta dalla soluzione.

I risultati ottenuti colla ricerche fatte usando le soluzioni di nitrato di argento, potrebbero ingenerare il dubbio che in presenza del tannino, così abbondante nelle malpighiane (fatta eccezione della *linea lucida*), si avesse una riduzione di detto sale esclusivamente laddove si presenta il tannino e così verrebbe a mancare il fondamento delle nostre osservazioni.

A queste obbiezioni rispondiamo osservando che gli stessi fatti si notano anche nei tegumenti seminali privi affatto di tannino (*Lupinus* ad es.). Per di più facendo assorbire da questi tegumenti delle soluzioni tanniche, le quali venivano quindi da noi ricercate coll'acido osmico all'1 $^0/_0$ (metodo assai raccomandabile), coi sali ferrici ecc., si manteneva brillante la *Linea lucida*, la quale anche per queste sostanze si conserva impermeabile e quindi viene così dimostrato il fatto che la presenza del tannino non può invalidare le nostre osservazioni.

B) Alcuni semi di *Phaseolus*, *Vicia Faba*, *Pisum*, ecc. venivano posti in diversi recipienti contenenti sostanze coloranti differenti, iodio, bleu di metile, nitrato di argento ecc., sciolte in alcohol assoluto e lasciati in contatto del liquido per oltre 24-48 ore.

Trascorso questo tempo i semi presentavano appena debolmente colorata la superficie esterna, ad onta che i cotiledoni e gli strati profondi del tegumento fossero fortemente tinti a causa del naturale diffondersi del liquido attraverso il canale micropilare.

Sezionati allo stato secco ed esaminati in alcohol assoluto od olio, si notava pressochè costantemente che la colorazione erasi fissata sul plasma e sulle membrane degli strati profondi, mentre le cellule malpighiane avevano solo colorato, e debolmente, la parte di membrana interposta fra la linea lucida ed il liquido del recipiente.

Se la dimora dei semi nei differenti liquidi raggiungeva 3

a 5 giorni, allora la colorazione si portava anche sulle cellule malpighiane procedendo dalle parti profonde verso le superficiali.

Per eliminare il sospetto che il risultato ottenuto dipendesse da poca affinità delle malpighiane per le dette sostanze sciolte in alcohol assoluto, noi abbiamo sezionato dei tegumenti allo stato secco e li abbiamo immersi nelle stesse soluzioni alcooliche adoperate per l'esperimento, ottenendo una colorazione abbastanza intensa delle cellule malpighiane, fatta eccezione per la *Linea lucida* che assumeva una tinta molto meno carica.

C) Finalmente abbiamo eseguito una ultima serie di esperienze per completare le precedenti.

Dei semi di *Vicia Faba*, *Phaseolus*... tagliati trasversalmente per metà, liberati dai cotiledoni, venivano riempiti di nitrato d'argento in soluzione acquosa o di altro liquido colorante. La soluzione rimaneva molte ore nella sacca senza riuscire alla superficie esterna. All'esame microscopico si notava una intensa colorazione di tutti i tessuti tegumentali comprese le malpighiane; ma il liquido si arrestava costantemente al di dietro della *Linea lucida*, spiccante come una benda ialina. Prolungando di molto la durata dello esperimento, la colorazione si diffondeva lungo i canalicoli sulla fronte cellulare che riesciva in tal modo tinta.

Da questi esperimenti possiamo quindi razionalmente conchiudere:

1) La via tenuta dalle sostanze coloranti per portarsi dall'esterno verso l'interno del seme è segnata da quegli innumerevoli canalicoli che sboccano all'esterno.

2) La stessa via è percorsa dai liquidi nel cammino opposto.

3) La linea lucida si oppone all'uscita dei liquidi senza intralciarne l'entrata, (1) come lo prova il fatto, che già poche ore di immersione dei semi sono sufficienti per la penetrazione del liquido dall'esterno ai tessuti profondi; mentre 24 e più ore,

(1) Va notato che queste due funzioni possono compiersi con differente energia nei semi delle *Papilionaceæ*. Ad es. nei piccoli semi, quasi sempre ricchi di albume a chilario poco sviluppato, il passaggio dei liquidi dall'esterno all'interno attraverso alle malpighiane si fa lentissimamente e ciò forse per impedire un troppo rapido rigonfiarsi degli elementi gelificati dell'albume, che determinerebbe una dannosa ed intempestiva rottura del tegumento seminale.

come si è veduto nell' esperimento di progressione dall' interno verso l'esterno, non bastano perchè il liquido possa oltrepassare la barriera della *Linea lucida*.

A questa spetta adunque la funzione di conservare una atmosfera di umidità attorno all'embrione e di impedire che nel decorso dei giorni secchi avvenga una troppo rapida sottrazione di acqua al seme, specialmente dannosa quando si inizia la germinazione.

Come si compia la funzione della *Linea lucida* e come possa introdursi l'acqua nel seme attraverso le malpighiane è facile a capirsi.

La sostanza più o meno mucilaginosa che forma la fronte delle cellule e che rinforza la membrana di rivestimento, sotto l'influenza dell'umidità, si gonfia, i canalicoli si imbevono d'acqua che per capillarità trasportano nei tessuti profondi. La sostanza della *Linea lucida*, poco permeabile all'acqua e in conseguenza poco rigonfiabile, seguendo la fronte cellulare (a cui aderisce), nei suoi movimenti di espansione, determina, non già una chiusura (come succederebbe ove si rigonfiasse) ma sibbene un aumento nel diametro dei lumi canalicolari.

Questa passiva distensione della linea lucida viene pure confermata dal fatto, che le sostanze coloranti sciolte in alcool assoluto non possono penetrare nel tegumento per la ragione, che non essendo capaci di rigonfiare l'estremità libera delle cellule, non allargano neppure gli anelli pericanalicolari della linea lucida.

Avvenuto l'immagazzinamento d'acqua, se per cause esterne la superficie del seme viene ad essiccarsi, ritorna in conseguenza la *Linea lucida* a restringersi, producendo una valida chiusura dei canalicoli ed a guisa di lamina impermeabile impedisce così la fuoruscita del liquido.

Torino, 2 gennaio 1890.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Febbraio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI Vice-Presidente, FLECHIA, CLARETTA, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI e PEYRON.

Quest'ultimo, incaricato di supplire anche in questa seduta il Segretario della Classe, Comm. Senatore GORRESIO, non ancora pienamente ristabilito in salute, legge il verbale della seduta precedente, il quale viene approvato.

Il Presidente comunica un telegramma del Prof. Domenico COMPARETTI, in cui l'illustre Professore esprime la sua viva gratitudine per il premio BRESSA testè conferitogli.

Il Socio Antonio MANNO offre da parte dell'autore, signor Alessandro DAGUET, l'opuscolo: « *Histoire de la ville et Seigneurie de Fribourg des temps anciens à son entrée dans la Confédération Suisse* en 1841 (Fribourg, 1889); aggiungendo varii schiarimenti sul carattere e sull'importanza del lavoro. La Classe ringrazia del dono.

Essa ringrazia altresì il suo Vice-Presidente, Senatore FABRETTI, che dona, stampato coi proprii tipi, un opuscolo intitolato: « *La prostituzione in Perugia nei secoli* XIV, XV e XVI » (Torino, 1890).

Il Socio Gaudenzio Claretta presenta a nome dell'autore, Ingegnere Raffaello Menochio, l'opera « *Memorie storiche della Città di Carmagnola* » (Torino, 1890), intorno alle quali legge una nota critica che sarà pubblicata negli *Atti*.

La lettura dà luogo ad alcune osservazioni del Socio Manno sulle monete di quella città. Prendono parte alla breve discussione i Soci Fabretti, Ferrero, Bollati.

I Soci Barone Manno ed Ermanno Ferrero, i quali per commissione della Classe esaminarono il lavoro del Dott. Carlo Merkel intitolato: « *Relazioni tra le origini della dominazione Angioina in Provenza e quella in Piemonte* (1249-62) » riferiscono intorno a questo lavoro, conchiudendo per la lettura di esso alla Classe.

La Classe accetta le conclusioni della Commissione e, previa lettura del lavoro, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio Ferrero presenta a nome dell'autore la Memoria intitolata: « *Intorno al luogo ed al tempo in cui Strabone compose la sua Geografia storica*; indagini di Ettore Pais. L'autore desiderandone la stampa nelle *Memorie* accademiche, il Presidente nomina una Commissione perchè esamini il lavoro e ne riferisca alla Classe in una prossima adunanza.

Dopo di che lo stesso Socio Ferrero legge una breve notizia sul Socio Corrispondente Guglielmo Giesebrecht, morto il 18 dicembre dell'anno scorso.

LETTURE

Sulle memorie storiche della Città di Carmagnola, raccolte dall' Ingegnere Raffaello Menochio;

Nota di Gaudenzio Claretta

I cultori degli studii storici devono veramente rallegrarsi del risveglio preso da alcuni anni in qua, in cui essi possono vederne accresciuto notevolmente il patrimonio. E quale contributo importante alla storia generale abbiano recato i lavori parziali sui Comuni di Vercelli, Asti, Alba, Savigliano e va dicendo, ognun lo sa, e ne rimane persuaso. Per tacere dei piccoli Comuni, che ancor essi, a cura di altri benemeriti (1), ebbero la storia delle loro vicende, il nuovo lavoro sulla città e sul contado di Carmagnola non sarà l' ultimo che possa apportare qualche incremento alla nostra storia generale, che è sempre nei voti di tutti, abbia un giorno o l'altro a comparire, a lustro ed utilità del nostro paese.

Il giovine autore del libro del quale ci occupiamo, sebbene professi le scienze esatte, col saggio dato in altro ordine di studii e coll'affetto alla patria de'suoi maggiori, fornisce prova di acume critico e di quella precauzione indispensabile, tanto più fra noi che avemmo molti falsificatori di documenti, a non accettar come oro colato certi fatti, certe opinioni relative ai tempi più intricati ed oscuri, come della nostra storia subalpina, così di quella di Carmagnola, uno dei più notevoli Comuni del medio Piemonte. Anzi si può affermare, che avvezzo l'autore alla precisione della scienza professata e a sciogliere problemi e fare ipotesi, egli abbia messo alquanto in pratica tale sistema nello svolgere il tema assuntosi.

Il materiale per tessere una storia Carmagnolese non facevagli a vero dire difetto. Dal secolo XV in qua ritroviamo che

(1) Fra i quali tiene notevole luogo il Prof. Cav. Daneo, che ci regalò due volumi su di San Damiano d'Asti.

ebbero a correre quell'arringo Gabriele Bucci, Francesco Antonio Pelleri, l'impareggiabile nostro Angiolo Carena e l'avvocato Pier Luigi Menochio, padre dell'autore. Anzi io sono lieto di qui ricordarlo a cagion d'onore, poichè modestissimo qual egli era, e come sempre il conobbi ne'miei anni giovanili, ne'quali ebbi con lui qualche frequenza, si tenne sol pago di radunare materiale che raccolse in quattro volumi, rinunciando così alla gloria che può venire dal pubblicare i frutti delle proprie fatiche.

Ma il nostro autore, non al certo pago di ricorrere ai soli fonti storici, già per opera altrui disposti, rovistando archivi e biblioteche, ebbe la sorte di raggranellare documenti nuovi, non conosciuti dai precedenti scrittori e raccoglitori. Quindi ottimamente egli ci avverte che il suo non è . . . « un resoconto delle memorie raccolte dai nominati, ma è studio originale che si basa in gran parte su pergamene sepolte in antico silenzio, nei monasteri, negli archivi comunali, e ducali e nelle biblioteche delle famiglie patrizie e nel ricco materiale che la Deputazione di storia patria va da mezzo secolo ammanendo agli studiosi. . . ».

Consacrando un capo a discorrere della storia carmagnolese anteriore al secolo X, egli comincia a confutare le opinioni dei soliti favoleggiatori che scrissero in tempi in cui la critica era ancora confederata con la credulità. Adduce gli esempi dell'illustre Pietro Cara da S. Germano stesso che s'ingegnava di ravvisarla in una figlia di Numeriano, del Carena persino, che per altro più moderato, la voleva scorgere nella fondazione dell'abbazia di Casanova, nelle parole *S. Maria de Civitacula;* del Durandi, che fondandosi pure su di un'epigrafe, classificata poi nelle spurie, e venuta fuori con altra relativa ad Alba, in cui si accennava a senato e popolo immaginario, opinava che Carmagnola fosse il *Cerialis* di quell'iscrizione e sottentrata ad un *Cereanum o forum Cereale.*

Il Menochio è d'avviso 1° che si debba soltanto ammettere come all'epoca romana esistesse verso i confini di Casanova, non una città decorata di monumenti, ma un solo paese o villaggio. 2° che sorgesse nemmeno nel sito ove poi s'innalzò l'odierna città, ma sì presso Casanova, centro di una zona di circa sette chilometri, ove si trovano in maggior copia vestigie di sepolture e costruzioni romane. 3° che per rintracciare la moderna Carmagnola bisogna considerare quella che tra il 1010 e il 1020 chiamavasi in documenti *Villanova Caramanie.*

Nel capo in cui egli accenna a coloro che ebbero nei secoli XI e XII signoria su Carmagnola il nostro autore fa una dissertazione sulla famiglia degli Ardoinici di Torino e Susa. Un ramo di questa, procedente da Ardoino IV diè origine ai marchesi di Romagnano, che sin dal secolo undecimo ebbero a dominare su Carmagnola. Egli qui si allieta di ritrovare pel primo nel diploma di Corrado II, che il Durandi congetturò del 1026, la sua Carmagnola nella *villam novam Caramagnam* confermata a Bosone e Guidone, figli dell'or accennato Ardoino IV, benchè finora, come egli nota, ciò non sia stato avvertito da alcuno. In quel diploma quel Cesare confermava agli accennati il dominio su quaranta castelli, fra cui Susa, Virle, Carignano, e non Aviglione, come egli scrisse, ma bensì Avigliana, secondo leggesi nel documento pubblicato dal Datta (1).

Qui poi il Menochio si vuol fare paladino dell'opinione accampata del cavaliere Luigi Provana di Collegno, nel suo scritto sui matrimoni della contessa Adelaide con nuovi documenti, Torino, 1881-1882, che cioè nell'albero degli Ardoinici di Torino e Susa si debbano riconoscere due Adelaidi. Egli vuole che l'Adelaide, la quale risguardano documenti del 1042, 1044 e 1072, non sia punto la conosciuta contessa Adelaide, figlia del marchese Olrico Manfredi o Manfredo II e di Berta, ma bensì altra persona. Anzi avanzandosi ancor d'un passo più in là del cavaliere di Collegno, che non erasi pronunziato su di lei, egli a dirittura l'innesta nel ramo dei marchesi di Romagnano. Secondo il Menochio adunque quest'Adelaide sarebbe la figlia di un marchese Olrico detto anche Manfredo, già morto nel 1042, e così di un marchese Olrico del ramo Romagnano. Ma prevedendo egli alcune obbiezioni che potrebbero essere mosse a tale suo avviso, cerca di scioglierle tosto: e così a quella che potrebbe avvertire l'Olrico del 1040 essere ancor vivo nel 1064, risponde che non si debba intendere esso per l'Olrico di cui egli favella. Anzi egli dubita persino che questi s'abbia a ritenere marchese: e la locuzione del documento *Oldricus qui dicitur marchio*, egli vuole debba alludere alla significazione, non di dignità ma di un soprannome; come di Marchese o Marchisio. Egli aggiunge che

(1) Nel tomo I *Chartarum*, col. 453 e non 463 come nel MENOCHIO. La pubblicò pure in transunto il barone CARUTTI nei suoi *Regesta comitum Sabaudiae*, p. 22

nei veri marchesi il titolo soleva seguire immediatamente al nome, e non con un frapposto di *qui dicitur*.

Ma è bene osservare, che senza la pretesa di stabilire qui una regola generale fa d'uopo di avvertire che casi contrari alla tesi assoluta secondo il Menochio, si riconoscono consultando documenti del tempo. Basti pel momento accennare a Vittalino *qui Bruno vice comes rogatus* il quale soscrisse come testimonio alla fondazione e dotazione del monastero di S. Maria di Pinerolo della contessa Adelaide del 1064 (1). Ora il *Vice comes* di questo documento accenna precisamente alla dignità di visconte di cui erano insigniti i Baratonia. Ma che il *Marchio* potesse essere usato anche come cognome ne abbiamo altresì un esempio in documento dell'anno 1077. Nella donazione fatta dalla duchessa Imilla al monastero di S. Pietro di Musinasco leggiamo come testi *Villielmi et Uidoni marchionis seu Amedei de loco serra longa* (2). Abbonderebbero gli esempi dei nomignoli, ove volessimo percorrere la stessa serie; ci basti aggiugnere per non iscostarci dalle stesse persone, che nella donazione fatta nel 1079 dalla contessa Adelaide al monistero di S. Solutore della metà di Carpice e di quanto essa possedeva in Coazze ritroviamo il notaio che ricevette l'atto intitolarsi *Aldeprandus qui bello sum vocatus* (3).

All'altra obbiezione che l'autore suppone potrebbe essergli fatta, vale a dire che quell'Olrico di Romagnano non si riscontra mai col nome di Manfredo, egli risponde, credere probabile che Olrico di Romagnano ritenesse pure il nome di Manfredo se ebbe a trasmetterlo secondo la consuetudine dei tempi ai suoi successori.

L'illustre barone Carutti nella critica sua opera *Il conte Umberto I e il re Ardoino*, fece rivivere quell'Adelaide, figlia secondo lui di Manfredo II di Romagnano e moglie di Bonifacio del Vasto. L'idea non era nuova. Già il Gioffredo della Chiesa nella sua cronaca aveva scritto che un'Adelaide degli Ardoinici di Torino era entrata nella casa del Vasto, ma quest' autore avevala confusa colla celebre contessa Adelaide di Torino, epperciò la sua opinione era stata in appieno confutata. Il Menochio invece

(1) *Hist. pat. monum., Chartarum* I, 607-609.
(2) Ibid. 655-656.
(3) Ibid. 662.

l'opina figlia di Olderico Manfredi del ramo Romagnano; e non ha difficoltà di unirsi al barone Carutti nel sostenere quest'Adelaide di Romagnano sposata a Bonifacio del Vasto dopo il 1072, sebben già presso ai cinquant'anni, e questo a cagione delle sue dovizie che potrebbero avere allettato il Bonifacio.

Ma come ognuno di leggieri deve ritenere, tutte codeste ipotesi avranno la piena loro soluzione solo allorquando l'inaspettata scoperta di un documento venga a confermarle. Comunque ne sia, egli è certo che il nostro autore nel metter fuori tutte queste opinioni vi dimostrò un certo acume critico e quella prudenza, indispensabile nel camminare fra angusti sentieri, e che possono facilmente condurre a precipizi. Ma, come veniva meno la potenza di quel ramo degli Ardoinici, così a poco a poco Carmagnola finiva per cadere in soggezione degli Aleramidi marchesi di Saluzzo che ne furono poi i principali dominatori.

Di molto interesse è il capo III dell'opera che percorriamo, ove il Menochio tratta delle prime costruzioni di Carmagnola e della fondazione della pingue badia di Casanova. Ed ancor qui egli ci appresta notizie originali tratte da documenti consultati, e riesce a confutare opinioni erronee manifestate dal S. Quintino, che avrebbe voluto esistessero a Casanova nel secolo XII due monisteri, uno detto di S Maria e S. Croce in *Civitatula* e l'altro di S. Maria di Casanova. Egli prova, 1° che quel monistero esisteva invece a Tiglieto nella diocesi d'Acqui, di cui era abate Opizzone, il quale avendo ricevuto una ragguardevole donazione sul territorio di Carmagnola, mandò di là alcuni dei suoi monaci benedettini a fondare il monastero di Casanova; 2° che il vero atto di fondazione di Casanova è del 1142, e ne scopre il primo abate nel 1151 in persona di un tal Alberico. Non lascia egli di avvertire alle benemerenze dei Benedettini di Casanova che cotanto ebbero ad adoprarsi in beneficio dell'agricoltura ed anche dell'industria. Egli accenna ad una manifattura assai estesa, da loro introdotta di certi panni bigi, i quali si smerciavano per lo più a Carmagnola, e così al dissodamento di molti terreni al di là del Sangone, ottenuti da loro dai conti di Savoia e ridotti a pascoli per mantenimento di ovini atti alle loro industrie.

Non manca al nostro libro quella parte che nella storia medioevale riconosciamo di molta importanza e che risguarda la costituzione e l'organamento dei Comuni. Ma con tutte le accennate dominazioni, a differenza di Chieri, Asti ed altre note-

voli popolazioni ove l'elemento comunale ebbe vita rigogliosa, noi troviamo che a Carmagnola fu deboluccio. Eranvi bensì le due società dei nobili e militi, costituite quivi delle famiglie de Gerbo, Lovencito e S. Lorenzo, e l'altra del popolo, ma con tutto questo la vera vita comunale era ridotta quasi a sole frasi; e la potenza dei dominatori e delle famiglie magnatizie assorbiva ogni cosa. Non manca una bella pagina ai Carmagnolesi, che cimentati, si appigliano un dì all'estremo partito di abbandonare il *loco natio*. Già avevano raccolte le masserizie e postele sui carri per rivolgersi, guidati da un capo profughi in cerca di cielo migliore. incerti però *quo fata ferant*. Già erano dessi giunti a S. Martino di Stellone, quando il marchese di Saluzzo, che provò al certo un fremito nelle vene al sentire il cigolar di quei carri, viene a savio consiglio, e si affretta a loro promettere dí migliorarne le condizioni, e giunge così a persuaderli ed indurli a recedere dal cammino intrapreso. La loro pacifica rivoluzione si può dire che era stata ottimamente imaginata, poichè quel principe ben seppe prevedere quali sarebbero state per le sue finanze le conseguenze di quella determinazione. Datano da quell'epoca soltanto le solite franchigie comunali, e seguì pur allora 1203, l'organamento del consiglio comunale. I consiglieri furono 26, poi 27, quindi 30. Si compilarono gli statuti rimaneggiati nel 1336, e raccolti in un volume pergameno che ancor oggi si conserva.

Ma qui ci si consenta una lieve osservazione che vogliamo fare all'autore.

Dacchè egli ricorse all'archivio comunale avremmo desiderato che ci avesse dato un più minuto spoglio di quell'eccellente raccolta che sono in ogni archivio comunale, gli ordinati, testimonio della vita giornaliera, delle usanze de'singoli Comuni. Quante notizie statistiche possono offrire i contratti di vendite, gli appalti delle gabelle, i conti degli ufficiali del *biado* e delle grasce, i censimenti, i così detti *allibramenti*, i mutui e va dicendo! Quante volte dai tediosi *considerandi* degli atti verbali dei consigli comunali scaturiscono notizie che ci fanno pur conoscere i nostri maggiori *intus et in cute*, le loro costumanze, le loro virtù, i loro difetti, le loro aspirazioni, la condizione del popolo, della sua agiatezza, della sua coltura, ecc.!

Non è còmpito nostro di seguire l'autore passo passo nella sua narrazione, e così nei punti in cui considera la politica dei

marchesi di Saluzzo, la cessione del Carmagnolese al delfino di Vienna, seguita nel 1375, quando le cose del marchese Federigo II di Saluzzo volgevano a male, la nuova dominazione di quei marchesi nel 1413. Quindi, ci limiteremo a ricordare qualche fatto di maggior interesse oggigiorno. Accenniamo perciò all'introduzione della tipografia nel 1497, ed anche ad un laboratorio di silografia nel 1560, ed alla zecca marchionale. E qui l'ingegnere Menochio venne ad una dissertazioncella, in cui comincia a confutare l'opinione dei Chiesa che fondati su di un preteso diploma dell'imperatore Federico II conceduto in Saluzzo — 1212 — 1243 affermarono che il borgo Moneta di Carmagnola aveva tratto denominazione da quella zecca. Ma il nostro autore ad obbiettarli reca tosto documenti che attestano che il borgo di S. Maria de Moneta già esisteva nel secolo dodecimo. Nella sua discussione critica egli fa entrare anche il noto Meiranesio, che quest'Accademia conosce assai bene falsificatore di documenti medioevali e fabbricatore di epigrafi romane.

Il Meiranesio adunque, secondo il suo mal vezzo, anche qui aveva coniato tre documenti che il Menochio prende a confutare; e ben osserva quanto cozzino col vero queste parole di uno di essi *conventum fuit inter dominum marchionem ex una parte et suum consilium et Petrum Alferat ex alia.* Infatti, soggiunge il nostro autore, un principe assoluto quanto il marchese di Saluzzo, non curavasi troppo di far comparire a quel modo l'autorità del suo consiglio, come di pari a pari.

Anche i recenti monetografi nostri secondo l'autore avrebbero commesso sbagli nell'accennare alla zecca carmagnolese. Essi (1) opinarono che soltanto il marchese Ludovico II aveva cominciato a fabbricare monete a Carmagnola. Il Menochio invece col dar alla luce l'ordinato comunale del 12 settembre 1435 in cui leggesi . . . *quod tradantur illustrissimo domino nostro marchioni Salutiarum pro subsidio suarum nuptiarum fiendarum florenos trecentos monete Carmagnolie ad rationem grossium* (sic) *XII pro singulo floreno* crederebbe di provare che la zecca carmagnolese dovrebbe invece essere riferita al marchese Ludovico I.

---

(1) S. Quintino, *Ragionamento sulle zecche dei marchesi di Saluzzo*, e Promis Domenico, *Monete di zecche italiane.*

Anche l'archivio capitolare di Carmagnola rovistato dal nostro autore lo avrebbe aiutato a corroborare quella scoperta e ivi infatti ei trovò la concessione del 5 febbraio 1446 in enfiteusi di un prato in *Cruatia* fatta per il fitto di *denarios octo monete Carmagnolie.* Ma senza scendere a tutte quelle osservazioni che si potrebbero far quì se non si fuorviasse dai limiti di questa memoria, basterà avvertire che, se la fortuita scoperta di una moneta coniata dal primo Ludovico di Saluzzo servirebbe sempre più a corroborare l'opinione che il Menochio mise fuori fondato su documenti; scoperta non impossibile dacchè lo stesso Domenico Promis ebbe ad accrescere la serie delle monete di quei Marchesi pubblicata a' suoi dì dal loro storiografo Muletti, e ch'egli stesso aveva pure ritenuto compiuta, anche senza di ciò l'avviso del nostro autore rimane avvalorato da altre considerazioni. Infatti il Menochio avverte che la locuzione *monete Carmagnolie* era necessaria e voleva alludere proprio alla moneta coniata in quella Città, e ciò per differenziarla da tutte le altre monete di varii paesi e di diverso valore che quivi avevano corso. Ed anche a codeste varie monete che si spendevano a Carmagnola accenna il Promis parlando della zecca Carmagnolese; e come le monete coniate in Asti chiamavansi, in documenti di quella città, Astigiane nello stesso secolo XV (1) così Carmagnolesi appunto si denominavano quelle coniate in essa città. La locuzione per indicare moneta, non coniata in un luogo determinato, ma che soleva spendersi ivi, era di denominarla *moneta corrente.*

Trasmettendoci il Menochio i nomi dei vari maestri della zecca egli c'informa di parecchi artisti, poichè ben erano tali coloro che dovevano artificiosamente incidere figure e fregi sulle monete. E di lavori artistici egli pure ci lascia qualche memoria nella sua opera in cui n'ebbe occasione a proposito della sepoltura di Giacomo Tornabule signor di Rettigarne in Scozia, uno de' condottieri che, reduce dall'infelice spedizione di Napoli, morì a Carmagnola il 2 settembre del 1496: e fu deposto nel chiostro di S. Agostino.

La rozza imagine di lui fu scolpita in alto rilievo sul coperchio della tomba con a lato la spada, lo stocco, la lancia e picca e i due scudi dello stemma gentilizio; e il Menochio la

(1) Vayra, *Un anno di vita pubblica d'Asti*, vol. XXVII, *della Miscellanea di storia italiana.*

dice opera dello scultore fiorentino maestro Amedeo, vale a dire Amedeo di Francesco da Settignano, detto Meo del Caprino, quel desso, che se non ebbe una delle prime parti nell'architettura del duomo di Torino, secondo il Carlo Promis, in un documento però del 1494 viene accennato con queste parole: *Magistro Amedeo de Septignano florentino architectore et magistro fabricae ecclesiae taurinensis* (1).

Ma questo monumento fu ampiamente illustrato dal canonico Bosio; e forse non venne a conoscenza del nostro autore che non ebbe a citarlo (2). E che al Menocchio sia verosimilmente sfuggito il lavoro del Bosio, lo si può arguire dacchè egli appena accenna agli stipiti di quella chiesa, intorno alla quale assai diffusamente discorre il citato autore, che ci diede pure le iscrizioni concernenti gli artisti piemontesi che vi lavorarono.

Nessun monumento ebbe nella collegiata Carmagnolese in cui giace, il noto marchese Francesco di Pescara, che coll'esercito imperiale assediava quella città. Era il 28 marzo del 1538, quando facendo egli stesso l'ufficiale de' bombardieri, una palla di archibugio partita dalle feritoie del castello venne a colpirlo, e subitamente lo tolse di vita. Il suo cadavere fu poi seppellito con gran pompa in quella collegiata, e così finiva i suoi giorni nella verde età di soli 39 anni, quel guerriero, il cui casato spegnevasi poco dopo, cioè nel 1541, nel quartodecimo ed ultimo della serie di quei marchesi.

Nel discorrere dell'impresa di Saluzzo compiuta da Carlo Emanuele il Menochio ha mezzo di rinfrescarci la memoria di cose artistiche piemontesi, ricordi sempre importanti in un paese che n'ebbe pochi e in massima parte distrutti, (3) specie in genere di pittura murale. Egli adunque nell'intrattenersi di Gaspare

(1) Cf. Bosio in *Meyranesio*, *M. H. P.*, vol. XI, col. 1752.

(2) Id., *Urna sepolcrale dello scozzese Giacomo di Tornbull. Miscellanea di storia italiana*, XV, p. 469 e seguenti.

(3) Basta ricordare con rammarico sempre, la distruzione avvenuta, solo pochi anni sono, nella stessa Fossano, della splendida pittura a fresco eseguita in dodici quadri di una sala che spettava agli Alessandri di quella città, che col ritratto dell'autore recava quelli dei duchi, e molte figure simboliche. Il proprietario moderno avendo riconosciuto che quella sala era troppo vasta, e dell'altezza di due piani, non fece altro che tramezzarla e ridurla a quattro camere, due terrene e due superiori. E per soprassello ebbe lo spirito di dare un intonaco di calce a tutte le pitture del valente pittore che n'era stato autore.

Ponte dei signori di Scarnafigi (1) valoroso guerriero dell'esercito di Carlo Emanuele, e duce di una parte della spedizione armata per l'acquisto di quel marchesato, suppone che l'intiera sua vita si trovi dipinta in una camera del castello di Scarnafigi, ove in bei quadri si hanno rappresentati gli usi, gli abiti e le armi di quei tempi. Qui peraltro il nostro autore fa uno scambio del castello di Scarnafigi con qualche altro dei Ponte. Imperocchè da buona fonte a cui abbiamo attinto ci risulta che in nessuna parte del castello di Scarnafigi si vede l'opera murale accennata.

Divenuta Carmagnola centro di regione particolarmente agricola e industriosa, molti provvedimenti particolari avevano i suoi statuti su quanto si riferiva all'agricoltura e all'industria. Così noto a cagion d'esempio che vi fossero nel Consiglio comunale due suoi membri i quali venivano chiamati de' *sapelli*, dal vocabolo, in vernacolo detto *sapel* che alludeva a quella terra ammucchiata, necessaria a dar passaggio dalle strade ai poderi; e che teneva luogo di ponte per passare i fossi che li cingevano (2).

---

(1) Figlio di Gian Francesco signor di Scarnafigi e di Francesca nata da Onorato Grimaldi, cavaliere dell'Annunziata. Divenne mastro di campo generale e poi governatore di Carmagnola, carica ben meritatasi, perchè premio delle sue fatiche sostenute nelle guerre civili di Francia, e perchè nell'impresa di quella città rimase ferito, come poi anche ebbe a perdere un occhio. Nelle patenti del 20 marzo 1608 con cui i suoi figli ottenevano l'erezione in contado del suo feudo di Scarnafigi, leggesi: « Desiderando Noi gratificare il magnifico vassallo nostro Lauro Cesare Ponte e suoi fratelli, dei signori di Scarnafigi (a), in considerazione di molti e notevoli servizi che i suoi di lunga mano hanno fatto a Noi ed alli serenissimi antecessori nostri, e specialmente il fu Gaspare loro padre, nostro generale, mastro di campo, e capitano di cavalli, in molte occasioni, *massime nella guerra passata nell'impresa del marchesato di Saluzzo, dove si diportò con molto valore ed affezione*, per la cui segnalata azione fu poi da noi costituito governatore di Carmagnola, patria principale di quel marchesato, ecc. . *A. di Stato - Sezione Camerale - Concessioni.* »

(2) Nell'agro torinese il *sapel* prende nome di *napula*, ed è notevole che essendo quest'ammucchiamento di terra proscritto da tutte le leggi stradali, poichè impedisce il libero corso dell'acqua di quei fossati, parecchi Comuni a breve distanza di Torino stessa sotto gli occhi di coloro ai quali spetta di vigilare su ciò, lo mantengono inalterato in barba di leggi, visite, ecc.

(a) Questi fratelli erano: Elponte, che fu poi canonico lateranense; Gian Francesco, cavaliere di Malta, indi cappuccino; Ercole che divenne governatore del castello di Nizza; Gaspare e Giovanni Vincenzo, che Gaspare aveva avuto da Violante, figlia di Cesare Ponte suo cugino.

Anche la coltivazione dei gelsi non venne trascurata dai Carmagnolesi, e prima del tempo in cui in genere fu assegnata al Piemonte, cioè all'età di Emanuele Filiberto, come avvertiva il Ricotti fondato su quanto leggesi nell'ambasciatore veneto Giovanni Correr nella sua relazione al Senato del 1566. Questi, dopo aver accennato all'editto restrittivo di Emanuele Filiberto, col quale aveva vietato ai forestieri di vendere sete e lane fabbricate nel paese ed ai nostri di far uso di esse se provenienti dall'estero, soggiunse che.., aveva fatto piantare molte migliaia di morari, per allevare dei *cavalieri* che fanno la seta... E così questa coltivazione avrebbe anticipato quella che seguì poi nella parte del Piemonte soggetta ai nostri principi cioè solo dopo il 1563. Il Menochio adunque qui avverte che in un ordinato anteriore al 1535 si accenna *arbores seu folia mororum*, locchè dimostra come i gelsi già allignassero a Carmagnola anteriormente all'età di Emanuele Filiberto.

E giunti all'età storica moderna noi facciamo punto, bastando avvertire che il nostro autore con uguale criterio viene a narrarci le vicende di Carmagnola con notizie storiche militari e statistiche pregevoli. Seguono, quale appendice al suo lavoro, trentasette documenti, non tutti inediti, ma in gran parte non pubblicati. Potrebbe qui taluno far un appunto al Menochio di aver, nell'accennare la provenienza della massima parte di queste carte, che è l'archivio di Stato, fatta risuscitare l'antica denominazione di archivio di Corte. Ma essendosi egli, come pare, servito dei documenti esistenti negli accennati quattro volumi scritti dal suo genitore, non ebbe la precauzione di fare la variante essenziale, ch'ebbe da mezzo secolo fa quell'archivio. E se ancor oggi esso si appellasse, l'archivio di Corte, probabilmente gli studiosi non troverebbero quell'agevolezza di ricerche di cui invece debbono essi rallegrarsi.

Codesti documenti poi, alcuni dei quali tolti da archivi Carmagnolesi e da quelli arcivescovili di Torino, non mancano di importanza. Orna l'edizione una bella litografia che rappresenta il prospetto della città e dei sobborghi di Carmagnola all'epoca del famoso suo assedio del 1588 (1).

---

(1) Alle varie serie cronologiche di autorità che l'autore fa susseguire al suo libro, noto quella dei Giudicanti, che comincia dal 1172; ma per esattezza storica vogliono essere qui corrette alcune mende di nomi sfuggite. Così:

L'autore di questo scritto, nel quale i pregi superano qualche difetto, ci annunzia un secondo volume, riservato alla storia speciale delle famiglie carmagnolesi ed alle biografie de' suoi uomini illustri che non furono pochi. E noi ci auguriamo che abbia ad essere degno di questo, anzi superarlo colla castigatezza della forma e coll'aiuto dell'arte, che rendono sempre più pregevole qualsiasi scritto; e si raggiunga così il fine vagheggiato dal Menochio, il quale fa voti che abbia col tempo a scriversi la storia generale del Piemonte, alla cui formazione concorrono le particolari... Fonte, com'ei soggiunge, per ricavarne compendii popolari che io vorrei vedere nelle mani dell'operaio e del contadino che oziano nei dì festivi. Vedo che in Toscana la plebe conosce e ricorda con piacere le glorie del suo paese, e non so rendermi ragione perchè in Piemonte le speculazioni finanziarie ed industriali debbano far trascurare il culto della patria e della famiglia, e perchè non cerchino in modo più efficace i municipii di tener vive nel popolo le tradizioni paterne, pensando che a questi sentimenti deve far appello la civiltà se si vuole che la morale accompagni la scienza nella via del progresso... »

1309, Manfredo di Termavasio, a vece di Ternavasio; 1336, Raimondo di Baudessano, a vece di Baldessano; 1403, Giovanni Alamandi signor di *Sechelino*, paese che ci giunge ignoto; (*a*) 1573-74, Gerolamo Cassante di Savigliano, a vece di Gerolamo Gassante; 1704-1709, Carlo Francesco Vincenzo Ferrero di Roalio da Mondovì, a vece di Roasio. Questo è il celebre ministro di Carlo Emanuele III, che cominciò appunto la carriera, come si sa, coll'ufficio di giudice di Carmagnola. E fu precisamente Carmagnola che la sorte volle l'origine della sua fortuna. Questo fatto noto, sebben omesso dal nostro autore, è del 1706, in cui Vittorio Amedeo, uscito di Torino per infestare i Francesi, aveva dovuto trattenersi qualche ora a Carmagnola. Il Ferrero, in un colle altre autorità, erasi recato a fargli omaggio. Dovendo il Duca spedire una lettera di certo momento, e non avendogli piaciuta quella scritta da un suo segretario, volle udire il giudice, la cui arringa avevalo soddisfatto. Affidò a lui adunque la compilazione di quella lettera, la cui minuta talmente lo soddisfece, che più non ne dimenticò l'autore, il quale ebbe a prima prova della sovrana soddisfazione la nomina d'intendente di Susa.

(*a*) È incerto se appartenesse agli Alemandi della Bressa od a quelli di Savoia. In quanto a questi essi ebbero signoria su di Albene e Conziè.

SUNTO della Memoria del Dott. CARLO MERKEL: *Relazioni fra le origini della dominazione Angioina in Provenza ed in Piemonte.*

L'A. in questo lavoro fa un confronto tra il modo, con cui si formò la dominazione angioina in Provenza, e quello, con cui essa nacque in Piemonte. La trattazione sulla dominazione provenzale precede quella riguardante il Piemonte. L'Autore in questa prima parte, dopo aver accennato al modo, con cui Carlo d'Angiò divenne signore della Provenza, segue passo a passo gli atti della sua amministrazione in tale regione, i ripetuti tentativi di rivolta dei feudatari e dei comuni, ed il processo, per cui la dominazione angioina, nonostante questi, anzi loro mercè, si fece sempre più assoluta ed estesa. La fama del fermo governo del conte, non meno che la gloria delle sue armi, rese allora noto e celebrato il nome di lui in Italia; l'estensione del suo dominio crebbe a tal segno che questo venne a confinare all'ovest ed al sud del Piemonte.

Nella seconda parte del lavoro, l'A. cerca quali altre ragioni, oltre alla fama acquistata da Carlo d'Angiò e alla vicinanza dei confini del suo dominio, indussero per primi i Cuneesi ad assoggettarsi al conte; poi segue quella serie di sottomissioni, che, dipendendo l'una dall'altra, assoggettarono a Carlo d'Angiò tutta la parte sud-ovest del Piemonte; indica come i patti, a cui si sottomisero le città piemontesi, siano stati in gran parte simili a quelli, ai quali, dopo le ripetute ribellioni, dovettero sottomettersi le città provenzali; in fine espone come la nuova dominazione, svoltasi rapidamente durante gli anni 1259-60, abbia poi in Asti e nella lega capitanata da questa città, trovato un ostacolo che per alcuni anni ne arrestò lo sviluppo e minacciò di togliere ogni importanza ai fortunati principii di quella dominazione.

Guglielmo Giesebrecht

Parole commemorative del socio Ermanno Ferrero

Allorchè, nel 1880-81, la nostra Classe accademica aumentò l'albo de' suoi socii corrispondenti, v'iscrisse fra i nomi dei più chiari rappresentanti della scienza storica quello di Guglielmo Giesebrecht. L'illustre scrittore mostrò gradimento per tale segno della nostra stima, sia ringraziandoci con gentili parole, rivelanti pure la sua modestia, sia inviandoci il primo volume, allora stampato, e più tardi il secondo della quinta edizione del suo capolavoro, la *Geschichte der deutschen Kaiserzeit*.

Fra le opere di valore, che la storiografia tedesca ha prodotto in questo secolo quasi a compenso della sua sterilità nei secoli addietro, tiene un alto posto quella grandiosa del Giesebrecht. Il periodo, ch'essa abbraccia, dalla fondazione dell'impero romano-tedesco al finire del regno di Federico I, è il tempo delle maggiori relazioni della Germania con l'Italia. La conoscenza del medio evo italiano non si può acquistare senza la conoscenza del medio evo germanico; ad ottenere quest'ultima è di aiuto indispensabile la storia del Giesebrecht.

Gli studii storici ebbero in Germania larga parte nell'invigorire il sentimento della patria, onde furono possibili i grandi avvenimenti militari e politici, di cui fummo testimoni. La storia del Giesebrecht, rappresentando l'età più gloriosa della nazione tedesca, ed essendo pregevole inoltre come lavoro letterario, doveva avere, ed ebbe in fatti larga diffusione, sicchè del primo volume, uscito nel 1855, e del secondo già si è fatta la quinta edizione, mentre l'opera non è ancora terminata. La seconda

parte del volume V, pubblicata nel 1888, si arresta alla caduta di Enrico il Leone nel 1181, onde neppure è compiuto il racconto del regno del Barbarossa terminato nel 1190.

Al lettore straniero apparirà forse talora la storia del Giesebrecht non libera da quella tendenza ad esagerare l'idea della dignità nazionale, che appare non di rado nelle opere storiche della moderna Germania. Però dobbiamo riconoscere che tale tendenza è nel Giesebrecht di gran lunga minore che in altri storici tedeschi, e che essa origina sempre da un caldo amore della patria, non mai da un superbo disprezzo per razze e civiltà diverse.

La storia dell'impero fu il capolavoro non il solo lavoro del Giesebrecht. Col Waitz, col Koepke, col Doenniges, col Wilmans, con l'Hirsch collaborò, negli anni della giovinezza, alla composizione degli *Annali dell'impero germanico* al tempo della casa di Sassonia, diretti da Leopoldo Ranke. Il Giesebrecht, nato a Berlino il 5 di marzo 1814, ebbe a maestro quel sommo fra gli storici del secolo, dalla cui scuola uscirono così valenti allievi, che a lor volta educarono nelle Università tedesche altri insigni discepoli. Anche il Giesebrecht fu maestro di storia, dapprima nell'Università di Königsberg, poscia in quella di Monaco, dove chiamollo il re Massimiliano II, che degli studii storici fu benemerito fautore. Dal 1862 per ventidue anni il Giesebrecht insegnò in quella Università, non tralasciando ne' suoi corsi la storia dell'antica Grecia e di Roma, e mostrando così anch'egli la necessità nell'insegnante e nello scrittore di storia di una larga cultura estesa fuori dei periodi preferiti per la ricerca speciale.

Il medio evo fu il periodo prescelto dal Giesebrecht per i suoi lavori, tra i quali vogliamo qui ricordare solo ancora alcuni, che più specialmente concernono la nostra patria, come la dissertazione *De litterarum studiis apud Italos primis medii aevi saeculis* (1840), uno studio su Arnaldo da Brescia (1873), uno sulla storiografia milanese nei secoli XII e XIII (1881).

Il Giesebrecht ebbe pure l'ufficio di segretario della Commissione storica dell'Accademia delle scienze di Monaco e quello di segretario della Classe filosofica, filologica e storica della medesima Accademia, dove nell'adunanza pubblica del 28 di marzo 1883 — è ricordo per noi grato — commemorò il nostro rimpianto presidente Ercole Ricotti, che dell'Accademia della capitale bavarese fu socio straniero.

Il 18 di decembre dell'anno passato Guglielmo Giesebrecht terminò, in età di più di settantacinque anni, la sua vita, lasciando un'orma profonda nel campo della scienza, un affettuoso ricordo nei cuori di coloro, che gli furono amici, fra i quali egli poneva i proprii allievi.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 12 al 26 Gennaio 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* Mémoires de l'Académie R. des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; t. XLVII. Bruxelles, 1889; in-4°.	R. Acc. di Scienze Lett. ed Arti del Belgio (Bruxelle).
— Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers publiés par l'Académie R. des Sciences, etc. de Belgique; t. XLIX. Bruxelles, 1888; in-4°.	Id.
Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie R. des Sciences, etc. de Belgique; Collection in-8°, t. XL-XLII. Bruxelles.	Id.
— Bulletins de l'Académie R. des Sciences, des Lettres, etc. de Belgique; 4e série, t. XIII-XVI. Bruxelles, 1887-88; in-8°.	Id.
— Biographie nationale publiée par l'Académie R. des Sciences, etc. de Belgique; t. X, fasc. 1-3 (Ida-Hyperius). Bruxelles, 1886-87; in-8° gr.	Id.
— Annuaire de l'Académie R. des Sciences, etc. de Belgique; LIVe et LVe année, 1888, 1889. Bruxelles, 1888-89; 2 vol. in-8° picc.	Id.
* Annales de la Société belge de Microscopie; t. XII, année 1885-86. Bruxelles, 1889; in-4°.	Società belga di Microscopia (Bruxelle).

Soc. entomologa del Belgio (Bruxelle). * Annales de la Société entomologique de Belgique; t. XXXII. Bruxelles, 1888; in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta). * Records of the geological Survey of India: vol. XXII, part 4. Calcutta, 1889; in-8° gr.

R. Acc. delle Sc. di Copenaghen. Mémoires de l'Académie R. de Copenhague, 6e série, Classe des Sciences, vol. V, n. 1-2. Copenhague. 1889; in-4°.

Id — Bulletin de l'Académie R. de Copenhague; 1889, n. 2. Copenhague, 1889; in-8°.

R. Soc. Scozzese delle arti (Edimborgo). * Transactions of the R. Scottish Society of Arts; vol. XII, part. 3. Edinburgh, 1889; in-8°.

R. Società fisica di Edimborgo. * Proceedings of the R. physical Society of Edinburgh; vol. X, part 1. Edinburgh, 1889; in-8°.

Società Senkenbergiana, di Francoforte. * Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Main; 1889. Frankfurt a. M., 1889, in-8°.

J. V. Carus (Lipsia). * Zoologischen Anzeiger herausgegeben von Prof. J. V. Carus in Leipzig; XIII Jahrg., n. 325. Leipzig, 1889; in-8°.

Il Governo inglese (Londra). Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873-76, etc.; Physics and Chemistry, vol. II. London, 1889; in-4°.

R. Società astron. di Londra. * Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. L, n. 2. London, 1889; in-8°.

Osserv. astronom. di Tacubaya (Messico). * Anuario del Observatorio astronómico nacional de Tacubaya para el año de 1890, formado bajo la direción del Ingeniero Angel Anguiano; año X. México, 1889; 1 vol. in-16°.

R. Istit. Lomb. (Milano). * Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie 2a, vol. XXII, fasc. 19. Milano, 1889; in-8°.

R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli. Bollettino della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli fondata nel 1818; anno I, n. 5-9. Napoli, 1889; in-8°.

La Direzione (Nuova Orléans). Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 4e série, t. I, livrais. 1e. Nouvelle Orléans, 1890; in-8°.

Circolo Matem. di Palermo. * Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. III, fasc. 6. Palermo, 1889; in-8° gr.

Parigi. * * Annuaire pour l'an 1890, publié par le Bureau des longitudes, avec des Notices scientifiques. Paris, 1890; 1 vol. in-16°.

* Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St.-Petersbourg; VIIe série, t. XXXVI, n. 9-16. St.-Pétersbourg, 1888-89; in-4°. — Accademia imp. delle Scienze di Pietroborgo.

— Bulletin de l'Académie imp. des Sciences, etc.; nouvelle série, I (XXXIII) n. 1. St.-Pétersbourg, 1889; in-8° gr. — Id.

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Petersbourg; t. XXI, n. 9. St.-Pétersbourg, 1889; in-8°. — Soc. fisico-chimica di Pietroborgo.

* Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro; anno IV, n. 12. Rio de Janeiro; 1889; in-4°. — Osservatorio di Rio Janeiro.

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 12, 2° sem., Roma, 1889; in-8° gr. — R. Accademia de' Lincei (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 1. Roma, 1890; in-8°. — Società dei Viticolt. ital. (Roma).

* Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 10-11. Roma, 1889; in-8°. — Municipio di Roma.

* The Journal of the College of Science imperial University, Japan; vol III, part 3. Tokyo, Japan, 1889; in-8° gr. — Università imp. di Tokio (Giappone).

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. IX, n. 12. Torino, 1889; in-4°. — Società meteor. italiana (Torino).

Repertoire alphabétique des noms spécifiques admis ou proposés dans la sous-famille des *Libellulines*, avec indications bibliographiques, iconographiques et géographiques, par Alfred Proudomme de Borre. Bruxelles, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Sulle forze elementari elettromagnetiche ed elettrodinamiche; Memoria del Prof. Augusto Righi. Bologna, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 19 Gennaio al 2 Febbraio 1890

Donatori	
Società di Geogr. comm. di Bordeaux.	Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc.; 2e série, XII année, n. 23-24. Bordeaux, 1889; in-8°.
Berlino * *	Allgemeine Geschichte in Einzeldarstellungen, etc. — I. Haupt., 3 Theil. — Geschichte des alten Indiens, von Dr. S. LEFMANN. Berlin 1890; 1 vol. in-8°.
Id.	—— Id. I Haupt., 4 Theil. — Geschichte des alten Persiens, von Dr. F. JUSTI Berlin 1879; 1 vol. in-8°.
Bibl. nazionale di Firenze.	Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 97. Firenze, 1890; in-8° gr.
Gotha.	Dr. A. Petermanns Mitteilungen ans Justus Perthes' geografiquer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXV Band, 1889, n. 12. Gotha, 1889; in-4°.
Id	—— Ergänzungsheft n. 96. Gotha, 1889; in-4°.
R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).	* Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band XI, n. 5. Leipzig, 1889; in-8° gr.
Id.	— Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft etc. philologisch-historische Classe; 1889, II, III. Leipzig; 1889; in-8°.
Università di Lovanio.	* Société littéraire de l'Université catholique de Louvain: Choix de Mémoires, XIV Bruges, 1889; in 8°.
Id	—— De Schola Elnonensi Sancti Amandi a saeculo IX ad XII usque: Dissertatio historica, quam pro consequendo gradu Doctoris Scientiarum ethicarum et historicarum in Universitate catholica Lovaniensi scripsit Julius DESILVE, in Facult. Litterarum Redonensi licentiatus. Lovanii, MDCCCXC; 1 vol. in-8° gr.
Id.	—— Theses Facultatis theologicae, 1888-89, n. 604-610; 7 fasc. in-8°.
Id.	—— Theses Facultatis Philosophiae et Litterarum, 1889-90, n. 21; 1 fasc. in-8°.

—— Annuaire de l'Université catholique de Louvain, 1890, LIVe année. Louvain, 1 vol. in-16°. — Università di Lovanio.

* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XV, cuaderno 6. Madrid, 1889; in-8°. — R. Accademia di Storia (Madrid).

Comptes-rendus de l'Athenée Louisianais, etc.; 4e série, t. I, livraison 1e Nouvelle-Orléans, 1890; in-8°. — La Direzione (Nuova Orléans).

* Compte-rendu de la Société de Géographie, etc., 1890, n. 1, pag. 1-16 in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Popolazione — Movimento dello stato civile, anno XXVI, 1887. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; 2° sem., vol. V, fasc. 13 e Indice del volume: vol. VI, fasc. 1, 1° sem. Roma, 1889-90; in-8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Adunanza del Consiglio Comunale di Torino; 1889-90; IV. Torino, 1890; in-8°. — Municipio di Torino.

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVII, fasc. 122. Venezia, 1890; in-4°. — Venezia.

* *

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
3972 (850) 14-III-90

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Febbraio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI, CAMERANO, SEGRE e BASSO Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, si dà comunicazione delle lettere dei professori Luigi CREMONA ed Eugenio BELTRAMI in cui porgono ringraziamenti per la loro nomina a Soci nazionali non residenti dell'Accademia.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Sulle superficie d'influenza per le reazioni d'ostacoli e molecolari nei sistemi staticamente determinati* »; Nota dell'Ing. Elia OVAZZA, presentata dal Socio COSSA;

« *Sulla corrispondenza algebrica fra due spazi rigati* »; Nota del Dott. Mario PIERI, presentata dal Socio SEGRE;

« Relazione intorno al lavoro del Dott. Federico SACCO (*Sui molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria*) (Harpidae o Cassididae), ecc. »; del Socio CAMERANO condeputato col Socio SALVADORI.

La Classe, accogliendo le conclusioni favorevoli della Relazione, ammette alla lettura questo lavoro, e poscia ne delibera l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

LETTURE

Sulle superficie d'influenza per le reazioni, d'ostacolo e molecolari, nei sistemi staticamente determinati;

Nota dell'Ingegnere Elia Ovazza.

1. Lo studio dei sistemi staticamente indeterminati considerati come elastici, presupponendo lo studio delle deformazioni da questi subìte per l'azione delle forze che li sollecitano, condusse man mano gli scrittori di statica delle costruzioni dal campo della meccanica dell'equilibrio a quello della cinematica, onde i numerosi recenti lavori trattanti cinematicamente l'argomento della stabilità delle costruzioni.

Il nuovo metodo di trattazione applicato ai sistemi staticamente determinati, pei quali, a dir vero, parrebbe ozioso a tutta prima il ricercare nuovi metodi di studio, mercè la diretta applicazione del principio degli spostamenti virtuali, che in sè tutta comprende la statica dei sistemi materiali, conduce a proposizioni generali comprendenti come corollarî dei teoremi fin qui dimostrati per vie affatto diverse, epperciò riduce ad una sola teorie studiate finora indipendentemente fra di loro. A questo si aggiunga l'altro vantaggio di trasformare problemi riferentisi a grandezze astratte quali sono le forze, in problemi riguardanti movimenti, fenomeni d'indole essenzialmente geometrica, e dai quali appunto traggiamo il concetto di forza; si aggiunga la fiducia, non delusa nel presente caso, che ogni nuova trattazione di un argomento oltre che ad importanti dilucidazioni possa approdare a soluzioni semplici di quesiti ancora considerati come praticamente intrattabili in causa della complicanza dei calcoli cui conducono i metodi preesistenti, e si avranno sufficienti ragioni perchè questo nuovo metodo di trattazione debba almeno prender posto fra quelli attualmente adottati.

2. Nella presente nota ci limitiamo allo studio della varia *influenza che sulle reazioni, d'appoggio e molecolari, provocate*

in un sistema staticamente determinato hanno le diverse condizioni di carico, studio il quale, com'è noto, è fondamentale per quella parte di scienza delle costruzioni che occupasi della stabilità dei sistemi determinati staticamente.

---

3. Fra le forze sollecitanti un sistema materiale in equilibrio, vincolato ad ostacoli, alcune comportansi a guisa di *variabili indipendenti*, volta per volta supponendosi note in grandezza e direzione, altre variano in grandezza e direzione col variare delle prime, di cui possono considerarsi *funzioni*. Fra le prime vanno considerati: i pesi delle varie parti del sistema, i sovraccarichi che questo deve sopportare, ecc. ecc.; fra le seconde annoveransi invece: le reazioni che gli ostacoli oppongono alle parti del sistema di cui limitano la mobilità, e le reazioni molecolari che attraverso ad una sezione qualunque idealmente condotta attraverso il sistema si trasmettono le due parti del sistema che trovansi da bande opposte rispetto a quella sezione. Le forze prima considerate verranno in seguito indicate col nome di *azioni* o *di carichi* (*), senza supporre per questo che sieno sempre dirette verticalmente; le altre forze, funzioni dei carichi, si diranno senz'altro *reazioni*.

4. La reazione offerta da un ostacolo contro un determinato membro del sistema, per la natura stessa cedevole dei materiali onde constano le due parti in contatto, è *distribuita con continuità,* vale a dire è costituita da un sistema di forze elementari succedentisi in modo continuo. Condotta per un punto arbitrario O una terna di assi Ox, Oy, Oz, per semplicità ortogonali, diremo che la reazione dell'ostacolo è *staticamente determinata* quando sieno determinate le caratteristiche, rispetto a quei tre assi, del sistema continuo di forze costituente tale reazione, e cioè allorchè sieno conosciute le somme, X, Y, Z, delle proiezioni di tutte le forze del sistema sugli assi Ox, Oy ed Oz, e le somme, M_x, M_y, M_z, dei momenti di dette forze rispetto agli stessi assi Ox, Oy, Oz rispettivamente.

Assunto il punto O a centro di riduzione del sistema, le

(*) In meccanica generale assumono il nome di *forze esterne direttamente applicate.*

somme X, Y, Z misurano le componenti secondo Ox, Oy, ed Oz della risultante di traslazione, mentrechè M_x, M_y, ed M_z, misurano i momenti delle coppie componenti la coppia principale, aventi assi-momenti secondo Ox, Oy, ed Oz rispettivamente. Perciò può anche dirsi che X, Y, Z sono le componenti finite, M_x, M_y ed M_z sono i momenti delle componenti infinitamente piccole ed infinitamente lontane della reazione d'ostacolo considerata per riguardo all'assunta terna di assi coordinati.

5. Circa la forma dei sistemi materiali che prenderemo a considerare supporremo sempre in seguito, ciò che può farsi senza che il problema perda in generalità per riguardo alle tecniche applicazioni, che tali sistemi o sieno dei solidi a forma di trave oppure sieno costituiti da membri aventi forma di trave fra loro vincolati in diversa guisa, intendendo che un solido abbia *forma di trave* quand'esso possa generarsi mediante il movimento di una figura piana, di forma in generale variabile, che si mantiene normale alla traiettoria del proprio baricentro. Com'è noto, questa traiettoria prende il nome di *asse* o di *fibra media* della trave, ed ogni posizione della figura piana generatrice di *sezione trasversale* della trave.

Ciò posto, condotta in un membro qualunque d'un dato sistema in equilibrio sotto l'azione di certi carichi una sezione trasversale S qualunque, attraverso i vari elementi di tale sezione una parte A della trave così sezionata reagisce sull'altra porzione B, per modo che la reazione che la parte A offre contro la B attraverso la sezione S costituisce un sistema continuo di reazioni molecolari, il quale verrà da noi indicato con l'epiteto di *reazione molecolare attraverso la sezione* S della parte A contro la parte B. Come per una reazione di ostacolo, diremo che la reazione molecolare attraverso una data sezione S è *staticamente determinata* quando saranno tali le sue caratteristiche per rispetto ad una terna di assi convenientemente scelta.

6. Ordinariamente si pone l'origine della terna di assi coordinati nel baricentro G della sezione, si sceglie un asse Gx coincidente con la normale per G al piano della sezione (epperciò tangente in G all'asse della trave), gli altri due assi Gy e Gz ortogonali e giacenti nel piano della sezione medesima. Per tale scelta la componente finita X secondo Gx può dirsi *reazione*

normale finita attraverso la sezione S, le componenti Y e Z finite secondo Gy e Gz possono chiamarsi *reazioni tangenziali finite* nelle direzioni y e z; la coppia M_x *reazione tangenziale infinitamente piccola e lontana*, e le coppie M_y ed M_z *reazioni normali infinitamente piccole e lontane* attorno agli assi y e z rispettivamente. Trattandosi di trave in equilibrio, la reazione molecolare attraverso la sezione trasversale S della parte B contro la parte A è direttamente contraria alla *sollecitazione esterna* per la sezione S considerata appartenente alla porzione A, cioè al sistema delle forze esterne agenti su questa porzione, comprendendo fra queste le reazioni che sulla parte A del membro considerato esercitano gli altri membri ad essa direttamente vincolati. Segue che in valore assoluto la reazione finita normale attraverso la sezione S è eguale allo *sforzo normale* per tale sezione, che le reazioni finite tangenziali dànno per risultante una forza eguale in valore assoluto allo *sforzo di taglio*, che la reazione tangenziale infinitamente piccola e lontana è misurata dal *momento di torsione*, e che finalmente le due reazioni normali infinitamente piccole e lontane equivalgono ad una coppia direttamente opposta alla coppia *momento flettente* per la sezione S.

7. Determinata staticamente una reazione, d'ostacolo ovvero molecolare, la sua *determinazione effettiva*, cioè la determinazione della legge con cui tale reazione si ripartisce sulla superficie attraverso cui agisce, forma argomento della *Teoria dell'elasticità e resistenza dei materiali.*

8. Quanto ai carichi facciamo osservare che nei casi pratici essi possono ordinariamente ripartirsi in pochi gruppi, ciascuno dei quali comprenda forze aventi tutte una stessa direzione (chè dette azioni sono generalmente pesi oppure pressioni dovute al vento e queste per lo più agiscono sopra superficie piane); per la qual cosa, finchè nulla avvertiremo in contrario, intenderemo d'or in avanti fra di loro *paralleli tutti i carichi*, limitandoci per intanto a considerare gli effetti dovuti alla variazione dell'intensità e direzione loro.

---

9. Un carico concentrato P si muova senza variare di direzione e d'intensità per modo che il suo punto di applicazione

descriva una superficie limitante un dato sistema materiale — *superficie di applicazione del carico* — (superficie di coperta per una tettoia, d'estradosso per una vôlta, d'impalcato per un solajo od un ponte, ecc.), e si immagini determinato per ogni posizione del carico P il valore di una certa caratteristica R d'una determinata reazione, d'ostacolo ovvero molecolare, provocata da quel carico. A partire da un piano — *piano fondamentale* — normale alla direzione costante del carico, ed avendo riguardo al segno, s'imaginino disegnati sulle singole linee d'azione del carico P dei segmenti proporzionali ai corrispondenti valori della forza R. La superficie luogo degli estremi di tali segmenti ci dà la rappresentazione geometrica della legge secondo cui il valore della forza R dipende dalla posizione del carico concentrato P, e dicesi perciò *superficie d' influenza* su quella forza R per quel carico mobile P.

10. In virtù del principio della sovrapposizione degli effetti un carico d'intensità αP avente la direzione del carico P, essendo α un numero astratto qualunque, tende a provocare a parità di posizione su quella considerata parte del sistema una reazione d'intensità αR; quindi a carichi concentrati mobili di diversa intensità ma di eguale direzione corrispondono superficie d'influenza *affini* fra di loro, la qual cosa del resto risulterà dimostrata direttamente in seguito per i sistemi staticamente determinati.

11. Data la superficie d'influenza su di una caratteristica R per un carico concentrato P, è facile dedurne il valore di tale forza R per una *condizione qualunque di carichi concentrati* $\alpha_1 P, \alpha_2 P, \ldots . \alpha_i P, \ldots . \alpha_n P$, valore ch'è dato dalla sommatoria $\Sigma \alpha_i R_i$, indicando genericamente con R_i l'ordinata, letta nella voluta scala, della superficie d'influenza intercetta sulla linea d'azione del carico $\alpha_i P$. Dallo studio geometrico della superficie d'influenza e della legge con cui varia la condizione di carico, si potranno volta per volta dedurre i valori limiti della caratteristica R.

12. Se la costruzione è sollecitata da un *carico ripartito* in modo continuo, proiettisi ortogonalmente su un piano qualunque normale alla direzione dei carichi - *piano fondamentale* -

la superficie di applicazione dei carichi. In corrispondenza di ciascun elemento ΔF della proiezione così ottenuta si elevi a partire dal piano fondamentale un'ordinata misurante il rapporto $p = \frac{\Delta P}{\Delta F}$ — *intensità del carico* in corrispondenza di quell'elemento ΔF — ove ΔP rappresenta il carico elementare agente attraverso l'area ΔF. La superficie luogo degli estremi di tali ordinate prende il nome di *superficie di carico.*

Da questa definizione risulta immediatamente che il volume compreso fra tale superficie, il corrispondente piano fondamentale ed una superficie cilindrica chiusa qualunque avente generatrici nella direzione dei carichi, è proporzionale all'intensità della risultante dei carichi agenti nell'interno di detta superficie cilindrica, e di più ha baricentro sulla linea d'azione di tale risultante.

Supposto p costante, la superficie di carico è un piano parallelo al fondamentale, ed il carico dicesi *uniformemente ripartito.*

13. Si consideri un elemento qualunque dF della superficie piana fondamentale, e sieno p ed r i valori delle corrispondenti ordinate, lette nelle rispettive scale, della superficie di carico e della superficie d'influenza. Attraverso l'elemento dF agisce un carico elementare $p \cdot dF$, che provoca una reazione elementare misurata da $pr \cdot dF$, laonde il valore della reazione totale R provocata da tutto il carico ripartito è misurato da

$$R = \iint p r dF,$$

quando intendasi il doppio integrale esteso a tutta la porzione F di superficie fondamentale attraverso cui agisce il carico ripartito.

Supposto il carico uniformemente ripartito d'intensità p, si ha più semplicemente

$$R = p \iint r dF ,$$

cioè la reazione R provocata da tutto il carico è misurata dal volume del solido compreso fra la superficie d'influenza, il rispettivo piano fondamentale ed il cilindro a generatrici normali a questo piano, entro cui agisce il carico.

14. Stabilito così il modo con cui si utilizza la conoscenza della superficie d'influenza relativa ad una data reazione R per la determinazione dei valori che tale forza assume in corrispondenza delle diverse possibili condizioni di carico, passiamo alla ricerca delle singole superficie d'influenza. Ci varremo perciò del *principio delle velocità virtuali* (*).

15. Trattisi di costruire la *superficie d'influenza per una reazione d'ostacolo.*

Al sistema materiale in equilibrio, soggetto a certi carichi P e svincolato dai suoi ostacoli e dalle condizioni che regolano la variabilità di forma dei suoi membri mediante l'applicazione al sistema delle reazioni d'ostacolo e delle forze interne provocate dai carichi, s'imprima virtualmente un moto infinitesimo qualunque. Detti rispettivamente L_p, L_i ed L_r i lavori totali elementari che per tale movimento fanno i carichi, le forze interne e le reazioni d'ostacolo, pel principio su ricordato si ha:

$$L_p + L_i + L_r = 0 \qquad \ldots\ldots (1).$$

Se per tale moto virtuale un membro del sistema direttamente vincolato ad un ostacolo resta invariato, si scomponga il suo moto elementare in tre moti di traslazione secondo tre assi Ox, Oy, Oz ed in tre moti rotatori attorno ai medesimi assi. Se questi assi scelgonsi coincidenti con quelli cui si riferiscono le caratteristiche X, Y, Z, M_x, M_y ed M_z della reazione dell'ostacolo, detti x, y, z gli spazi elementari pei tre moti di traslazione nelle direzioni omonime rispettivamente, e ξ, η, ζ gli spazi angolari (percorsi dai punti del membro posti a distanza *uno* dall'asse di rotazione), il lavoro virtuale della reazione dell'ostacolo è, com' è noto, dato dalla somma

$$Xx + Yy + Zz + \xi M_x + \eta M_y + \zeta M_z .$$

Se quindi lo spostamento di tutto il sistema è tale che restino invariati tutti i membri direttamente soggetti ad ostacoli, indicando con p lo spostamento del punto d'applicazione d'un carico P, proiettato sulla direzione di P, la (1) riducesi alla seguente:

$$\Sigma Pp + K_i + \Sigma Xx + \Sigma Yy + \Sigma Zz + \Sigma \xi M_x + \Sigma \eta M_y + \Sigma \zeta M_z = 0 \quad (1')$$

intendendo le sommatorie estese a tutte le quantità analoghe riferentisi al sistema.

16. Suppongasi ora che, tolto un ostacolo, il sistema materiale considerato insieme coi suoi ostacoli venga a costituire una *catena cinematica desmodromica* (*) od *a connessione completa* (**) cioè acquisti tale mobilità che, impresso ad un suo punto uno spostamento determinato, ogni altro punto del sistema assuma un movimento ben determinato in grandezza e direzione, senza che perciò vengano a deformarsi i vari membri del sistema; e si dia uno spostamento infinitesimo compatibile con le condizioni degli ostacoli rimanenti e tale che il membro già direttamente soggetto all'ostacolo rimosso si sposti con moto progressivo nella direzione d'un asse, Ox p. es., di una quantità infinitesima x. In altre parole, sostituito a quell'ostacolo un altro che si opponga a tutti i moti componenti cui l'ostacolo tolto si opponeva, ad eccezione della traslazione secondo Ox, suppongasi che il sistema formi con gli ostacoli ai quali resta ancor soggetto, una catena cinematica desmodromica, e diasi a tale sistema uno spostamento infinitesimo compatibile coi suoi ostacoli, senza che perciò facciano lavoro le forze interne. Per tale spostamento è applicabile l'eguaglianza (1'), di cui svaniscono il 2° termine e gli ultimi 5 termini a primo membro, riducendosi alla

$$X = -\frac{1}{x}\Sigma Pp \ .$$

Analogamente, impressi successivamente al sistema due spostamenti virtuali per cui essendo soddisfatte le condizioni imposte dagli altri ostacoli e non provocandosi alcuna forza interna, il membro direttamente soggetto all'ostacolo considerato scorra rispettivamente delle quantità elementari y e z nelle direzioni omonime, si ottiene :

$$Y = -\frac{1}{y}\Sigma Pp \ , \qquad Z = -\frac{1}{y}\Sigma Pp \ .$$

(*) F. Reuleaux, *Teoria generale delle macchine.* — Traduzione di G. Colombo, Hoepli, 1876, pag. 82.

(**) H. Resal, *Traité de mécanique générale.* — Gauthier-Villars, 1873, vol. I, pag. 296.

Queste tre equazioni ultime determinano adunque le componenti finite X, Y, Z della reazione del considerato ostacolo, quando conoscansi i rapporti ad x, y, z degli spostamenti simultanei p dei punti d'applicazione dei carichi per quei tre spostamenti virtuali del sistema.

17. Supposto i carichi ridotti ad uno solo d'intensità eguale all'unità di forza, che converremo d'indicare col segno **1**, dalle tre ultime equazioni ricavasi, fatti x, y, z eguali all'unità lineare, che indicheremo col segno $\mathit{1}$:

$$X = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1}\ ,\qquad Y = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1}\ ,\qquad Z = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1}\ ,$$

equazioni che condenseremo nella sola :

$$R = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1}, \qquad \ldots\ldots (2)$$

indicando genericamente con R una qualunque delle caratteristiche X, Y, Z.

L'eguaglianza (2) può enunciarsi: *Il valore R d'una componente finita qualunque della reazione d'un ostacolo, provocata da un solo carico concentrato d'intensità* **1** *agente sul sistema materiale, è misurato in valore assoluto dallo stesso numero che misura lo spostamento del punto di applicazione del carico* **1** *nella direzione di questo carico, quando, tolto l'ostacolo di cui trattasi, diasi, s' è possibile, al membro già direttamente vincolato a quest'ostacolo, uno spostamento infinitesimo, assunto per unità lineare 1, nella direzione di* R, *per modo che sieno soddisfatte le condizioni imposte dagli altri ostacoli ed inoltre non vengano a deformarsi i vari membri del sistema.*

18. Analogamente rimosso un ostacolo e dato, s'è possibile, al sistema tale spostamento virtuale che non facciano lavoro le forze interne e le reazioni dei rimanenti ostacoli, e che infine il membro già soggetto all'ostacolo rimosso ruoti attorno ad uno degli assi, Ox per es. per uno spazio angolare infinitesimo ξ, dalla (1') ricavasi, supposti i carichi ridotti ad uno solo d'intensità **1**:

$$M_x = -\frac{p}{\xi}\mathbf{1}\ ,$$

ed assunto $\xi = 1$, unità lineare,

$$M_x = -\frac{p}{1} 1 \qquad \ldots\ldots (3).$$

Da questa eguaglianza e dalle altre due analoghe, che ottengonsi mediante rotazioni elementari attorno agli altri due assi Oy ed Oz, ricaviamo una proposizione riguardante le caratteristiche-momenti d'una reazione d'ostacolo, completamente consona con quella enunciata a n° 17 per le componenti di intensità finita : *Il valore* M_r *del momento della reazione d'un dato ostacolo attorno ad un asse* O r *prestabilito, provocata da un solo carico concentrato* **1**, *è misurato dallo stesso numero che misura lo spostamento del punto di applicazione del carico* **1** *nella direzione di questo carico, quando diasi al sistema, s'è possibile, tale spostamento per cui non lavorino le forze interne nè le reazioni degli altri ostacoli, mentre il membro direttamente soggetto alla reazione dell'ostacolo rimosso rota attorno all'asse* O r *di uno spazio angolare elementare assunto per unità di spostamento.*

19. Siccome le proposizioni enunciate ai numeri 17 e 18 non presuppongono speciali posizioni del punto di applicazione del carico, da esse ricaviamo direttamente la seguente regola per la costruzione della superficie d'influenza di un carico **1** sul valore di una caratteristica qualunque della reazione di un ostacolo:

Rimuovasi quest'ostacolo e, s'è possibile, imprimasi al sistema materiale tale spostamento per cui essendo soddisfatte le condizioni imposte dai rimanenti ostacoli, nè provocandosi forze interne per deformazione dei membri del sistema, cioè ritenuti rigidi tali membri, il membro direttamente vincolato all'ostacolo rimosso si sposti con moto progressivo o di traslazione nella direzione d'un dato asse O r *d'una quantità infinitesima, che assumasi per unità di spostamento* 1, *e si determinino gli spostamenti nella direzione del carico* **1** *dei singoli punti della superficie d'applicazione del carico; ciascuno di tali spostamenti dà la corrispondente ordinata della superficie d'influenza per la componente finita* R *secondo l'asse* O r *della considerata reazione d'ostacolo, cioè è proporzionale all'ordinata di detta superficie, che va distesa sulla retta secondo cui tale spostamento misurasi.*

Trattandosi invece di una componente infinitamente piccola e lontana, p. es. della coppia componente avente asse-momento secondo una retta data Or, *rimosso l'ostacolo cui si riferisce, diasi, s'è possibile, al sistema tale spostamento infinitesimo che, essendo soddisfatte le condizioni imposte dai rimanenti ostacoli, e rimanendo invariati i singoli membri del sistema, il membro direttamente vincolato all'ostacolo rimosso roti attorno ad* Or *d'una quantità infinitesima. Assunto per unità di lunghezza lo spostamento subìto da un punto qualunque di tale membro distante dell'unità lineare dall'asse* Or, *si misurino gli spostamenti nella direzione del carico subìti dai singoli punti della superficie d'applicazione del carico: ognuno di tali spostamenti misura l'ordinata della superficie d'influenza per la caratteristica-momento considerata, che va distesa sulla retta secondo cui tale spostamento fu misurato* (*).

20. Ordinariamente un ostacolo non si oppone ad ogni sorta di movimento che imprimer si voglia al membro su cui direttamente agisce; nella direzione dei movimenti permessi dall'ostacolo le componenti della reazione da esso opposta sono nulle, e quindi la determinazione della reazione medesima riesce notevolmente semplificata. Va osservato però che in tali casi, invece che imprimere al membro direttamente soggetto all'ostacolo un moto nella direzione di una delle caratteristiche non nulle della reazione, basta imprimere tal movimento che risulti composto di

---

(*) A quanto ci consta, primo ad enunciare questa regola e l'analoga a n. 28 fu il prof. Roberto Land di Chemnitz in notevoli lavori ch'egli stesso usò la cortesia di comunicarci. In questi lavori il Land si occupa più specialmente di quanto ha applicazione ai sistemi piani di cui ci occuperemo in un prossimo lavoro.

Cfr. Robert Land: *Zeitschrift des österr. Ingenieur-und Architekten.-Vereines*, 1888.
» » *Schweizerische Bauzeitung*, 1887.
» » *Wochenblatt für Baukunde*, 1887.
» » *Civilingenieur*, 1887.
» » *Centralblatt der Bauverwaltung*, 1887.

Cfr. anche sull'argomento: Müller Breslau: *Die graphische Statik der Baukonstructionen.* — Leipzig, 1887.

Mohr: *Beitrag zur Theorie des Fachwerks - Zeitschrift d. Arch - und Ing. - Vereins zu Hannover* - 1874.

uno avente quella direzione e di altri aventi le direzioni secondo cui *non* può reagire l'ostacolo.

21. Così se un ostacolo consiste in una *superficie* su cui debba scorrere *senz'attrito* un membro del sistema appoggiandovi per una porzione piccolissima, senza che perciò sia impedita dall'ostacolo alcuna rotazione intorno all'elemento di appoggio (per es. il membro appoggiasi per un' estremità arrotondata su di una superficie piana), assunta la terna di assi cui riferire le caratteristiche della reazione per modo che un asse, Ox per es., coincida con la normale all'elemento di appoggio e gli altri due sieno diretti secondo due tangenti a questa superficie, l'ostacolo impedisce soltanto movimenti aventi per componente un moto progressivo secondo Ox; dal che deducesi che la reazione dell'ostacolo riducesi ad una forza finita secondo Ox, e la corrispondente superficie d'influenza determinasi mediante la 1ª proposizione a numero 19, attribuendo al membro che appoggiasi all'ostacolo uno spostamento infinitesimo qualunque proiettantesi sulla normale alla superficie d'appoggio in un segmento eguale all'unità lineare 1.

22. Se l'ostacolo è una *linea* su cui deve scorrere *senz'attrito* un elemento del sistema materiale, assunta la terna di assi per modo che uno di essi, Ox, coincida con la tangente alla linea ostacolo nel punto di contatto del membro da essa ritenuto, e gli altri due, Oy ed Oz, sieno due normali ivi condotte alla detta linea, sole non si annullano le componenti finite della reazione di appoggio secondo Oy ed Oz, e quindi la legge di variazione della reazione determinasi mercè una duplice applicazione della regola 1ª a n. 19, spostando virtualmente il sistema di quantità infinitesime per modo da imprimere successivamente al membro vincolato all'ostacolo due spostamenti, ciascuno dei quali o sia di traslazione secondo una delle normali Oy ed Oz, oppure abbia componente di traslazione secondo una sola di esse.

23. Se un ostacolo impedisce ogni traslazione, ma permette ogni rotazione attorno ad un punto fisso M al membro su cui agisce, la reazione corrispondente ha nulle le caratteristiche momenti per riguardo ad una terna d'assi con origine in M, e la

legge con cui tale reazione varia deducesi mercè una triplice applicazione della regola 1ª a n. 19.

24. Analogamente dicasi per le altre possibili sorta di ostacoli, che qui non crediamo di passare in rassegna, rimandando alla trattazione dei casi speciali che ci proponiamo di fare in seguito.

---

25. Occupiamoci ora delle *superficie d'influenza per le reazioni molecolari.*

Trattisi della reazione molecolare agente attraverso una sezione trasversale S d'un dato membro del sistema in equilibrio sotto l'azione di certi carichi P: si sciolga la continuità di tale membro attraverso la sezione S e si applichino sulle due faccie combacianti delle due parti A e B del membro, separate dalla sezione S, le reazioni mutue di dette parti; con ciò le condizioni statiche del sistema restano invariate. Riferite dette reazioni ad una terna di assi, Gx, Gy, Gz, se vuolsi, per semplicità disposti secondo che si disse a n. 6, dicansi X, Y, Z, M_x, M_y, ed M_z, le caratteristiche per la reazione molecolare della parte A contro la parte B; saranno $-X$, $-Y$, $-Z$, $-M_x$, $-M_y$, $-M_z$ le caratteristiche della reazione esercitata dalla parte B contro la A.

Mediante l'indicato scioglimento di continuità, il sistema acquista mobilità maggiore di quella posseduta avanti che fosse fatta le sezione. Suppongasi che a sezione fatta il sistema considerato costituisca, con gli ostacoli suoi, una catena cinematica desmodromica, per modo che, soddisfacendo alle condizioni imposte dagli ostacoli e senza provocare deformazione alcuna nelle varie parti, (a meno di quella prodotta sezionando secondo S), per uno spostamento ben determinato di un punto del sistema sia determinato in modo univoco lo spostamento di ogni altro punto.

26. Dato uno qualunque, purchè infinitesimo, di tali spostamenti al sistema, scomponiamo il moto relativo d'una delle parti A e B del membro sezionato rispetto all'altra in tre moti di traslazione secondo gli assi ed in tre moti rotatorî attorno ai medesimi. Indichiamo con x, y, z gli spostamenti elementari per moti progressivi, con ξ, η, ζ gli spostamenti angolari elementari pei moti rotatorî; poichè pel moto considerato non fanno lavoro

le reazioni degli ostacoli nè le forze interne provocate nel sistema all'infuori delle reazioni molecolari agenti attraverso la sezione S, si avrà pel principio degli spostamenti virtuali:

$$\Sigma Pp + xX + yY + zZ + \xi M_x + \eta M_y + \zeta M_z = 0 \quad \ldots (4).$$

27. Supposto ora i carichi P ridotti ad un solo concentrato d'intensità **1**, e dati successivamente al sistema movimenti infinitesimi per cui, restando soddisfatte le condizioni indicate precedentemente, il moto relativo delle parti A e B del membro sezionato sia una semplice traslazione elementare secondo uno degli assi Gx, Gy e Gz, od una semplice rotazione elementare attorno ai medesimi assi (*), otteniamo dalla (4) le equazioni;

$$X = -\frac{p}{x}\mathbf{1}\ , \qquad Y = -\frac{p}{y}\mathbf{1}\ , \qquad Z = -\frac{p}{z}\mathbf{1}\ ,$$

$$X_x = -\frac{p}{\xi}\mathbf{1}\ , \qquad M_y = -\frac{p}{\eta}\mathbf{1}\ , \qquad M_z = -\frac{p}{\zeta}\mathbf{1}\ .$$

Fatte rispettivamente x, y, z, ξ, η, ζ eguali all'unità lineare $\mathit{1}$, le precedenti eguaglianze si possono condensare nelle seguenti;

$$S = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1}\ , \qquad \mu = -\frac{p}{\mathit{1}}\mathbf{1} \qquad \ldots (5) \text{ e } (6)$$

indicando genericamente con S una componente finita, con μ una componente infinitamente piccola e lontana della reazione molecolare attraverso la sezione considerata.

Le eguaglianze (5) e (6) come le analoghe (2) e (3) possono enunciarsi:

Il valore S *d'una componente finita in una data direzione* s *della reazione molecolare provocata attraverso una sezione da un solo carico concentrato d'intensità* **1** *è misurato dallo stesso numero che misura lo spostamento infinitesimo del punto d'applicazione del carico* **1** *nella direzione di questo carico*,

(*) Questo equivale sostituire alla continuità del membro sezionato un tale vincolo fra le due parti di questo, che permetta uno solo di tali spostamenti relativi fra le due parti, e dare uno spostamento infinitesimo alla catena cinematica risultante.

quando al sistema diasi, s'è possibile, tale spostamento infinitesimo che, essendo soddisfatte le condizioni d'ostacolo e rimanendo invariati i membri del sistema e le due porzioni A *e* B *del membro sezionato, queste due parti soffrano uno spostamento relativo eguale ad 1 nella direzione* s.

Il valore μ *d'una caratteristica-momento, attorno ad un dato asse* s, *della reazione molecolare provocata attraverso una sezione da un solo carico concentrato d'intensità* **1** *è misurato dallo stesso numero che misura lo spostamento infinitesimo del punto d'applicazione del carico* **1** *nella direzione di questo carico, quando al sistema diasi, s'è possibile, tale spostamento infinitesimo che, soddisfatte le condizioni d'ostacolo e rimanendo invariati i membri del sistema e le due porzioni* A *e* B *del membro sezionato, queste due parti soffrano una rotazione relativa attorno all'asse* s *per modo che sia eguale ad 1 lo spostamento relativo di due punti, già coincidenti, posti a distanza eguale all'unità lineare dall'asse* s.

28. Come per le reazioni d'ostacolo, dalle precedenti proposizioni derivano immediatamente le seguenti regole per la costruzione della superficie d'influenza per una caratteristica qualunque d'una reazione molecolare attraverso una sezione prestabilita S:

Fatta la sezione S, *diasi, s'è possibile, al sistema materiale tale spostamento infinitesimo per cui, essendo soddisfatte le condizioni d'ostacolo, e restando invariati le due parti del membro sezionato ed i membri rimasti interi, quelle due parti si muovano l'una rispetto all'altra con moto di traslazione nella direzione* s *della caratteristica di cui trattasi, s'è forza finita, ovvero con moto rotatorio attorno all'asse* s *dei momenti se trattasi di caratteristica-momento rispetto all'asse* s. *Assunto per unità di spostamento 1 lo scorrimento elementare nel* 1° *caso, lo spazio elementare angolare nel* 2° *caso, si misurino gli spostamenti subìti dai punti della superficie di applicazione del carico nella direzione di questo. Ognuno di tali spostamenti dà la corrispondente ordinata della superficie d'influenza, cioè l'ordinata che va distesa sulla retta su cui misurasi tale spostamento.*

29. In molti casi pratici le reazioni agenti attraverso una sezione trasversale S d'una trave formante membro d'un sistema

costituiscono un sistema di forze riducibile ad *una forza unica*, sicchè la linea d'azione della risultante delle reazioni tangenziali (o dello sforzo di taglio) coincide con l'*asse di sollecitazione* del momento flettente (traccia sul piano di sezione del piano della reazione totale infinitamente piccola e lontana normale a questo piano). Ed anzi nella massima parte dei casi non varia ed è noto a *priori* l'asse di sollecitazione; onde una notevole semplificazione circa la determinazione della reazione molecolare.

Se osservasi che in valore assoluto lo sforzo normale, il momento flettente, lo sforzo di taglio e la coppia di torsione coincidono rispettivamente con le reazioni molecolari normali e tangenziali, finita ed infinitam. piccola e lontana, dalla proposizione generale a n. 28 deduconsi i seguenti corollari d'immediata applicazione pratica:

Le ordinate della superficie d'influenza sullo sforzo normale — sullo sforzo di taglio, supposto nota la sua direzione — di una data sezione S, *condotta attraverso un determinato membro del sistema, pel muoversi del punto di applicazione d'un carico concentrato* 1 *d'intensità e direzione costanti, su di una certa superficie limitante il sistema, sono date dagli spostamenti dei punti di tale superficie misurati nella direzione costante del carico, quando il sistema si muova d'una quantità infinitesima per modo che sieno soddisfatte le condizioni d'ostacolo e, rimanendo invariati gli altri membri, le due parti del membro sezionato rigidamente si stacchino in direzione normale alla sezione* S *— nella direzione nota dello sforzo di taglio — d'una quantità infinitesima assunta per unità 1 di spostamento.*

Le ordinate della superficie d'influenza sul momento di torsione — sul momento flettente, supposto noto l'asse di sollecitazione — di una sezione S *sono date dagli spostamenti dei punti della superficie di applicazione del carico, misurati nella direzione di questo, quando il sistema muovasi di infinitamente poco, per modo che, soddisfatte le condizioni d'ostacolo, rimangano invariati gli altri membri e le due parti del membro sezionato, restando pur esse invariate, subiscano uno spostamento relativo infinitesimo di rotazione attorno all'asse condotto pel baricentro normalmente al piano della coppia che considerasi ed assumasi per unità 1 di spostamento quello relativo di due punti già coincidenti e distanti dell'unità lineare dall'asse di rotazione.*

30. L'evidente analogia fra le considerazioni svolte circa le reazioni d'ostacolo e quelle riguardanti le reazioni molecolari, analogia che potevasi scoprire a *priori*, ci porta a riassumere in una sola le proposizioni enunciate ai n.[i] 18, 19, 27, 28, che per facilità di esposizione credemmo bene dimostrare separatamente; con ciò si faciliterà vieppiù l'applicazione dell'esposto metodo per la costruzione delle superficie d'influenza.

Conveniamo di chiamare *effetto statico* di una componente, finita od infinitamente piccola e lontana, di una reazione, d'ostacolo ovvero molecolare, lo spostamento ch'essa tenderebbe ad imprimere da sola fra le due parti materiali fra cui esercitasi, vale a dire uno *scorrimento* nella propria direzione se trattasi di *forza finita*, una *rotazione* attorno al proprio asse-momento condotto pel centro di riduzione se trattasi di *coppia*. Conveniamo inoltre di dire che *una rotazione è eguale ad 1* quando sia eguale ad *1* lo spostamento relativo di due punti già coincidenti e posti a distanza 1 dall'asse di rotazione. Con ciò le proposizioni tutte fin qui esposte circa le superficie d'influenza possono riassumersi nella seguente:

Per costrurre la superficie d'influenza per una componente di una reazione diasi, s'è possibile, al sistema tale spostamento infinitesimo che non facciano lavoro le altre componenti di quella reazione nè le altre reazioni, e che la reazione di cui cercasi la superficie d'influenza produca un effetto statico infinitesimo per tal verso che questo avvenga a seconda, (non a ritroso) della reazione stessa, supposta agente in un determinato verso. Assunto questo effetto statico per unità 1, si misurino le proiezioni degli spostamenti dei vari punti della superficie d'applicazione del carico nella direzione costante del carico, attribuendo alle misure il segno + od il segno — secondochè lo spostamento avviene a seconda od a ritroso d'un carico applicato nel corrispondente punto che viene a subire tale spostamento. I numeri che così risultano misurano le ordinate della superficie d'influenza da distendersi sulle rette condotte nella direzione del carico pei corrispondenti punti della superficie di applicazione del carico, e vanno cambiati di segno per determinare il verso della reazione considerata; per modo che uno spostamento *negativo o positivo* d'un punto della superficie d'applicazione del carico indica che il corrispondente va-

lore della reazione considerata agisce *nel verso fissato* oppure *nel verso opposto* (*).

---

31. Suppongasi che sostituito ad un ostacolo O agente su di un membro M un altro che si opponga a tutti i movimenti non permessi dall'ostacolo O al membro M, eccettuato quello di traslazione secondo un asse o quello rotatorio attorno a detto asse, oppure che sostituito alla continuità d'un membro secondo una sezione trasversale S un vincolo che permetta alle due parti del membro sezionato soltanto uno scorrimento relativo in una data

(*) Dalle considerazioni precedenti deducesi immediatamente la costruzione della *superficie d'influenza per una data tensione unitaria* σ attraverso un determinato elemento di sezione, quando σ sia proporzionale ad una caratteristica S della reazione molecolare agente attraverso a detta sezione. Invero posto $\sigma = \alpha S$, la superficie d'influenza per la tensione unitaria σ e per la caratteristica S sono affini con rapporto di affinità α.

Così, per es., vogliasi la *superficie d'influenza per la tensione unitaria massima*, σ_e, provocata in una data sezione trasversale S, per cui sia costante l'asse di sollecitazione e questo sia diretto secondo un asse di simmetria della sezione. Si ha $\sigma_e = \alpha\mu$ (*), ove pongasi $\alpha = -\frac{\frac{1}{r} + \frac{v_e}{\rho^2}}{F}$ essendo μ il momento della sollecitazione esterna (supposta riducibile ad una forza unica nel piano osculatore all'asse della trave pel baricentro della sezione) rispetto all'asse v giacente nel piano di sezione, normale a quello di sollecitazione e distante dal baricentro di $\delta_e = -\frac{\rho^2}{v_e + \frac{\rho^2}{r}}$, indicando con F l'area della sezione, con ρ il raggio d'inerzia della sezione rispetto all'asse di flessione (baricentrico normale all'asse di sollecitazione), con v_e la distanza dell'elemento della sezione più distante dall'asse di flessione da quest'asse, e con r il raggio di curvatura dell'asse della trave in corrispondenza della sezione S (Per $r = \infty$, δ_e coincide col minore dei raggi del nocciolo centrale distesi sull'asse di sollecitazione). Adunque la superficie d'influenza per la tensione σ_e è affine a quella pel momento μ, essendo rapporto di affinità il numero che misura α.

Tale superficie d'influenza si otterrà quindi attribuendo al sistema tale spostamento infinitesimo che, soddisfatte le condizioni d'ostacolo e restando invariate le parti del membro sezionato in S e gli altri membri del sistema, dette due parti subiscano una rotazione relativa attorno all'asse v, di tale ampiezza che due punti già incidenti e distanti dall'asse v dell'unità lineare percorrano uno spazio elementare la cui misura si assuma eguale ad α.

(*) Cfr. C. Guidi *L'arco elastico*: — Lezioni date nella scuola degli Ingegneri in Torino. — Torino, 1888.

direzione od una rotazione relativa attorno ad un dato asse, il sistema risultante *non* venga a costituire coi suoi ostacoli una *catena desmodromica*, vale a dire o non possa assumere alcun spostamento compatibile con gli ostacoli senza simultanea deformazione di qualche sua parte, oppure possa assumere spostamenti diversi in corrispondenza d'uno stesso spostamento ben determinato in direzione e grandezza d'un suo punto.

Nel primo caso, volendo dall'equazione generale di equilibrio eliminare le forze interne provocate dalla deformazione dei membri del sistema risultante, per determinare la caratteristica corrispondente allo spostamento che mediante la trasformazione si è permesso in più al sistema, bisogna dare tale spostamento virtuale al sistema per cui *oltre a tale caratteristica faccia lavoro almeno un'altra reazione* incognita. Per la qual cosa dal principio degli spostamenti virtuali si avranno sempre *meno equazioni* indipendenti fra le reazioni incognite *di quante sieno* queste *reazioni;* ed il sistema è *staticamente indeterminato.*

Nel secondo caso, corrispondendo ad uno stesso effetto statico della caratteristica di cui trattasi diversi spostamenti di almeno un punto della superficie d'applicazione dei carichi, il principio dei lavori virtuali dà origine in generale ad *equazioni* diverse fra di loro *incompatibili*, dal che deducesi che il sistema dato è *labile*, cioè *non può restare in equilibrio che per speciali condizioni di carico.*

Segue adunque che le condizioni di applicabilità delle regole condensate in quella esposta al numero precedente coincidono con quelle che caratterizzano i sistemi staticamente determinati. Onde una *definizione cinematica di tali sistemi*, la quale del resto non è che un'estensione di quella che suolsi dare per le *travature reticolari strettamente indeformabili* (*).

32. Di qui ricaviamo una *notevole proprietà geometrica delle superficie d'influenza relative ai sistemi staticamente determinati.*

Queste superficie d'influenza hanno ordinate proporzionali agli spostamenti elementari, o se vuolsi alle velocità simultanee, che assumono in una data direzione l punti appartenenti a sistemi

(*) Non occorre notare che un sistema può essere *parzialmente determinato*, cioè solo rispetto ad alcune reazioni e non rispetto alle altre.

invariabili in diversa guisa fra loro collegati. Vediamo che relazione passi fra gli spostamenti elementari simultanei proiettati in una data direzione l dei punti costituenti un sistema invariabile.

33. Si consideri una retta l appartenente al sistema invariabile; qualunque sia il movimento infinitesimo di questo sistema, esso, com'è noto (*), può considerarsi come composto di due moti elementari rotatorî, l'uno attorno ad l, l'altro attorno ad un altro asse l', generalmente sghembo con l. (Scomposto il moto elicoidale attorno all'asse istantaneo i, cui riducesi il moto elementare del sistema, in un moto rotatorio attorno all'asse i ed in uno di traslazione secondo lo stesso asse, e scomposto alla sua volta questo moto di traslazione in due moti rotatorî di eguale ampiezza attorno a due assi giacenti in uno stesso piano normale all'asse l, se, come suolsi, si individua ognuna di tali rotazioni con un segmento disteso sull'asse corrispondente, proporzionale all'ampiezza della rotazione e diretto per verso determinato rispetto al verso della rotazione stessa, i tre segmenti individuanti le tre rotazioni componenti determinano un *sistema focale* (*Nullsystem*) in cui l ed l' sono *rette coniugate*). Pel moto rotatorio attorno ad l gli spostamenti dei punti della retta l sono nulli, sicchè le proiezioni su l degli spostamenti elementari subìti dai punti di tale retta coincidono con le proiezioni su l degli spostamenti subìti per la sola rotazione attorno ad l'. Sia π un piano qualunque perpendicolare ad l' che ferisca in O ed M le rette l ed l' rispettivamente: lo spostamento elementare MM' del punto M rotante attorno ad l' è diretto secondo la retta, s, normale ad OM e giacente sul piano π. Sia l'' la proiezione di l sul piano π e pongasi:

$$\text{ang}\,(ll'') = \alpha\,, \qquad \text{ang}\,(l''s) = \beta\,, \qquad \text{ang}\,(s\,l) = \lambda\,.$$

Se φ è lo spazio angolare per la rotazione elementare attorno ad l', si ha

$$\overline{MM} = \overline{OM} \times \varphi\,,$$

(*) W. Schell, *Theorie der Bevegung und der Kräfte*: pag. 286 e seg. Lipsia, 1879.

per cui la proiezione di MM' su l è data da

$$\overline{MM'} \cos \lambda = \overline{OM} \times \varphi \cos \lambda \;.$$

Dal triedro $M(ll''s)$ rettangolo secondo lo spigolo l'' deducesi per altro:

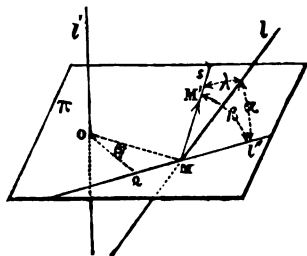
$$\cos \lambda = \cos \alpha \cos \beta \;,$$

onde

$$\overline{MM'} \cos \lambda = \overline{OM} \times \varphi \cos \alpha \cos \beta \;,$$

la quale relazione, condotta $OQ = \rho \perp l''$, poichè $\rho = \overline{OM} \cos \varphi$, può scriversi ancora

$$\overline{MM'} \cos \lambda = \rho \; \varphi \cos \alpha \qquad \ldots\ldots (7).$$

ρ è la minima distanza delle rette l ed l', α è il complemento dell'angolo fatto dalle stesse rette; segue che il secondo membro della (7) è *indipendente dalla scelta del punto* M sulla retta l, la qual cosa può enunciarsi: *Per un moto elementare qualunque di un sistema invariabile le proiezioni degli spostamenti dei punti d'una retta* l *del sistema sulla retta* l *medesima sono eguali.*

Questo teorema è diretta conseguenza della invariabilità della posizione relativa dei punti costituenti la retta l.

34. Trattandosi adunque di scoprire la legge con cui variano le proiezioni su una direzione fissa l degli spostamenti elementari dei punti costituenti un sistema invariabile, basterà studiare la legge con cui variano le proiezioni degli spostamenti dei punti giacenti in un piano γ normale alla direzione l. Ora dimostrasi in cinematica (*) che uno spostamento elementare di un piano γ appartenente ad un sistema invariabile può considerarsi

(*) Schell: *Theorie der Bevegung und der Kräfte*, l. c.

composto di una rotazione elementare attorno ad una retta ben determinata l normale al piano γ (condotta pel *fuoco O — Nullpunkt* — del piano γ nel sistema focale su indicato) e di una rotazione elementare attorno ad una retta l_1 giacente nel piano γ (coniugata ad l nel detto sistema focale). Ciò posto, per la rotazione elementare attorno ad l gli spostamenti dei punti del piano γ giacciono in detto piano e perciò hanno proiezioni nulle su l; invece per la rotazione infinitesima attorno ad l_1 i punti del piano γ si spostano in direzione normale a γ e perciò in direzione di l e sono proporzionali alle distanze dei corrispondenti punti di γ dalla retta l_1. Segue che gli estremi degli spostamenti elementari dei punti del piano γ hanno per luogo *un piano* γ_1 *passante per* l_1.

Tracciati i piani γ_1 e γ adunque, lo spostamento elementare in direzione l di un punto qualunque M del sistema invariabile considerato è misurato dal segmento compreso fra γ e γ_1 della retta passante per M ed avente direzione l. Di qui si deduce che *la superfice d'influenza per una caratteristica qualunque di reazione, di ostacolo ovvero molecolare, per un sistema staticamente determinato è piana ovvero costituita da superficie piane, nè può essere che tale*; proprietà, come si vede, interessante anche pel fatto che semplifica notevolmente la costruzione di tali superficie, come si vedrà in seguito.

35. Un'ultima osservazione. Un carico concentrato **1**, senza variare d'intensità e di punto di applicazione M, varii di direzione, e per M secondo le varie rette d'azione del carico **1** conducansi dei segmenti MN proporzionali ai valori d'una data caratteristica S di reazione (molecolare od esterna) provocata dal carico **1** nel sistema staticamente determinato. Qual è il luogo dei punti N? Osservisi che un segmento qualunque MN è proporzionale alla proiezione sulla direzione MN dello spostamento effettivo, Mv, che il punto M soffre quando al sistema si attribuisce tale spostamento elementare che si produca un effetto statico infinitesimo, assunto per unità lineare *1*, della reazione S. Perciò il luogo dei punti N, che può chiamarsi *diagramma polare d'influenza sulla reazione* S *relativo al punto* M, è una *superficie sferica* avente diametro sulla retta Mv e passante per il punto M; teorema ragguardevole per la sua eleganza, che con quelli precedentemente esposti conduce alla *completa conoscenza della funzione* secondo

cui una data caratteristica S di reazione (d'ostacolo ovvero molecolare) dipende dalla grandezza, dalla direzione e dal punto di applicazione d'un carico concentrato.

36. In altra prossima nota ci proponiamo di applicare le considerazioni qui svolte a casi speciali.

Torino, 9 febbraio 1890.

Sulla corrispondenza algebrica fra due spazi rigati;

Nota del Dott. MARIO PIERI

1. Il problema di *trovare il numero degli elementi uniti nella corrispondenza algebrica fra le rette di due spazi lineari sovrapposti ad* n *dimensioni* non è stato ancora trattato, che io sappia, all'infuori dei casi ordinarî di $n=2$ ed $n=3$. La relazione, che intercede fra quel numero e i caratteri della corrispondenza nell'ipotesi di n qualunque, non apparisce immediatamente all'esame dei due casi suddetti; ma è posta in chiaro mercè l'introduzione del concetto di *forme fondamentali coniugate*, dovuto allo SCHUBERT (*).

Siano r, r' due raggi corrispondenti qualunque di due spazi $[n-1, n]$, $[n-1, n]'$ sovrapposti e riferiti algebricamente fra loro; e si rappresenti col simbolo:

$$(p, q).(n-q, n-p)', \quad o \leq p < q \leq n$$

il numero delle coppie r, r', che hanno il raggio r in un $[p, q]$ arbitrario ed il raggio r' in un $[n-q, n-p]'$ arbitrario. Se

(*) *Lösung des Characteristiken-Problems für lineare Räume beliebiger dimensionen.* Mittheil. d. Math. Gesellsch. in Hamburg, März 1886, 134–155. — Tolgo da questa importante memoria le seguenti definizioni e notazioni, che ricorrono anche in altri lavori dello stesso A.:

« Il simbolo $[a]$ rappresenta uno spazio lineare di punti ad a dimensioni giacente nello spazio $[n]$ ad n dimensioni ($a \leq n$), sostegno di tutte le forme che si considerano ».

« Dati $k+1$ spazî $[a_0], [a_1], [a_2], \ldots [a_{k-1}]$, $[a_k]$, con $o \leq a_0 < a_1 < a_2 \ldots < a_{k-1} < a_k \leq n$, tali che $[a_0]$ giaccia in $[a_1]$, $[a_1]$ in $[a_2], \ldots [a_{k-1}]$ in $[a_k]$, allora il simbolo $[a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k]$ denota il sistema di tutti gli spazi $[k]$, che hanno a comune con $[a_0]$ un *punto*, con $[a_1]$ una *retta*, con $[a_2]$ un *piano*,... con $[a_k]$ un $[k]$. Un tal sistema prende nome di *forma fondamentale di spazi* $[k]$. »

« Due forme fondamentali di spazi $[k]$ si dicono *conjugate fra loro*, se sono rappresentate da due simboli della forma:

$$[a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k] \text{ ed } [n-a_k, n-a_{k-1}, \ldots, n-a_2, n-a_1, n-a_0]$$

si suppone che la data corrispondenza non abbia altre coincidenze, all'infuori di quelle (*perfette*, cioè) date da due rette r, r' tali, che ogni spazio appartenente all'una appartenga anche all'altra, il numero delle rette unite sarà espresso dalla formula:

$$(\mathrm{I}) \ldots \; N_{(n-1,n)} = \sum (p,q).(n-q,\; n-p)', \quad o \leq p < q \leq n\,,$$

che può tradursi nell'enunciato seguente:

« *Il numero degli elementi uniti di due spazi rigati sovrapposti in corrispondenza algebrica (sotto la restrizione indicata poc'anzi* (*)) *è dato dalla somma degli* $\binom{n+1}{2}$ *numeri, ciascuno dei quali esprime quanti sono gli elementi di una forma fondamentale di rette (nel significato di* SCHUBERT) *che hanno i loro corrispondenti in una forma fondamentale coniugata alla prima.* » (**).

Per $n=2$ ed $n=3$ si hanno rispettivamente le formule:

$$N_{(1,2)} = (0,1).(1,2)' + (0,2).(0,2)' + (1,2).(0,1)',$$

$$N_{(2,3)} = (0,1).(2,3)' + (0,2).(1,3)' + (0,3).(0,3)' + (1,2).(1,2)' + (1,3).(0,2)' + (2,3).(0,1)',$$

la prima delle quali è dovuta al SALMON (***) e la seconda (credo) allo SCHUBERT (****). Quest'ultima si ottiene nel modo più semplice con la proiezione stereografica della quadrica di rette sopra uno spazio lineare di punti a quattro dimensioni (*****).

(*) Cioè che non esistano coincidenze imperfette. Del resto non è necessario che le due serie di rette corrispondenti *occupino* ciascuna un $[n-1, n]$, ma basta che esse formino insieme un sistema $\infty^{2(n-1)}$ di coppie di rette.

(**) Numeri siffatti potrebbero chiamarsi opportunamente *gradi* della corrispondenza algebrica; onde il numero degli elementi uniti di questa verrebbe espresso *dalla somma di tutti i suoi gradi.* — La stessa legge si riscontra com'è noto, nella corrispondenza fra i punti di due $[m]$ sovrapposti, e in altri casi particolari: il che fa presumere che essa abbia luogo anche in ordine alla corrispondenza fra gli elementi di due forme fondamentali sovrapposte qualunque.

(***) *Geom. of three dim.*, sec. ed., pag. 511.

(****) *Kalkül der abzählenden Geometrie.* Leipzig, 1879, pag. 61. form.ª 34.

(*****) Con lo stesso metodo, cioè rappresentando sopra un $[2(n-1)]$ la varietà (razionale) che ha per *punti* le rette di $[n]$, si potrà forse dimostrare anche la formola (I).

2. All'oggetto di dimostrare la formula (I) è indifferente considerare lo spazio rigato $[n-1, n]$, o la forma ad esso correlativa $[2, 3, 4, \ldots n-1, n]$. Potremo quindi ragionare sugli $[n-2]$ di $[n]$ e dimostrare la formula :

$$(\mathrm{II}) \ldots \quad N_{(2,3,\ldots n-1,\, n)} = \sum (a_0, a_1, a_2 \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}) \,.$$
$$.\, (n-a_{n-2}, n-a_{n-3} \ldots, n-a_2, n-a_1, n-a_0)' ,$$
$$o \leq a_0 < a_1 < a_2 \ldots < a_{n-2} \leq n ,$$

che si deduce dalla (I) per legge di dualità; e nella quale il prodotto simbolico

$$(a_0, a_1, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}) . (n-a_{n-2}, n-a_{n-3} \ldots, n-a_1 , n-a_0)' ,$$

esprime il numero degli elementi di un $[a_0, a_1, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}]$ che hanno i loro omologhi in una forma fondamentale coniugata $[n-a_{n-2}, n-a_{n-3}, \ldots, n-a_1, n-a_0]'$ (l'una e l'altra forma essendo prese in posizione arbitraria) (*).

Per $n=2$ la formula suddetta ci dà l'ordinario principio di corrispondenza nel piano, e per $n=3$ la formula di Schubert precedentemente citata (n. 1). Basterà dunque far vedere che, se la legge espressa dalla formula (II) vale per i due spazi consecutivi $[2, 3, 4, \ldots n-3, n-2]$ e $[2, 3, 4, \ldots n-2, n-1]$, essa deve altresì valere nello spazio $[2,3,4, \ldots n-1, n]$ immediatamente superiore.

3. Per ciò siano S, S' i due spazi di $[n-2]$ sovrapposti in $[2, 3, 4, \ldots n-1, n]$, ed $s_{(n-2)}$, $s'_{(n-2)}$ due elementi corrispondenti qualunque dei medesimi. Prendasi a piacere un $[n-1]$ fisso $\Omega_{(n-1)}$, e si cerchi dapprima *il numero x degli $s_{(n-2)}$, che passano per un punto dato* O *(non situato in Ω) ed incontrano i corrispondenti $s'_{(n-2)}$ secondo $[n-3]$ di Ω*. Il numero x sarà evidentemente uguale al numero degli elementi uniti nella corrispondenza esistente sullo spazio $\Omega_{(n-1)}$ fra le tracce $\mu_{(n-3)}$, $\mu'_{(n-3)}$ degli $s_{(n-2)}$ passanti per O e degli $s'_{(n-2)}$ corrispondenti ai medesimi.

(*) Per il principio di dualità relativo ad $[n]$, due forme fondamentali *conjugate in* $[n]$ si mutano sempre in due forme analoghe.

Ora, se lo spazio $\mu_{(n-3)}$ descrive in Ω una forma fondamentale:

$$\Phi \equiv [b_0, b_1, \ldots, b_{n-4}, b_{n-3}], \quad 0 \leq b_0 < b_1 < \ldots < b_{n-3} \leq n,$$

lo spazio $s_{(n-2)}$ che lo proietta da O descrive in $[n]$ una forma fondamentale :

$$F \equiv [0, b_0+1, b_1+1, \ldots, b_{n-4}+1, b_{n-3}+1] ;$$

mentre gli spazî $s'_{(n-2)}$, che passano per gli elementi $\mu'_{(n-3)}$ di una forma :

$$\Phi' \equiv [n-1-b_{n-3}, n-1-b_{n-4}, \ldots, n-1-b_1, n-1-b_0]'$$

coniugata di Φ in $\Omega_{(n-1)}$, descrivono una forma :

$$F' \equiv [n-1-b_{n-3}, \; n-1-b_{n-4}, \ldots, n-1-b_0, \; n]'$$

coniugata di F in $[n]$. Dunque il numero degli spazî μ della forma Φ, che hanno i corrispondenti μ' nella forma coniugata Φ', è uguale al numero degli $s_{(n-2)}$ di F che hanno gli omologhi $s'_{(n-2)}$ nella coniugata F' ; e per conseguenza (n. 2.), posto $b_i + 1 = a_{i+1}$, sarà :

$$\text{(III)} \ldots x = \sum (0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-2}) . (n-a_{n-2}, n-a_{n-3}, \ldots, n-a_1 n)',$$

$$\text{con } 1 \leq a_1 < a < \ldots < a_{n-2} \leq n .$$

Da questo numero, mediante lo scambio dei due spazî S, S', si deve ottenere evidentemente *il numero* x' *degli* s'_{n-2}, *che passano per un punto dato* O' (*non situato in* Ω), *ed incontrano i corrispondenti* $s_{(n-2)}$ *secondo* $[n-3]$ *di* Ω. Pertanto si avrà :

$$\text{(IV)} \ldots x' = \sum (n-a_{n-2}, n-a_{n-3}, \ldots, n-a_1, n) . (0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-2})'.$$

Ciascuna delle somme (III) e (IV) abbraccia $\binom{n}{2}$ termini, cioè tanti, quante sono le forme fondamentali di spazî $[n-3]$ in $\Omega_{(n-1)}$.

4. Si facciano ora corrispondere fra loro quei punti O ed O' di un piano fisso $\pi_{(2)}$, pei quali passano coppie di spazî omologhi s, s' incidenti secondo $[n-3]$ di Ω: così ad ogni punto O

corrisponderanno x punti O' e ciascun punto O' sarà dato da x' punti O. Sia y l'ordine della curva descritta dal punto O', allorchè il punto O descrive una retta arbitraria. Nella serie ∞^2 di coppie (O, O'), ciascun punto della retta $\pi\Omega$ rappresenta un certo numero z di coincidenze, per ognuna delle quali la retta OO' ha un limite determinato: cosicchè la retta $\pi\Omega$ comparisce come una punteggiata unita dell'ordine z, a cui è annesso un inviluppo di rette *principali* della classe t (da determinare).

Ora il numero z è evidentemente uguale *al numero delle coppie di spazi* s, s' *uscenti da un medesimo punto* L *della retta* $\pi\Omega$ *e incidenti secondo* $[n-3]$ *di* Ω; e può quindi essere determinato mediante la corrispondenza esistente fra quegli spazî $\mu_{(n-3)}$, $\mu'_{(n-3)}$ di Ω, che sono tracce di spazî $s_{(n-2)}$, $s'_{(n-2)}$ corrispondenti e passanti per L. Queste tracce occupano una certa forma fondamentale $\Gamma \equiv [0, 3, 4, \ldots, n-2, n-1]$ che si deduce da un $\gamma \equiv [2.3 \ldots n-3, n-2]$ arbitrario di Ω mediante una proiezione dal punto L. Quindi, osservando che gli $s_{(n-2)}$ passanti per gli elementi di una forma fondamentale qualunque di Γ:

$$[0, c_0+1, c_1+1, \ldots, c_{n-4}+1], \quad 0 \leq c_0 < c_1 < \ldots < c_{n-4} \leq n-2$$

(proiezione di una $[c_0, c_1, \ldots, c_{n-4}]$ qualunque di γ) generano una forma fondamentale:

$$[0, c_0+1, \ldots, c_{n-4}+1, n];$$

e che gli $s'_{(n-2)}$ passanti per gli elementi di una forma fondamentale:

$$[0, n-1-c_{n-4}, \ldots, n-1-c_1, n-1-c_0]'$$

(proiezione di una $[n-2-c_{n-4}, \ldots, n-2-c_1, n-2-c_0]'$) generano una forma fondamentale:

$$[0, n-1-c_{n-4}, \ldots, n-1-c_0, n]';$$

si deduce (n. 2.) che:

$$(\mathrm{V})\ldots z = \sum (0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-3}, n).(0, n-a_{n-3}, \ldots, n-a_2, n-a_1, n),$$
$$\text{con } 1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_{n-3} \leq n-1,$$

dove si è posto $a_{i+1} = c_i + 1$. Questa somma consta evidentemente degli $\binom{n-1}{2}$ termini comuni ad ambedue le somme (III) e (IV).

Per aver t, basterà cercare il numero delle rette principali passanti per L. Ora il luogo di un punto O tale, che la retta OO' passi per un punto dato, è dell'ordine $x+y-z$; e se il punto dato coincide con L, le intersezioni di questa curva con la retta $\pi\Omega$ si ripartiranno come segue:

1°) $t-z$ di esse cadranno in quei punti uniti, la cui retta principale coincide con la retta $\pi\Omega$;

2°) altre x saranno assorbite dal punto L, a motivo degli x punti L' corrispondenti ad L;

3°) le rimanenti, in numero di $(1,2,\ldots,n-2,n-1).(1,2,\ldots,n-2,n-1)'$, saranno date da quei punti O della retta $\pi\Omega$, che sono tracce di spazi $s_{(n-2)}$, situati per intero in $\Omega_{(n-1)}$, ed i cui spazi corrispondenti $s'_{(n-2)}$ giacciono del pari entro $\Omega_{(n-1)}$. Si avrà pertanto:

$$(\mathrm{VI})\ldots\quad t=y-(1,2,\ldots,n-2,n-1).(1,2,\ldots,n-2,n-1)'.$$

5. Infine, poichè il numero delle coincidenze perfette nella serie delle ∞^2 coppie di punti (O, O') rappresenta anche il numero degli elementi uniti nella corrispondenza fra gli spazi S, S', si avrà, per una nota formula di ZEUTHEN (*):

$$N_{(2,3,\ldots,n-1,n)}=x+x'+y-z-t=x+x'-z+$$
$$+(1,2,\ldots,n-1).(1,2,\ldots,n-1)'.$$

Ma tutti i termini distinti della somma $x+x'$ (n. 3.) compariscono anche nel secondo membro della (II); ed è $(1,2,\ldots,n-1).(1,2,\ldots,n-1)'$ il solo termine di questo secondo membro, non compreso nella somma $x+x'$. Inoltre i termini che compaiono ripetuti in $x+x'$ hanno per somma z, come si è visto (n. 4.). Dunque la formula (II) è vera qualunque sia n; c. v. d. I prodotti simbolici contenuti in essa sono effettivamente in numero di

$$2\binom{n}{2}-\binom{n-1}{2}+1=\binom{n+1}{2},$$

ecc., ecc.

(*) Comptes-rendus, 1874 — o anche CLEBSCH-LINDEMANN, *Vorles. üb. Geom.*, pag. 387.

6. Dalla formula (I) si trae un'importante conferma di alcuni risultati del sig. SCHUBERT circa *il numero degli elementi comuni a due sistemi algebrici di rette, rispettivamente* ∞^{n-1-p}, ∞^{n-1+p}; *dello spazio ad* n *dimensioni* (*).

Basta a tal uopo, detti V e V' i due sistemi dati, far corrispondere a ciascun elemento di V tutti gli elementi di V', e viceversa ad ogni elemento di V' tutti gli elementi di V. Si ottiene così una infinità $2(n-1)$-pla di coppie di rette r, r', alla quale è applicabile la formula (I); poichè le coincidenze in essa possibili sono necessariamente perfette.

Per tal modo, indicando con:

$$(h, k), \quad 0 \leq h < k \leq n$$

il numero delle rette di V che appartengono ad un $[h, k]$ arbitrario, allorchè questo numero è finito; e contrassegnando con un accento il numero analogo preso rispetto al sistema V', si troverà subito che *il numero delle rette comuni ai due sistemi* V *e* V' *è dato dalla somma :*

$$(p, n)\times(0, n-p)' + (p+1, n-1)\times(1, n-p-1)' +$$
$$+ (p+2 \,.\, n-2)\times(2, n-p-2)' + \ldots\ldots,$$

la quale giunge fino al termine

$$\left(\frac{n+p-1}{2}, \frac{n+p+1}{2}\right)\times\left(\frac{n-p-1}{2}, \frac{n-p+1}{2}\right)',$$

o soltanto al termine

$$\left(\frac{n+p-2}{2}, \frac{n+p+2}{2}\right)\times\left(\frac{n-p-2}{2}, \frac{n-p+2}{2}\right)',$$

secondochè la *specie* dei due sistemi è pari o dispari (**).

Torino, gennaio 1890.

(*) Mem. cit. § 5. Detti risultati sono quivi ottenuti (insieme con altri assai più generali) mediante una larga applicazione del *principio della conservazione del numero*.

(**) Mem. cit. pag. 17.

RELAZIONE sopra una memoria del Prof. FEDERICO SACCO intitolata: « *I Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria*, Parte VII, *Harpidae e Cassididae*.

L'Autore si propone con questa memoria di proseguire l'illustrazione dei *Molluschi* dei Terreni terziari del Piemonte e della Liguria intrapresa dal compianto Prof. Luigi BELLARDI. Quantunque questi si occupasse di essa per oltre trent'anni non potè tuttavia condurne a termine che una parte relativamente piccola e precisamente quella che si riferisce ai seguenti gruppi: *Cefalopodi*, *Eteropodi*, *Pteropodi* e, fra i *Gasteropodi*, alle famiglie seguenti: *Muricidae*, *Tritonidae*, *Pleurotomidae*, *Buccinidae*, *Cyclopsidae*, *Purpuridae*, *Coralliophillidae*, *Olividae*, *Fasciolaridae*, *Turbinellidae*, *Mitridae*.

Lo studio dei gruppi ora menzionati costituisce le cinque prime parti dell'intero lavoro che il BELLARDI si era proposto di fare. Disgraziatamente la morte lo colse mentre stava lavorando alla sesta parte comprendente le famiglie: *Volutidae*, *Marginellidae* e *Columbellidae*. La nostra Accademia, la quale aveva accolto nelle sue memorie le altri parti del lavoro del BELLARDI volle che vi figurasse pure la parte sesta e incaricò di completarla e di curarne la stampa il dott. Prof. Federico SACCO, allievo del BELLARDI e già favorevolmente noto pei vari lavori intorno alla paleontologia dei Molluschi.

Il nuovo lavoro del dott. F. SACCO affidato al nostro esame forma la parte VII dell'opera iniziata dal BELLARDI e comprende le famiglie *Harpidae* e *Cassididae*. L'Autore studiò un materiale copiosissimo costituito dalle raccolte del R. Museo di Torino, di Genova, di Modena, di Roma e da varie collezioni private. Egli si attenne pel modo di esporre le indicazioni sinonimiche, per le diagnosi, per le indicazioni delle località e dei terreni al metodo seguito dal BELLARDI. Egli credette invece più opportuno,

per ragioni di chiarezza e per evitare troppo facili errori e confusioni, indicare le *varietà* con un nome anzi che con una semplice lettera dell'alfabeto.

L'Autore inoltre ha cercato di rappresentare graficamente per ogni sottogenere il rapporto che vi è fra le specie e fra queste ed i piani geologici nei quali esse si trovano. Con questi schemi l'Autore ha voluto pure fare, come già fecero altri paleontologi in lavori analoghi, un tentativo per spiegare la filogenesi delle varie forme dei molluschi di ciascun sottogenere. I sottoscritti, prescindendo rispetto a questi schemi da qualunque considerazione intorno alla loro utilità, in molti casi discutibile, per le questioni filogenetiche anche intese come vuole l'Autore, credono tuttavia che essi sono un buon complemento alla descrizione delle forme dei molluschi.

L'Autore descrive tre nuovi sottogeneri *Galeocassis*, *Galeodosconsia* ed *Echinophoria*, ventitrè nuove specie e numerose varietà nuove.

Due tavole nelle quali sono figurate le principali forme nuove descritte accompagnano il lavoro. Il manoscritto e le tavole stanno nei limiti voluti dal regolamento dell'Accademia.

I sottoscritti credono il lavoro del dott. F. Sacco meritevole di essere presentato alla lettura e, qualora la Classe lo approvi, di essere stampato nelle Memorie Accademiche.

Torino, 9 febbraio 1890.

I Commissari:

T. Salvadori

L. Camerano, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

Giuseppe Basso.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Febbraio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice-Presidente dell'Accademia, FLECHIA, Direttore della Classe, CLARETTA, MANNO, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, GRAF, e PEYRON, il quale funge le veci di Segretario.

Questi legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Vice-Presidente Comm. FABRETTI offre da parte del Socio Corrispondente Cav. PALMA di CESNOLA: « *Catalogo di manoscritti italiani esistenti nel Museo Britannico di Londra* ». (Torino, Roux, 1890, 1 vol. in-8° gr.); e dà informazioni sulla diligenza ed importanza del lavoro.

Il Socio Antonio MANNO offre a nome dell'Autore, signor F. MUGNIER, l'opuscolo « *Registre du Sénat de Savoie pour la présentation des Magistrats à la nomination du Souverain au XIV Siècle* (Chambéry, 1889) »: ove è notevole, egli dice, qual tesoro di preziose notizie l'Autore abbia saputo trarre da un piccolo Archivio mercè la dotta e diligente ricerca.

Il Socio Giuseppe CARLE offre alla Classe tradotta in inglese ed estratta dalla *Juridical Review* di Edinburgo (gennaio 1890) la commemorazione che egli scrisse in italiano del Prof. Muirhead, dell'Università di Edinburgo.

Il Marchese di NADAILLAC avendo inviato in dono alla Classe due suoi volumi, di cui l'uno ha per titolo: *L'Amérique préhistorique* (Paris, 1888), e l'altro: *Mœurs et monuments des*

peuples préhistoriques (Paris, 1888), il Presidente incaricò il Socio FERRERO di dare intorno ad essi quei ragguagli, che la natura e la gravità dell'argomento fanno desiderare. Adempie il Socio all'incarico, ragguagliando ampiamente la Classe e degli studi fatti dall'Autore nelle antichità preistoriche, e degli scavi e delle scoperte, di cui è discorso nei due libri, con giudizi che onorano l'opera e l'autore.

Lo stesso Socio Ermanno FERRERO offre da parte dell'autore, Cav. Prof. Carlo VASSALLO, due opuscoli: *Matteo Prandone, difensore d'Asti nel* 1526 *contro Fabrizio Maramaldo* (inserito negli *Atti* accademici), ed *Il Beato Enrico Alfieri* (Asti, 1890). Anche a questi due lavori il Socio dà quella lode, che egli dice meritarsi tutte le opere del VASSALLO, notando specialmente rispetto alla vita del B. Alfieri, le sue attinenze alla illustrazione della storia dell'illustre famiglia di tal nome.

La Classe esprime gratitudine e ai donatori delle opere loro, e ai Soci che le presentarono ponendone in rilievo i pregi.

I Soci Antonio MANNO ed Ermanno FERRERO, deputati ad esaminare il lavoro presentato per la inserzione nelle *Memorie* dal Prof. Ettore PAIS dell'Università di Pisa, col titolo: « *Intorno al luogo ed al tempo in cui Strabone compose la sua geografia storica* », adempierono al loro mandato. Riferisce il Socio Ermanno FERRERO proponendo la Memoria alla lettura.

Poste a votazione secreta le conclusioni della Commissione, essendo accettate ad unanimità, si dà lettura della Memoria, in seguito alla quale, anche ad unanimità di voti secreti, se ne approva la stampa nelle *Memorie*.

LETTURE

SUNTO *della memoria del professore* Ettore Pais: *Intorno al luogo e al tempo, in cui Strabone compose la sua geografia istorica.*

Nella prima parte di questa memoria l'A. combatte l'opinione di coloro, i quali credono che la geografia di Strabone sia una fedele pittura dell'impero romano ai tempi di Tiberio; egli con vari argomenti cerca di dimostrare che l'opera fu composta ai tempi di Augusto ed era già terminata verso il 7 a. C. Ai tempi di Tiberio, Strabone avrebbe solo qua e là ritoccato il suo scritto. Nella seconda parte l'A. si propone di mostrare la falsità delle opinioni di quei critici, che suppongono che Strabone sia vissuto a Roma e quivi abbia composto il suo scritto. Egli crede che l'opera, composta forse in origine ad Alessandria, sia stata ritoccata in una città lontana da Roma, forse ad Amasia, patria del geografo, ove egli non poteva essere informato di tutti i mutamenti pubblici avvenuti nell'ultimo quarto di secolo. Infine l'A. cerca di provare che la geografia non fu composta per eccitamento di cospicui personaggi romani, come oggi si crede, ma fu scritta nell'interesse de' principi signori dei paesi limitrofi ad Amasia, e precisamente nell'interesse della famiglia di Pitadoride, regina del Ponto e dell'Armenia Minore.

L' Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 26 Gennaio al 9 Febbraio 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori	
Berlino. * *	Die Fortschritte der Physik im Jahre 1883, dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin; XXXIX Jahrgang, 2 Abth. Berlin, 1889; in-8°.
Boston * *	Journal of Morphology: edited by C. O. WHITMAN, etc.; vol. III, n. 2. Boston, U. S. A., 1889; in-8° gr.
Ateneo di Brescia.	Commentari dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1889. Brescia, 1889; 1 vol. in-8°.
Museo di Zool. compar. (Cambridge).	* Annual Report of the Curator of the Museum of comparative Zoölogy at Harvard College, etc.; 1888-1889. Cambridge, 1889; 1 fasc. in-8°.
Acc. delle Scienze di Cracovia.	* Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie: Comptes-rendus des séances de l'année 1889, Décembre. Cracovie, 1889; in-8°.
Laboratorio del R. Collegio dei Fisici in Edimborgo.	* Reports from the Laboratory of the R. College of Physicians Edimburg, etc.; vol. I. London, 1889; in-8°.
La Direzione (Filadelfia).	* The Journal of comparative Medicine and veterinary Archives, edited by W. A. CONKLIN; vol. XI, n. 1. Philadelphia, 1890, in-8°.

* Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft herausgegeben von der medizinisc-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena; XXIV Band (neue Folge XVII Band), Heft 1. Jena, 1889; in-8°. — Società di Med. e St. nat. di Jena.

* Transactions of the eighteenth and nineteenth annual. Meetings of the Kansas Academy of Science (1856-86) etc.; vol. X. Topeka, Kansas, 1889; in-8°. — Acc. delle Sc. di Kansas.

* Zoologischen Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; XIII Jahrg., n. 326. Leipzig, 1890; in-8°. — J. V. CARUS (Lipsia).

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLVI, n. 284. London, 1890; in-8°. — Reale Società di Londra.

* Theses quas pro gradu academico Doctoris Medicinae in Universitate catholica, in oppido Lovaniensi, rite et legitime consequendo publice propugnabat Fredericus St-George MIVART, Londinensis etc. Lovanii, MDCCCLXXXIX; 1 fasc. in-8°. — Univers. Catt. di Lovanio.

* Memorias de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate »: t. II, cuaderno n. 12; t. III, cuad. n. 1, 2. México, 1889; in-8°. — Soc. scientifica ANTONIO ALZATE (Messico).

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII fasc. 20. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

* Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. III, fasc. 12. Napoli, 1889; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XVI, n. 1. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Traité d'Électricité et de Magnetisme par J. CLERK MAXWELL, traduit de l'anglais sur la deuxième édition par G. SELIGMANN-LUI; t. I, II. Paris. 1885-89; in-8°. — Parigi. * *

* Astronomische Beobactunge an der k. k. Sternwarte zu Prag in den Jahren 1885, 1886 und 1887, etc. Praga, 1890; 1 fasc. in-4°. — R. Oss. astronom. di Praga.

Annali di Statistica. — Statistica industriale, fasc. IX: Industria della macinazione dei cereali. Roma, 1889; in-8°. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 2. Roma, 1890; in-8° gr. — Società generale dei viticolt. ital. (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura di B. TACCHINI; vol. XVIII, disp. 12. Roma, 1890; in-4°. — Società degli Spettr. ital. (Roma).

Museo civico di Rovereto. — * Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; serie 2ª, vol. X, n. 11-12. Roma, 1889; in-8°.

R. Comitato geol. d'Italia (Roma). — Lettere inedite di Carlo LINNEO a Giovanni Antonio Scopoli. Rovereto, 1890; 1 fasc. in-8°.

R. Accademia de' Fisiocritici di Siena. — * Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4ª, vol. I, fasc. 10. Siena, 1889; in-8°.

Università imp. di Tokyo (Giappone). — * The Journal of the College of Science imperial University Japan: vol. III, parts 3. Tōkyō. Japan, 1889; in-8° gr.

R. Università di Torino. — Annuario della R. Università degli Studi di Torino per l'anno accademico 1889-90. Torino, 1890; in-8°.

Museo di Zool. e Anatomia comp. di Torino. — Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Torino; vol. IV, 1889, n. 53-73. Torino; in-8°.

Acc. di Comm. e Nautica in Trieste. — * Effemeridi astronomico-nautiche per l'anno 1891, pubblicate per incarico dell'i. r. Governo marittimo della i. r. Accademia di Commercio e Nautica in Trieste; annata V. Trieste, 1889; 1 vol. in 8°.

Ateneo Veneto (Venezia). — * L'Ateneo Veneto. — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; serie 13, vol. II, fasc. 4, 5, 6. Venezia, 1890; in-8°.

La Direzione (Venezia). — * Notarisia. — Commentarium phycologicum; — Rivista trimestrale consacrata allo studio delle alghe, ecc.; anno IV, n. 16. Venezia, 1889; in-8°.

I. R. Soc. geol di Vienna. — * Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1889, n. 13-17. Wien; in-8° gr.

L'Autore. — Commemorazione del Comm. Prof. Celeste Clericetti, letta dal Prof. G. BARDELLI nell'adunanza solenne del R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere il 9 gennaio 1890. Milano; 1 fasc. in-8°.

S. LAURA — S. LAURA. — Medicina esatta terapeutica dosimetrica, ecc.; anno VIII, n. 1. Torino, 1890; in-8°.

L'A — G. A. PIRONA. — Della vita scientifica del Prof. Giuseppe Meneghini; Commemorazione. Venezia, 1890; 1 fasc. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

dal 2 al 16 Febbraio 1890

	Donatori
* Documente privitóre la Istoria românilor, urmare la colectiunea luĭ Ludoxiu de HURMAZAKI; Suplement I, vol. III, fasc. 2 (1795-1803): Documente culese din Arckivele Ministeriuluĭ a facerilor străine diu Paris de A. J. ODOBESCU. Bucurescĭ, 1889; in-4°.	Accad. Rumena delle Scienze (Bukarest).
Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 98. Firenze, 1890; in-8° gr.	Bibliot. nazionale di Firenze.
Dr. A. Petermans Mitteilungen aus Justus Perthes' geografischer Anstalt, herausgegeben von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXVI Band, n. 1. Gotha, 1890; in-4°.	Gotha.
* Compte rendu des Séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1890, n. 2, pag. 17-40. Paris; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
* Bulletin de la Société de Geographie, etc.; 7e série, t. X, 3e trim. 1889. Paris, 1889; in-8°.	Id.
Table alphabétique et bibliographique des matières et des auteurs figurant dans les 130 premiers volumes du Compte-rendu de l'Académie des Sciences morales et politiques (Institut de France). Paris, 1889; 1 vol. in-8°.	Parigi.
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 11. Roma, 1889; in-8° gr.	Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).
* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. VI, fasc. 2°, 1° sem. 1890, Roma, 1889; in-8 gr.	R. Accademia dei Lincei (Roma).
Pietro CERETTI (*Theophilus Eleutherus*) — Saggio circa la ragione logica di tutte le cose (*Pasaelogices Specimen*); versione dal latino del Prof. Carlo BADINI; vol. II, parte prima e seconda. Torino, 1890; in-8°.	L'Unione Tipogr.-editrice (Torino).
Histoire de la ville et seigneuries de Fribourg, des temps anciens à son entrée dans la Confédération Suisse en 1481, par Alexandre DAGUET. Fribourg, 1889; 1 fasc. in-8°.	L'Autore

G. De Rossi. * Bullettino di Archeologia cristiana del Comm. Giovanni Battista De Rossi; serie 4ª, anno VI, n. 1, 2. Roma, 1888-89; in-8°.

A Fabretti. La prostituzione in Perugia nei secoli XIV, XV e XVI; Documenti editi da Ariodante Fabretti. Torino, 1890; 1 volumetto in-8°.

L'A. Ignazio Guidi. — Grammatica elementare della lingua amarica. Roma, 1889; 64 pag. in-8°.

L'A. Memorie storiche della città di Carmagnola raccolte dall'Ingegnere Raffaello Menochio, con una pianta inedita del secolo XVI. Torino, 1890; 1 vol. in-8°.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
4017 (850) 25-III-90

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Febbraio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, SALVADORI, BRUNO, D'OVIDIO, BIZZOZZERO, FERRARIS, NACCARI, SPEZIA, GIBELLI, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE e BASSO Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale dell' adunanza precedente il Segretario dà comunicazione di una lettera del Prof. Arturo CAYLEY di Cambridge nella quale si porgono ringraziamenti per la sua nomina a Socio estero dell'Accademia.

Sulla proposta del Socio COSSA la Classe delibera di inviare una lettera di congratulazione al Socio Corrispondente Prof. Augusto KEKULE nella prossima occasione in cui si celebrerà a Berlino il 25° anniversario della ingegnosa teoria sulla costituzione dei composti aromatici, teoria che, ideata dal KEKULE, promosse importantissimi progressi nella chimica delle combinazioni del carbonio.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Sulla teoria della trave continua* »; Memoria dell'Ing. Camillo GUIDI, Prof. nella Regia Scuola d'applicazione per gli Ingegneri in Torino, presentata dal Socio COSSA pei volumi delle

Memorie. Una Commissione nominata dal Presidente ne riferirà alla Classe in una prossima adunanza.

« *Sulla dispersione della elettricità per effetti del fosforo e delle scintille elettriche* »; del Socio NACCARI.

« *Sui combinanti di tre forme ternarie quadratiche* »; lavoro del Dott. F. GERBALDI, Prof. nella R. Università di Palermo, presentato dal Socio d'OVIDIO.

LETTURE

Sulla dispersione dell'elettricità per effetto del fosforo e delle scintille elettriche.

Nota di A. NACCARI

I.

Descrissi in una nota precedente (1) l'effetto che le scintille d'un apparato d'induzione esercitano sopra la dispersione della elettricità di un conduttore isolato. Attribuii tale effetto ad una speciale modificazione, che supposi subisse l'aria resa luminosa dalla scintilla elettrica.

Volli di poi esaminare se i vapori luminosi, che si spandono da un pezzo di fosforo, avessero una consimile proprietà, e trovai confermata dai fatti questa supposizione (2).

Più recentemente eseguii delle numerose esperienze per porre in chiaro, se tale proprietà del fosforo fosse dovuta alla sua essenza chimica, o fosse strettamente congiunta alla condizione della emissione della luce.

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*. Dicembre 1888, vol. XXIV, 195.

(2) *Rivista Scientifico-Industriale*. Febbraio 1889.

Riferisco anzi tutto alcune esperienze, che mettono in chiaro quest'azione speciale del fosforo.

Ai due quadranti dell'elettrometro del Mascart già usato nelle prime esperienze era applicata una pila di trenta coppie Volta, il cui punto di mezzo era congiunto col suolo.

Una Daniell produceva una deviazione di quattro parti.

Una pallina di ottone del diametro di quattro centimetri pendeva da un filo di seta. La palla era congiunta coll'ago dell'elettrometro.

Un pezzetto di fosforo, il cui peso era di circa un quarto di gramma, venne posto sopra una lastrina di vetro a quattro centimetri al di sotto della pallina. Nella tabella seguente la prima colonna contiene i tempi espressi in minuti primi, nella seconda le posizioni della striscia luminosa sopra la scala.

Carica negativa.

0	202	
3	200	. . . . . si pone il fosforo,
4	168	. . . . . si toglie,
8	166	. . . . . si pone,
9	135	. . . . . si toglie,
20	133	

Carica positiva.

0	205	
4	200	. . . . . si pone il fosforo,
5	175	. . . . . si toglie,
7	172	. . . . . si pone,
9	143	. . . . . si toglie,
14	140	

Altre esperienze vennero fatte ponendo la pallina isolata entro una bottiglia di vetro. Un tappo di sovero era applicato alla bocca della bottiglia ed era attraversato da un tubo di vetro, entro il quale passava un filo di rame che sosteneva la pallina.

Un'altra pallina d'ottone posta in comunicazione col suolo stava entro la bottiglia a poca distanza dalla pallina isolata.

La bottiglia conteneva in alcune esperienze aria pura; in altre un pezzetto di fosforo stava sotto le palline ad una distanza di quattro centimetri circa.

Quando l'aria era pura, la dispersione avveniva in ragione di una particella circa della scala per minuto. Posto il fosforo nella bottiglia, la dispersione fu di 18 particelle per minuto. Ciò avveniva soltanto quando il fosforo era luminoso e si spandeva intorno ad esso e fino alle palline un'aureola luminosa.

Dirette esperienze mostrarono che non si può attribuire il fenomeno all'ozono.

Il Graham scoprì che la presenza di certi vapori o gas nello spazio dove sta un pezzo di fosforo bastano ad impedire la lenta ossidazione di questo e a togliere l'effetto luminoso. Sommamente efficaci, secondo l'esperienze del Graham, sarebbero i vapori di trementina. Per ciò versai sul fondo della bottiglia, in cui stava il fosforo che poco innanzi s'era osservato luminoso, un po' di essenza di trementina.

Il fosforo, di cui poco prima s'era verificato l'effetto sulla dispersione, cessò d'essere luminoso e diventò inattivo sulla palla elettrizzata.

Esaminai poi se l'idrogeno fosforato e il tricloruro di fosforo avessero qualche azione sulla dispersione, ma non ne osservai alcuna.

II.

Il Sig. Bachmetjew pubblicò nel *Giornale della società fisico-chimica russa* (1) una memoria intorno all'azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati e fu così cortese da inviarmene un sunto manoscritto.

Egli studiò la detta azione delle scintille in parecchi gas e propriamente nell'aria, nell'anidride carbonica, nell'idrogeno, nell'ossigeno e nel gas illuminante.

Egli trovò che nei varî gas sotto l'azione delle scintille le due elettricità si disperdono con diversa rapidità. Nell'aria e nell'ossigeno si disperderebbe più rapidamente la negativa, negli

(1) Vol. XXI, 1889, pag. 207.

altri tre gas la positiva. Anzi nell' anidride carbonica, quando il conduttore isolato fosse elettrizzato negativamente, non vi sarebbe sensibile dispersione.

La spiegazione, ch'egli dà di questi fenomeni, è la seguente. Sotto l'azione delle scintille o degli elettrodi incandescenti il conduttore, se è isolato e scarico, si elettrizza con elettricità di un dato nome Quando è carico, l'azione delle scintille accelera la dispersione nel caso che la carica prodotta da esse sia contraria a quella esistente sul conduttore.

Una tale spiegazione non può applicarsi all' effetto da me osservato. Nelle mie esperienze già descritte nella nota citata e in quelle che ho fatto recentemente, io ho sempre difeso il conduttore congiunto con l'elettrometro da ogni azione elettrostatica, mediante un pezzo di rete metallica congiunto col suolo nè mai ho fatto esperienze senza prima accertarmi che l'azione delle scintille sul conduttore scarico era nulla. Credo che i fenomeni descritti dal Bachmetjew sieno più complessi di quelli che io osservai.

Quanto alla diversa intensità dell' azione delle scintille nei varî gas ho fatto recentemente dell'esperienze di cui darò un cenno qui sotto.

Un tubo di vetro del diametro di 7 centimetri e lungo 15, venne rivestito sulle pareti interne quasi interamente con stagnola e chiuso alle due estremità con tappi di sovero. L' asse del tubo era verticale.

Attraverso il tappo superiore passavano due fili metallici, uno dei quali isolato, che terminavano inferiormente con due palline di ottone. Uno di questi fili era congiunto con l' ago dell'elettrometro, l'altro col suolo. Anche il rivestimento di stagnola era congiunto col suolo.

Le prime esperienze vennero fatte nell'aria per esaminare se, come trovò il Bachmetjew, si disperda più facilmente la elettricità negativa sotto l'azione delle scintille.

Quando la differenza nel modo di comportarsi delle due elettricità non sia molto grande, non è facile ottenere da queste esperienze una conclusione sicura. È anzitutto necessario che le scintille si producano sempre in condizioni rigorosamente costanti. Poi occorre eliminare gli effetti delle altre cause di dispersione e della dissimetria delle indicazioni dell'elettrometro da una parte e dall'altra dello zero.

Le mie esperienze non confermarono il risultato, a cui giunse il Bachmetjew, anzi la media di otto esperienze diede che sotto l'azione delle scintille la dispersione della elettricità positiva avveniva in ragione di 5, 3 parti della scala dell' elettrometro al secondo, e la media di sette esperienze opportunamente alternate con le prime, diede per l'elettricità negativa il numero 4, 2. Non voglio perciò con sicurezza affermare che l'elettricità positiva si disperda sotto l'azione delle scintille più facilmente della negativa. Occorrerebbe perciò un numero molto maggiore di esperienze, ma credo di poter asserire che la contraria proposizione è dimostrata inesatta dalle mie esperienze. Anche nella nota citata io avevo accennato ad una maggiore tendenza della elettricità positiva a disperdersi sotto l'azione delle scintille.

Sperimentai poscia con anidride carbonica. Le prime esperienze mostrarono una grandissima attenuazione nell'effetto delle scintille. M'avvidi però ben presto che l'effetto doveva essere, almeno in parte, prodotto dall'umidità che il gas portava con sè dalla bottiglia, in cui si svolgeva; feci perciò che l'anidride carbonica prima di entrare nel tubo di vetro gorgogliasse attraverso uno strato di acido solforico. Anche avendo così disposte le cose, la dispersione sotto l'azione delle scintille, benchè maggiore di quanto era nel gas umido, fu riscontrata minore che non nell'aria tanto per l'una quanto per l'altra elettricità.

Non trovai che l'elettricità positiva si disperdesse nell'anidride carbonica per effetto delle scintille più rapidamente della negativa.

Un fatto singolare, che l'esperienze numerose che eseguii, pongono fuori di dubbio, è questo. I vapori di acqua, di alcool, di essenza di trementina, di etere e di petrolio, introdotti nel tubo, dove stava il conduttore isolato, di cui si studiava la perdita d'elettricità, attenuarono grandemente l'effetto delle scintille.

Operai per lo più in questo modo. Versai in una bottiglia una certa quantità del liquido, sui cui vapori volevo operare, applicai un tappo alla bottiglia e vi feci passare due tubi di vetro, uno solo dei quali s'immergeva nel liquido; l'altro era congiunto ad un tubo di gomma che metteva allo spazio, dove stava il conduttore elettrizzato.

Cacciando dell'aria per il primo tubo la si faceva gorgogliare attraverso il liquido e così i vapori venivano portati nel detto

spazio. Da una serie di esperienze che prendo a caso per dare un'idea della grandezza dell'effetto prodotto dai vapori, quando l'aria era asciutta e scoccavano le scintille, occorrevano 25 secondi perchè la striscia luminosa percorresse un certo tratto della scala, che comprendeva cinquanta divisioni. Fatta molto umida l'aria, il tempo necessario a quello spostamento fu di 120 secondi; con aria mista a vapori di trementina fu di 1100 secondi.

I vapori di alcool, di petrolio, di etere, producono presso a poco lo stesso effetto di quello di trementina. Essi attenuano grandemente l'azione delle scintille sulla dispersione, mentre non modificano sensibilmente questo fenomeno quando non scoccano scintille.

L'ammoniaca e il gas illuminante mescolati con l'aria anche in piccola quantità operano nello stesso modo e presso a poco nella stessa misura.

Cercherò di chiarire questi fenomeni con ulteriori esperienze.

Torino 22 febbraio 1890.

Sui combinanti di tre forme ternarie quadratiche.

Nota di F. GERBALDI

È noto che tra gli invarianti di tre forme ternarie quadratiche vi sono due combinanti, l'uno di 2° grado e l'altro di 4° grado nei coefficienti di ciascuna forma.

In notazione simbolica siano

$$f_1 = a_x^2 = a'^2_x = \dots, \quad f_2 = b_x^2 = b'^2_x = \dots, \quad f_3 = c_x^2 = c'^2_x = \dots$$

le tre forme; consideriamo le loro forme aggiunte

$$u_\alpha^2 = (aa'u)^2, \quad u_\beta^2 = (bb'u)^2, \quad u_\gamma^2 = (cc'u)^2$$

e le forme Jacobiana ed Hermitiana

$$i_x^3 = i'^3_x = \dots = (abc)\, a_x b_x c_x, \quad u_h^3 = u_{h'}^3 = \dots = (abu)(acu)(bcu).$$

I combinanti in discorso sono

$$i_h^3, \qquad (ii'i'')^2 i_h i'_h i''_h .$$

È noto altresì che gli invarianti fondamentali delle tre forme si riducono agli 11 seguenti

$$\begin{array}{llll} A = a_\alpha^2, & F = a_\beta^2, & F' = a_\gamma^2, & D = (abc)^2, \\ B = b_\beta^2, & G = b_\gamma^2, & G' = b_\alpha^2, & E = (\alpha\beta\gamma)^2. \\ C = c_\gamma^2, & H = c_\alpha^2, & H' = c_\beta^2. & \end{array}$$

In funzione di questi invarianti ci proponiamo di esprimere quei due combinanti. Allora il risultante delle tre forme, la cui espressione è nota per mezzo dei combinanti, si potrà avere per mezzo dei soli invarianti fondamentali.

Ci gioveremo dell'osservazione che una qualunque delle operazioni

$$\delta = \sum \frac{\partial}{\partial a_{ij}} b_{ij}, \quad \delta' = \sum \frac{\partial}{\partial b_{ij}} a_{ij}, \quad \delta'' = \sum \frac{\partial}{\partial b_{ij}} c_{ij}, \text{ ecc.}$$

applicata ad un combinante delle tre forme dà per risultato zero; quindi premettiamo le seguenti formole

$$\begin{array}{lll} \delta A = 3G', & \delta F = B, & \delta F' = G, \\ \delta B = 0, & \delta G = 0, & \delta G' = 2F, \\ \delta C = 0, & \delta H = 2D, & \delta H' = 0, \\ \delta D = H', & \delta E = 2FG + \frac{2}{3}BF' \ (*) . & \end{array}$$

Il combinante di 2° grado. — Ciò posto, tutti gli invarianti di 2° grado nei coefficienti di ciascuna forma, espressi mediante i fondamentali, non possono che contenere i seguenti termini

$$D^2, \quad E, \quad FF', \quad GG', \quad HH';$$

e però un combinante ha un'espressione della forma

$$\alpha D^2 + \beta E + \gamma (FF' + GG' + HH'),$$

dove si è tenuto conto che devono avere coefficienti uguali i termini che si deducono l'uno dall'altro permutando fra di loro le forme.

Applichiamo l'operazione δ e concludiamo

$$2DH'(\alpha + \gamma) + FG(2\beta + 3\gamma) + BF'\left(\frac{2}{3}\beta + \gamma\right) = 0$$

donde

$$\beta = \frac{3}{2}\alpha, \qquad \gamma = -\alpha.$$

Di qui segue che vi è un solo combinante di 2° grado

$$(1) \ldots\ldots \quad \Gamma_2 = 2D^2 + 3E - 2(FF' + GG' + HH'),$$

(*) Tutte queste formole sono evidenti, meno l'ultima; si ha:

$$E = (\alpha\beta\gamma)^2 = (aa', \beta\gamma)^2 = (a_\beta a'_\gamma - a_\gamma a'\ )^2$$

$$\delta E = 2(a_\beta b_\gamma - a_\gamma b_\beta)^2 = 2FG + 2BF' - 4a_\beta a_\gamma b_\beta b_\gamma$$

$$\begin{aligned} 3b_\beta a_\gamma a_\beta b_\gamma &= 3(bb'b'')(acc')(ab'b'')(bcc') \\ &= (bb'b'')(acc')[(ab'b'')(bcc') - (abb'')(b'cc') - (ab'b)(b''cc')] \\ &= (bb'b'')^2 (acc')^2 = BF'. \end{aligned}$$

e però i_h^3 differisce da Γ_2 per un fattore numerico

$$i_h^3 = \alpha \Gamma_2 .$$

Per determinare questo fattore facciamo un esempio:

$$f_1 = x_1^2 , \qquad f_2 = x_2^2 , \qquad f_3 = x_3^2 ,$$

$$A = B = C = E = F = G = H = F' = G' = H' = 0 , \quad D = 1 ,$$

$$i_x^3 = x_1 x_2 x_3 , \quad u_h^3 = -u_1 u_2 u_3 , \quad (ii'i'')^2 i_x i'_x i''_x = \frac{1}{18} x_1 x_2 x_3 ,$$

$$i_h^3 = -\frac{1}{6} , \quad \Gamma_2 = 2 , \quad (ii'i'')^2 i_h i'_h i''_h = -\frac{1}{108} ,$$

donde si vede: $\alpha = -\frac{1}{12}$, dunque si ha

$$(2) \ldots \Gamma_2' = i_h^3 = -\frac{1}{6} D^2 - \frac{1}{4} E + \frac{1}{6} \left(FF' + GG' + HH' \right) \text{ (*)}.$$

I combinanti di 4° grado. — Gli invarianti, che sono di quarto grado nei coefficienti delle singole forme, e che sono inoltre simmetrici rispetto alle tre forme, sono tutti compresi nella formola seguente

$$\begin{aligned} & a D^4 + b D^2 E + c E^2 + (d D^2 + e E)(FF' + GG' + HH') \\ & + f(F^2F'^2 + G^2G'^2 + H^2H'^2) + g(GG'HH' + HH'FF' + FF'GG') \\ & + h(AGH' + BHF' + CFG')D + k(BCG'H + CAH'F + ABF'G) \\ & + l(AFG^2 + BGH^2 + CHF^2 + AF'H'^2 + BG'F'^2 + CH'G'^2) \\ & + m(FGH + F'G'H')D + n\,ABCD , \end{aligned}$$

dove $a, b, \ldots m, n$ sono coefficienti numerici. Si tratta di dare a questi coefficienti valori tali, che la formola rappresenti un combinante. A questo scopo applichiamo l'operazione δ e troviamo

(*) Il combinante i_h^3 fu già espresso in funzione degli invarianti fondamentali da F. Mertens: *Ueber die Invarianten dreier ternären quadratischen Formen*. Sitzungsberichte der k. Akad. d. W. zu Wien, Bd. XCIII

$$
\begin{aligned}
& ABCH'(k+n)+ABG^2(k+l)+AGH'^2(h+l) \\
& +BCDG'(h+2k+3n)+BCFH(2k+2l) \\
& +BD^2F'(\tfrac{2}{3}b+d+2h)+BDGH(h+4l+m) \\
& +BEF'(\tfrac{4}{3}c+e)+BFF'^2(\tfrac{2}{3}e+2f+2l) \\
& +BF'GG'(\tfrac{2}{3}e+g+3k+2l)+BF'HH'(\tfrac{2}{3}e+g+h) \\
& +CDF^2(2h+2l)+CFG'H'(h+3k+4l) \\
& +D^3H'(4a+2d)+D^2FG(2b+3d+2m)+DEH'(2b+2e) \\
& +DFF'H'(2d+2g+2m)+DGG'H'(2d+2g+3h+m) \\
& +DHH'^2(2d+4f)+EFG(4c+3e) \\
& +F^2F'G(2e+2f+2g)+FG^2G'(2e+4f+g+3l) \\
& +FGHH'(2e+3g+m)+F'G'H'^2(3l+m).
\end{aligned}
$$

Questo risultato deve annullarsi; e poichè le quantità

$$ABCH', \qquad ABG^2, \qquad AGH'^2 \text{ ecc.}$$

al variare dei coefficienti delle forme sono variabili linearmente indipendenti, ed i numeri a, b, c, ... sono costanti, così deve essere separatamente

$$k+n=0, \quad k+l=0, \quad h+l=0, \quad h+2k+3n=0 \text{ ecc.}$$

In tal modo fra le 12 incognite a, b, c, ... si hanno 24 equazioni di 1° grado, le quali non solo coesistono, ma formano un sistema indeterminato, e sono verificate tutte le volte che si pone

$$
\begin{array}{llll}
a=4\lambda+\mu & b=12\lambda & c=9\lambda & d=-8\lambda-2\mu \\
e=-12\lambda & f=4\lambda+\mu & g=8\lambda-\mu & h=\mu \\
k=\mu & l=-\mu & m=3\mu & n=-\mu
\end{array}
$$

qualunque siano i valori di λ e di μ.

Dunque l'espressione generale dei combinanti di 4° grado si ottiene sostituendo questi valori di a, b, c, ... nella formola sopra scritta degli invarianti di 4° grado, ed è

$$\lambda\Gamma_2^2+\mu\Gamma_4$$

dove Γ_2 denota il combinante di 2^o grado (1), e Γ_4 denota il combinante di 4^o grado seguente

$$(3)\ldots \Gamma_4 = D^4 - 2D^2(FF'+GG'+HH') \\ + D(AGH'+BHF'+CFG'+3FGH+3F'G'H'-ABC) \\ + F^2F'^2+G^2G'^2+H^2H'^2-GG'HH'-HH'FF'-FF'GG' \\ + BCG'H+CAH'F+ABF'G \\ -(AFG^2+BGH^2+CHF^2+AF'H'^2+BG'F'^2+CH'G'^2).$$

Volendo ora esprimere per mezzo degli invarianti fondamentali il combinante

$$\Gamma_4' = (ii'i'')^2 i_h i'_h i''_h$$

basterà trovare i valori di λ, μ per cui si ha

$$\Gamma_4' = \lambda \Gamma_2^2 + \mu \Gamma_4 .$$

A questo scopo formeremo due equazioni fra λ e μ ricorrendo a due esempi. Scegliendo l'esempio, che già ha servito per il calcolo di i_h^3, si ha

$$\Gamma_4' = -\frac{1}{108} \qquad \Gamma_2 = 2 \qquad \Gamma_4 = 1 ;$$

dunque

$$432\lambda + 108\mu = -1 .$$

Scegliendo quest'altro esempio

$$f_1 = 2x_2x_3 \qquad f_2 = 2x_3x_1 \qquad f_3 = 2x_1x_2 ,$$

$$A=B=C=F=G=H=F'=G'=H'=0 , \quad D=2 , \quad E=-8 ,$$

$$i_x^3 = 2x_1x_2x_3 , \quad (ii'i'')^2 i_x i'_x i''_x = \tfrac{4}{9} x_1x_2x_3 , \quad u_h^3 = 4u_1u_2u_3 ,$$

si ha

$$\Gamma_4' = \frac{8}{27} \qquad \Gamma_2 = -16 \qquad \Gamma_4 = 16 ;$$

dunque

$$864\lambda + 54\mu = 1 .$$

Si ricava quindi: $\lambda = \frac{1}{432}$, $\mu = -\frac{1}{54}$; e così si ha

$$(4) \ldots\ldots \Gamma_4' = (ii'i'')^2 i_h i'_h i''_h = \frac{1}{432}(\Gamma_2^2 - 8\Gamma_4).$$

Diamo ancora le espressioni di questi altri combinanti

$$(5)\ldots\ \Gamma_4'' = (hh'h'')^2 i_h\, i_{h'}\, i_{h''} = \frac{1}{432}(3\,\Gamma_2^2 - 16\,\Gamma_4)$$

$$(6)\ldots\ \Gamma_4''' = (ii'i'')(ii'i''')(ii''i''')(i'i''i''') = \frac{1}{54}\Gamma_4$$

$$(7)\ldots\ \Gamma_4^{\text{IV}} = (hh'h'')(hh'h''')(hh''h''')(h'h''h''') = \frac{1}{216}(5\,\Gamma_2^2 - 16\,\Gamma_4)$$

$$(8)\ldots\ \Gamma_4^{\text{V}} = (hh'h'')\, a_h^2\, b_{h'}^2\, c_{h''}^2 = \frac{1}{81}(\Gamma_2^2 - 4\,\Gamma_4)\,,$$

le quali si trovano o direttamente, cercando per ciascuno di essi i valori corrispondenti di λ e μ, come abbiamo fatto per il combinante Γ_4', oppure ricorrendo alle seguenti note relazioni (*)

$$\begin{aligned}
\Gamma_4'' &= 2\,\Gamma_4' - \Gamma_2'^2 \\
\Gamma_4''' &= \tfrac{1}{3}\,\Gamma_2'^2 - \Gamma_4' \\
\Gamma_4^{\text{IV}} &= 4\,\Gamma_4' + 2\,\Gamma_2'^2 \\
\Gamma_4^{\text{V}} &= \tfrac{2}{3}\,\Gamma_4'' + \tfrac{1}{3}\,\Gamma_4^{\text{IV}}\,.
\end{aligned}$$

Finalmente il risultante delle tre forme ternarie quadratiche è

$$\begin{aligned}
(9)\ldots\ldots\quad R &= 432\,(\Gamma_4''' - \Gamma_4')\ \text{(**)} \\
&= 16\,\Gamma_4 - \Gamma_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 12\,D^4 - 12\,D^2E - 9\,E^2 + 12\,(E + 2\,D^2)(FF' + GG' + HH') \\
&+ 12\,(F^2F'^2 + G^2G'^2 + H^2H'^2 - 2\,GG'HH' - 2\,HH'FF' - 2\,FF'GG') \\
&+ 16\,(AGH' + BHF' + CFG' + 3\,FGH + 3\,F'G'H' - ABC)\,D \\
&+ 16\,(BCG'H + CAH'F + ABF'G) \\
&- 16\,(AFG^2 + BGH^2 + CHF^2 + AF'H'^2 + BG'F'^2 + CH'G'^2).
\end{aligned}$$

Le equazioni $f_1 = 0$, $f_2 = 0$, $f_3 = 0$ rappresentano tre coniche; la condizione perchè esse abbiano un punto comune è $R = 0$. La condizione poi affinchè nella rete di coniche

$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 = 0$$

(*) V. la mia monografia: *La Superficie di Steiner*, pag. 22, 23.

(**) V. per es. CLEBSCH-LINDEMANN: *Vorlesungen über Geometrie*, p. 526.

esista una retta doppia è

$$2\,\Gamma_4'' + \Gamma_4^{\mathrm{IV}} = 0\ (^*), \quad \text{ossia} \quad \tfrac{1}{4}\Gamma_2^2 - \Gamma_4 = 0\,,$$

e noi abbiamo per mezzo degli invarianti fondamentali

$$(10)\ \ldots\ldots \qquad \tfrac{1}{4}\Gamma_2^2 - \Gamma_4$$
$$= \tfrac{9}{4}E^2 + 3\,E(D^2 - FF' - GG' - HH')$$
$$+ 3\,(GG'HH' + HH'FF' + FF'GG')$$
$$- 2\,(AGH' + BHF' + CFG' + 3\,FGH + 3\,F'G'H' - ABC)\,D$$
$$- (BCG'H + CAH'F + ABF'G)$$
$$+ AFG^2 + BGH^2 + CHF^2 + AF'H'^2 + BG'F'^2 + CH'G'^2,\ .$$

Palermo, febbraio 1890.

(*) V. CLEBSCH-LINDEMANN, l. c.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Marzo 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FLECHIA, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, B. PEYRON, CLARETTA, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, GRAF.

Il Socio PEYRON, che funge ancora l'ufficio di Segretario, legge il processo verbale dell'adunanza precedente, il quale mentre è approvato, porge occasione al Presidente di rallegrarsi a nome della Classe pel ritorno in salute ed in ufficio dell'illustre suo Segretario, Senatore G. GORRESIO. Questi ringrazia commosso.

Quindi la Classe si costituisce in seduta privata per addivenire, come porta l'ordine del giorno, all'elezione di Soci.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 9 al 23 Febbraio 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Berlino. * *

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1883; dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin; XXXIX Jahrgang, 3 Abtheilung. Berlin. Berlin, 1890; in-8°.

Società Med.-chirurg. di Bologna.

* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica della Scuola Medica di Bologna; serie 7ª, vol I, fasc. 1. Bologna, 1890; in-8°.

Società belga di Microscopia (Bruxelle).

* Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XVI, n. 1 Bruxelles, 1890, in 8°.

Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).

Anales de la Sociedad cientifica Argentina; t. XXVIII, entr. 3, 4. Buenos-Aires 1889; in-8°.

Museo di Zool. compar. del Coll. Harward (Cambridge).

* Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College: vol. XVI, whole series, n. 6 (geological series vol. II): vol. XVII, n. 6. Cambridge, 1889; in-8°.

Accad. delle Sc. di Cracovia.

* Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie. — Comptes-rendus des Séances de l'année 1890: Janvier. Cracovie; 1 fasc. in-8°.

* Viridarium Norvegicum. — Norges Vaextrige, et Bidrag til Nord-Europas Natur-og Culturhistorie af Dr. F. C. Schübeler, Prof. i Botanik ved Universitet i Christiania; 3die Bind. Christiania, 1889; in-4°. — R. Università di Norvegia (Cristiania).

* Jahrbuch des Norvegischen meteorologischen Institut für 1887; herausgegeben von Dr. H. Mohn. Christiania, 1889; in-4°. — Istituto meteor. di Cristiania.

* Reports from the Laboratory of the R. College of Physicians Edinhurg, edited by J. Batty Tuke and G. Sims Woodhead; vol. II. Edinburg, 1890; in-8°. — R. Coll. dei Fisici di Edimborgo.

* Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem, etc.; t. XXIV, 1 livrais Harlem, 1890; in-8°. — Società Olandese delle Scienze (Harlem).

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XIII Jahrg, n. 327. Leipzig, 1889; in-8°. — I. V. Carus (Lipsia).

* The quarterly Journal of the geological Society of London; vol. XLVI, part. 1, n. 181. London, 1890; in-8°. — Società geologica di Londra.

* Monthly Notices of the R astronomical Society of London; vol. L, n. 3. London, 1890; in-8°. — R. Soc. astron. di Londra.

Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 14 and 15. Manchester, 1890; in-8°. — Soc. geologica di Manchester.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, volume XXIII, fasc. 1. Milano, 1890; in-8°. — R. Istituto Lomb. (Milano).

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. IV, fasc. 1. Napoli, 1890; in-4°. — Società Reale di Napoli.

* R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli. — Concorso a un premio per un lavoro sui carboni fossili industriali delle provincie napoletane; 2 pag. in-4°. — R. Istituto d'Incoraggiam. di Napoli.

* Pubblicazioni del R. Osservatorio di Palermo, anni 1884-1888; vol. IV. Palermo, 1889; in-4°. — R. Osservatorio di Palermo.

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc.; 8ª série, t. 1, n. 3, 4. Paris, 1889; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

Compte rendu sommaire des Séances de la Société philomatique de Paris; 1890, n. 3, 5-8, in-8°. — Id.

* Repertorium für the Meteorologie herausgegeben von der K. Akademie der Wissenschaften, redigert von Dr. H. Wild; t. XII. St-Petersburg, 1889; in-4°. — Osservatorio fisico-centrale di Pietroborgo.

Osservatorio fisico-centrale di Pietroborgo. — * Annalen des physikalischen Central-Observatoriums herausgegeben von H. WILD; Jahrgang 1888, Theil 1. St.-Petersburg, 1889; in-4°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa). — * Atti della Società Toscana di Scienze naturali residente in Pisa. — Memorie, vol. X. Pisa, 1889; in-8° gr.

Id. — —— Processi verbali, vol. VI, pag. 255-302; vol. VII, pag. 1-20. Pisa, 1889-90; in-8° gr.

Soc. generale dei Viticol. ital. (Roma). — Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 3. Roma, 1890; in-8° gr.

La Direzione (Roma). — * Rivista di Artiglieria e Genio; gennaio 1890, vol. I. Roma, in-8°.

Club alpino ital. (Torino). — * Rivista del Club Alpino italiano, ecc. vol. IX, n. 1. Torino, 1890; in-8°.

Istit. Canadiano (Toronto). — Proceedings of the Canadian Institute, Session 1888-89, third series, vol. VII, fasc. 1 (whole ser. vol. XXV, n. 152). Toronto, 1889; in-8°.

L'Autore. — Davide CARAZZI. — La grotta dei Colombi all'isola Palmaria (Golfo della Spezia). Genova, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Di un principio di Meccanica razionale; del Prof. Pietro CAMBERA. Benevento, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. — A. von KÖLLIKER. — Histologische Mittheilungen (Aus dem Stz. der Würzburger Phys.-med. Gesellschaft 1889); 4 pag. in-8°.

L'A. — Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel R. Osservatorio di Palermo; Statistica delle macchie e delle facole nell'anno 1886; Nota di A. RICCÒ (Estr. delle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVI, 1889); 1 fasc. in-4°.

Id. — Sulle variazioni della rifrazione atmosferica: Nota preliminare di A. RICCÒ (Estr. dalle *Mem. d. Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVIII, 1889); 1 fascic. in-4°.

Id. — Le macchie solari di giugno 1889; Nota di A. RICCÒ (Estr. dalle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVIII, 1889); 1 fasc. in-4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 16 Febbraio al 2 Marzo 1890

Donatori

Die Leibniz'che Philosophie augefasst als Widerlegung des Materialismus; Inaugural-Dissertation behufs Erlangung der philosophischen Doctorwürde der hohen philosophischen Facultät der Universität Jena, vorgelegt von Hugo SCHWARZ. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Jena.

Entwikelung der Landstände im Herzogtum Braunschweig-Lüneburg vom 13 bis zum Ausgang des 14 Jahrhunderts; Inaug.-Diss. etc; von Gustav HERDEN. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Schäferdichtung und Poetik im 18 Jahrhundert, Inaug.-Diss. etc.; von Oscar NETOLICZKA. Weimar; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die florentiner Niobegruppe; Ein Beitrag zur Geschichte der antiken Gruppe; Inaug.-Dissert. etc.; von Hans OHLRICH. Berlin, 1888; 1 fasc. in 8°. — Id.

Die Anfänge des Erzbistums Hamburg-Bremen; Inaug -Diss. etc ; von Traugott TAMM. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Der Lautstand in den Bibelubersetzungen von Emser und Eck aus dem Jahren 1527 (1528) und 1537 in seinem Velhältnisse zur neuhochdeutschen Schriftsprache; Inaug.-Diss. etc.; von Georg KEFERSTEIN. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Consonatismus des Gascognischen bis zum ende des dreizehnten Jahrhunderts; Inaug.-Diss. etc.; von Franz HEMMANN. Cöthen, 1888, 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Reichslandvogtei in der Wetterau; Inaug.-Diss. etc.; von Richard MOSHACK Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

De Tib. Claudi Donati in Aeneida Commentario; Diss.-inaug. quam amplissime Philosophorum Jenensium Ordinis consensu et auct. ad summos in philos. honores rite impetrandos edidit Victor BURKAS. Jenae MDCCCLXXVIII; 1 fasc. in-8°. — Id.

Das deutsche Volksleben im XIII Jahrhundert nach den deutschen Predigten Bertholds von Regensburg; Inaug.-Diss. etc.; von H. GILDEMEISTER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Jena. Der Zweckbegriff bei Trendelenburg; Inaug.-Diss. etc.; von Bernhard Liebermann. Meiningen, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Inwiefern ist Leibniz in der Psychologie ein Vorgänger Herbarts, etc.; von Joh. Barchudarian. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Der syntaktische Gebrauch das Infintiv in Occlere's *De Regimine Principum*; Inaug.-Diss. etc.; von Eduard Buchtenkirch. Braunschweig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Cyprian Bischof von Carthago als Philosoph; Inaug.-Diss. etc.; von Georg Morgenstern. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Montaigne als Vertreter des Relativismus in der Moral; Inaug.-Diss. etc.; von Ivan Georgov. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Alfred de Musset's Gedicht: « Sur la paresse » als zeitgenössische Satire mit ihren Beziehungen zu Mathurin Régnier: Ein biographich-literargeschichtlicher Commentar; Inaug.-Diss. etc.; von Friedrich Nienkirchen. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber den Wortaccent bei Spenser; Inaug.-Diss. etc.; von G. Günther. Jena' 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Psychologie des Firmianus Lactantius etc.; Inaug.-Diss. etc; von Friedrich Marbach. Halle a S., 1889; 1 fasc. in-8°

Id. Untersuchung über die Ryswijcher Religions Klausel; Inaug.-Diss. etc.; von Martin Wagner. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°

Id. Richelieus Stellung in der Geschicte der französischen Litteratur; etc. Inaug.-Diss. etc.; von Armin Rückoldt. Jena, 1889, 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Englischen Aussprache von 1650-1750 nach frühenglischen Grammatiken; Inaug.-Diss. etc.; von Max Löwisch. Kassel, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Untersuchungen über das Gedicht « Mai und Bêaflôr »; Inaug.-Diss. etc.; von Otto Wachter. Erfurt, 1889, 1 fasc. in-8°.

Id. Chronologie der letzten 6 Bücher des Ammianus Marcellinus; Inaug.-Diss. etc.; von Friedrich Reiche. Liegnitz, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. * Ist ein durchgehender Gegensatz zwischen Spinoza und Leibniz vorhanden? Inaug.-Dissert. etc. von Karl Hifzbach. Weimar, 1889; 1 fasc. in-8°.

Animadversiones ad L. Annaei Senecae philosophi scripta; Dissertatio philologica quam ad summos in philosophia honores ab amplissimo Philosophorum Ordine in Academia Jenensi rite impetrandos scripsit Hermann ILGEN. Homburgiae, MDCCCLXXXIX; 1 fasc. in-4°. — Università di Jena.

Statistica del Commercio speciale d'importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 dicembre 1889. Roma, 1890: 1 fasc. in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Atti del Parlamento italiano: Sessione del 1863-64: continuazione del terzo periodo (dal 27 giugno al 22 luglio 1864), (VIIIª Legislatura); 2ª edizione rivedute da G. GALLETTI e P. TROMPEO; vol. VIII. — Discussioni della Camera dei Deputati (XIV della Sessione). Roma, 1889; in-4°. — Camera de' Deputati (Roma).

—— Sessione 1889 (3ª della XVIª Legislatura): Discussioni, vol. I, II, III. Roma, 1889; in-4°. — Id.

—— Raccolta degli Atti stampati per ordine della Camera; (Legislatura XVI, ecc.); vol. I, II, III, dal n. 1 al 128. Roma, 1889; in-4°. — Id.

—— Raccolta degli Atti stampati ecc. volume unico (Documenti), dall'I al XVII. Roma, 1889; in-4°. — Id.

—— Discorsi parlamentari di Marco MINGHETTI raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol. IV. Roma, 1889; in-8° gr. — Id.

—— Discorsi parlamentari di Agostino DEPRETIS raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol. III. Roma, 1890; in-8° gr. — Id.

Biblioteca della Camera dei Deputati. — Catalogo metodico degli scritti contenuti nelle Pubblicazioni periodiche italiane e straniere: parte prima. — Scritti biografici e critici — primo Supplemento. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr. — Id

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. VI, fasc. 3, 1° sem. 1890. Roma; in-8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Studi e documenti di Storia del diritto; Pubblicazione periodica dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche; anno X, fasc. 4. Roma, 1888; in-4°. — Accad. di Conf. storico-giuridiche (Roma).

Codex qui « Liber Crucis nuncupatur » e « Tabulario Alexandrino » descriptus et editus a Francisco GASPAROLO. Romae, 1889; 1 vol. in-4°. — Id.

I diarii di Marino Sanuto; ecc.: t. XXVII, fasc. 123. Venezia, 1890; in-4°. — Venezia. N. N.

Prof. Muirhead; by Prof. CARLE (Reprint from « *The Iuridical Review* »; Edinburg, January 1890); 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

L'A. Notice des Manuscrits Siamois de la Bibliothèque National par le M. de CROIZIER. Paris, 1887; 84 pag. in-8°.

L'A. Registre du Sénat de Savoie pour la présentation des Magistrats à la nomination du Souverain au XVI siècle, etc.; par F. MUGNIER. Chambéry, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Alessandro PALMA di CESNOLA. — Catalogo di Manoscritti italiani esistenti nel Museo Britannico di Londra. Torino, 1890; 1 vol. in-8°.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. PARAVIA e C.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Marzo 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA Direttore della Classe, BRUNO, BERRUTI, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, SPEZIA, GIBELLI, CAMERANO, SEGRE e BASSO Segretario.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Le comunicazioni e le letture si succedono nell'ordine che segue:

« *Il poligono funicolare in cinematica* »; Nota dell'Ing. Elia OVAZZA, Assistente alla Scuola d'applicazione degli ingegneri di Torino, presentata dal Socio COSSA;

« *Ancora sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto geografico militare* »; Nota 2ª del Prof. N. JADANZA presentata dal Socio NACCARI;

« *Un nuovo campo di ricerche geometriehe* », Nota 2ª del Socio SEGRE;

« *Nuove specie di ditteri del Museo geologico di Torino* »; Nota del Dott. E. GIGLIO-TOS presentata dal Socio CAMERANO;

« *Alcune osservazioni intorno al modo di formazione e di accrescimento delle glandole gastriche* »; Nota del Dott. S. SALVIOLI, Assistente al Laboratorio di Patologia generale della R. Università di Torino, presentata dal Socio BIZZOZERO;

« Relazione sopra la Monografia dell'Ing. Camillo GUIDI, Professore nella Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino « *Sulla teoria della trave continua* »; del Socio FERRARIS, condeputato col Socio BERRUTI.

La Classe accoglie le conclusioni favorevoli della Relazione, ammettendo alla lettura questo lavoro, e poscia ne delibera la pubblicazione nei volumi delle *Memorie*.

LETTURE

Il poligono funicolare in cinematica;

Nota dell'Ingegnere Elia Ovazza

1. È nota la stretta analogia che corre fra la teoria cinematica della composizione dei movimenti e quella statica della composizione delle forze.

Se rappresentasi ciascuna rotazione componente il moto elementare d'un sistema rigido con un segmento s del corrispondente asse di rotazione, proporzionale alla velocità angolare e diretto per tal verso che una persona, distesa su di esso coi piedi alla sua origine ed il capo all'estremo, veda avvenire la rotazione per un determinato verso, e, considerati questi segmenti s come individuanti altrettante forze sollecitanti un sistema materiale rigido, si determina qual si voglia sistema di forze equivalente a quello definito dai segmenti s; se in seguito i segmenti s_1 individuanti le forze di quest'altro sistema s'interpretano come rappresentazioni d'altrettante rotazioni elementari, il nuovo sistema di rotazioni che così si ottiene equivale al sistema di quelle definite dai segmenti s.

Segue che tutti i metodi che si adoperano per comporre le forze sono senz'altro applicabili alla composizione dei moti elementari (che sempre si possono ridurre a rotazioni infinitesime); di quì la principal ragione per cui, con vantaggio in omogeneità di trattazione, in alcuni corsi di meccanica razionale alla teoria della composizione dei movimenti ed a quella della composizione delle forze si fa precedere la teoria geometrica dei segmenti, la quale appunto in quelle trasformasi quando le grandezze astratte *segmenti* si considerano successivamente come individuanti *rotazioni infinitesime* oppure *forze*.

2. Avendosi a comporre più forze parallele, p, non compiane, è noto che può operarsi come segue: assunti a punti d'applicazione delle forze (fig. 1ª) i punti d'incontro P delle loro linee d'azione con un piano π, si ribaltano le forze p, conservandole parallele, attorno ai rispettivi punti di applicazione sul piano π in una direzione arbitraria l; si collegano le forze p_l, che risultano dal ribaltamento, con un poligono funicolare: la retta r_l condotta in direzione l pel punto comune ai lati estremi di questo poligono passa pel punto O d'incontro col piano π della risultante delle forze p. Fatto il ribaltamento in un'altra direzione m sul piano π, si ottiene un'altra retta r_m su cui deve giacere il punto O, che resta così determinato. Applicata in O nella direzione delle forze p una forza r d'intensità eguale alla somma algebrica Σp delle intensità delle componenti, r è la risultante cercata.

La stessa costruzione può applicarsi *per analogia* alla composizione di più rotazioni elementari attorno ad assi paralleli. In questa nota ci proponiamo di attribuire a tale costruzione significato puramente *cinematico*, sicchè per spiegarla non occorra risalire a teoremi della statica con evidente giro vizioso, chè dal concetto di movimento si risale a quello astratto di forza, non viceversa.

3. Se il moto d'un sistema rigido è risultante di più rotazioni attorno ad assi aventi tutti egual direzione p, esso avviene parallelamente ai piani la cui giacitura è normale alla direzione p, ed è quindi perfettamente determinato quando lo sia il moto d'una sezione fatta nel sistema materiale da un piano π avente tale giacitura, moto che avviene sul piano π medesimo. Perciò noi ci limiteremo a considerare per sistema materiale invariabile una figura piana mobile in un piano normale agli assi delle rotazioni elementari componende.

4. Un sistema piano invariabile α muovasi nel proprio piano π, considerato fisso, con moto elementare rotatorio attorno al punto $(\pi\alpha)$, centro d'istantanea rotazione, ossia attorno all'asse normale al piano π condotto pel punto $(\pi\alpha)$; e dei singoli punti A del sistema α si proiettino ortogonalmente le velocità su di una direzione l giacente nel piano π; le proiezioni che così si ottengono si diranno in seguito *velocità dei punti* A *in direzione* l. *Per tutti i punti del sistema mobile, che giacciono sopra una stessa*

retta di direzione l tali velocità in direzione l sono eguali (*), essendo tale retta invariabile al pari del sistema cui essa appartiene; per la qual cosa si conoscerà il valore della velocità secondo l di un punto qualunque del sistema α quando si conoscano i valori di tali velocità per tutti i punti d'una retta non parallela ad l, p. es. di una normale λ ad l. Condotta tal retta λ pel centro $(\pi\alpha)$ d'istantanea rotazione, le velocità effettive dei suoi punti hanno direzione l e quindi coincidono con le velocità dei medesimi punti in direzione l. Siccome per altro tali velocità effettive sono proporzionali alle distanze dei punti corrispondenti dal centro $(\pi\alpha)$, condotte pei punti A della retta λ segmenti AA' eguali alle velocità di tali punti, il luogo degli estremi A' è *una retta* λ' incontrante la retta λ nel punto $(\pi\alpha)$.

Lo spazio angolare compreso fra le due rette λ e λ' prende il nome di *diagramma delle simultanee velocità in direzione l* pei punti del sistema per rispetto al piano π. Noto questo diagramma infatti, la velocità di un punto qualunque B del sistema α, valutata in direzione l, è data dal segmento $B_1 B'$ intercetto dalle rette λ e λ' sulla retta condotta per B in direzione l. Ed anzi questo diagramma definisce in grandezza, direzione e verso la velocità effettiva di ciascun punto B del sistema: la direzione è quella Bb della normale per B alla congiungente il punto B col centro $(\pi\alpha)$, la grandezza ed il verso sono quelli del segmento

(*) Questa relazione può anche dimostrarsi come segue: Sia D il piede della normale abbassata su una tal retta l dal centro $(\pi\alpha)$ (fig. 2), DD' la velocità effettiva del punto D (diretta secondo l), AA' la velocità effettiva di un altro punto A qualunque di l, ed AA_1 la proiezione ortogonale di AA' su l. Si ha per nota proprietà del moto rotatorio:

$$\frac{\overline{DD'}}{\overline{(\pi\alpha)D}} = \frac{\overline{AA'}}{\overline{(\pi\alpha)A}} (= \omega),$$

essendo ω la velocità angolare della rotazione. Ma dai triangoli $(\pi\alpha)DA$ ed AA_1A' simili si ha:

$$\frac{\overline{(\pi\alpha)D}}{\overline{AA_1}} = \frac{\overline{(\pi\alpha)A}}{\overline{AA'}}.$$

Quindi $AA_1 = DD' =$ costante qualunque sia il punto A scelto sulla retta l,

Cfr. anche W. Schell, *Theorie der Bevegung und der Kräfte*. Leipzig, 1879, vol. 1, pag. 287. — Burmester, *Lehrbuch der Kinematik*, parte 1ª. Leipzig, 1887.

$B_1 B_2$ che si determina conducendo a Bb la parallela BB_2 e da B' la parallela $B'B_2$ a λ (*).

5. Condotta in direzione l (supposta verticale per semplicità di esposizione) una retta a distanza 1 dal punto $(\pi\alpha)$, il segmento $\omega_\pi \omega_\alpha$ intercetto su di essa dalle rette λ e λ' è la velocità angolare pel moto rotatorio considerato (velocità dei punti a distanza 1 dal centro di rotazione). Se consideransi positive le rotazioni che avvengono nel senso delle lancette dell'orologio, ed il segmento $\omega_\pi \omega_\alpha$ si conviene di misurarlo sempre a destra del centro $(\pi\alpha)$ con origine ω_α sulla retta λ, tale segmento è diretto al di sopra od al di sotto della retta λ secondochè la rotazione è negativa ovvero positiva.

6. Il diagramma $\lambda\lambda'$ non cessa di fornire con le sue ordinate lette in direzione l i valori delle velocità dei punti del sistema α valutate in direzione l quando lo si faccia scorrere rigidamente nella direzione l medesima, sicchè il vertice $(\lambda\lambda')$ trovisi sempre sulla parallela ad l pel punto $(\pi\alpha)$; chè anzi esso può, senza perdere tale sua proprietà, deformarsi variando le direzioni delle rette λ e λ' purchè il diagramma $\lambda\lambda'$ nella sua primitiva posizione e quello deformato intercettino su ciascuna di due rette qualunque di direzione l due segmenti eguali in grandezza e verso (**). Segue che il diagramma $\lambda\lambda'$, quando assumasi λ' per fondamentale, è pur anco il diagramma delle simultanee velocità in direzione l pei punti del sistema piano π se questo rota attorno al punto $(\pi\alpha)$, restando fisso il sistema piano α.

7. Si considerino ora più sistemi piani rigidi $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_i, \ldots \alpha_n$, mobili nel piano comune π; si disegni per ciascuno di essi il diagramma, relativo ad uno stesso istante, delle velocità simultanee in direzione l, e trasportinsi i diagrammi così risultanti, senza deformarli, in direzione l finchè abbiano una comune fondamentale λ_π. Otterremo un diagramma complesso costituito da tante

(*) Cfr. BURMESTER, l. c. — LAND, *Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger* — *Zeitschrift der österr. Architekten- und Ingenieur-Vereins*, 1888.

(**) In altre parole i due diagrammi devono essere *affini* con asse d'affinità una retta di direzione l e centro di affinità all'infinito su l.

rette $\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots \lambda'_i, \ldots \lambda'_n$ quanti sono i sistemi mobili, diagramma che possiamo indicare col nome di *diagramma delle velocità simultanee in direzione l pel moto elementare* considerato sul piano π *del sistema variabile* costituito dai sistemi invariabili $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_i, \ldots \alpha_n$.

Questo diagramma ha ordinate nulle sulle rette di direzione l passanti pei punti $(\pi \alpha_i)$, centri d'istantanea rotazione pei moti dei sistemi α_i rispetto al piano π fisso. Di più siccome il punto $(\alpha_i \alpha_r)$, centro d'istantanea rotazione pel moto relativo di due qualunque, α_i ed α_r, dei sistemi mobili, non cessa di appartenere ad ambo questi sistemi durante il moto elementare considerato, le rette λ_i e λ_r devono intercettare a partire dalla fondamentale λ_π segmenti eguali sulla retta di direzione l passante pel punto $(\alpha_i \alpha_r)$; vale a dire su questa retta devono intersecarsi le rette λ_i e λ_r del diagramma.

8. Se osservasi che con λ_π può considerarsi coincidente la retta λ'_π, diagramma delle velocità dei punti del piano fisso π, questa seconda relazione, che lega la posizione del punto d'incontro di due delle rette $\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots \lambda'_i, \ldots \lambda'_n$ qualunque con quella del centro d'istantanea rotazione pel moto relativo dei sistemi piani corrispondenti, comprende come caso speciale l'altra relazione enunciata circa la posizione dei punti d'incontro delle rette $\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots \lambda'_i, \ldots \lambda_n'$ con la fondamentale λ_π. V'ha di più: in virtù di quanto si disse a num. 6, il complesso delle rette $\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots \lambda_i', \ldots \lambda'_n$ e λ_π funziona ancora da diagramma delle velocità in direzione l pei sistemi $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_i \ldots \alpha_n$ e π rispetto ad uno qualunque di tali sistemi, purchè si assuma a fondamentale la retta λ'_i corrispondente a quello α_i dei sistemi che considerasi fisso. Per la qual cosa al complesso delle rette λ'_1, $\lambda'_2, \ldots \lambda'_i, \ldots \lambda'_n$ e λ_π può darsi il nome di *diagramma delle simultanee velocità in direzione l dei punti dei sistemi piani* α_1, $\alpha_2, \ldots \alpha_i, \ldots \alpha_n$ e π *pei moti elementari di questi sistemi per rispetto ad uno qualunque di essi*, considerato immobile.

9. Consideriamo ora un complesso di tali sistemi piani: α_i, $\alpha_{i+1}, \ldots \alpha_{r-1}, \alpha_r$. Il moto elementare del sistema α_r relativo al sistema α_i può considerarsi composto dei moti elementari di ciascuno di tali sistemi relativamente al precedente. S'immagini disegnato il diagramma $\lambda_i', \lambda'_{i+1}, \ldots \lambda'_{r-1}$ e λ_r' delle velocità in direzione l

dei punti di tali sistemi pei moti relativi di questi per rispetto ad uno qualunque di essi. Le rette λ_i', $\lambda'_{i+1}, \ldots \lambda'_{r-1}$ e λ_r' costituiscono una poligonale, di cui i punti d'incontro dei lati successivi λ_i' e λ'_{i+1}, λ'_{i+1} e $\lambda'_{i+2}, \ldots \lambda'_{r-1}$ e λ_r stanno sulle rette p_l in direzione l condotte pei centri $(\alpha_i \alpha_{i+1})$, $(\alpha_{i+1}\ \alpha_{i+2})$, ... $(\alpha_{r-1}\ \alpha_r)$ d'istantanea rotazione pei moti relativi dei sistemi considerati a due a due successivamente. Di più se a destra ed a distanza 1 da ciascuno, $(\lambda_s \lambda_{s+1})$, di tali punti d'incontro dei lati successivi della poligonale e nella direzione l si misura la ordinata intercetta fra le rette λ_s' e λ'_{s+1} intersecantisi in quel punto, ciascuna di queste ordinate è la velocità angolare $\omega_s \omega_{s+1}$ pel moto relativo dei sistemi α_s ed α_{s+1}. Condotte da un polo P le parallele $\mu_i, \mu_{i+1}, \ldots \mu_{r-1}$ e μ_r alle rette $\lambda_i', \lambda'_{i+1}, \ldots \lambda'_{r-1}$ e λ_r', e secate queste parallele mediante una retta di direzione l distante di 1 da P, il segmento $\omega_s' \omega'_{s+1}$ intercetto fra due rette μ_s e μ_{s+1} successive è eguale al segmento $\omega_s \omega_{s+1}$; per la qualcosa la poligonale $\lambda_i' \lambda_{i+1} \ldots \lambda'_{r-1}\ \lambda_r'$ può dirsi un *poligono funicolare* collegante le velocità angolari $\omega_s \omega_{s+1}$ condotte in direzione l pei centri $(\alpha_s \alpha_{s+1})$ d'istantanea rotazione dei moti componenti; esso infatti si costruisce da tali velocità siccome si costruisce un poligono funicolare collegante un sistema di forze parallele proporzionali a tali velocità ed agenti secondo le rette p_l considerate.

Il centro d'istantanea rotazione pel moto composto, cioè pel moto del sistema α_r rispetto all'α_i, dovendo essere un punto del sistema α_r che ha velocità nulla rispetto al sistema α_i, deve trovarsi sulla parallela r_l ad l pel punto d'incontro dei lati estremi $\lambda_i' \lambda_r'$ del poligono funicolare.

Se quindi, condotte le velocità angolari $\omega_s \omega_{s+1}$ dei moti componenti pei centri $(\alpha_s \alpha_{s+1})$ in altra direzione m sul piano π, si collegano con un altro poligono funicolare, se cioè si costruisce il diagramma delle velocità pei moti elementari dei sistemi α_i, $\alpha_{i+1}, \ldots \alpha_r$, velocità misurate in direzione m diversa da l, si ottiene un'altra retta r_m analoga alla r_l (condotta in direzione m pel punto comune ai lati estremi del nuovo poligono funicolare) che deve passare pel centro O d'istantanea rotazione pel moto composto, centro che viene in tal modo ad essere determinato. Condotta per O la normale al piano π, si ha l'asse della rotazione risultante; la velocità angolare $\omega_i \omega_r$ di tal rotazione è, come risulta dalla figura, eguale alla somma algebrica delle velocità angolari $\omega_s \omega_{s+1}$ pei moti componenti.

10. Resta così trovata in via puramente cinematica la costruzione che a num. 2 avevamo esposta per analogia con quella che vale per la composizione di forze parallele. Termineremo la presente Nota dimostrando ancora in via cinematica teoremi fondamentali relativi ai poligoni funicolari, che si sogliono in Statica dimostrare per via geometrica e per via meccanica.

11. Se per costruire il diagramma delle velocità in direzione l pel complesso dei sistemi invariabili $\alpha_i, \alpha_{i+1}, \ldots \alpha_{r-1}, \alpha_r$ come poligono funicolare collegante le velocità angolari pei moti relativi di tali sistemi a due a due, si assume un altro polo P_1 sulla parallela ad l per il primo polo assunto P, si ottiene un altro poligono $\lambda_i''\lambda''_{i+1} \ldots \lambda''_{r-1}\,\lambda_r''$ tale che due lati successivi $\lambda_s''\,\lambda''_{s+1}$ hanno direzioni diverse da quelle dei corrispondenti lati $\lambda_s', \lambda''_{s+1}$ del primo poligono; ma queste due coppie di rette intercettano eguali segmenti sopra ogni retta avente direzione l; quindi il nuovo poligono funicolare, per quanto si disse al num. 6, è ancora diagramma della velocità in direzione l pel sistema considerato e serve per conseguenza ancora alla composizione delle rotazioni elementari $\omega_s \omega_{s+1}$; in altre parole: *il polo* del poligono funicolare *può* senz'inconveniente *spostarsi in direzione l.*

12. Se ora osservasi che la scala delle lunghezze (in cui va misurata la distanza polare δ del poligono funicolare) è indipendente da quella delle velocità, potendosi questa variare senza variare quell'altra solo coll'assumere una diversa unità di tempo, deducesi che *il polo* P *può* pure *spostarsi in direzione normale ad l*.

Laonde *il polo* P *può spostarsi comunque sul piano* π.

13. S'immaginino due diagrammi delle velocità in direzione l, riferentisi ad uno stesso movimento elementare dei medesimi sistemi α, ma costrutti con diversi poli P e P_1. Perchè il centro $(\alpha_i\,\alpha_r)$ d'istantanea rotazione pel moto relativo di due dei sistemi considerati, α_i ed α_r, è indipendente dalla scelta dei poli, sulla retta di direzione l condotta pel punto $(\alpha_i\,\alpha_r)$ devono incontrarsi i lati λ_i', λ_r' del poligono funicolare relativo al polo P ed i lati λ_i'', λ_r'' del poligono funicolare relativo al polo P_1, onde può enunciarsi: *Variando i poli, variano i corrispondenti poligoni funicolari, per modo che il punto d'incontro di due lati cor-*

rispondenti a due determinati, ma del resto qualunque, *sistemi* α_1 *ed* α_r *percorre una retta di direzione* l.

14. Sieno $\lambda_1'\lambda_2'\ldots\lambda'_{r-1}\lambda_r'$ e $\lambda_1''\lambda_2''\ldots\lambda''_{r-1}\lambda_r''$ due poligoni funicolari relativi alle stesse velocità angolari $\overline{\omega_1\omega_2}, \overline{\omega_2\omega_3}, \ldots \overline{\omega_{r-1}\omega_r}$, costrutti con due diversi poli P' e P''. Prolunghisi la retta congiungente P' con P'' fino ad incontrare nel punto ω_0 la retta delle velocità $\overline{\omega_1\omega_2}, \overline{\omega_2\omega_3}, \ldots, \overline{\omega_{r-1}\omega_r}$, e pel punto $\lambda_1'\lambda_1''$ d'incontro dei due primi lati dei due poligoni funicolari conducasi la retta p_0 in direzione l. Se alle rotazioni elementari componende aggiungesene un'altra del sistema α_1 rispetto ad un nuovo sistema α_0, con velocità angolare $\overline{\omega_0\omega_1}$ e centro di rotazione in un punto qualunque della retta p_0, i lati λ_0' e λ_0'' dei due poligoni funicolari, che corrispondono al sistema α_0 considerato in più, coincidono con la retta λ_0 condotta pel punto $\lambda_1'\lambda_1''$ parallelamente a $P'\,P''$. Il centro d'istantanea rotazione di uno qualunque, α_s, dei sistemi considerati per rispetto al sistema α_0 dovendo appartenere ad ambo le rette di direzione l condotte pei punti di incontro della λ_0 con le rette λ_s' e λ_s'', lati corrispondenti al sistema α_s nei due poligoni funicolari, questi due punti d'incontro devono coincidere; vale a dire: *In due poligoni funicolari relativi a due diversi poli* P' *e* P'' *e riferentisi al medesimo sistema di rotazioni elementari, i punti d'incontro dei lati* λ_s' *e* λ_s'' *corrispondenti al medesimo sistema rigido mobile sono allineati su una parallela alla congiungente i poli.*

15. I due teoremi enunciati ai num. 13 e 14 si possono condensare nel seguente, che pure dimostrasi pei poligoni funicolari colleganti forze parallele: *Due diagrammi delle velocità in direzione* l *costrutti in uno stesso piano* π *e riferentisi allo stesso sistema di rotazioni elementari simultanee attorno ad assi paralleli* (perpendicolari al piano π) *sono figure affini con centro d'affinità all'infinito su* l *ed asse di affinità parallelo alla congiungente i poli.*

Come caso particolare, se questa congiungente ha direzione l, il centro d'affinità sta sull'asse di affinità, e perciò deducesi altrimenti quanto venne già enunciato a num. 12.

Torino, 9 Marzo 1890.

Ancora sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto Geografico Militare italiano;

Nota seconda
del Professore Nicodemo Jadanza

In una Nota precedente abbiamo esposto il metodo per adoperare gli elementi geodetici pubblicati dall'Istituto Geografico Militare *(Coordinate geodetiche polari* e *coordinate geografiche)* per il calcolo delle *coordinate rettilinee rettangolari* relative al modo particolare di rappresentare una piccola estensione dell'ellissoide terrestre su di un piano adoperato dall' Istituto suddetto nel costruire la carta topografica d' Italia. Le formole che ivi abbiamo date si riferiscono **unicamente** a quel modo particolare di proiezione, che può essere spiegato colle poche parole del Tissot (*).

La detta Nota, per quanto ci risulta, ha ingenerato un poco di confusione lasciando supporre a taluno che noi avessimo *equivocato* le coordinate di cui è parola in quella Nota con quelle adoperate nel *Catasto Generale Italiano*, le quali ultime suppongono un modo diverso di proiezione.

A togliere ogni dubbio e per evitare che qualcuno, poco esperto, non faccia la debita distinzione, sentiamo il dovere di esporre, in modo elementare, il modo di adoperare gli elementi

(*) Il Tissot (Mémoire sur la représentation des surfaces, pag. 35) si esprime così: *Une surface de révolution étant donnée, imaginons que, pour la représenter sur un plan, on développe, en vraie grandeur, l'un de ses méridiens suivant une droite, puis ses parallèles suivant d'autres droites perpendiculaires à la première.* **On obtiendra ainsi une projection qui jouira de la propriété de conserver les superficies;.....**

geodetici dell'Istituto Geografico Militare per il calcolo delle *coordinate geodetiche rettangolari* che sono appunto quelle che si adoperano nel Catasto.

1.

Sieno A e B (fig. 1ª) due punti dell'ellissoide terrestre le cui coordinate geografiche sieno (φ, θ), (φ', θ').

Sieno inoltre s e z le *coordinate geodetiche polari* di B rispetto ad A, cioè la geodetica AB e l'azimut di essa in A.

Fig. 1ª

Dal punto B si conduca la geodetica BC perpendicolare al meridiano di A; chiameremo **coordinate geodetiche rettangolari** di B rispetto ad A i segmenti BC ed AC e propriamente sarà;

$$X = BC, \quad Y = AC.$$

Per calcolare le *coordinate geodetiche rettangolari* quando sono date le *coordinate geodetiche polari* osserviamo il triangolo rettangolo ABC i cui angoli sono, se 3ε è il suo eccesso sferoidico,

$$\text{Angolo in } A = z$$

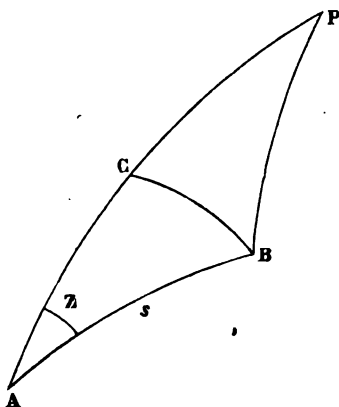
$$\text{»} \quad C = 90^\circ$$

$$\text{»} \quad B = 90^\circ - (z - 3\varepsilon).$$

Gli angoli del triangolo rettilineo avente i medesimi lati saranno:

$$\text{Angolo in } A = z - \varepsilon$$

$$\text{»} \quad C = 90^\circ - \varepsilon$$

$$\text{»} \quad B = 90^\circ - (z - 2\varepsilon)$$

e quindi le coordinate X, Y saranno date dalle formole seguenti:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{s \operatorname{sen}(z-\varepsilon)}{\cos\varepsilon} \\ Y &= \frac{s \cos(z-2\varepsilon)}{\cos\varepsilon} \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (1)$$

L'eccesso sferoidico che entra nelle formole precedenti potrà essere calcolato colla formola

$$3\varepsilon = \frac{s^2 \operatorname{sen} z \cos z}{2\rho N \operatorname{sen} 1''} \qquad \ldots (2)$$

nella quale la quantità $\frac{1}{2\rho N \operatorname{sen} 1''}$ si riferisce al punto A di latitudine φ.

Il denominatore delle (1) può considerarsi eguale all'unità anche per $\varepsilon = 60''$, ossia per $3\varepsilon = 180''$, cioè anche nel caso che s superi cento chilometri; avremo dunque

$$\left.\begin{aligned} X &= s \operatorname{sen}(z-\varepsilon) \\ Y &= s \cos(z-2\varepsilon) \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (3)$$

o anche, tra i medesimi limiti,

$$\left.\begin{aligned} X &= s \operatorname{sen} z - s \cos z \operatorname{sen}\varepsilon \\ Y &= s \cos z + s \operatorname{sen} z \operatorname{sen} 2\varepsilon \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (4)$$

2.

Le formole (4) contengono al 2° membro ciascuna due termini, il secondo dei quali è funzione dell'eccesso sferoidico del triangolo ABC. Si può domandare in qual caso quel 2° termine è trascurabile, cioè in qual caso il triangolo si può considerare piano?

L'eccesso sferoidico dato dalla (2) sarà di 1″ nel caso più sfavorevole rispetto all'azimut, cioè quando $z = 45°$, se la distanza s tra i punti A e B non supera 28 chilometri.

Per $s = 28$ chilometri e $3\varepsilon = 1''$ il massimo valore che può avere il maggiore dei secondi termini che si trovano nei secondi membri delle (4) non raggiunge $0^m,10$, quantità che nemmeno alla scala di $\frac{1}{1000}$ è rappresentabile graficamente. Ritenendo trascurabile tale quantità, le formole (4) diventano

$$\left.\begin{aligned} X &= s \operatorname{sen} z \\ Y &= s \cos z \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (5)$$

e sono identiche alle *coordinate piane rettangolari* di un punto avente per *coordinate polari* s e z.

Le formole (5) mostrano che nell'interno di una circonferenza geodetica avente A per centro e raggio non superiore a 28 chilometri, il calcolo dei triangoli si può fare considerando la terra piana.

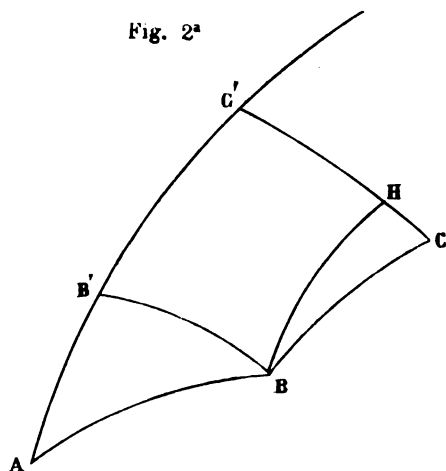
Le **coordinate geodetiche rettangolari** (5) sono quelle adoperate nel Catasto Italiano; il loro calcolo riesce molto semplice quando sono date le coordinate polari s, z. Le chiameremo anche **coordinate catastali**.

3.

Se un punto C (fig. 2ª) non è direttamente collegato alla origine A ma lo è invece ad un altro punto B di note coordinate, sarà necessario conoscere l'angolo ABC per poterne calcolare le coordinate.

Indicando con X_b, Y_b le coordinate di B e con X_c, Y_c quelle di C, se immaginiamo condotte pei punti B e C le geodetiche perpendicolari al meridiano di A si avrà:

$$X_b = BB', \qquad X_c = CC'$$
$$Y_b = AB', \qquad Y_c = AC'.$$

Se sulla geodetica $C'C$, a cominciare da C' si taglia il segmento $C'H = B'B$, la geodetica che passa pei punti B, H si può immaginare coincidente colla ***traiettoria ortogonale*** (luogo degli estremi di geodetiche della medesima lunghezza tutte perpendicolari ad una geodetica data) nella nostra ipotesi in cui non teniamo conto degli eccessi sferoidici. Indicando con β l'angolo ABC, che è dato dalle osservazioni, e ponendo:

$$\Delta X = HC = X_c - X_b$$

$$\Delta Y = B'C' = BH = Y_c - Y_b\,,$$

l'angolo $HBC = z_1$ sarà dato da:

$$z_1 = \beta - ABH = \beta - 90^\circ - ABB'$$

ovvero

$$z_1 = \beta + z - 180^\circ \qquad \ldots (6)$$

Il triangolo HBC è rettangolo in H sicchè, se $BC = s_1$ è il lato BC, sarà

$$\left.\begin{array}{l} \Delta X = s_1 \operatorname{sen} z_1 \\ \Delta Y = s_1 \cos z_1 \end{array}\right\} \qquad \ldots (7)$$

e quindi:

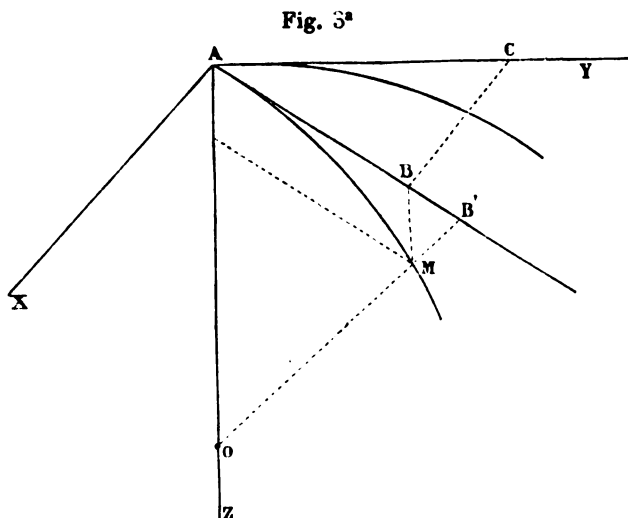
$$\left.\begin{array}{l} X_c = X_b + \Delta X \\ Y_c = Y_b + \Delta Y \end{array}\right\} \qquad \ldots (8)$$

L'angolo z_1 dato dalla (6) si dice **azimut piano** del lato s_1.

4.

Le formole precedenti si possono anche dedurre supponendo il seguente modo di proiezione.

S'immagini il piano tangente la superficie dell'ellissoide in A preso come piano delle XY e come asse delle Z la normale nel punto A (fig. 3ª). Supponendo il piano delle ZY coincidente

Fig. 3ª

col meridiano di A, le coordinate di un punto M della superficie dell'ellissoide saranno

$$Z = MB$$

$$Y = AC$$

$$X = BC.$$

Codeste coordinate si esprimono in funzione dell'arco di geodetica $AM = s$ e dell'azimut $BAC = z$ mediante le relazioni

$$\left.\begin{aligned} X &= s \operatorname{sen} z - \frac{s^3}{6} \cdot \frac{\operatorname{sen} z}{NR} + \dots \\ Y &= s \cos z - \frac{s^3}{6} \cdot \frac{\cos z}{\rho R} + \dots \\ Z &= \frac{s^2}{2R} + \dots \end{aligned}\right\} \quad \dots (9)$$

nelle quali R rappresenta il raggio di curvatura della geodetica AM nel punto A.

Il punto B piede della perpendicolare condotta da M sul piano tangente è la *proiezione ortogonale* di M.

Le coordinate di B sul piano diventano

$$X = s \operatorname{sen} z$$

$$Y = s \cos z$$

quando è trascurabile la quantità $\frac{s^3}{6R^2}$ che rappresenta la differenza tra l'arco AM ed AB, ossia quando sono trascurabili i secondi termini dei valori di X ed Y dati dalle (9). Ciò succede appunto quando s è all'incirca di 28 chilometri.

La proiezione di M sul piano tangente in A all'ellissoide si può anche ottenere prolungando il raggio OM della sfera avente per raggio $R_0 = \sqrt{\rho N}$. Si avrà così sul piano tangente un punto B', diverso da B, che è la *proiezione centrale* di M. La distanza BB' è evidentemente data da:

$$BB' = R_0 \operatorname{tg} \frac{s}{R_0} - R_0 \operatorname{sen} \frac{s}{R_0},$$

ossia

$$BB' = \frac{1}{2} \frac{s^3}{R_0^2}.$$

Per una estensione di circa 20 chilometri intorno ad un punto A e quindi per qualunque levata topografica, i due metodi di proiezione *ortogonale* e *centrale* sono identici ed il calcolo delle coordinate di un punto qualunque si fa sempre colle formole (5).

5.

Vediamo ora come si possano calcolare le **coordinate catastali** quando sono date le **coordinate geografiche** che si trovano anche nelle pubblicazioni dell'Istituto Geografico Militare.

Sieno φ, θ la latitudine e la longitudine dell'origine A; φ', θ' la latitudine e la longitudine di un altro punto B di cui si vogliono le coordinate. Immaginiamo per il punto B condotte due geodetiche, una BC perpendicolare al meridiano di A, l'altra BB' (fig. 4ª) che passa per il punto B' del meridiano di A avente la stessa latitudine di B.

Quest'ultima, nel caso da noi considerato, può ritenersi eguale all'arco del parallelo che passa per i punti B, B'. La sua lunghezza (ponendo $\Delta\theta = \theta' - \theta$, $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi$) è

$$BB' = \Delta\theta . N' \operatorname{sen} 1'' . \cos\varphi'. \qquad \dots (10)$$

Fig. 4ª

L'angolo $\alpha = BB'C$ è facile vedere che è dato da:

$$\alpha = 90° - \frac{1}{2} m'$$

essendo m' la convergenza dei meridiani tra i punti B' e B che viene calcolata mediante la formola

$$m' = \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi'. \qquad \dots (11)$$

Il triangolo rettangolo $BB'C$ dà

$$BC = BB' \cos \frac{1}{2} m'$$

$$B'C = BB' \operatorname{sen} \frac{1}{2} m'.$$

E poichè si ha:

$$X = BC, \quad Y = AC = AB' + B'C,$$

sarà

$$X = \Delta\theta . N' \operatorname{sen} 1'' . \cos\varphi' . \cos \frac{1}{2} m'$$

$$Y = \Delta\varphi . \rho_m \operatorname{sen} 1'' . + BB' \operatorname{sen} \frac{1}{2} m'.$$

ovvero, più semplicemente;

$$\left.\begin{aligned} X &= \Delta\theta . N' \operatorname{sen} 1'' . \cos\varphi' \\ Y &= \Delta\varphi . \rho_m \operatorname{sen} 1'' + [4,38454 - 10]\, X \Delta\theta \operatorname{sen}\varphi \end{aligned}\right\} \dots (12)$$

Queste ultime sono le formole per il calcolo delle **coordinate geodetiche rettangolari,** o **catastali** quando sono note le *coordinate geografiche.* Il valore di φ_m si intende quello di φ alla

latitudine $\varphi_m = \frac{\varphi' + \varphi}{2}$, quello di N' corrisponde alla latitudine φ'. La quantità in parentesi è il logaritmo di $\frac{1}{2}$ sen 1".

ESEMPIO NUMERICO.

Coordinate geografiche di A	*Coordinate geografiche di* B
$\varphi = 42° \; 00' \; 00''$	$\varphi' = 42° \; 10' \; 90''$
$\theta = 0 \; 00 \; 00$	$\theta' = -0° \; 15' \; 00''$
$\Delta\varphi = 600''$;	$\Delta\theta = -900''$

$\log \Delta\varphi = 2.7781513$	$\log \text{cost.}^e = 4.38454 - 10$
$\log \rho_m \text{ sen } 1'' = 1.4892659$	$\log X = 4.31505n$
4.2674172	$\log \Delta\theta = 2.95424n$
18510.46	$\log \text{sen } \varphi' = 9.82691 - 10$
30.25	$\log \text{correz.}^e \; 1.48074$
$y = 18540^m.71$	$\text{correz.}^e = 30^m.25$

$$\log \Delta\theta = 2.9542425n$$
$$\log N' \text{ sen } 1'' = 1.4908724$$
$$\log \cos \varphi' = 9.8699326$$
$$\log X = 4.3150475n$$
$$X = -20656^m, 06.$$

Il calcolo, come si vede è semplicissimo, e le formole (12) possono essere adoperate per valori di $\Delta\varphi$ e $\Delta\theta$ non superiori a 15'.

Il logaritmo della X calcolata colla prima delle (12) dovrebbe essere diminuito della quantità:

$$\frac{M}{6} \text{sen}^2. 1''. \Delta\theta^2 \text{ sen}^2 \varphi'.$$

Ciò a causa del fattore $\cos \frac{1}{2} m'$ e della piccola differenza esistente fra l'arco del parallelo e della geodetica BB'.

Siccome la X verrebbe a variare al massimo di **tre centimetri** nelle latitudini dei paralleli tra cui è compresa l'Italia, così abbiamo trascurato codesta correzione.

6.

Quando sono date le *coordinate geodetiche rettangolari* di un punto B rispetto ad una origine A, le *coordinate geodetiche polari* si otterranno mediante le formole seguenti:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} z &= \frac{X}{Y} \\ s = \sqrt{X^2+Y^2} &= \frac{Y}{\cos z} = \frac{X}{\operatorname{sen} z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (13)$$

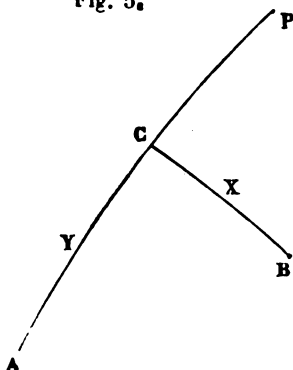
Il calcolo della distanza tra due punti B e C di date coordinate si farà, al solito, mediante le formole

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{X_c - X_b}{Y_c - Y_b} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D &= \frac{\Delta Y}{\cos \alpha} = \frac{\Delta X}{\operatorname{sen} \alpha} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (14)$$

7.

Per dedurre le **coordinate geografiche** di un punto B, quando sono note le sue **coordinate geodetiche rettangolari** rispetto ad una origine A, è necessario conoscere le coordinate geografiche del punto A.

Fig. 5.

In tale ipotesi si calcolerà dapprima la latitudine φ_0 del piede C della geodetica BC perpendicolare al meridiano di A mediante la formola

$$\varphi_0 - \varphi = \frac{Y}{\rho \operatorname{sen} 1''} - \frac{3}{4}\,\frac{e^2}{1-e^2}\,\frac{Y^2}{\rho N \operatorname{sen} 1''} \operatorname{sen} 2\varphi\,; \quad \ldots (15)$$

quindi si calcolerà la latitudine φ' di B mediante l'altra

$$\varphi_0 - \varphi' = \frac{X^2}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg} \varphi_0 . \qquad \ldots (16)$$

La differenza di longitudine $\Delta\theta$ sarà data da

$$\log . \Delta\theta = \log \frac{X}{N_0 \operatorname{sen} 1'' \cos \varphi_0} - GX^2 \qquad \ldots (17)$$

Le formole (15), (16), (17) si deducono dalle note serie di Legendre supponendo una volta $z = 0$, un'altra $z = 90°$.

La (15) può essere sostituita dall'altra:

$$\log (\varphi_0 - \varphi) = \log . \frac{Y}{\rho \operatorname{sen} 1''} - KY . \qquad \ldots (18)$$

I logaritmi delle quantità G, K che entrano nelle (17) e (18) sono dati nella tavola annessa e sono espressi in unità della 7ª cifra decimale.

ESEMPIO NUMERICO I.

Coordinate geografiche di A	*Coordinate geodetiche di* B
$\varphi = 38°\ 36'\ 09'',306$	$X = 59463^m,08$
$\theta = 0\ \ 23\ \ 24\ ,911$	$Y = 69135\ \ ,77$

$\log Y = 4.8397028$	$\log Y = 4.8397$
$\log \frac{1}{\rho \operatorname{sen} 1''} = 8.5109953$	$\log K = 7.5240 - 10$
$-\ 231$	2.3637
$\log (\varphi_0 - \varphi) = 2.3506750$	correz.^{e} $= 231$
$\varphi_0 - \varphi = 2242''.204$	$\log X = 4.77425$
$\varphi_0 - \varphi = 0°\ 37'\ 22''.204$	$\log X = 4.77425$
$\varphi = 38\ \ 36\ \ 09.306$	$\log \frac{1}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} = 1.40470$
$\varphi_0 = 39°\ 13'\ 31''.510$	$\log \operatorname{tg} \varphi_0 = 9.91186$
$\varphi_0 - \varphi' = 7.329$	$\log (\varphi_0 - \varphi') = 0.86506$
$\varphi' = 39°\ 13'\ 24''.181$	$\varphi_0 - \varphi' = 7''.329$

$$\log X = 4.7742474$$
$$\log \frac{1}{N_0 \operatorname{sen} 1''} = 8.5092013$$
$$\operatorname{colog}.\cos \varphi_0 = 0.1108866$$
$$-83$$
$$\log.\Delta\theta = 3.3943270$$
$$\Delta\theta = 2479''.228$$
$$\Delta\theta = 0^\circ\ 41'\ 19''.288$$
$$\theta = 0\ \ 23\ \ 24\ .911$$
$$\theta' = 1^\circ\ 04'\ 44''.199$$

$$\log G = 2.373$$
$$\log X = 4.774$$
$$\log X = 4.744$$
$$1.921$$
$$\text{correz.}^e = 83$$

Esempio numerico II.

Coordinate geografiche di A

$$\varphi = 50^\circ\ 20'\ 23''.63$$
$$\theta = 25\ \ 38\ \ 38\ .61$$

Coordinate geodetiche di B

$$X = +40782^m.25$$
$$Y = -26656\ .95$$

$$\log Y = 4.4258104.8n$$
$$\log.\frac{1}{\rho \operatorname{sen} 1''} = 8.5101080.5$$
$$+89.7$$
$$\log(\varphi_0 - \varphi) = 2.9359275.0n$$
$$\varphi_0 - \varphi = -862''.8345$$
$$= -0^\circ\ 14'\ 22''.8345$$
$$\varphi = 50\ \ 20\ \ 23.63$$
$$\varphi_0 = 50^\circ\ 06'\ 00''.7955$$
$$\varphi_0 - \varphi' = 5.0390$$
$$\varphi' = 50^\circ\ 05'\ 55''.7565$$

$$\log Y = 4.4258n$$
$$\log K = 7.5270$$
$$1.9528n$$
$$-89.7$$
$$2 \log X = 9.22101$$
$$\log \operatorname{tg} \varphi_0 = 0.07773$$
$$\log \frac{1}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} = 1.40360$$
$$\log(\varphi_0 - \varphi') = 0.70234$$
$$\varphi_0 - \varphi' = 5''.0390$$

$$\log X = 4.6104031.5$$
$$\log \frac{1}{N_0 \operatorname{sen} 1''} = 8.5089270.0$$
$$\operatorname{colog.} \cos \varphi_0 = 0.1928394.0$$
$$-84.1$$
$$\log \Delta\theta = 3.3022611.4$$
$$\Delta\theta = 2052''.3959$$
$$= 0^\circ\ 34'\ 12''.3959$$
$$\theta = 25\ \ 38\ \ 29.61$$
$$\theta' = 26^\circ\ 12'\ 42''.0059$$

$$2 \log X = 9.2210$$
$$\log G = 2.7051$$
$$1.9261$$
$$+84.1$$

Quest' ultimo esempio è stato preso da BÖRSCH (*Anleitung zur Berechnung geodätischen coordinaten*, pag. 93).

Il risultamento ottenuto dal sig. Börsch è il seguente:

$$\varphi' = 50^\circ\ 05'\ 55''.7569$$
$$\theta' = 26\ \ 12\ \ 42\ .0058$$

Le formole precedenti (18), (16), (17) possono essere adoperate anche quando X ed Y avessero i valori di **cento chilometri** ciascuna. In questo caso il logaritmo del 2° membro della (16) dovrebbe essere diminuito della quantità

$$\frac{M}{12} \cdot \frac{1 + 3 \operatorname{tg.} \varphi_0}{N_0^2} \cdot X^2 = EX^2 .$$

Alla latitudine $\varphi_0 = 47^\circ$ si avrebbe $\log E = 0{,}59611$ espresso in unità della 5 decimale. Il valore di $\varphi_0 - \varphi'$ verrebbe diminuito di **due millesimi** di secondo.

8.

Volendo le coordinate geodetiche rettangolari per mezzo delle coordinate geografiche nel caso che $\Delta\varphi$ e $\Delta\theta$ sieno maggiori di $15'$, le formole date al n° 5 saranno insufficienti. In questo caso

si adopereranno le seguenti:

$$\left.\begin{aligned}\log X &= \log.\Delta\theta.N'\operatorname{sen}1''.\cos\varphi' - [5{,}23078-10]\Delta\theta^2\operatorname{sen}^2\varphi' \\ Y &= (\varphi'-\varphi)\rho_m\operatorname{sen}1'' + [4{,}38454-10]X\Delta\theta\operatorname{sen}\varphi'\end{aligned}\right\}\ \ldots(19)$$

Il numero $5{,}23078-10$ che si trova nella prima delle formole precedenti è il logaritmo di $\frac{M}{6}\operatorname{sen}^2 1''$ espresso in unità della 7ª cifra decimale.

Esempio numerico.

Coordinate geografiche date.

di A;	$\varphi = 38°\ 36'\ 09''.306$	$\theta = 0°\ 23'\ 24''.911$
di B;	$\varphi' = 39\ \ 13\ \ 24.181$	$\theta' = 1\ \ 04\ \ 44.199$
	$\Delta\varphi = 0°\ 37'\ 14''.875$	$\Delta\theta = 0°\ 41'\ 19''.288$
	$\Delta\varphi = 2234''.875$	$\Delta\theta = 2479''.288$

$\varphi_m = 38°\ 54'\ 46''.743$

$\log\Delta\varphi = 3.3492532$	$\log\Delta\theta = 3.39433$
$\log.\rho_m\operatorname{sen}1'' = 1.4890277$	$\log\operatorname{sen}\varphi' = 9.80095$
4.8382809	$\log X = 4.77425$
68909.79	$[\quad] = 4.38454$
225.98	2.35407
$Y = 69135^m.77$	correz.ᵉ $= 225^m.98$

$\log\Delta\theta = 3.3943270$	$2\log\Delta\theta = 6.78865$
$\log N'\operatorname{sen}1'' = 1.4907986$	$2\log\operatorname{sen}\varphi' = 9.60190$
$\log\cos\varphi' = 9.8891260$	$[\quad] = 5.23078$
-42	1.62133
$\log X = 4.7742474$	correz.ᵉ $= 42$
$X = 59463^m.08$	

Le formole precedenti si possono adoperare anche quando $\Delta\varphi$ e $\Delta\theta$ fossero ciascuna eguale ad 1°.

La semplicità delle formole precedenti, specialmente di quelle dei numeri 5, 7, 8, speriamo non sfuggirà ai cultori della Geodesia (*).

Da ciò che si è detto finora si vede chiaramente quanto sia utile la pubblicazione degli elementi geodetici dei punti contenuti in ciascun foglio della Carta d'Italia, ed il vantaggio che da essi possono ritrarre gl'Ingegneri.

È da augurarsi che, al più presto possibile, vengano pubblicati dall'Istituto Geografico Militare tutti i fogli della Carta d'Italia.

TAVOLA AUSILIARIA

φ	log K	log G	φ	log K	log G
36° 00′	7,51323—10	2,27290—10	39° 00′	7,52535—10	2,36697—10
10	404	2,27820	10	588	2,37212
20	483	2,28349	20	639	2,37727
30	560	2,28877	30	688	2,38241
40	636	2,29404	40	736	2,38754
50	711	2,29930	50	782	2,39267
37 00	784	2,30455	40 00	827	2,39780
10	855	2,30979	10	871	2,40292
20	925	2,31503	20	913	2,40804
30	993	2,32026	30	953	2,41315
40	7,52059	2,32548	40	992	2,41826
50	124	2,33069	50	7,53029	2,42336
38 00	188	2,33590	41 00	065	2,42845
10	249	2,34109	10	099	2,43354
20	310	2,34628	20	132	2,43863
30	368	2,35146	30	163	2,44372
40	425	2,35663	40	193	2,44880
50	481	2,36180	50	223	2,45388
39 00	535	2,36697	42 00	249	2,45895

(*) Nelle formole che servono al calcolo numerico bisogna avere per massima di adoperare il minor numero possibile di *simboli ausiliarii*.

Segue Tavola ausiliaria.

φ	log K	log G	φ	log K	log G
42° 00′	7,53249—10	2,45895—10	45° 00′	7,53480—10	2,54992—10
10	274	2,46402	10	478	2,55496
20	298	2,46909	20	476	2,56001
30	320	2,47416	30	472	2,56506
40	341	2,47922	40	466	2,57010
50	361	2,48428	50	459	2,57515
43 00	379	2,48934	46 00	451	2,58020
10	395	2,49440	10	441	2,58525
20	410	2,49945	20	429	2,59030
30	424	2,50450	30	416	2,59535
40	436	2,50955	40	402	2,60040
50	447	2,51460	50	386	2,60545
44 00	454	2,51965	47 00	7,53369—10	2,61051—10
10	463	2,52470			
20	469	2,52975			
30	474	2,53479			
40	477	2,53984			
50	479	2,54488			
45 00	480	2,54992			

$$G = \frac{M}{3}\, 10^7 . \frac{\mathrm{tg}^2 . \varphi}{N^2} \qquad K = \frac{3}{4} . \frac{e^2}{1-e^2} . M . 10^7 \frac{\mathrm{sen}\, 2\varphi}{N} .$$

ERRATA-CORRIGE.

Nella nota intitolata: *Influenza degli errori strumentali del Teodolite sulla misura delle distanze zenitali*, presentata nell'adunanza del 15 dicembre 1889, si faccia la seguente correzione. Nelle formole (3), (4), (6) si sostituisca la quantità $v^2 \mathrm{sen}^2 A$ a v^2.

Il sig. Professore Pizzetti dell'Università di Genova si compiacque di avvertirci di un tale errore. Egli inoltre ha dimostrato che la nostra formola (4) coincide con quella data da Chauvenet e che si deduce dalla (8) quando in luogo di $v \cos A$ si ponga $l - l_0$.

Torino, febbraio 1890.

Un nuovo campo di ricerche geometriche;

Saggio di Corrado Segre.

Nota II. (*)

Delle antinvoluzioni e delle catene.

11. Per giungere subito alla nozione, molto importante, delle *catene*, cominciamo a considerare un modo assai semplice (ma non generale) che serve per determinare delle antinvoluzioni in ogni forma geometrica.

E un' antinvoluzione, cioè un' antiprojettività coincidente con la propria inversa (ossia avente per quadrato l'identità), l'antiprojettività che vien determinata (v. n^{i} 1 e 5) in una forma di specie r dando $r+2$ elementi indipendenti come elementi uniti: così in una forma qualunque di 1^{a} specie l' antiprojettività determinata da 3 dati elementi uniti; in un piano, ovvero nello spazio, l'anticollineazione che s'individua dando 4 punti (o rette, o 3 punti ed 1 retta), ovvero 5 punti (o piani, ecc.), come elementi uniti; ecc.

Similmente, e più in generale, è chiaro che riesce pure un'antinvoluzione l' antiprojettività che in una forma di specie r si determina dando k coppie di elementi che si corrispondano in doppio modo (ove $2k \leq r+2$) ed $r-2k+2$ altri elementi come elementi uniti (con la condizione che tutti gli elementi dati siano indipendenti). Così si determinano delle antinvoluzioni: nelle forme di 1^{a} specie dando un elemento unito e due elementi omologhi; nel piano dando due punti uniti e due punti omologhi, oppure due coppie di punti omologhi; nello spazio dando 3 punti uniti e due punti omologhi, ovvero un punto unito e due coppie di punti omologhi; ecc.

(*) V. la Nota I a pag. 276 del presente volume.

Se in una forma reale di specie r si considera la corrispondenza di *coniugio*, si ha appunto (n. 6) un'antinvoluzione della natura che in tali determinazioni è considerata: essa ha per elementi uniti tutti gli elementi reali della forma.

12. Due antinvoluzioni in forme di specie r della natura precedente, cioè tali che in ognuna di esse esistano almeno $r+2$ elementi uniti indipendenti (e vedremo che così sono tutte le antinvoluzioni che hanno elementi uniti), sono sempre projettive (ed antiprojettive) fra loro in infiniti modi. Invero la projettività (e l'antiprojettività) fra le due forme in cui ad $r+2$ elementi uniti indipendenti di un'antinvoluzione corrispondono altrettanti elementi uniti indipendenti dell'altra trasformerà quella in questa (n. prec.).

Ne segue che una siffatta antinvoluzione è projettiva (ed antiprojettiva) alla corrispondenza di coniugio in una forma reale di specie r. Essa avrà dunque, precisamente come questa, una ∞^r di elementi uniti e non soltanto gli $r+2$ da cui partimmo. Chiameremo *catena di specie* r o *catena* r*-pla* (*fondamentale* per l'antinvoluzione) l'insieme di tutti questi elementi uniti. E dalle cose precedenti, particolarmente dalla considerazione delle forme reali, le quali nelle varietà costituite dai loro elementi reali ci dànno delle particolari catene, si potrebbero già trarre varie proprietà delle catene. Così: *Una catena di una forma semplice è individuata da* 3 *elementi. Una catena di* 2ª *specie nel piano (o catena piana) s'individua dandone* 4 *punti indipendenti, oppure* 4 *rette indipendenti (o* 3 *punti ed una retta, ecc.) Una catena di* 3ª *specie (o catena spaziale) è individuata da* 5 *punti indipendenti, oppure da* 5 *piani indipendenti. — Per trasformazioni projettive (od antiprojettive) ed in particolare per projezioni e sezioni (univoche) le catene si mutano in catene della stessa specie. Viceversa due catene della stessa specie son sempre projettive (od antiprojettive) fra loro. — Ogni catena è una varietà continua.* — Ogni catena di 2ª o di 3ª specie contiene infinite catene di specie inferiore. Così *una catena piana contiene* ∞^2 *catene di* 1ª *specie di punti (catene rettilinee): ogni retta della catena piana la sega secondo una di quelle catene rettilinee* (*),

(*) Non occorre avvertire che dicendo *retta di una catena piana* conside-

sicchè per due punti qualunque della catena piana passa una catena rettilinea (ed una retta) di questa, mentre viceversa due catene rettilinee (od anche due rette) della catena piana si segano in un punto di questa. Dualmente le rette della catena piana che passano per un suo punto formano una catena di 1ª specie, ecc. ecc. *Una catena spaziale ha i suoi punti situati su ∞^4 catene rettilinee e su ∞^3 catene piane: per 2 qualunque dei suoi punti passa una catena rettilinea, per 3 punti non posti in una catena rettilinea, passa una catena piana; due catene piane si tagliano secondo una catena rettilinea; una catena piana ed una rettilinea che non vi giaccia hanno comune un punto. Ogni piano della catena spaziale la sega secondo una catena piana; ecc., ecc.* — Brevemente possiamo dire che *la geometria projettiva su una catena di specie r coincide colla geometria projettiva degli elementi reali su una forma reale di specie r.*

13. Da questo fatto (che nel seguito di questo Saggio accadrà più volte di applicare senza dirlo) discende subito che le tetradi composte di elementi di una catena semplice sono neutre, cioè hanno valori reali, e viceversa ogni tetrade neutra appartiene ad una catena. E più in generale gli elementi di una forma di specie r i quali hanno, rispetto ad $r+2$ di essi come elementi di riferimento, coordinate projettive reali sono appunto gli elementi della catena di specie r determinata da quegli $r+2$. Queste proposizioni del resto scaturiscono anche dalle prime considerazioni di questo lavoro (n. 2), le quali mostrano che una tetrade è antiprojettiva a se stessa solo quando essa è neutra; basta in fatti riflettere che ogni gruppo di elementi di una catena è, per la stessa definizione di questa, antiprojettivo a se stesso.

La catena determinata in una forma semplice da 3 dati elementi si può anche costruire a questo modo. Essa contiene ogni elemento che con quei 3 formi un gruppo armonico; poi ogni elemento che con 3 di quelli che già si hanno (tra i dati

riamo questa come una ∞^2 *di rette* e non intendiamo dire che la retta giaccia con tutti i suoi punti nella catena piana considerata come luogo *di punti.* Vediamo invece che su questa vi sarà solo una catena rettilinea di punti della retta.

ed i costrutti) formi un gruppo armonico; e così via. Ogni elemento della catena si otterrà per questa via o direttamente o come limite.

Similmente la catena di 2ª specie determinata da 4 punti indipendenti dati su di un piano contiene anche i punti in cui si tagliano le rette che congiungono quei 4 a due a due (rette della catena, perchè unite nell'antinvoluzione determinata dai 4 punti come punti uniti); poi i punti in cui si tagliano ancora le rette che congiungono i punti che già si hanno; e così via. Ogni punto della catena si otterrà a questo modo, direttamente o come limite.

Analogamente si possono ottenere le altre catene di 2ª specie e quelle di 3ª.

14. Le proprietà precedenti si rispecchiano tutte nella seguente *rappresentazione analitica (parametrica) delle catene*, rappresentazione che deriva immediatamente da quelle proprietà. Indichino a_i, b_i, c_i, ... le coordinate fisse dei punti a, b, c ..., mentre λ, μ, ν, ... siano parametri *reali* variabili: allora, al mutar di questi, i punti di coordinate

$$(1) \quad \ldots\ldots \qquad \lambda a_i + \mu b_i \ ,$$

$$(2) \quad \ldots\ldots \qquad \lambda a_i + \mu b_i + \nu c_i \ ,$$

$$(3) \quad \ldots\ldots \qquad \lambda a_i + \mu b_i + \nu c_i + \pi d_i \ ,$$

descrivono rispettivamente una catena semplice (rettilinea), una catena doppia (piana) ed una tripla (spaziale). La corrispondenza fra i punti di queste catene ed i rapporti di quei parametri è univoca, *senz'eccezione.*

In ciò però si è supposto tacitamente che i punti a, b, c,... fossero indipendenti. Ponendo ora l'ipotesi contraria avremo dalle (1), (2), (3) le rappresentazioni di quelle stesse *catene degeneri* a cui si giungerebbe applicando alle antinvoluzioni quanto si disse in generale al n. 10 intorno alle antiprojettività degeneri.

Anzitutto se sopra una data retta i due punti a, b coincidono, la catena rettilinea che era rappresentata da (1) degenera riducendosi a quell'unico punto; e questo punto (*singolare*) corrisponde, esso solo, a tutti gl'infiniti valori di $\lambda : \mu$.

Se poi nella (2) a, b, c son tre punti di una retta, allora è chiaro che, se fra le coordinate scelte per essi ha luogo un

legame lineare reale, cioè se per i vari valori di l le a_l, b_l, c_l costituiscono altrettante soluzioni di una stessa equazione lineare omogenea a coefficienti reali, od in altri termini se, nel campo binario, son reali i rapporti dei determinanti (bc), (ca), (ab), la (2) si potrà ridurre a contenere linearmente due soli parametri omogenei reali, e però rappresenterà solo una catena rettilinea, ogni punto della quale corrisponderà ad infiniti valori di $\lambda:\mu:\nu$. — Ma se fra quelle coordinate di a, b, c non esiste un legame siffatto, allora con valori convenienti di questi rapporti la (2) potrà rappresentare le coordinate di ogni punto della retta. In tal caso se un punto corrisponde in pari tempo a due gruppi di valori per λ, μ, ν non proporzionali fra loro, sicchè si abbia

$$s(\lambda a_l + \mu b_l + \nu c_l) = s'(\lambda' a_l + \mu' b_l + \nu' c_l),$$

se ne trae, ponendo

$$\alpha + i\alpha_1 = (bc), \quad \beta + i\beta_1 = (ca), \quad \gamma + i\gamma_1 = (ab),$$

che si possono prendere s, s' per modo che

$$s\lambda - s'\lambda' = \alpha + i\alpha_1, \quad s\mu - s'\mu' = \beta + i\beta_1, \quad s\nu - s'\nu' = \gamma + i\gamma_1.$$

Ora da ciò segue subito che quello stesso punto corrisponde anche al porre nella (2) in luogo di λ, μ, ν rispettivamente (le combinazioni lineari di λ, μ, ν; λ', μ', ν') α, β, γ, oppure anche α_1, β_1, γ_1, o più in generale $\alpha + k\alpha_1$, $\beta + k\beta_1$, $\gamma + k\gamma_1$, ove k indichi un numero reale qualunque. Vi è dunque sulla retta un sol punto *singolare*, cioè corrispondente ad infiniti valori di $\lambda:\mu:\nu$, quando la retta si rappresenta colla (2), vale a dire si considera come una catena piana degenere.

Consideriamo ora similmente i punti rappresentati dalla (3), ove a, b, c, d stiano tutti in un piano. Se fra le coordinate scelte per questi, a_l, b_l, c_l, d_l, esiste un legame lineare reale (cioè se son reali i rapporti dei determinanti del 3° ordine formati con esse), la (3) non rappresenterà che i punti di una catena piana (ognuno contato infinite volte). — Nel caso generale invece, in cui non ha luogo un tal legame, essa rappresenta ∞^3 punti; e si vede, come si fece testè per la (2), che

ogni punto corrisponde in generale ad un sol gruppo di valori per $\lambda:\mu:\nu:\pi$. Fa solo eccezione un punto *singolare*, che, posto

$$\alpha+i\alpha_1=(bcd)\,,\qquad \beta+i\beta_1=-(acd)\,,$$
$$\gamma+i\gamma_1=(abd)\,,\qquad \delta+i\delta_1=-(abc)\,,$$

si ottiene dalla (3) mettendovi in luogo di λ, μ, ν, π, risp.

$$\alpha+k\alpha_1\,,\quad \beta+k\beta_1\,,\quad \gamma+k\gamma_1\,,\quad \delta+k\delta_1\,,$$

ove k indichi un numero reale qualunque. Ora segando quella ∞^3 con una retta qualunque del piano, cioè assoggettando le coordinate (3) a soddisfare l'equazione della retta, si vengono a legare i parametri λ, μ, ν, π con due equazioni lineari a coefficienti reali, le quali possono però anche coincidere; quindi i punti dell'intersezione verranno ad avere per coordinate delle forme lineari di due, o eccezionalmente di tre, parametri reali variabili (che si posson scegliere fra λ, μ, ν, π), e formeranno in conseguenza una catena. Ma se la retta passa pel punto singolare della ∞^3, quell'intersezione dovrà pure averlo per punto singolare, sicchè ove la retta non abbia tutti i suoi punti nella ∞^3, la catena rettilinea in cui la sega dovrà degenerare in quell'unico punto. Dunque il sistema dei punti rappresentati dalla (3) si compone nel caso attuale di tutte le rette che dal punto singolare projettano una catena rettilinea, cioè degli ∞^3 *punti situati sulle* ∞^1 *rette di una catena semplice (di un fascio)*. Questo ente appare così come una catena spaziale degenere. (*).

Valendoci di questi risultati e di ragionamenti analoghi ai precedenti possiamo similmente vedere che cosa costituiscano i

(*) È chiaro che l'ente rappresentato dalla (3), in cui a, b, c, d stanno in un piano, si può considerare come proiezione (centrale) di un ente analogo ma non soggetto a questa condizione, cioè di una catena spaziale propriamente detta. Da ciò si sarebbe potuto dedurre immediatamente che esso è composto come sopra si trova, cioè di una catena semplice di rette. E analogamente si sarebbe potuto ottenere il risultato corrispondente relativo alla (2). Ma per applicare una considerazione della stessa natura agli enti dello spazio ordinario che ora passiamo a considerare, rappresentati dalle (4) e (5), bisognerebbe valersi degli spazi superiori e delle catene che ad essi appartengono (V. la nota alla pag. segu.).

punti dello spazio che hanno per coordinate delle forme lineari di 5 o di 6 parametri reali

(4) ..... $\lambda a_i + \mu b_i + \nu c_i + \pi d_i + \rho c_i$

(5) ..... $\lambda a_i + \mu b_i + \nu c_i + \pi d_i + \rho c_i + \sigma f_i$.

Supposto che fra le coordinate $a_i, \dots f_i$, non esista legame lineare reale (escludendo cioè i casi in cui si ritornerebbe agli enti già studiati), i punti rappresentati dalle (4) e (5) costituiscono rispettivamente una ∞^4 ed una ∞^5, corrispondendo ogni punto in generale ad un sol gruppo di rapporti pei parametri $\lambda, \mu, \dots$ — Fa eccezione per la (4) un punto singolare. Un piano qualunque sega la ∞^4 secondo (un ente rappresentabile al modo della (2), cioè) una catena piana; ma se il piano passa pel punto singolare, questo sarà pur tale per la sezione, la quale perciò degenererà in una retta passante per quel punto (a meno che, per eccezione, la sezione si possa rappresentare nel piano con la (3), nel qual caso si ridurrà ad una catena di rette uscente dal punto stesso). Dunque l'ente rappresentato da (4) si compone degli ∞^4 punti posti sulle rette che da un punto projettano una catena piana, cioè *delle rette di una stella costituenti in questa una catena doppia.* — Però se i punti a, $b, \dots$ che compaiono nella (4) giacciono tutti in un piano, quella formola rappresenta in generale gli ∞^4 punti del piano stesso, ma in modo che tutti i punti di una certa retta figurano come *singolari*, cioè corrispondenti ad infiniti valori di $\lambda : \mu : \dots$; su ogni altra retta del piano si ottiene uno di questi punti singolari sostituendo le coordinate (4) nell' equazione della retta e deducendone la rappresentazione di questa mediante la (2).

La ∞^5 di punti rappresentata da (5) è segata da ogni piano che non vi giaccia secondo (un ente rappresentabile con la (3), cioè) una catena semplice di rette: essa ha dunque infiniti punti singolari. Un piano passante per due di questi darà per sezione una catena con due punti singolari, cioè una sola retta, oppure starà tutto nell'ente considerato (ed in ambo i casi avrà una retta di punti singolari). Ne segue che quegli ∞^5 punti costituiscono *i piani di una catena semplice di un fascio di piani.* - Ecc. ecc. (*).

(*) Le *catene di punti degli spazi superiori* si possono anch'esse definire

15. I risultati del num. prec. possono trovare applicazioni molto importanti agli *elementi tangenti* (ed ai *contatti mutui*) *di enti qualunque composti d'infiniti punti*. Tali applicazioni, che per la presente Nota costituiranno una piccola digressione, saranno invece utilissime per altri lavori (*).

Consideriamo un ente qualsiasi, luogo dei punti le cui coordinate x, y, z sono funzioni date dei parametri *reali* indipendenti $u, v \dots$ Diciamo *tangente* a quell'ente nel punto (x, y, z) ogni retta che lo congiunga ad un punto infinitamente vicino dell'ente stesso. Come coordinate di tal retta (nella stella) si possono assumere i differenziali totali dx, dy, dz, i quali sono espressi da

$$dx = \frac{\partial x}{\partial u} du + \frac{\partial x}{\partial v} dv + \dots,$$

ecc., purchè il punto (x, y, z) non sia *singolare*, cioè ammetta dei valori ben determinati e non tutti nulli per quelle prime derivate parziali di ogni coordinata. Ora essendo quelle espressioni forme lineari nelle variabili reali indipendenti $du, dv, \dots$, ne segue, pel num. precedente, che *le tangenti in un punto qualunque non singolare formano una catena, generale o degenere,* della stella che ha quel punto per centro. Più precisamente separando fra loro i vari casi, ed applicando i singoli risultati di quel num. (ove $\lambda, \mu, \dots$ son sostituiti da $du, dv, \dots$, i *punti* son sostituiti da *rette* della stella, ed in particolare i punti che ivi apparivano come *singolari*, cioè corrispondenti ad

---

sia come luoghi di punti uniti di antinvoluzioni di quegli spazi, sia come composte dai punti le cui coordinate sono forme lineari date di un numero qualsiasi di parametri *reali* variabili. Ciò posto, le catene che essenzialmente *appartengono* ad un S_d sono: quelle non degeneri composte di ∞^d punti (punti uniti di un'antinvoluzione non degenere); poi quelle degeneri ∞^{d+1}, $\infty^{d+2}, \dots, \infty^{2d-1}$ composte degli elementi che proiettano da un punto, da una retta, ..., da un S_{d-2} risp. le catene non degeneri di $S_{d-1}, S_{d-2}, \dots, S_1$; ed infine la ∞^{2d} composta di tutti i punti di S_d, la quale pure (con un certo S_{d-1} come luogo di punti singolari) figura come catena degenere. — Per proiezioni o sezioni *qualunque* da catene si otterranno sempre catene.

(*) Il lettore potrà fin d'ora vedere a che cosa si riducano per gli enti costituiti dai punti di una *catena* le rette ed i piani tangenti di cui tratteremo in generale. Nei Cap[i] segu[i] si otterranno poi direttamente per gli elementi tangenti ad iperconiche, iperquadriche e loro intersezioni le proprietà che ora stabiliamo per enti qualunque.

infiniti valori di $\lambda:\mu:\ldots$, da *tangenti singolari*, cioè corrispondenti ad infiniti valori dei rapporti di differenziali $du:dv:\ldots$) abbiamo le proposizioni seguenti.

In ogni punto non singolare di un ente ∞^1 vi è una sola tangente.

Le tangenti ad un ente ∞^2 in un punto non singolare stanno tutte in un fascio e vi formano una catena semplice; il loro piano comune si può chiamare il *piano tangente* all'ente. — Il punto può per eccezione ammettere una sola tangente (catena semplice degenere), e quindi un fascio di piani tangenti: tale eccezione si verifica per tutti i punti dell'ente ∞^2 se questo è una *curva* (cfr. la 2ª pag. dell'introduzione).

Per un ente ∞^3 le tangenti in un punto non singolare formano una catena doppia della stella; gli ∞^2 piani di questa catena sono *piani tangenti* all'ente in quel punto, in questo senso che, mentre ogni altro piano passante pel punto ne contiene una sola tangente, ciascuno di quei piani ne contiene una catena semplice di tangenti (sicchè l'ente ∞^1 secondo cui esso può segare l'ente dato ha il punto considerato per punto singolare). — La catena doppia può degenerare: allora le tangenti all'ente ∞^3 nel detto punto sono le rette di un fascio, e fra esse ve n'è una *singolare*, (come fra i piani tangenti, che sono allora tutti i piani passanti per questa retta, ve n'è uno *singolare*, che è il piano di tutte le tangenti). Questo caso si presenta sempre se l'ente ∞^3 è *piano:* allora ogni retta passante per un suo punto non singolare e giacente nel suo piano è tangente ed incontra l'ente in generale secondo una ∞^1 contenente quel punto; ma per la retta singolare accade che quel punto è singolare nella ∞^1 d'intersezione (la quale può anche ridursi a punti isolati). È opportuno in tal caso limitare la denominazione di « tangente » a questa retta singolare (*).

(*) La sua equazione si trova facilmente, sia applicando le espressioni (n. 14) delle coordinate del punto singolare di una retta considerata come catena piana degenere, sia scrivendo che il punto di cui si tratta è singolare per la detta intersezione della retta coll'ente. Se questo è rappresentato in cordinate non omogenee dall'equazione reale

$$f(x, y, \bar{x}, \bar{y}) = 0,$$

la tangente nel punto (x, y) ha per equazione:

$$(X - x)\frac{\partial f}{\partial x} + (Y - y)\frac{\partial f}{\partial y} = 0;$$

Le tangenti ad un ente ∞^4 in un punto non singolare riempiono i piani di una catena semplice; l'asse del fascio di piani cui questa catena appartiene è una *tangente singolare;* gli ∞^1 piani della catena sono i *piani tangenti.* Per ciascuno di questi l'intersezione (∞^2 in generale) coll'ente ∞^4 ha nel punto considerato un punto singolare, poichè esso ha per tangenti tutte le rette del piano; laddove per un altro piano qualunque quell'intersezione ha per tangenti le rette della catena semplice sezione della catena dei piani tangenti, ed ha in particolare una sola tangente nella tangente singolare dell'∞^4, se il piano, senz'essere tangente, passa per questa. — In casi particolari la catena dei piani tangenti può degenerare riducendosi ad un unico piano tangente: allora si hanno solo più ∞^2 rette tangenti, esse formano un fascio in quel piano e sono tutte singolari. Questa particolarità si presenta per tutti i punti della ∞^4, quando questa costituisce una *superficie.*

Per un ente ∞^5 tutte le rette uscenti da un punto sono tangenti, in quanto che lo congiungono ai punti infinitamente vicini. Esse ci appaiono come costituenti una catena ∞^4 degenere, e però fra esse ve ne sarà un fascio di singolari, alle quali converrà riservare la denominazione di « tangenti ». Queste rette particolari presentano fatti analoghi alle tangenti già considerate di un ente piano ∞^3; e sono appunto le tangenti agli enti ∞^3 che si ottengono come sezioni piane dell'∞^5. Il loro piano, *piano tangente* a questo nel punto di cui si tratta, dà una sezione piana per cui quel punto è singolare (*). —

---

se invece l'ente ∞^3 è dato in coordinate omogenee dall'equazione reale

$$f(x_1, x_2, x_3, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) = 0,$$

l'equazione della tangente in x diventa:

$$\sum \frac{\partial f}{\partial x_i} y_i = 0.$$

(Cfr. una nota dell'introduzione). Il punto è singolare se quest'equazione si riduce ad un'identità, cioè se s'annullano le prime derivate parziali di f rispetto alle coordinate x_i (donde segue anche l'annullarsi delle prime derivate di f rispetto alle $\bar{x}_i$, poichè in causa della realtà della forma f queste derivate sono coniugate di quelle).

(*) L'equazione di questo piano tangente si scrive subito per analogia con quella della retta tangente ad una ∞^3 piana data nella nota precedente, e si dimostra o in modo simile, o deducendola da quella. — Similmente si hanno analoghe condizioni analitiche perchè il punto sia singolare,

Stando alla primitiva definizione delle rette tangenti è evidente che se due enti di diversa dimensione sono contenuti l'uno nell'altro, le tangenti di quello son pure tangenti di questo. Ne derivano le proposizioni seguenti, in cui degli enti di cui si parla si suppone sempre che l'uno stia nell'altro, e gli elementi tangenti si considerano tutti per uno stesso punto.

La tangente all'∞^1 fa parte della catena semplice delle tangenti all'ente ∞^2. — La catena semplice delle tangenti all'∞^2 sta nella catena doppia delle tangenti all'∞^3; e però il piano tangente all'∞^2 sta fra i piani tangenti dell'∞^3. — La catena doppia delle tangenti all'∞^3 sta nella catena semplice dei piani tangenti all'ente ∞^4; vale a dire la tangente singolare di questo è pur tangente per l'ente ∞^3, e quella catena di piani tangenti all'∞^4 son pur tangenti per l'∞^3.

È facile vedere che una tangente singolare di un ente, corrispondendo ad infiniti valori dei differenziali $du, dv, \ldots$, è pur tangente ad ogni ente di dimensione inferiore di un'unità contenuto in quello (ente per cui quei differenziali vengono assoggettati ad un'equazione lineare). Possiamo quindi aggiungere:

La tangente ad un ente piano ∞^3 è pur tangente all'ente ∞^4. — Il piano tangente all'ente ∞^5 è pure piano tangente per l'∞^4.

Tra le numerose conseguenze che si possono trarre da tutte le precedenti proposizioni fondamentali sugli enti composti d'infiniti punti vi hanno quelle relative alle tangenti che due o più enti hanno a comune in un loro punto d'intersezione. Così dal fatto che presto dimostreremo che due catene semplici di una stessa forma hanno in generale due elementi a comune, oppure nessuno, segue che due enti ∞^2 di uno stesso piano hanno in generale in ogni loro punto d'intersezione due tangenti comuni, ovvero nessuna (*). In generale tutte le proprietà che ve-

(*) È superfluo avvertire che una tangente comune in un punto dei due enti non significa ancora (come, stando alle nozioni comuni, potrebbe sembrare) un *contatto* di questi, cioè l'aver comune anche un punto infinitamente vicino a quello. Poichè su d'una retta (completa) vi sono ∞^1 punti infinitamente vicini ad un dato, e quindi, assegnando la retta (tangente) che congiunge un punto dato ad un suo infinitamente vicino, questo non risulta determinato; sarebbe invece dato ove, ad esempio, si assegnasse una catena rettilinea passante pel primo punto, sulla quale anch'esso debba stare.

dremo in seguito relative alle intersezioni mutue delle catene si potranno applicare immediatamente alle dette questioni sulle tangenti in un punto comune ad enti qualunque.

Ed ora, abbandonando questa digressione generale sugli elementi tangenti, riprendiamo lo studio delle catene, e più generalmente delle antinvoluzioni. Ma per poterlo condurre più oltre consideriamo ora separatamente le forme delle varie specie.

16. Forme di 1ª specie. — È facile vedere che *in una tal forma ogni antinvoluzione o non ha alcun elemento unito, oppure ne ha una catena.* Invero se un'antinvoluzione ha un elemento unito P, e si chiamano A, A′ due elementi omologhi qualunque, l'armonico Q di P rispetto ad A, A′ avrà per omologo (in forza della definizione di « antiproiettività ») l'armonico di P rispetto ad A′, A, cioè se stesso, sicchè Q sarà pure un elemento unito; al variare poi della coppia AA′ di elementi omologhi, Q non rimarrà sempre fisso, poichè altrimenti l'antinvoluzione coinciderebbe coll'involuzione avente per elementi doppi P e Q, il che (ancora in virtù della citata definizione) non può essere. Dunque la nostra antinvoluzione ha almeno 3 elementi uniti, e però (n. 12) ne avrà infiniti costituenti appunto una catena. — Così risulta pure che, rispetto ad una coppia qualunque AA′ di elementi omologhi dell'antinvoluzione avente per elementi uniti quelli di una data catena, questi si distribuiscono in coppie (analoghe alla PQ) armoniche ad AA′. Lo Staudt (*B*ᵉ, 212) chiama perciò gli elementi A, A′ *separati armonicamente dalla catena* (senza definirli coll'antinvoluzione, concetto che egli non introduce) ed anzi osserva che *ogni* catena passante per essi ha comuni con quella data due elementi (armonici rispetto ad essi): fatto che da ciascuna delle rappresentazioni reali ricordate nell'introduzione appare evidente.

Per completare la dimostrazione del nostro primo enunciato rimane da stabilire l'esistenza di antinvoluzioni prive di elementi uniti. Essa risulterà naturalmente da alcune proprietà comuni a tutte le antinvoluzioni che ora vedremo.

17. Si consideri una catena **C** passante per due punti omologhi A, A′ di un'antinvoluzione qualunque **A**. Il prodotto di questa e dell'antinvoluzione **C** (indicando con questo stesso sim-

bolo l'antinvoluzione che ha la catena fondamentale C) sarà una proiettività in cui i due elementi A, A′ si corrisponderanno evidentemente in doppio modo, cioè sarà un'involuzione. Ne segue (*) che le due antinvoluzioni sono permutabili, sicchè la catena C sarà trasformata in se stessa da A. Dunque *ogni catena passante per due elementi omologhi di un' antinvoluzione è trasformata in se stessa da questa*, *ossia è unita per questa.*

Ne discende subito che: *due coppie qualunque di elementi omologhi di un' antinvoluzione stanno in una catena* (unita). Ciò del resto risulta pure osservando che se AA′ e BB′ sono due coppie di elementi omologhi di un'antinvoluzione, sarà il gruppo AA′BB′ antiproiettivo ad A′AB′B, e quindi anche al gruppo, proiettivo a questo, AA′BB′, cioè a se stesso; dunque quei quattro elementi stanno in una catena.

18. A determinare un'antinvoluzione non si possono dunque dare ad arbitrio due coppie di elementi omologhi, come si fa per le involuzioni; ma bisogna darle in guisa che stiano in una stessa catena. Questa condizione è anche sufficiente, sicchè *date ad arbitrio in una catena* C *due coppie* AA′, BB′ *di elementi, esiste una determinata antinvoluzione che le contiene come coppie di elementi omologhi* (in altri termini se un' antiproiettività ammette due elementi distinti A, A′ che si corrispondano in doppio modo e se inoltre — condizione che non ha l'analoga nelle proiettività — ha come omologhi altri due elementi B, B′ posti in una catena con quelli, essa sarà involutoria). Invero il ragionamento precedente si può invertire: il gruppo AA′BB′ giacendo su una catena sarà antiproiettivo a se stesso e quindi anche al gruppo (proiettivo) A′AB′B; ora quest' antiproiettività, coincidendo evidentemente coll'inversa, sarà un'antinvoluzione, in cui dunque AA′, BB′ son coppie di elementi omologhi.

Sulla catena C, unita per l'antinvoluzione, questa determina una corrispondenza che coincide con un' involuzione ordinaria e che ha quindi due elementi uniti o nessuno secondo che sulla

(*) In forza della nota proposizione (che ci occorrerà ancora nel seguito) che: *la condizione necessaria e sufficiente perchè due corrispondenze univoche involutorie siano permutabili è che il loro prodotto sia pure una corrispondenza involutoria* (la quale poi sarà permutabile con ognuna di quelle due, dando per prodotto l'altra).

catena stessa le due coppie AA', BB' non si separano oppure si separano. D'altronde da un'osservazione fatta alla fine del n. 16 segue che se l'antinvoluzione ha elementi uniti, ne deve certo avere due sulla catena C. Dunque l'antinvoluzione determinata dalle due coppie AA', BB' avrà una catena di elementi uniti o non ne avrà alcuno secondo che quelle coppie sulla catena che le contiene non si separano oppure si separano. — Resta così provata l'esistenza delle antinvoluzioni prive di elementi uniti (*).

(*) *Sulla teoria analitica delle antinvoluzioni e delle catene nelle forme di 1ª specie.* — Un'antinvoluzione di una tal forma (fra elementi x ed y) è rappresentata (cfr. n. 9) da un'equazione della forma

$$\Sigma\, a_{lm} x_l \bar{y}_m = 0 ,$$

ove (come dimostreremo più in generale nel Capº seg.) si può supporre che a_{11}, a_{22} siano reali, mentre a_{12}, a_{21} siano fra loro coniugati. Simbolicamente la stessa equazione diventa:

$$a_x \bar{a}_{\bar{y}} = 0 .$$

Il determinante

$$\Delta = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = \frac{1}{2} (a a') (\overline{a a'})$$

(ove le a' indicano simboli equivalenti alle a) è l'invariante dell'antinvoluzione. Esso è essenzialmente reale e col suo segno negativo o positivo indica risp. che l'antinvoluzione ha o non ha una catena di elementi uniti. Invero l'equazione che esprimerebbe che l'elemento x è unito

$$\Sigma\, a_{lm} x_l \bar{x}_m = 0$$

si può anche scrivere in quest'altro modo:

$$(a_{11} x_1 + a_{21} x_2)(a_{11} \bar{x}_1 + a_{12} \bar{x}_2) + \Delta\, x_2 \bar{x}_2 = 0 ,$$

che proverebbe (essendo positivi i due prodotti di quantità coniugate che vi compaiono) che Δ è negativo; e viceversa. L'invariante Δ s'annulla (cfr. n. 10 quando l'antinvoluzione degenera, cioè la catena si riduce ad un solo elemento.

Se con quell'antinvoluzione ne consideriamo un'altra

$$\Sigma\, b_{lm} x_l \bar{y}_m = 0 , \qquad \text{ossia} \qquad b_x \bar{b}_{\bar{y}} = 0 ,$$

il cui determinante indichiamo con Δ_1, avremo altre forme invariantive. Come prodotto delle due antinvoluzioni si ottiene subito la proiettività

$$(\bar{a} \bar{b})\, a_x b_y = 0 ,$$

la quale è involutoria quando s'annulla l'invariante (reale)

$$I = (a b)(\bar{a} \bar{b}) = a_{11} b_{22} - a_{12} b_{21} - a_{21} b_{12} + a_{22} b_{11} .$$

19. Forme di 2ª specie. — Consideriamo un'antinvoluzione fra gli elementi di un piano (poichè a questo possiamo limitarci).

Dunque l'annullarsi di I esprime che le due antinvoluzioni sono permutabili. — La proiettività considerata ha gli elementi uniti rappresentati da

$$(\bar{a}\bar{b})\, a_x\, b_x = 0 \;;$$

e questi elementi costituiscono o la coppia di elementi omologhi comune alle due antinvoluzioni oppure i due elementi uniti comuni a queste, cioè i due elementi d'intersezione delle loro catene: ciò a seconda che esistono tali due elementi omologhi oppure due tali elementi uniti (cfr. n. 24) Il caso intermedio fra questi è quello in cui i due elementi coincidono in un solo elemento unito comune alle due antinvoluzioni, cioè in cui le due catene sono *tangenti* fra loro: si trova subito dall'equazione di quella coppia che la condizione perchè accada questo fatto è

$$I^2 - 4\Delta\Delta_1 = 0 \;.$$

Se ora si osserva che il 1° membro di quest'uguaglianza è un invariante di valore reale, il cui segno è pure invariante, si è condotti a pensare che appunto questo segno serva a distinguere i due casi di cui prima si parlava. Fra le varie dimostrazioni che di ciò si possono dare accenniamo la seguente (che serve ad introdurre un nuovo concetto). Si consideri il *fascio di antiproiettività* rappresentato, al variar di $\lambda:\mu$, dall'equazione

$$\lambda \Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{y}_m + \mu \Sigma\, b_{lm}\, x_l\, \bar{y}_m = 0 \;:$$

due elementi omologhi (ed in particolare un elemento unito) per due di queste antiproiettività saranno tali per tutte. Le antiproiettività degeneri corrispondono all'annullarsi del determinante di quell'equazione, cioè ai valori di $\lambda:\mu$ per cui

$$\Delta\lambda^2 + I\lambda\mu + \Delta_1\mu^2 = 0 \;.$$

Se questi valori sono reali, sicchè $I^2 - 4\Delta\Delta_1 > 0$, essi corrispondono a due antinvoluzioni (o catene) degeneri del fascio, e però le due primitive antinvoluzioni non possono avere alcun elemento unito comune: avranno invece a comune una coppia di elementi omologhi (gli elementi singolari delle antinvoluzioni degeneri). Se invece quei valori di $\lambda:\mu$ sono imaginari-coniugati, sicchè $I^2 - 4\Delta\Delta_1 < 0$, allora ponendo uno qualunque di essi nell'equazione dell'antiprojettività, poichè questa è degenere, il suo 1° membro dovrà scindersi in due fattori contenenti linearmente risp. le x e le $\bar{y}$ e rappresentanti risp. i due elementi singolari dell'antiproiettività. Quindi il primo di questi elementi verifica l'equazione

$$\lambda \Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{x}_m + \mu \Sigma\, b_{lm}\, x_l\, \bar{x}_m = 0 \;,$$

la quale, per essere reali le due somme che vi compaiono, ed immaginario il rapporto $\lambda:\mu$, si spezza in due equazioni reali da cui segue l'annullarsi di quelle due somme, cioè l'essere l'elemento considerato elemento unito per

Ogni retta non unita conterrà un determinato punto unito, cioè il punto in cui la taglia la retta omologa. Similmente per ogni

---

le due antinvoluzioni date. Queste hanno dunque in tal caso due elementi uniti a comune.

A queste considerazioni si collegherebbero naturalmente altre, dipendenti dal carattere bilineare dell'invariante simultaneo I, sul sistema di due fasci di antinvoluzioni o di catene mutuamente permutabili: i due elementi uniti comuni all'un fascio sono i due elementi omologhi comuni all'altro. Ma ciò sarebbe affatto ovvio; in generale la rappresentazione delle catene coi cerchi del piano o della sfera è guida naturale in tali questioni: i fasci di catene corrispondono ai fasci di cerchi, la permutabilità delle catene all'ortogonalità dei cerchi, l'invariante assoluto $I^2 : \Delta\,\Delta_1$ ad una funzione dell'angolo di due cerchi, ecc. Viceversa si ha col nostro procedimento un'elegante rappresentazione analitica, invariantiva, della geometria dei cerchi del piano o della sfera.

Come abbiamo incominciato lo studio invariantivo delle antinvoluzioni, così più in generale si potrebbe avviare quello delle antiprojettività. Anche per due di queste si potrebbero considerare gl'invarianti simultanei I, $I^2 - 4\,\Delta\,\Delta_1$, il cui annullarsi s'interpreta subito geometricamente in modo quasi identico a quello tenuto pel caso speciale delle antinvoluzioni; si giungerebbe così ai sistemi lineari di antiproiettività, ed in particolare ai loro fasci. Queste cose, molto analoghe a cose note sulle projettività, noi tralasceremo. —

Sulle proprietà metriche delle antinvoluzioni e delle catene nelle forme di 1ª specie. — Una proprietà metrica importante di tali catene è quella vista al n. 13 che il birapporto di 4 loro elementi è reale: essa si applica pure (n. 17) a due coppie di elementi omologhi di qualunque antinvoluzione. Altre proprietà si possono dedurre da quelle metriche delle antiproiettività esposte in una nota al n. 8. Indichiamo con M, N due punti uniti e con A, A′ due punti omologhi di un'antinvoluzione su d'una retta; allora avremo:

$$\text{mod.}\,(MNAA') = \text{mod.}\,(MNA'A)\ ,$$

poichè l'antinvoluzione muta i birapporti nei coniugati, oppure anche in forza della relazione (1) della nota citata. Ne segue

$$\text{mod.}\,(MNAA') = 1\ , \tag{1}$$

ossia sviluppando

$$\text{mod.}\,\frac{AM}{A'M} = \text{mod.}\,\frac{AN}{A'N}\ ,$$

$$\text{mod.}\ AM : \text{mod.}\ A'M = \text{cost.}\ , \tag{2}$$

al variare di M nella catena, mentre A, A′ stan fissi. Questa relazione equivale alla proprietà del cerchio di esser il luogo dei punti le cui distanze da due punti fissi (*inversi* rispetto al cerchio) hanno un dato rapporto. Similmente

punto, non unito passerà una retta unita ben determinata, cioè quella che lo congiunge al punto omologo. In ogni retta unita l'antinvoluzione piana determinerà un'antinvoluzione semplice la

---

la (2) della suddetta nota (oppure la proprietà ricordata da principio) dà, indicando con P un punto variabile della catena,

$$\text{arg.} \left(\frac{MP}{NP}\right)^2 = \text{cost.} \,,$$

ossia

$$(3) \qquad \text{arg. } MP - \text{arg. } NP = \text{cost.} \,,$$

a meno di un multiplo di π : ciò equivale alla costanza dell'angolo iscritto in un dato arco di cerchio.

Se il punto all'infinito della retta non è unito per l'antinvoluzione e si chiama O il suo omologo, il quale sarà un *centro* di simmetria per l'antinvoluzione o per la catena, la (1) darà:

$$\text{mod.} \frac{OM}{ON} = 1 \,,$$

cioè

$$(4) \qquad \text{mod. } OM = \rho \,,$$

essendo ρ costante al variare del punto M nella catena. Più in generale le relazioni (5) e (6) della nota citata dànno, indicando con A, A′ due punti omologhi variabili, e con ρ una costante:

$$(5) \qquad \text{mod. } OA \,.\, \text{mod. } OA' = \rho^2$$

$$(6) \qquad \text{arg. } OA = \text{arg. } OA' \,.$$

Queste proprietà corrispondono alla nozione del raggio ρ di un cerchio ed alle relazioni fra due punti A, A′ inversi rispetto a questo. — Se poi si ha una catena passante pel punto all'infinito, la (2) e la (3) diventano:

$$(2') \qquad \text{mod. } AM = \text{mod. } A'M$$

$$(3') \qquad \text{arg. } MP = \text{cost.}$$

al variare di M o di P nella catena. Da quest'ultima proprietà, od anche direttamente, segue che $\frac{M}{MN}$ è reale, cioè che con un'unità di misura conveniente tutte le mutue distanze fra i punti della catena sono reali.

Non stiamo a sviluppare le cose analoghe relative alla teoria metrica delle antinvoluzioni e catene nei fasci di rette. Osserviamo soltanto che in generale una tal antinvoluzione o catena può presentare due casi ben distinti secondo che esistono due raggi omologhi, ovvero due raggi uniti che siano perpendicolari fra loro; tali raggi sono sempre *assi* di simmetria per l'antinvoluzione o catena. Se l'antinvoluzione è permutabile coll'involuzione di angoli retti del fascio si hanno due casi particolari notevoli, secondo che ciò proviene dall'essere i due raggi ciclici (assoluti) omologhi rispetto all'antinvolu-

quale, avendo per punti uniti quelli in cui la retta stessa è incontrata dalle altre rette unite, ne avrà una catena (n. 16). Similmente per ogni punto unito passa una catena di rette unite.

Da queste considerazioni risulta subito che fra i punti uniti dell'antinvoluzione piana se ne possono in infiniti modi prendere 4 in guisa che siano indipendenti fra loro; sicchè, ricordando la definizione delle catene di 2ª specie (n. 12), concludiamo che *ogni antinvoluzione tra gli elementi di una forma di 2ª specie ha per elementi uniti gli elementi di una catena di 2ª specie.*

20. Le proprietà delle catene di 2ª specie che già notammo (n. 12) potersi dedurre dalla considerazione degli elementi reali di una forma di 2ª specie reale derivano anche subito da quelle delle antinvoluzioni nelle forme di 2ª specie. Così dal n. prec. già segue che: *data in un piano una catena di 2ª specie, ogni retta che non le appartenga l'incontra in un punto solo, mentre ogni retta della catena l'incontra lungo una catena rettilinea; similmente le rette della catena passanti per uno qualunque dei suoi punti formano una catena, mentre per ogni altro punto passa una sola retta della catena.* Un' antinvoluzione piana fa dunque corrispondere ad un punto qualunque A del piano non posto nella catena fondamentale quello A′ che sulla retta passante per A ed appartenente alla catena, cioè avente comune con essa una catena rettilinea, è rispetto a quest'ultima l'armonico di A (e noi lo diremo *armonico* di A anche rispetto alla catena piana): e dualmente.

Si vede inoltre che i punti della catena piana son proiettati da ciascuno di essi mediante una catena semplice di rette (ognuna

---

zione, oppure uniti per questa. Nel 1° caso, se l'antinvoluzione è priva di catena fondamentale, vi sono infinite coppie di raggi omologhi perpendicolari, le quali costituiscono una catena; se invece l'antinvoluzione ha una catena fondamentale i raggi di questa sono a coppie perpendicolari fra loro. Nel 2° caso, cioè quando si ha una catena contenente i raggi ciclici (che perciò si potrebbe chiamare *catena circolare* di raggi), accade in pari tempo che essa è il luogo di infinite coppie di raggi perpendicolari, e che vi sono infinite coppie di rette perpendicolari armoniche rispetto ad essa costituenti pure una catena (queste due catene, circolari entrambe e permutabili fra loro, son legate per modo che l'angolo di ogni raggio dell'una con un raggio dell'altra ha per parte reale $\frac{\pi}{4}$, ossia ha una tangente di modulo 1).

delle quali proietta non un sol punto, ma tutta una catena rettilinea). In conseguenza se M, N sono due punti qualunque della catena piana, la varietà ∞^2 dei punti di questa si può considerare come l'intersezione delle due varietà ∞^3 (catene triple degeneri) costituite dai punti di due catene semplici di rette aventi i centri in M, N; catene che hanno a comune una retta MN, dalla quale si deve prescindere.

Viceversa due catene semplici di rette di un piano di centri distinti MN, le quali contengano entrambe la retta MN, si tagliano ancora secondo una catena piana di punti. Perocchè se due rette della 1ª catena e due rette delle 2ª, diverse le une e le altre dalla MN, s'incontrano rispettivamente nei punti P e Q, la catena piana passante pei 4 punti M, N, P, Q sarà proiettata da M mediante una catena semplice di rette contenente le tre rette MN, MP, MQ, cioè mediante la prima catena di rette, e similmente sarà proiettata da N mediante la 2ª catena di rette.

Dualmente: date su due rette che si taglino due catene semplici di punti passanti pel punto d'intersezione, le rette che si appoggiano ad entrambe queste catene formano una catena piana (contenente le due catene rettilinee). E viceversa ogni catena piana di rette si può generare a questo modo.

21. Un' altra generazione notevole di una catena piana si ha considerando due punti (distinti) S, S′ che siano armonici rispetto ad essa. Le rette che da S, S′ proiettano un punto qualunque della catena saranno omologhe nell'antinvoluzione che ha la catena per fondamentale e quindi S, S′ per punti omologhi; viceversa due rette omologhe passanti rispettivamente per S ed S′ si tagliano in un punto unito, cioè in un punto della catena. Dall'antinvoluzione i fasci S, S′ son riferiti fra loro *antiprospettivamente*, cioè antiprojettivamente e con la retta unita SS′. Dunque *ogni catena piana è il luogo dei punti d'incontro dei raggi omologhi di due fasci antiprospettivi.*

Viceversa *due fasci antiprospettivi di rette di un piano generano una catena piana.* Invero se S, S′ sono i loro centri e P, Q due punti d'incontro di due raggi dell'un fascio rispettivamente cogli omologhi dell'altro, l'antinvoluzione determinata (n. 11) dai punti uniti P, Q e dalla coppia di punti omologhi SS′ determinerà fra i due fasci S, S′ una corrispondenza antiprospettiva coincidente colla data. — Lo stesso fatto si potrebbe

anche dedurre da ciò che se al punto comune a due raggi qualunque dei fasci S, S′ si fa corrispondere il punto d'intersezione dei raggi omologhi rispettivamente di S′, S, si avrà (v. la costruzione generale delle anticollineazioni piane al n. 4) un'antinvoluzione fra i punti del piano.

Dualmente, chiamando *antiprospettive* due punteggiate distinte antiproiettive e con un punto unito, si ha che le rette congiungenti i punti omologhi di due punteggiate antiprospettive sono le rette di una catena piana; e viceversa ogni catena piana si può generare in questa guisa. — (*)

(*) Dalle generazioni delle catene piane viste in questo n° e nel precedente si possono trarre delle nuove rappresentazioni analitiche di esse. A tal fine indichiamo con A, B, C delle forme lineari nelle coordinate di punti (e con $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ risp. le forme coniugate, nelle coniugate delle coordinate). Due fasci di rette antiprospettivi, aventi $A=0$ per retta unita e $B=0$, $C=0$ per rette omologhe si potranno rappresentare con le equazioni

$$A+\lambda B=0 \,, \tag{1}$$

$$A+\bar{\lambda} C=0 \,. \tag{2}$$

Quest'ultima equivale alla coniugata

$$\bar{A}+\lambda\bar{C}=0 \,,$$

ed eliminando λ fra questa e la (1) si ha

$$A\bar{C}-\bar{A}B=0 \,. \tag{3}$$

L'equazione (3) rappresenta dunque la catena piana generata dai due fasci, purchè però si faccia astrazione della retta $A=0$ (od $\bar{A}=0$) i cui punti soddisfano pure quell'equazione.

Volendo invece considerare la catena piana secondo il n. 20 come intersezione di due catene semplici di rette aventi la retta $A=0$ a comune, osserviamo che la catena semplice delle rette unite dell'antinvoluzione fra i due fasci sovrapposti

$$A+\lambda B=0 \,,$$
$$A+\bar{\lambda} B=0$$

si ha eliminando λ fra queste due equazioni, cioè fra la 1ª e la coniugata della 2ª, ed è quindi:

$$A\bar{B}-\bar{A}B=0 \,. \tag{4}$$

Similmente un'altra catena semplice di rette contenente la retta $A=0$ si può rappresentare con

$$A\bar{C}-\bar{A}C=0 \,. \tag{5}$$

22. Forme di 3ª specie. — Consideriamo finalmente un'antinvoluzione fra gli elementi dello spazio. Essa ammette sempre un' infinità di rette unite, le quali si possono riguardare sia come le congiungenti di coppie di punti omologhi, sia come le intersezioni di coppie di piani omologhi. Per ogni punto non unito ne passa una; su ogni piano non unito ne giace una. Su ciascuna retta unita le coppie di punti omologhi formano una antinvoluzione; e così le coppie di piani omologhi passanti per essa formano un'antinvoluzione.

Se l'antinvoluzione spaziale ammette un punto unito, allora il piano che congiunge una retta unita qualunque non passante per esso a questo punto sarà pure unito; e così pure dall'esistenza di un piano unito segue quella di punti uniti sulle infinite rette unite. In tal caso adunque l'antinvoluzione ammette infiniti punti uniti formanti un sistema tale che ogni retta unita lo sega secondo una catena rettilinea ed ogni piano unito lo sega secondo una catena piana. Ne segue subito che si possono scegliere 5 punti uniti in guisa che siano indipendenti, e però (n. 12) che i punti ed i piani uniti formano una catena spaziale. *Se un'antinvoluzione dello spazio ammette un punto ovvero un piano unito, essa ammette una catena spaziale fondamentale.*

Segue inoltre dalle osservazioni precedenti che, *data una catena spaziale qualunque, ogni retta ed ogni piano che le appartengano l'incontrano secondo una catena rettilinea o piana, mentre ogni retta che non le appartenga o non l'incontra affatto o l'incontra in un punto solo, ed ogni piano che non le appartenga l'incontra secondo una catena rettilinea. Da una retta qualunque della catena i punti di questa son pro-*

La catena piana appare così rappresentata dalle *due* equazioni *reali* (4) e (5), da cui però si tolga la retta $A = 0$ ($\bar{A} = 0$). In luogo di quelle equazioni si può scrivere:

$$(6) \qquad \begin{vmatrix} A & B & C \\ \bar{A} & \bar{B} & \bar{C} \end{vmatrix} = 0 .$$

(Del resto, se si osserva che i valori delle A, B, C in ogni punto del piano si posson considerare come coordinate del punto, queste equazioni, le quali vengono in sostanza ad esprimere che il punto ha coordinate reali, coincideranno con un'osservazione fatta in principio del n. 13, od anche con la rappresentazione parametrica delle catene piane data al n. 14).

jettati mediante una catena semplice di piani (in cui però ogni piano ne projetta una catena piana), (*) ecc., ecc.

23. L'esistenza di *antinvoluzioni dello spazio prive di punti e piani uniti* si può vedere facilmente ricorrendo alla costruzione delle anticollineazioni data al n. 4. Si determini infatti fra due stelle distinte S, S' un'anticollineazione la quale faccia corrispondere fra loro involutoriamente i fasci di piani aventi per asse SS': ciò è possibile evidentemente in infiniti modi, e si può anzi scegliere ad arbitrio l'antinvoluzione che così si viene ad avere tra i piani per SS'. Se allora di ogni punto P, intersezione di due raggi di S, S', chiamiamo omologo il punto P' in cui si taglieranno i raggi rispettivamente corrispondenti a quelli in S', S, avremo stabilito nello spazio un'anticollineazione involutoria, di cui farà parte la data antinvoluzione del fascio di piani SS': quindi a seconda che questa non ha piani uniti o ne ha una catena, segue dal num. prec. che l'antinvoluzione dello spazio non avrà alcun punto o piano unito, oppure ne avrà una catena spaziale. (**)

Merita di essere rilevato il fatto che il sistema delle rette unite di un' antinvoluzione dello spazio priva di catena fondamentale non ha nè punti nè piani singolari; sicchè per *ciascun* punto ed in *ciascun* piano passa sempre *una sola* retta del sistema. Nei sistemi di rette algebrici è noto che questo fatto non può presentarsi; e solo se il campo geometrico si limita agli elementi reali si ha nella congruenza lineare reale priva di rette direttrici (reali) un fatto analogo. — (***).

(*) Se ne trae ad esempio che la catena spaziale si può considerare come l'intersezione di tre ∞^5 costituite da catene semplici di piani aventi comune un piano (da cui si astrae) e quindi, analogamente alla nota precedente, si può rappresentare così:

$$\begin{vmatrix} A & B & C & D \\ \bar{A} & \bar{B} & \bar{C} & \bar{D} \end{vmatrix} = 0 .$$

(**) Proseguendo i ragionamenti fatti qui e al n. 19 si vede subito che: *in ogni spazio di dimensione pari tutte le antinvoluzioni hanno infiniti punti uniti, cioè ammettono una catena fondamentale; in uno spazio di dimensione impari vi sono invece delle antinvoluzioni con catene fondamentali e delle antinvoluzioni prive di punti uniti.*

(***) Per le antinvoluzioni in forme di 1ª specie abbiamo già considerata

24. Date due antinvoluzioni in una stessa forma fondamentale di specie r possiamo facilmente trovare il numero delle coppie di elementi omologhi che esse hanno a comune. Ogni tal elemento sarà in fatti unito per la collineazione che è prodotto di quelle due antinvoluzioni; e viceversa ciascuno degli elementi uniti ($r+1$ in generale) di questa collineazione avrà evidentemente uno stesso elemento per omologo in ambe le antinvoluzioni. Separando il caso di due elementi omologhi distinti da quello di due elementi omologhi coincidenti, abbiamo dunque che: *due antinvoluzioni di una forma di specie r hanno in generale a comune un certo numero k (tale che $0 \leq 2k \leq r+1$) di coppie di elementi omologhi distinti ed inoltre $r-2k+1$ elementi uniti.*

Così, ad esempio, due antinvoluzioni in una forma semplice hanno comune in generale una coppia di elementi omologhi distinti, oppure due elementi uniti. Due catene piane hanno sempre un punto a comune; in generale o ne hanno tre (e le tre rette che li congiungono a due a due), oppure ne hanno un solo, ma ammettono inoltre una coppia comune di punti armonici (sull'unica retta che esse hanno in tal caso a comune). Due antinvoluzioni dello spazio possono presentare in generale i seguenti casi: 1° quattro punti uniti comuni, 2° due punti uniti comuni ed una coppia comune di punti omologhi distinti, 3° due coppie di punti omologhi distinti a comune; in ciascuno di questi casi si vede poi subito quali piani e rette, congiungenti di quei punti, siano uniti oppure siano omologhi in entrambe le antinvoluzioni (*) — Noi prescindiamo, come si vede, dai casi particolari che la collineazione,

---

la relazione di *permutabilità.* Per due antinvoluzioni nel piano o nello spazio la condizione di permutabilità coincide (v. la nota al n. 17) con quella di dare per prodotto una collineazione involutoria del piano o dello spazio. Si avranno dunque ad esempio le antinvoluzioni spaziali permutabili ad una data facendo il prodotto di questa e di un'omologia armonica il cui centro ed il cui piano siano uniti per l'antinvoluzione, ovvero il prodotto di questa e di un'involuzione rigata i cui assi siano rette unite, oppure rette omologhe, per l'antinvoluzione.

(*) Occorrendoci ancora di considerarli in seguito, chiameremo *di 1ª* o *di 2ª specie* un triangolo unito di un'antinvoluzione piana secondo che tutti e tre i suoi vertici son punti uniti di questa, oppure uno solo è punto unito (e gli altri due son punti omologhi); e così *di 1ª*, *di 2ª* ovvero *di 3ª specie* un tetraedro unito di un'antinvoluzione spaziale secondo che tutti e quattro i suoi vertici sono uniti, o due soli, o nessuno.

prodotto delle due antinvoluzioni, può presentare sia pel coincidere di alcuni fra gli $r+1$ elementi uniti, sia pel diventare infinito il loro numero; questi vari casi particolari, ben noti, darebbero subito altrettante particolarità di posizione reciproca che due antinvoluzioni (o due catene) possono avere.

Collegando la proposizione generale vista dianzi con un modo di determinare le antinvoluzioni in una forma di specie r che fu esposto al n. 11, noi vediamo, almeno nei casi generali, che *due catene qualunque di una stessa forma di specie r individuano un sistema infinito (∞^r) di catene aventi a comune un certo numero k (tale che $0 \leq 2k \leq r+1$) di coppie di punti armonici ed inoltre $r-2k+1$ punti, e tale che per ogni altro punto (indipendente da quegli $r+1$) passa sempre una sola catena del sistema.*

25. Tutte le proposizioni viste sulle antinvoluzioni e sulle catene di una forma di 1ª specie si possono applicare senza modificazioni ad ogni forma semplice razionale, per esempio alle antinvoluzioni (e catene) fra i punti di una curva razionale o fra le generatrici di una rigata razionale. Ma conviene aggiungere alcune osservazioni speciali, che si collegano al n. 7, e che ci serviranno in seguito.

Se si ha un' antinvoluzione sovra una conica o sovra una cubica sghemba, segue dal n° citato che essa è contenuta in una ben determinata antinvoluzione del piano della conica ovvero dello spazio (la quale muta la conica o la cubica in se stessa). L'antinvoluzione piana avrà una catena doppia fondamentale, la quale, a seconda che l'antinvoluzione fra i punti della conica non ha punti uniti ovvero ne ha una catena semplice, non incontrerà affatto la conica, ovvero l' incontrerà secondo questa catena semplice (che noi, in opposizione alle catene semplici *rettilinee* o *di* 1° *ordine,* chiameremo catena semplice *conica* o *di* 2° *ordine*). Così se l' antinvoluzione piana è il coniugio sovra un piano reale, sicchè la conica sarà reale, i due casi corrispondono rispettivamente all'essere questa curva priva o no di punti reali. — Se invece si tratta di una cubica sghemba, a seconda che l'antinvoluzione fra i suoi punti è priva di punti uniti o ne ha una catena semplice *(cubica* o *del* 3° *ordine)*, l'antinvoluzione spaziale che la contiene sarà a sua volta priva o no di catena fondamentale: invero quando quest'antin-

voluzione ammette un piano unito questo taglia la cubica in 3 punti, tra i quali può accadere che vi sia una coppia di punti omologhi, ma certo vi sarà un punto unito.

Quanto alle antinvoluzioni (e catene) spaziali permutabili ad una data quadrica, ne abbiamo due specie (n. 7). Un'antinvoluzione di 1ª specie muta ciascuna schiera di generatrici della quadrica in se stessa. Se l'antinvoluzione che così si ha fra le generatrici di una schiera ha una catena semplice di rette unite, e se l'antinvoluzione spaziale ammette una catena fondamentale, quelle rette unite contengono delle catene semplici di punti uniti, e le generatrici dell' altra schiera passanti per questi saranno pure unite. Ne segue che se una sola delle due antinvoluzioni entro le schiere di generatrici ha elementi uniti, l'antinvoluzione spaziale non ammetterà una catena fondamentale. Invece se entrambe quelle antinvoluzioni semplici hanno rette unite, ed anche se entrambe ne sono prive, si vede facilmente che l' antinvoluzione dello spazio ha una catena fondamentale: se questa si compone dei punti reali, sicchè la quadrica è reale, essa è rigata nel 1° caso, ed è priva di punti reali nel 2°. — Un' antinvoluzione spaziale permutabile ad una quadrica e della 2ª specie fa corrispondere le due schiere di generatrici l'una all'altra in un'antiprojettività: gli ∞^2 punti d'incontro di generatrici omologhe sono punti uniti dell'antinvoluzione, la quale avrà dunque una catena fondamentale. Quella ∞^2 di punti equivarrà projettivamente a quella dei punti reali di una quadrica reale ellittica.

26. Abbiamo già avuto occasione di osservare come per projezioni le catene si mutino in catene. — Così se si projettano i punti di una catena spaziale sopra un piano da un punto esterno si ottengono i punti di una catena semplice di rette uscente dalla traccia della retta unita che passa pel centro di projezione. — E se in un piano son date una catena piana C ed una retta r e da un punto qualunque P esterno ad entrambe si proietta la catena sulla retta, questa viene ad apparire come catena doppia degenere, con un punto singolare A nella traccia su r della retta della catena passante per P; sì che mentre la corrispondenza fra i punti di r e quelli di C è generalmente univoca, al punto A di r corrispondono su C tutti i punti della catena rettilinea in cui questa è incontrata dalla retta PA.

Esaminiamo un po' meglio questa corrispondenza. Ogni catena rettilinea di C incontra in un punto la catena rettilinea posta su PA, e per conseguenza si proietta su r secondo una catena rettilinea passante per A. Ma una catena rettilinea *qualunque* di r è proiettata da P mediante una catena semplice di rette: la catena semplice delle rette corrispondenti rispetto all'antinvoluzione C uscenti dall'armonico P' di P sarà antiproiettiva, o - ciò che fa lo stesso, trattandosi di catene, - proiettiva a quella; e perciò genererà con quella una catena semplice conica (v. n. 25) posta su C. Vale a dire: alle catene rettilinee, o di 1° ordine, di r corrispondono su C delle catene coniche, o di 2° ordine (poste su coniche passanti per P e P'). Se poi si proietta una catena conica di C da P, allora, se la conica in cui sta la catena passa per P, le rette proiettanti formeranno evidentemente una catena semplice, sicchè si otterrà come proiezione su r una catena rettilinea. In caso contrario, considerando la catena conica su C come generata da fasci proiettivi di rette, anzi di catene rettilinee giacenti in C, fasci coi centri sulla catena conica medesima, si vede che la sua proiezione su r sarà una ∞^1 di punti, che diremo pure *di* 2° *ordine*, e che si genera in infiniti modi come luogo dei punti d'intersezione delle catene omologhe di due fasci proiettivi di catene rettilinee aventi un punto base in A e l'altro in un punto arbitrario della ∞^1. Essa è tagliata da una catena rettilinea di r in 4 punti al più (poichè due catene coniche di C si tagliano al più in 4 punti); ma se questa catena rettilinea passa per A, essa non può incontrarla che in altri 2 punti: il punto A è *doppio*. Le coordinate dei punti della catena conica si possono rappresentare come forme quadratiche di due parametri reali; ed in modo simile si potranno rappresentare quelle dei punti della sua proiezione. (*).

(*) Se la catena C si compone dei punti reali di un piano e P, P' sono i punti ciclici di questo, la corrispondenza considerata si riduce alla rappresentazione nota dei punti complessi di una retta r coi punti reali del piano; alle catene semplici od ∞^1 di 1° ordine di r corrispondono i cerchi (reali) del piano; ma ai punti reali di una conica reale qualunque corrispondono in generale su r i punti di una ∞^1 di 2° ordine, ecc.

A proposito dell'*ordine* di una ∞^1 iperalgebrica di punti di una retta r osserviamo ancora che esso fu definito in generale nella introduzione di questo Saggio; e che, se si rappresenta r sulla sfera reale, sicchè la ∞^1 ha per

Queste osservazioni ed altre che si potrebbero fare intorno alla corrispondenza fra C ed r si potrebbero anche, sopprimendo la r, riferire alla corrispondenza fra i punti di C e le rette che le proiettano da P. Trasportate allora per dualità, daranno delle proprietà della corrispondenza fra le rette di una catena piana C ed i punti di una retta r che ne sono le tracce. Questa corrispondenza è univoca, tranne pel punto d'intersezione di r con C al quale corrispondono in C le infinite rette di una catena semplice. Ad una catena semplice di r corrispondono in generale in C le rette di una ∞^1 di 2ª classe, cioè le tangenti di una catena conica; ma inversamente le tangenti di una catena conica segano r in generale secondo una ∞^1 di 2° ordine. Se fra due rette r, r' di un piano consideriamo la corrispondenza che si ha chiamando omologhi due punti che stiano su una stessa retta della catena piana C, avremo una corrispondenza univoca tranne che pei due punti in cui r, r' son tagliate da C, ognun dei quali ha per corrispondenti sull'altra retta tutti i punti di una catena semplice. Ora dalle ultime osservazioni segue che in generale questa corrispondenza univoca sarà *quadratica*, cioè farà corrispondere ad ogni catena rettilinea, od ∞^1 di 1° ordine, dell'una retta una ∞^1 di 2° ordine sull'altra retta (col punto singolare di questa per punto doppio). Solo quando r, r' fossero armoniche rispetto a C la corrispondenza si ridurrebbe ad un'antiproiettività (v. n. 21).

---

imagine una curva algebrica reale della sfera, cioè l'intersezione completa di questa con una superficie algebrica, l'ordine della ∞^1 di punti di r sarà precisamente l'ordine di quella superficie (mentre nella rappresentazione di r sul piano reale la ∞^1 d'ordine n ha per per imagine una curva d'ordine $2n$ con due punti n-pli nei punti ciclici, od una degenerazione di una tal curva). Quindi una ∞^1 di 2° ordine corrisponde all'intersezione della sfera con una quadrica, e dalle note proprietà di questa curva biquadratica, per es. dai coni quadrici che la contengono, seguono delle proprietà della ∞^1 di 2° ordine, le sue generazioni mediante fasci proiettivi di catene, l'esistenza di 2 o di 4 antinvoluzioni che la trasformano in se stessa, ecc. La ∞^1 di 2° ordine che sopra si è considerata in r è particolare avendo un punto doppio (è *razionale*, mentre quella generale è *ellittica*), la ∞^1 di 2° ordine generale di r non si può considerare come proiezione di una ∞^1 di 2° ordine non rettilinea: vedremo invece nel seguito di questo lavoro che si può ottenere come projezione di una ∞^1 piana di 3° ordine (intersezione di tre iperconiche) da un suo punto. — (Tutte queste osservazioni saranno completate da altre che si troveranno in altro scritto).

Se due catene doppie **C**, **D** di un piano si considerano come sezioni di uno stesso fascio P di rette, anche la corrispondenza univoca che così si avrà fra esse sarà in generale *quadratica*, in quanto che ad ogni catena rettilinea dell'una, per esempio di **C**, corrisponderà nell'altra **D** una catena conica (passante pel punto singolare di **D**, che è il suo punto d'incontro con la retta di **C** uscente da P). — Se dai due punti P, P′ armonici rispetto a **C** proiettiamo i vari punti di **C** sulla catena piana **D**, avremo in questa una corrispondenza quadratica, sezione della corrispondenza antiprospettiva fra i fasci P, P′, ed avente in conseguenza un punto unito nell'intersezione di **D** colla retta P P′: gli altri punti uniti saranno evidentemente i punti comuni a **C** e **D**, ed essi sono in generale, com'è noto, uno o tre; il che s'accorda col n. 24.

Nuove specie di Ditteri del Museo zoologico di Torino;

del Dott. E. Giglio-Tos

Diagnosi di alcune nuove specie di Ditteri.

Gen. ECHINOMYIA Dum.

E. magna n. sp. *Totius corporis longit. mill.* 18 *circ.* — *Abdominis latit.* (1) *mill.* 8 *circ.* — Mas: *Facies*, *genae et palpi flavo-sub-aureï: genae setis non munitae. Frons nigricante-lutescens, vitta media flavo-rubescente. Antennarum articuli primi testacei: tertius elongatus, superne nigricans. Aristae articulus secundus duplex primo brevi. Thorax niger albido-pubescens. Scutellum obscure ferrugineum. Caliptera flavescentia. Abdomen subrotundum, obscure ferrugineum, fascia media dorsuali nigra, nitida, ad anum non producta et postice*

---

(1) La larghezza dell'addome fu presa al margine posteriore del secondo segmento, dove si riscontra in generale la maggiore sua ampiezza.

attenuata, segmentis primo et secundo macrochetis marginalibus tantum praeditis: tertio et quarto albide tessellatis. Femora nigra, tibiae et tarsi ferruginei, pulvilli flavi. Alae paulo fuscescentes basi flavida.

Questa specie che si avvicina molto alla *E. grossa* Dum. per le dimensioni e le proporzioni del corpo ne differisce tuttavia grandemente per il colore generale del corpo, e specialmente per quello delle calittere. Differisce poi ancora dall'*E. regalis* Bell. (1) per la fascia dorsale più stretta e la mancanza di setole discoidali sul secondo e terzo segmento dell'addome e pel colore inoltre delle tibie e dei tarsi.

Non ne ho osservato che tre esemplari, tutti maschi, provenienti dai dintorni di Bra e mandati dal Prof. Craveri al Prof. Bellardi che li specificò col nome di *E. magna* nella sua collezione di Ditteri piemontesi: nome che ho creduto bene conservare, senza che abbia potuto tuttavia rinvenire di essa alcuna descrizione prima d'ora da lui pubblicata.

E. Bellardii. n. sp. — Mas: *Totius corporis longit. mill.* 12 *circ. — Abdominis latit. mill.* 4 *circ. — Facies argentea: palpi testacei: genae tribus vel duabus setis munitae. Frons nigra, duplici setarum serie praedita, quarum externa duabus setis, vitta media rufescente. Antennarum articuli primi testacei, secundus in medio infuscatus, tertius subrotundus, niger. Aristae articuli primi sub-aequales, breves. Thorax niger albido-pubescens, scutello rufescente. Abdomen elongatum, ferrugineum, fascia nigra dorsuali ad marginem posticum segmentorum dilatata, macrochetis marginalibus non tantum praeditum sed etiam nonnullis discoidalibus in duplici serie latero-mediana dispositis. Anus niger. Caliptera candida. Alae paulo fuscescentes, basi flavescente. Pedes nigri, tibiis obscure ferrugineis. Pulvilli albicantes.*

Foem distincta: *Totius corporis longit. mill.* 12 *circ. — Abdominis latit. mill.* 5 *circ. Antennarum articulo tertio minore, non subrotundo. Serie externa frontali tribus setis. Tarsis anticis dilatatis.*

(1) Questa specie fu descritta dal Prof. Bellardi in una lettera al Prof. Rondani e la sua descrizione fu pubblicata da quest'ultimo nel suo lavoro: *Dipterologiae italicae prodromus* — Vol. III, pag. 50.

Questa specie differisce dall'*E. argentifrons* Macq. per avere le spalle ed il torace di un colore nero uniforme e per le setole poste non solo ai margini dei segmenti addominali, ma anche in sul mezzo di essi. Mentre poi per la presenza di queste setole discoidali si avvicina all' *E. regalis* Bell. se ne allontana poi principalmente per la forma più esile del corpo, per la fascia dorsale meno larga e per la presenza delle setole sulle guancie. La disposizione delle setole addominali in doppia serie laterale-mediana avvicina questa specie a quelle del gen. *Micropalpus* Macq., dalle quali tuttavia si distingue principalmente per la lunghezza del terzo articolo delle antenne minore assai di quella del secondo.

Esaminai cinque esemplari di questa specie, di cui tre femmine e due maschi, presi nell'agosto del 1864 e nel luglio del 1870 nei dintorni di Valdieri (Valli di Cuneo).

E. Rondanii n. sp. — Mas: *Totius corporis longit. mill.* 14 *circ. — Abdominis latit. mill.* 5 *circ. — Facies argentea: genae argenteae, nudae. Frons nigrescente-argentea setarum serie una tantum praedita, vitta media rufa. Palpi testacei. Antennae nigrae, articulo secundo subaequali tertio subtruncato. Aristae articulus secundus longior primo brevi. Thorax niger. Scutellum nigrum. Abdomen flavido-testaceum, segmento primo macrochetis destituto, fascia nigra dorsuali in tertio et quarto segmento vel interrupta vel maxime attenuata. Anus niger. Alae fuscescentes basi flavescente. Caliptera candida. Pedes nigri. Pulvilli flavescentes.*

Foem. distincta: *Totius corporis longit mill.* 13 *circ. — Abdominis latit. mill.* 5 *circ. — Antennarum articulis primo et secundo rufescentibus. Serie externa frontali duabus setis. Humeris scutelloque ferrugineis. Femoribus nigro-rufescentibus. Pulvillis parvis. Tarsis anticis dilatatis.*

Questa specie che si distingue da tutte le altre con guancie senza setole per la mancanza di setole sul primo segmento dell'addome si avvicina sotto questo aspetto al gen. *Fabricia* Rob. Desv. col quale ha anche di comune l'interruzione della fascia nera dorsale dell' addome; ma ne differisce poi affatto per la forma sottile e non clavata dei palpi.

L' *E. Strobelii* Rond., assai simile a questa ha la fascia dorsale dell'addome assai larga ed ha dei peli sparsi sulle guancie.

Dei tre esemplari esaminati due sono maschi ed uno femmina e provengono tutti dai dintorni di Valdieri (Valli di Cuneo).

E. autumnalis n. sp. — Mas: *Totius corporis longit. mill.* 16 *circ.* — *Abdominis latit. mill.* 7 *circ.* — *Facies, genae et palpi flavo-sub-aurei: genae nudae. Frons flavida nigricans, una tantum setarum serie praedita, vitta media rufescente-testacea. Antennarum articuli primi testacei: tertius parum elongatus, niger, basi testacea. Aristae nigrae, articulo intermedio longiore primo brevi. Thorax niger, cinereo-pubescens, scutello, humeris, pleurisque testaceis. Abdomen testaceum, segmentis tertio et quarto flavide-tessellatis, fascia nigra dorsuali continue postice attenuata ad anum non producta. Abdominis segmentum secundum tribus, tertium octodecim saltem macrochetis marginalibus praedita. Alae paulo fuscescentes, basi flavia. Caliptera albide-flavescentia. Pedes omnino testacei. Pulvilli flavescentes.*

Foem distincta: *Statura paulo minore. Antennarum articulo tertio breviore et obtuso. Frontis externa serie tribus setis. Tarsis anticis dilatatis.*

Questa specie, sebbene si avvicini assai all'*E. fera* Dumer. se ne differenzia tuttavia per la mole del corpo alquanto maggiore, per il terzo articolo delle antenne non *interamente* nero, per le coscie del tutto testacee, per la fascia dorsale non allargata ai margini anteriori di ogni segmento ed infine poi per la presenza di almeno diciotto setole sul terzo segmento dell' addome, mentre queste non arrivano mai a tal numero nell'*E. fera*. Tutti questi caratteri riuniti dànno a questa nuova specie di Echinomia un aspetto assai differente da quello dell'*E. fera* ed ho creduto perciò dovere distinguerla da questa.

Gli esemplari esaminati, maschio e femmina, provengono dalle colline di Torino e più propriamente dai dintorni del villaggio di Pino torinese.

Gen. FABRICIA Rob. Des.

F. nigripalpis n. sp. — *Totius corporis longit. mill.* 15 *circ.* — *Abdominis latit. mill.* 6 *circ.* — Mas: *Facies et genae*

rubescente-argenteae. Frons albide-nigricans, vitta media rufa. Antennae nigrae, articulo tertio apice truncato. Aristae articulus intermedius satis longior primo brevi. Palpi nigri seu nigricantes. Thorax niger. Scutellum obscure ferrugineum. Abdomen rubescente-testaceum, fascia dorsuali nigra, nitida, lata, ad basim tertii segmenti interrupta, anum circumdante. Alae paulo fuscescentes basi flavida. Caliptera candida. Pedes nigri. Pulvilli albide-flavescentes.

Foem. distincta: *Serie frontali externa duabus setis. Aristae articulo secundo minore. Abdominis maiore latitudine, fascia dorsuali latiore. Tarsis anticis dilatatis.*

Questa specie assai affine alla *F. ferox* Meig. ne differisce per la colorazione nera dei palpi e ferruginoso-cupa dello scudetto. In generale inoltre la fascia dorsale nera dell' addome è in essa meno dilatata; ma può variare moltissimo sotto tale aspetto.

I vari esemplari esaminati tutti provengono da regioni alpine, vale a dire da Fenestrelle (Val di Susa), Usseglio (Valle di Viù), Valdieri (Valli di Cuneo) ecc.

Le cinque sopradescritte specie di Ditteri trovai nella Collezione di Ditteri piemontesi che il compianto Prof. Luigi Bellardi già da molti anni aveva iniziato ed arricchiva continuamente con nuove raccolte. Tale preziosa collezione è ora proprietà del Museo zoologico di Torino, al quale il Prof. Bellardi, morendo, la destinava in legato testamentario.

Alcune osservazioni intorno al modo di formazione e di accrescimento delle glandole gastriche;

Nota del Dott. I. Salvioli, Assistente

Molti sono i lavori fatti nei tempi passati, allo scopo di investigare in qual modo si sviluppassero le glandole gastriche; nonostante ciò le nostre cognizioni sono ancora scarse, giacchè i risultati ottenuti dai diversi osservatori sono assai discordi gli uni dagli altri.

Il primo che si occupò di tale questione fu il Kölliker (1), che nel 1852 dall'esame dello stomaco di alcuni embrioni umani ricavò essere le glandole gastriche nel loro primo formarsi rappresentate da germogli solidi dell'epitelio, protrudenti nello strato mesodermico sottostante.

Laskowsky (2) invece esaminando embrioni di majale vide che l'epitelio non aveva nella formazione glandulare che una parte del tutto passiva, giacchè le glandole secondo lui sarebbero dovute a rialzamenti ed infossamenti del foglietto fibro-intestinale, rivestiti da uno strato unico di cellule epiteliali cilindriche.

Assai analoghi a quelli di Laskowsky, sono i risultati ottenuti da Braud (3). Senonchè, secondo questo osservatore l'epitelio di rivestimento sarebbe sin dal bel principio stratificato. Solo più tardi diventerebbe ad un solo strato nei punti più elevati, rimanendo stratificato negli infossamenti.

(1) Kölliker, *Mikroskopische Anatomie,* 2 Bd., 2 Häfte, 1 Abth. 1852. S 199.

(2) Laskowsky, *Ueber die Entwicklung der Magenvand.* — Sitzb. d k. Akad. d. Wiss. Bd. 58, Abth. II, 1868.

(3) Brand, *Beiträge zur Entwicklung der Magen-und Darmwand.* — Wurzburg Verandlungen 1877.

Questa idea fu accettata completamente da Kölliker (1), come risulta leggendo la seconda edizione del suo trattato di Embriologia. Sewall (2) descrive l'epitelio gastrico dell'embrione di pecora come costituito nei primi periodi di vita da un unico strato di cellule, poi nelle fasi ulteriori da più strati. Più tardi per un irregolare formazione cellulare si formano delle sporgenze epiteliali accompagnate da uguale accrescimento dello strato mesodermico sottostante: queste salienze assumono la forma di creste, che percorrono la superficie dello stomaco in varie direzioni. Per una continua moltiplicazione di tali creste se ne formano sempre delle nuove, in modo che gli spazi che esse limitano diventano così piccoli da essere in ultimo ridotti a fini canali che sono le prime origini delle future glandole gastriche. In quanto alla derivazione delle cellule di rivestimento e delle cellule principali, egli ritiene che le prime, cioè le cellule di rivestimento (delomorfe), siano nei primi giorni dello sviluppo il risultato di una trasformazione delle cellule glandolari embrionali, mentre quelle che si formano dopo traggano la loro origine da speciali cellule dello strato mesoblastico. Le cellule principali (adelomorfe) invece sarebbero il prodotto o della divisione, o di una diretta trasformazione delle cellule di rivestimento.

Toldt (3) nell'anno 1880 studiando la mucosa del gatto, vide che nell'epitelio gastrico del fondo vi sono due qualità di cellule, cellule piramidali che hanno la loro base rivolta verso il lume dello stomaco, e cellule di ricambio (Ersatzzellen) che hanno la loro base rivolta verso lo strato fibro — intestinale. — Secondo lui tutto il processo di formazione glandolare è posto nello strato epiteliale, si formano cioè nella parte profonda di detto strato degli ammassi di cellule, che per successive trasformazioni danno origine ad un piccolo infundibolo (glandola primitiva). — Ognuna di queste glandole primitive dà luogo ad altre glandole, e ciò avviene perchè nel fondo cieco si sviluppano delle pieghe, o per dir meglio delle villosità, che col loro accrescimento riducono il lume glandolare, che dapprima era unico,

---

(1) Kölliker, *Entwicklungsgeschichte*, 2 Aufl. 1879, S 851.

(2) Sewall, *The developement and regeneration of the gastric glandular epithelium during foetal life and after Birth.* Journal of Physiology, 1878, vol. 1.

(3) Toldt, *Die Entwicklung und Ausbildung der Drüsen des Magens.* — Sitzungb, d. Akad. d. Wiss. Bd. 82, Heft II, abth 3.

in tante altre cavità. Tanto le cellule delomorfe, come le cellule adelomorfe hanno origine per trasformazione delle cellule glandulari preesistenti.

Parlando poi della formazione delle glandole piloriche egli descrive la mucosa come formata da gruppetti di cellule cilindriche fra cui stanno speciali cellule corte chiare e finamente granulose Tale sarebbe la prima origine delle glandole mucogastriche.

Per ultimo nell'anno 1888, il prof. Griffini in unione col D^r Vassale (1), studiando nel cane il modo di riprodursi della mucosa del fondo dello stomaco, vide che l'epitelio che va a ricoprire la perdita di sostanza, e che deriva dai tubi glandolari intaccati dei bordi, si fa da cubico ben presto cilindrico, e ad uno strato unico. Nello strato profondo di questo epitelio si notano delle cellule in scissione cariocinetica, che fanno protrusione verso il connettivo sottostante, mentre nella superficie libera in corrispondenza di tali punti si rivela un incavo imbutiforme. Questi sarebbero i primi abbozzi glandolari. Tali osservazioni concordano assai con quanto trovò Toldt: in questo solo differiscono, che Toldt, per spiegare la formazione del lume glandolare, ricorre all'ipotesi di una degenerazione delle cellule centrali del cumulo formato, mentre gli A. ammettono che le cellule proliferando verso il connettivo si infossano in esso lasciando così un incavo imbutiforme che rappresenta il lume glandolare. — La formazione di nuovi tubuli glandolari poi sarebbe dovuta a parziali proliferazioni delle cellule delle pareti del tubo, allo stesso modo come si forma il primo abbozzo glandolare: Infine ritengono con Toldt che le cellule di rivestimento derivino dalle cellule principali, e che esse si formino da prima nel fondo della glandola.

Ecco quanto ci fornisce la letteratura medica su questo argomento. Le opinioni sono ancora assai discordi, e perciò ho creduto cosa non inutile studiare lo sviluppo e l'accrescimento delle glandole gastriche in rapporto all'accrescimento cellulare.

Gli autori che mi hanno preceduto in questo studio non potevano disporre di questo valido aiuto: solo il Griffini ed il Vassale studiarono la formazione delle glandole per mezzo della cariocinesi, ma nel loro caso si trattava di riproduzione non di sviluppo, ed essi stessi ammettono che possa darsi che questo, per

---

(1) GRIFFINI e VASSALE, *Sulla riproduzione della mucosa gastrica.* Tipi Società Tipografica — Modena.

qualche minuto particolare, nell'embrione possa presentarsi in modo più o meno differente dalla riproduzione.

Le mie ricerche furono fatte esclusivamente sul coniglio, cominciando dall'embrione lungo appena 2 cm. per arrivare grado grado al coniglio adulto.

Adoperavo animali appena uccisi e, trattandosi di embrioni, ho avuto ogni cura onde mantenere lo stomaco possibilmente nelle medesime condizioni come quando era vivente, mantenendo cioè distese le sue pareti. Questo scopo lo si può raggiungere in varie maniere. Il modo più semplice si è quello di immergere lo stomaco ripieno del liquido mucoso giallo-verdastro che normalmente contiene nel liquido fissativo: per essere però più certi della conservazione perfetta degli elementi dei tessuti, è meglio iniettare pel duodeno dentro allo stomaco o alcool o liquido del Flemming, ed immergere lo stomaco così disteso nei rispettivi liquidi fissatori.

Altre volte ho aperto lo stomaco incidendolo dal cardias al piloro passando per la grande curvatura, e l'ho fissato con spilli ad una tavoletta di sughero. Questo sistema che in molti casi mi ha dato eccellenti risultati, non è però sempre raccomandabile, perchè non potendo regolarsi la tensione delle pareti, può la mucosa alle volte alterarsi nella sua costituzione.

Credo inutile descrivere qui minutamente i metodi di colorazione, perchè essi sono i soliti: carmino, ematossilina e colori basici di anilina. Ciò premesso, ecco i risultati delle mie ricerche.

Nell'embrione di coniglio lungo poco più di 20 mm., lo stomaco, che ha dimensioni piccolissime, è costituito di due parti essenziali: uno strato mesoblastico che più tardi si trasformerà in tonaca connettiva e tonaca muscolare, ed uno strato epiteliale. Del primo non mi occuperò molto, giacchè il più importante per me è il secondo, o l'epiteliale. Questo è composto di cellule allungate nel senso perpendicolare alla superficie, con abbondante protoplasma granuloso a contorni poco marcati, e fornite di un nucleo ovale vescicolare. Esse sono disposte coi loro nuclei in piani diversi, in modo da dare l'aspetto di un epitelio stratificato dello spessore di circa 23–25 μ. L'aspetto e la struttura di tale epitelio è uguale qualunque sia la porzione dello stomaco che si esamina. Tanto il suo bordo libero come quello che è a contatto col mesoderma sono lisci, cioè non presentano nè rialzi nè infossamenti.

In quanto riguarda la proliferazione cellulare vi si notano numerose figure cariocinetiche, le quali sono sempre disposte nelle

cellule che stanno nella parte più superficiale dello strato epiteliale, cioè in quelle cellule a cui Toldt ha dato il nome di piramidali. Le fig. 1 e 2 dimostrano chiaramente questo fatto, il quale è di molta importanza, perchè ci servirà a dare la spiegazione di quanto riscontreremo più tardi in embrioni più sviluppati.

Nell'embrione lungo 42 mm. noi vediamo che la mucosa gastrica ha acquistato caratteri molto diversi. In fatti dall'esame di sezioni perpendicolari alla superficie risulta che lo strato mesodermico è aumentato assai di spessore, mantenendosi però sempre, nel bordo che sta a contatto coll'epitelio, liscio e rettilineo. Invece lo strato epiteliale soprastante, nel suo bordo libero, descrive una linea festonata in causa di numerosi rialzi di forma conica o rotonda, più o meno alti e più o meno avvicinati fra di loro. Con forti ingrandimenti si vede che questi rialzi sono formati esclusivamente da cellule epiteliali (fig. 3) le quali differiscono per alcuni caratteri dalle altre cellule che stanno nello strato inferiore. La loro forma è di pera, molto allungata, giacchè colla parte rigonfia sporgono nel lume dello stomaco, mentre l'estremità assottigliata si vede impiantarsi sovente nello strato mesodermico. Posseggono un nucleo rotondo, ovale od allungato, posto quasi sempre nella parte rigonfiata che si colora intensamente colle diverse sostanze coloranti, e più specialmente col carmino e coll'ematossilina. Le cellule, invece, che stanno negli infossamenti hanno un aspetto più chiaro, sono fornite di protoplasma abbondante granuloso a contorno indeciso, e posseggono un grosso nucleo rotondo vescicolare con maglie evidenti, e grossi nucleoli Nei punti ove l'infossamento è stretto esse sono disposte in più strati: quando l'infossamento è più ampio, allora esse tendono a disporsi in uno strato solo.

Numerosissime sono qui pure le mitosi: esse si trovano di preferenza nelle cellule che costituiscono il rialzo epiteliale e più specialmente nelle cellule che stanno all'apice di esso; più raramente nell'altra forma cellulare (Fig. 5).

Dal semplice esame di una sezione trasversale di tale mucosa gastrica noi non possiamo avere un' idea del come sia la vera disposizione dei rialzi sopradescritti, se cioè si tratti di tanti ciuffetti isolati, oppure, come vorrebbe Sewal, di creste longitudinali che percorrono tutta la superficie dello stomaco. Si arriva facilmente a decidere la questione, sia paragonando fra loro molte sezioni fatte in serie, sia, e questo è più comodo e più

istruttivo, praticando sezioni parallele alla superficie dell'organo. La figura 4 è una copia fedele di uno di tali preparati. In essa vediamo in *a* le sezioni trasverse delle cellule costituenti il rialzo, che spiccano assai sulle altre per il loro colorito oscuro. Esse limitano delle figure circolari molto irregolari, dentro cui stanno le cellule chiare *b* che nelle sezioni trasverse abbiamo visto riempire gli infossamenti.

I rialzi quindi costituiscono una rete continua, le cui maglie rappresentano tanti piccoli alveoli a forma d'imbuto, i quali sono il primo abbozzo delle future glandole gastriche.

Volendo trarre una conclusione da quel poco che ho esposto finora, basandosi specialmente sulla presenza delle mitosi, si potrà dire, che la prima origine della glandola gastrica è dovuta ad una grande proliferazione degli elementi superficiali costituenti lo strato epiteliale. Le cellule neoformate essendo in numero esuberante rispetto all'ampiezza dello strato mesodermico che le sostiene, fanno sporgenza nel lume dello stomaco, perchè qui trovano minore resistenza, e danno così luogo ai rialzi descritti.

Non si saprebbe come spiegare in altro modo la presenza di tante mitosi nelle cellule superficiali, essendo escluso che esse servano a sostituire cellule cadute, giacchè questo epitelio non si desquama, come ha dimostrato Laskowski, il quale esaminò il contenuto mucoso degli stomaci d'embrioni. D'altra parte non si saprebbe spiegare a mio avviso la presenza dei rialzi sopradetti; infatti non si può ammettere che essi dipendano dal fatto che, contraendosi la parete gastrica, esse siano state spinte fuori meccanicamente, giacchè, come dissi sopra, ebbi cura di mantenere lo stomaco disteso, poi perchè le cellule dei rialzi hanno caratteri diversi dalle cellule degli infossamenti.

Alla formazione delle glandole gastriche concorre nelle prime fasi solo il tessuto epiteliale, giacchè il tessuto mesodermico o connettivo, al contrario di quanto afferma Sewal, si mantiene estraneo a queste modificazioni. Solo più tardi, come vedremo, il connettivo prende parte importante all'accrescimento dell'infundibolo glandolare.

Molto simili alle mie furono le conclusioni a cui arrivò Patzelt (1), studiando lo sviluppo delle glandole dell'intestino

(1) PATZELT, *Ueber Entwiklung der Dickdarmschleimhaut*, Wiener Sitzungsberichte, Bd. 84, abth. III.

crasso, giacchè esso pure descrive rialzi epiteliali, a forma irregolarmente circolare, limitanti tante piccole cavità, o future glandole. Questo autore però non avendo conservate nel suo materiale di studio le figure cariocinetiche, non potè determinare in quali punti si manifestasse maggiormente la proliferazione cellulare.

Prima di progredire in questo studio voglio far notare, che lo stomaco non si sviluppa ugualmente e contemporaneamente nelle diverse sue parti, ma bensì vi sono porzioni in cui l'epitelio si mantiene ancora liscio, ed altre in cui gli infossamenti glandulari sono bene sviluppati: in generale si può dire che la grande curvatura nella porzione più vicina al piloro presenta uno sviluppo precoce.

Proseguiamo ora nel nostro studio prendendo ad esame la mucosa gastrica dell'embrione di 50 millimetri di lunghezza, e noi troveremo altri fatti degni di nota. Gl'infossamenti, che ora potremo già chiamare infundiboli glandolari, sono diventati più evidenti (fig. 6) perchè le cellule chiare che stanno nel loro fondo, sia per essere cresciute di numero, sia per essersi disposte in uno strato unico, ne hanno aumentato l'ampiezza. I rialzi epiteliali sono essi pure un poco aumentati in altezza (45μ), molto più in larghezza (30μ); le cellule che li costituiscono non sono più così allungate come negli stadii anteriori ma si sono fatte un po' più corte; sono disposte ancora fitte fitte l'una contro l'altra, ma le superiori tendono già ad acquistare una forma piramidale e a disporsi in serie; posseggono un nucleo ovale che si colora ancora assai intensamente. Ciò che è da notare, poi, è che alla base del rialzo si nota un infossamento, più o meno pronunciato a seconda dei casi, nell'interno del quale penetra una propaggine di tessuto connettivo (fig. 6 *a*).

Negli stadii un po' più avanzati, questa propaggine connettiva è molto più sviluppata, e si presenta sotto la forma di una sottile linguetta (fig. 7 *a*) costituita da nuclei sottili ed allungati molto tingibili, circondati da scarsissimo protoplasma e da sostanza intercellulare. Tale propaggine si prolunga nell'interno del rialzo per circa $^{2}/_{3}$ della sua lunghezza. Le cellule epiteliali, quindi, che dapprima costituivano da sole tutto il rialzo, ora ne formano solo la parte esterna; quelle poi che costituiscono l'apice hanno acquistato una più netta forma piramidale, e tendono sempre più a disporsi in una serie sola. Il loro nucleo non si colora più così intensamente come negli stadii anteriori, è

ovale allungato, ed ha un reticolo discretamente evidente. Le cellule che tappezzano il fondo mantengono quasi inalterati i loro caratteri morfologici di cellule embrionali.

Molto numerose sono le cellule in scissione cariocinetica. Esse stanno di preferenza nelle cellule del rialzo, raramente nella parte alta, più frequentemente ai lati di esso: sono anche numerose nelle cellule dell'infundibolo, e nelle cellule connettive, specialmente in corrispondenza delle villosità.

Tre sono dunque i fattori che concorrono all'aumento dell'infundibolo, cioè, la proliferazione delle cellule epiteliali del rialzo, per cui aumenta la parte che potremo chiamare escretoria: la proliferazione delle cellule del fondo, per cui cresce la parte secretoria, e l'aumento del connettivo che sta nell'interno del rialzo.

Nell'embrione di 65 mm. di lunghezza (fig. 8) noi vediamo che la mucosa gastrica presenta i suoi infundiboli già assai ben formati Essi misurano in altezza circa 86 a 90 μ. I rialzi che lateralmente li limitano sono diventati molto larghi, poichè alcuni misurano 60 μ, le sue cellule si sono disposte in uno strato solo, sostenute da un grosso cordone connettivo con belle cellule, e abbondante sostanza fondamentale fibrillare. Le cellule rivestenti il rialzo presentano aspetto diverso a seconda del punto dove si considerano. Verso l'apice esse sono assai lunghe ($25 - 30\,\mu$), e strette ($5 - 6\,\mu$), sono avvolte da protoplasma granuloso, e contengono un nucleo ovale del diametro di $13 \times 3,6\,\mu$, posto vicino al loro bordo libero. Ai lati del rialzo queste cellule si fanno più corte, e gradatamente si trasformano nelle vere cellule glandolari embrionali che tappezzano il fondo. Queste hanno una forma un po' cubica, alte circa $15 - 17\,\mu$; il loro protoplasma è chiaro, non molto copioso, ed hanno un nucleo vescicolare che misura $10 - 12\,\mu$.

A questo punto noi possiamo dire che l'infundibolo è diventato un abbozzo perfetto della futura ghiandola, perchè sono già bene differenziati gli elementi che devono costituire le diverse parti di questa. Le cellule del rialzo, oltre ad essersi modificate nei loro caratteri morfologici, si sono anche cambiate molto per quanto riguarda la moltiplicazione cellulare. Infatti noi non riscontriamo più alcuna traccia di mitosi nelle cellule che rivestono la sommità del rialzo, mentre sono assai numerose nelle cellule del fondo, od in quelle che stanno ai lati del rialzo stesso. Ciò significa che ben presto l'accrescimento cellulare si localizza in

speciali punti d'elezione; il che è un fatto necessario perchè l'organo possa assumere una determinata forma.

L'infundibolo glandolare cresce assai di lunghezza, e specialmente la sua porzione alta; or bene, siccome le cellule cilindriche della sommità del rialzo sono cellule adulte che non si scindono, dobbiamo ammettere di necessità, che le nuove cellule rivestenti il rialzo, derivino da cellule del fondo dell'infundibolo. Si verifica quindi assai presto quanto il prof. Bizzozero e Vassale (1) riscontrarono nelle glandole gastriche, e quanto più tardi il prof. Bizzozero (2) riscontrò nelle glandole dell'intestino, che cioè le cellule che rivestono la superficie libera, derivano dalla proliferazione rispettivamente delle cellule delle fossette gastriche, e di quelle del fondo delle glandole del Galeati.

Nell'embrione lungo 9 cm. gli infundiboli sono diventati assai più lunghi, giacchè lo spessore della mucosa è in media di 120 μ. Quelli della regione pilorica, si distinguono poco bene da quelli della regione cardiaca. Solo nel fondo delle future glandole peptiche si riscontra il primo accenno delle cellule di rivestimento (Belegzellen), cioè noi vediamo in mezzo alle altre cellule che misurano $7 \times 8 \mu$ con un nucleo del diametro di $6,5 \mu$, altre cellule più grosse ($13,6 \times 9,6$), il cui protoplasma granuloso ed opaco si colora intensamente coll'acido picrico.

In questo periodo noi vediamo bene quale sia il modo con cui l'infundibolo si trasforma in una ghiandola completa costituita da una fossetta e dai tubuli glandolari che in essa vanno a sboccare. Io non mi dilungherò molto a descrivere questo fatto perchè Toldt ne ha trattato assai estesamente. Dirò solo che qui si ripete quanto si verifica per la formazione dei primi infundiboli glandolari. Nel fondo del tubo glandolare si vedono formarsi delle prominenze cellulari, nei cui elementi sono numerose le cellule in scissione: crescendo in altezza questo gettone epiteliale, esso si fa cavo, e nel suo asse penetra una propaggine di tessuto connettivo, che cresce attivamente come lo dimostrano le mitosi che in esso si trovano. Generalmente queste prominenze epiteliali, una volta arrivate ad una certa distanza dallo sbocco della glandola, si arrestano, dando così luogo a glandole com-

(1) Bizzozero e Vassale, *Sulla produzione e rigenerazione fisiologica degli elementi glandolari*. — Arch. Scienze Mediche, vol. XI, n. 12.

(2) Bizzozero, *Sulle glandole tubulari del tubo gastro-enterico*, ecc. — Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XXIV.

poste; altre volte probabilmente il gettone arriva fino alla superficie dello stomaco, ed allora si formano nuove individualità glandolari. In quest' ultimo caso le cellule dell'apice del gettone acquistano caratteri di cellule epiteliali cilindriche. L'aumento del gettone si fa, sia per un aumento delle cellule che stanno verso il fondo, sia per l'aumento delle cellule del suo apice.

Tralascio di descrivere caso per caso quanto trovai nei diversi animali esaminati dalla nascita fino al completo sviluppo. Riassumerò invece i fatti che più possono importare pel nostro argomento.

In un tempo assai corto le glandole assumono notevole sviluppo specialmente in lunghezza; aumenta di molto la parte che si conosce col nome di *fossetta*, meno la parte veramente glandolare.

Tale fatto che è molto accentuato nell' embrione di 9 cm., dove la fossetta costituisce i $^2/_3$ della lunghezza totale della glandola, dura però un tempo assai breve. Ciò forse può trovare la sua ragione nel fatto che le cellule del fondo, che negli embrioni più giovani contribuiscono colla loro proliferazione ad aumentare la lunghezza dell' infundibolo, qui sono specialmente utilizzate alla formazione dei gettoni epiteliali che stanno formando i nuovi tuboli glandolari. Quanto più l'animale cresce, tanto più cresce la parte glandolare, mentre la lunghezza della fossetta cresce assai poco.

La tavola che riporto dà un' idea esatta di quanto ho detto.

TABELLA A.

Età del coniglio	Lunghezza della fossetta	della parte secernente
Embrione 9 cm. (1)	74 μ	37 μ
Coniglio 4 giorni	68 μ	100 μ
» 11 »	125 μ	167 μ
» 20 »	115 μ	171 μ
» 57 »	142 μ	608 μ
» 83 »	136 μ	730 μ
» 114 »	250	670 μ
» 8 mesi	270	810 μ

(1) Qui veramente non esiste una fossetta. Io considerai come tale la parte dell'infundibolo tappezzata da epitelio cilindrico fino al punto in cui le cellule di tale epitelio si trasformavano in cellule glandulari embrionali.

Molto grandi sono le differenze che esistono in qualunque periodo di sviluppo tra la parte pilorica ed il fondo dello stomaco.

Ho già detto che vicino al piloro le glandole si formano prima che nelle altre parti. Per un dato periodo di tempo anche dopo la nascita le glandole piloriche sono sempre più sviluppate, più alte che quelle del fondo; arrivati però al coniglio di circa 20 giorni di vita extrauterina, il loro accrescimento si fa più lento, la loro lunghezza diventa uguale a quella delle peptogastriche, poi minore, e così durano per tutta la vita.

TABELLA B

Lunghezza delle glandole gastriche del coniglio.

Età dell'animale	Peptogastriche	Mucogastriche
4 giorni	168 μ	206 μ
11 »	292 μ	246 μ
20 »	296 μ	230 μ
57 »	750 μ	694 μ
83 »	866 μ	530 μ
114 »	820 μ	718 μ
8 mesi	1,080 μ	706 μ

Le glandole gastriche, a differenza di molti altri organi, impiegano molto tempo prima di arrivare al loro completo sviluppo. Ciò risulta, tanto dalla tavola precedente, come anche da questa che riporto ora per dimostrare l'aumento del loro diametro trasversale.

TABELLA C

Larghezza delle glandole gastriche del coniglio.

Età dell'animale	Peptogastriche	Mucogastriche
11 giorni	17-20 μ	17-20 μ
20 »	20-21 μ	24 μ
83 »	32 μ	22 μ
114 »	34 μ	30 μ
8 mesi	43 μ	25 μ

L'aumento in larghezza si fa più accentuato e più regolare nelle glandole peptiche.

Ora è interessante il vedere in che modo queste glandole aumentano di volume, e per prima cosa esamineremo come si comportino le cellule che tappezzano il lume glandolare, per quanto riguarda la loro forma, ed il loro volume. Nelle glandole peptiche fa d'uopo misurare due sorta di cellule, le cellule principali, e quelle di rivestimento: le prime hanno diametri abbastanza uguali in qualunque porzione della glandola esse si trovino, le seconde invece presentano differenze assai spiccate. Quelle che stanno vicino al colletto sono più rotondeggianti, e più piccole di quelle che stanno nel terzo medio; quelle del terzo inferiore rassomigliano assai nella forma alle cellule principali, da cui si distinguono solo pel protoplasma più granuloso e più colorabile. Perciò i valori che do di queste rappresentano una media di molte di esse esaminate in varie porzioni del tubo.

Le misurazioni furono fatte sempre su pezzi induriti e trattati allo stesso modo e possibilmente presi da animali che si trovavano nelle stesse condizioni fisiologiche.

TABELLA D

ETÀ	PEPTOGASTRICHE		MUCOGASTRICHE
	cellule di rivestim.	cellule principali	cellule mucip.
11 giorni	8,6 × 7,7 μ		8,6 × 7,7 μ
20 »	15,4 × 13,7 μ	12 × 8,6 μ	11 × 8,6 μ
57 »	18,9 × 14,7 μ	18 × 13 μ	
83 »	23,5 × 19,2 μ	23,2 × 15,4 μ	12 × 8,5 μ
114 »	21,1 × 17,5 μ	16,6 × 13,5 μ	13,7 × 11,6 μ
8 mesi	22,9 × 18 μ	20,8 × 13,2 μ	15,4 × 10 μ

Come si vede, le cellule aumentano di volume, giacchè, per esempio, tra quelle di coniglio di 11 giorni e quelle di coniglio di 8 mesi vi passa molta differenza, essendo che queste sono quasi il triplo di quelle: perciò noi dobbiamo ammettere che questo è un fattore molto importante nell'accrescimento della glandola. Però non deve essere l'unico, perchè altrimenti si do-

vrebbe avere un rapporto costante e diretto fra l'aumento in volume delle cellule e l'accrescimento in lunghezza della glandola, cosa che non si verifica, come appare paragonando l'aumento dei diametri cellulari nella Tabella D coll'aumento delle lunghezze ghiandolari nella Tabella B.

Non ci resta quindi altro che ammettere che le cellule aumentino di numero, e ciò potremmo ricavarlo dallo studio attento del modo di comportarsi delle mitosi in esse.

Esaminando un coniglio di 11 giorni si vede che anche in esso sono numerosissime le mitosi, come erano negli animali dei periodi precedenti. In una regione di mucosa gastrica del fondo lunga mm. 8,55 ne potei contare 160, di cui moltissime nel terzo medio, che è la porzione prevalentemente occupata dalle cellule di rivestimento, poche nel terzo inferiore, pochissime nel fondo cieco, non mai nell'epitelio che riveste la superficie dello stomaco. Quindi a questa età è evidente che le cellule aumentano di numero, e contribuiscono così ad allungare ed allargare il tubo glandolare.

La cosa riesce più difficile a capirsi nei periodi ulteriori, giacchè ben presto l'attività proliferante delle cellule si modifica molto, sia per quanto riguarda il numero, che la disposizione delle mitosi. Così nelle glandole peptiche di coniglio di 57 giorni noi troviamo assai rare le mitosi. La maggior quantità di esse si trova nel colletto (1) in quelle cellule che segnano il confine tra la fossetta e il tubo glandolare: nel terzo medio sono rarissime giacchè su molti tagli ho trovato soltanto una piastra equatoriale, e si trovava in una cellula posta a metà circa del tubo, e che aveva i caratteri di una cellula di rivestimento.

Nel coniglio di 83 giorni le glandole peptiche presentano assai numerose le cellule in scissione nelle fossette: due sole su 6 sezioni nel terzo medio, senza potere stabilire se fossero in cellula principale, o in una cellula di rivestimento.

Nel coniglio di 114 giorni sono numerosissime le mitosi nelle cellule che tappezzano il colletto e nessuna nelle altre cellule delle glandole peptiche. Finalmente nel coniglio di 8 mesi, numerosissime nelle fossette, qualche volta ho riscontrato delle mitosi nella por-

(1) Questo fatto fu già trovato da Bizzozero e Vassale, *Sulla produzione e rigenerazione fisiologica degli elementi ghiandolari.* — Arch. scienze mediche, Vol. XI, n. 12.

zione del tubo glandolare che sta subito al disotto della fossetta, o dove vi sono già le cellule di rivestimento. Alcune mi è sembrato fossero in cellule principali, altre in vere cellule di rivestimento.

Possiamo ora noi ammettere che con così poche mitosi, come noi riscontriamo nelle glandole peptogastriche del coniglio di 57-83-114 giorni, si possano produrre cellule in numero sufficiente da dare l'allungamento verificatosi? A mio parere nò, poichè il tubo glandolare cresce molto, e le cellule che si producono nel lume della glandola sono assai scarse; perciò dobbiamo ricorrere ad un altro fattore, ammettendo p. es. l'ipotesi che le mitosi che si trovano in quelle cellule non bene differenziate del colletto, oltre al fornire nuovi elementi all'epitelio rivestente la superficie dello stomaco, dieno anche cellule vere glandolari.

Mi è difficile per ora portare dei fatti che appoggino indiscutibilmente quest'idea. A ciò si arriva però per forza di ragionamento, poichè dal momento che si è costretti a ritenere che l'accrescimento del tubo glandolare avvenga per un aumento in numero degli elementi cellulari che lo costituiscono, e dal momento che noi non vediamo, se non in modo eccezionale, scindersi tali elementi, dobbiamo ammettere che i nuovi elementi glandolari si formino in altre parti della glandola e precisamente nel colletto. Ma v'ha di più; esaminando delle sezioni di mucosa del fondo di coniglio molto avanzato nello sviluppo ad es. di 83 giorni, noi vediamo in molte ghiandole, come già dimostrarono Bizzozero e Vassale, delle cellule di rivestimento circondate dalle cellule del colletto, e di queste ultime, alcune che si sono fatte più grandi, rotonde, con protoplasma finamente granuloso, e che si colorano discretamente in giallo coll'acido picrico. Si vedono cioè delle forme di passaggio fra le cellule del colletto e le cellule vere glandolari. Non si può però dire con certezza se esse sieno cellule principali, o di rivestimento: alcuni caratteri farebbero propendere però per le seconde. Finalmente non è raro vedere molte di queste cellule che stanno nel colletto, o subito sotto d'esso, in attività proliferante.

Ciò ammesso si dovrebbe pur ammettere che l'attività proliferante vada man mano scomparendo dal fondo della glandola verso il colletto, e che quindi le cellule tappezzanti il fondo delle glandole peptiche si possano considerare come le cellule più adulte.

Per quello che riguarda le glandole muco-gastriche, resta

confermato quanto già rilevarono Bizzozero e Vassale. In esse le mitosi sono sempre numerosissime. Diminuiscono però esse pure col crescere dello sviluppo della glandola: infatti se in una sezione di porzione pilorica di stomaco di coniglio di 11 giorni lunga 1 cm., si trovano 310 cariocinesi circa, in uguale porzione di stomaco di coniglio di 83 giorni se ne trovano solamento 180.

Concluderò dicendo che:

Il primo abbozzo delle glandole gastriche è dovuto a rialzi o germogli epiteliali i quali limitano tanti piccoli infossamenti imbutiformi contenenti elementi cellulari un po' differenziati da quelli che costituiscono i germogli.

Il connettivo nei primi periodi non partecipa affatto, e solo più tardi prende una parte attiva all'accrescimento della glandola.

Appena la glandola si è differenziata nelle sue varie parti, noi vediamo che le cellule all'apice del germoglio perdono la proprietà di scindersi; sono invece numerose le mitosi nelle cellule dell'infossamento.

Ad un dato periodo dello sviluppo, dal fondo dell'infundibolo si elevano dei gettoni epiteliali, i quali dividono l'infundibolo primitivo in tanti tuboli secondari, e probabilmente anche formano nuove individualità glandolari.

Le glandole aumentano molto in lunghezza, più le peptogastriche, che le mucogastriche.

Lo stesso dicasi per quanto riguarda il loro aumento in larghezza.

L'accrescimento è dovuto parte all'aumento dei vari diametri delle cellule costituenti la glandola, parte ad un aumento del loro numero.

Quest'ultimo fatto lo si verifica sempre nelle glandole mucogastriche; per le peptogastriche, invece, solo nei primi periodi della vita, giacchè ben presto le mitosi scompaiono dalle cellule del tubo glandolare. Perciò si è costretti ad ammettere, che nel colletto si formino continuamente tanto delle cellule che sostituiscono gli elementi mucipari della superficie dello stomaco, quanto delle cellule, che per successive trasformazioni diventano poi, o cellule principali, o cellule di rivestimento.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE.

Figura 1. Sezione trasversale di mucosa gastrica d'embrione di coniglio lungo 2 $^{1}/_{2}$ cm. Le mitosi sono disposte alla superficie dello strato epiteliale. Coll' indurimento lo strato mesodermico si è retratto molto più che lo strato epiteliale, il quale per questo si è distaccato da esso, ed ha acquistato delle ripiegature come si vede nella figura.

» 2. Mucosa della piccola curvatura d' embrione lungo 42 mm. Lo stato epiteliale è ancora liscio: vi si vede una cellula superficiale in scissione cariocinetica (diam. 640).

» 3. Mucosa pilorica di embrione di 42 mm. Sono manifesti i rialzi e gli infossamenti che danno origine alle future glandole gastriche. Qui pure l'epitelio si è distaccato dallo strato connettivo sottostante (diametro 640).

» 4. Sezione perpendicolare alla superficie della stessa mucosa; *a* sezione trasversa delle cellule dei rialzi; *b* cellule chiare dell'infundibolo (diam. 640).

» 5. Sezione trasversa di mucosa gastrica di embrione lungo 45 mm., i rialzi sono bene sviluppati, costituiti da più cellule molto allungate che sono in forte attività proliferante (diam. 640).

» 6. Mucosa gastrica di embrione di 42 mm. L' infundibolo è assai sviluppato: le cellule del fondo si sono disposte in uno strato solo. In *a* si vede come il connettivo cominci a penetrare nell' asse del rialzo (diam. 640).

» 7. Mucosa gastrica di embrione lungo 50 mm.: il connettivo *a* fa già parte del rialzo. Le mitosi tendono a disporsi ai lati del rialzo e nelle cellule del fondo (diam. 640).

» 8. Mucosa gastrica di embrione lungo 65 mm. Le mitosi sono solo nelle cellule veramente glandolari. Il connettivo e assai sviluppato (diam. 440).

RELAZIONE sulla Memoria:

Sulla teoria della trave continua

dell'Ing. Prof. CAMILLO GUIDI

La Memoria *Sulla teoria della trave continua* dal professore Guidi presentata all'Accademia ha lo scopo di mostrare per mezzo di un esempio pratico un procedimento per calcolare una trave continua da ponte con quel grado di rigore e di esattezza che è concesso dallo stato attuale della meccanica applicata alle costruzioni. È questo un procedimento per approssimazioni successive. Calcolate da prima le sollecitazioni massime (momenti flettenti e sforzi di taglie) in base all'ipotesi che la trave abbia una sezione uniforme, e trascurando le deformazioni prodotte dallo sforzo di taglio, l'Autore istituisce poi un secondo calcolo più completo tenendo conto della variazione della sezione trasversale, le cui dimensioni furono determinate in base al primo calcolo, e non trascurando le deformazioni prodotte dallo sforzo di taglio. La piccolezza delle differenze esistenti fra i risultati dei due calcoli può giustificare l'ommissione, che di solito si fa, del secondo calcolo, tanto più che per molte cause, che non si possono ben valutare, come è l'azione dinamica dei carichi in movimento, il materiale lavora effettivamente con sforzi sensibilmente diversi da quelli posti a base dei calcoli. Ma con ragione l'Autore osserva che il calcolo di seconda approssimazione non si dovrebbe ommettere nella ricerca della curva elastica corrispondente ad una data condizione di carico, e propriamente a quella del carico di prova, nella quale ricerca devesi mirare ad ottenere la massima esattezza concessa dallo stato attuale della scienza delle costruzioni, affinchè il giudizio sull'esecuzione dell'opera, che si deduce dal confronto della curva osservata con quella calcolata, non riesca illusorio. E l'Autore mostra un modo di costruire tale curva con metodo grafico-analitico abbastanza spedito.

Come introduzione alla trattazione del caso pratico, la quale forma la parte principale della Memoria, l'Autore ha riassunto brevemente alcune delle note formole relative alla flessione ed al taglio, seguendo il metodo basato sul teorema degli spostamenti virtuali, metodo tenuto dal Müller-Breslau nel suo libro: *Die neueren Methoden der Festigkeitslehre*, *Leipzig* 1886. In tale riassunto l'Autore tiene conto delle deformazioni prodotte dallo sforzo di taglio, che il Müller-Breslau trascura.

Noi riteniamo che il lavoro esaminato, pur non contenendo teoremi nuovi, possa tuttavia essere di giovamento ai cultori della scienza delle costruzioni per l'esposizione chiara, che esso offre, di un procedimento pratico di calcolo; riteniamo inoltre che nella materia, su cui verte la Memoria, anche un nudo esempio numerico possa tornare utile per illustrare un procedimento e per far risaltare la relativa importanza delle varie operazioni; quindi proponiamo che lo scritto del Prof. Guidi venga ammesso alla lettura.

G. Berruti
G. Ferraris, *Relatore*.

L'Accademico Segretario
Giuseppe Basso.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Marzo 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice Presidente dell'Accademia, FLECHIA, Direttore, Gaspare GORRESIO, Segretario della Classe, PEYRON, CLARETTA, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI.

Vien letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Antonio MANNO offre da parte dell'autore, Conte Eugenio CAIS DI PIERLAS, il libro: *Statuts et privileges accordés au Comté de Vintimille et Val de Lantosque par les Comtes de Provence »*, Genova, 1890, in-4°. Nota il Socio MANNO qual largo contributo di notizie abbia l'autore arrecato coll'opera sua alla storia del paese che ha impreso ad illustrare, non senza grave dispendio, a cui volonteroso soggiace per l'amore di cosifatti studi.

Il Segretario dà lettura del R. Decreto con cui in data del 27 gennaio 1890 è approvata la elezione del Socio Comm. FLECHIA, alla carica triennale di Direttore della Classe.

In questa adunanza sono eletti, il Prof. Pasquale VILLARI, Preside dell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfeziona-

mento in Firenze, a Socio nazionale non residente; il Prof. Ottone BÖHTLINGK, della Università di Jena, a Socio Straniero; ed a Soci Corrispondenti i signori Francesco BUONAMICI, della R. Università di Pisa, Bartolomeo CAPASSO Sovrintendente degli Archivi Napolitani, Alfonso CORRADI della R. Università di Pavia, Isidoro DEL LUNGO, della R. Accademia della Crusca, Roberto MOWAT, presidente della Società degli Antiquari di Francia, marchese J. F. de NADAILLAC, dell'Istituto di Francia, Canonico Prof. Carlo VASSALLO preside del R. Liceo Alfieri in Asti.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 23 Febbraio al 9 Marzo 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* Földtani Közlöny (geologische Mittheilungen); Zeitschrift der Ungarischen geologischen Gesellschaft, etc. redigirt von Dr. Moriz STAUB und Dr. Thomas SZONTAGH, Secret. der Gesellschaft; XIX Kötet, 7 bis 12 Füzet, Julius-Deczember 1889; in-8° gr.	R. Istit. geolog. d'Ungheria (Budapest).
Umgebungen von Alparét Blat $\frac{\text{Zone 17}}{\text{Col. XXIX}}$ (1 : 75,000); geologisch Aufgenommen und Erläutert von Dr. Anton KOCH. Budapest, 1890; 1 fasc. in-8° gr.	Id.
—— A magyar Kir. Foldtani etc.; II Pót-Czímjegyzéke; (zweiter Nachtrag zum Katalog der Bibliothek und allg Kartensammlung der Kgl. ung. geol. Anst; 1886-1888; etc. Budapest, 1889; 1 fasc. in-8° gr.	Id.
* A Bibliography of indian Geology; being a List of books and papers, relating to the Geology of British India and adjoining Countries, published previous to the end of A. D. 1887; compiled by R. D. OLDHAM, deputy Superintendent of the geological Survey of India: preliminary issue Calcutta, 1888; 1 vol. in-8° gr.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
The Collected mathematical Papers of Arthur CAYLEY; vol. II. Cambridge, 1889; in-4°.	Cambridge. * *

Istituto Wagner (Filadelfia). * Transactions of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia; vol. II. Philadelphia, 1889; in-8° gr.

La Direzione (Filadelfia). * The Journal of comparative Medicine and veterinary Archives, edited by W. A. Conklin,; vol. XI, n. 2· London, 1890; in-8°.

Soc. degli Studi delle Alte Alpi (Gap). * Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes: IX^e^ année, Janvier-Fevrier-Mars 1890, n. 1 (33). Gap, 1880; in-8°.

Università di Jena. * Eine Mischgeschwulst des harten Gaumens; Ein Beitrag zur Lehre von den Drüsen-Enchondromen; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde in der Medicin, Chirurgie und Geburtshülfe, der medicinischen Facultät'der Gesammt-Universität Jena; vorgelegt von Max Hoffmann. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber angeborene Pulmonalstenose; Inaug.-Diss. etc.; von Ernst Giese. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Wärmebildung beim Vogelembryo termometrisch untersucht; Inaug.-Diss. etc. von Henry de Soto. Jena 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Ausschaltung des Thränensakes: Eine historisch-kritiscke Skizze; Inaug.-Diss. von W. Ullrich. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ein Fall von supravaginaler Amputation des myomatös vergrösserten Uterus (Torsion des Uterus); Inaug.-Diss. etc.; von Ernst Siebers. Jena, 1888; 1 fasc in-8°.

Id. Ueber cyklische Albuminurie; Inaug.-Diss. etc.; von Haus Reck. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Vaginalpessarien; Inaug.-Diss etc.; von Paul Freyburg. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Drei Extirpationen maligner Ovarientumoren; Inaug.-Diss. etc.; von Karl Rossbach. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Methoden der Behandlung des Uteruskatarrhs; Inaug.-Diss. etc.; von Georg Niederbracht. Lemgo, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber operative Therapie der Retroflexio uteri; Inaug.-Diss. etc.; von Fritz Reich. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ein Beitrag zur multiplen Neuritis; Inaug.-Diss. etc. von Wilhelm Fischer. Langensalza, 1888; 1 fasc. in-8°.

Erkrankungen der Leber während der Gravidität und des Puerperium; Inaug.-Diss. etc.; von C. LINKE. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Jena.

Ueber Granulationsstenosen nach Tracheotomie; Inaug.-Diss. etc.; von Otto SCHNEIDER. Breslaw, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Experimentelle Beiträge zur Muskelchemie und zur Kenntnis der klinisch verwertheten Nitroprussidreactionen; Inaug.-Dissert. etc.; von Richard HEMALA. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Kenntniss und Klinisken Bedeutung der idiomusculären Wulstbildung; (Schiff's « idiomusculäre Contraction »); Inaug.-Diss. etc.; von Gustav RUDOLPHSON. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die localen Beziehungen zwischen der Perlsucht und der Tuberkulose des Menschen; Inaug.-Diss. etc.; von Max BAYARD. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ein Beitrag zur Lehre von intrauterinen Fruchttode an der Handeiner Casuistik von 184 hierher gehörigen Fällen der Münchener K. Universitäts-Frauenklinik aus den Jahren Ende 1883 bis Anfang 1888; Inaug.-Diss. etc.; von Otto GRASSMANN. Jena, 1888; 1 fasc. in-8° — Id.

Ueber Diagnose und Lösung peritonealer Adhaesionen des retroflectirten Uterus und der entsprechend verlagerten Ovarien; Inaug.-Diss. etc.; von Julius MALSCH. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beitrag zur Makroglossie; Inaug.-Diss. etc.; von Fritz PRAGER. Marburg, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Verwendung des Cocaïn in der Chirurgie; Inaug.-Diss. etc; von Selmar BOKOFZER. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ein Versuch über den Einfluss Mässiger Körperbewegung auf die Verdaung; Inaug.-Diss. etc.; von Jacob COHN. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Tumoren der Medulla oblongata; Inaug.-Diss. etc. von Ludwig GOLDBERG. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Cephalhaematoma neonatorum; Inaug.-Diss. etc.; von Carl HARMUTH. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Intravenöse Infusionen alkalischer Lösungen bei Coma diabeticum; Inaug.-Diss. etc.; von Felix GERMAR. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Jena. Statistische Mitteilungen über geburtshülfliche Operationen an der Frauenklinisk zu Jena; in den letzten 25 Jahren: Inaug.-Dissert. etc.; von R Hoffmann. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Diagnose der Bronchialdrüsentuberkulose; Inaug.-Diss. etc.; von Hugo Krumbholz. Weimar, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Lehre vom Erschöpfungsstupor; Inaug.-Diss. etc.; von Alphons Schaefer. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die physikalische Einwirkung von Sinkstoffen auf die in Wasser befindlichen Mikroorganismen; Inaug.-Diss. etc.; von Bruno Krüger. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber das Myxoedem; Inaug.-Diss. etc.; von Wilhelm Ponndorf. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ein Aneurysma traumaticum; Inaug.-Diss. etc.; von Richard Salomon. Braunschweig, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. 101 Kephalogramme; Eine psychiatrische Studie und Beitrag zur Antropologie; Inaug.-Diss. etc; von Carl Freiherr von Blomberg. Weimar, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Incontinentia urinae des Weibes und ihre Behandlung; Inaug.-Diss. etc.; von E. Mittelhäuser. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. 50 Fälle von Carcinoma mammae aus dem Diakonissen-Spitale in Riehen bei Basel operirt von Prof. Dr. Courvoisier in Basel, etc. Inaug.-Diss. etc.; von Eduard Brian. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Berichte über 50 Ovariotomien ausgeführt von B. S. Schultze in Jena in den Jahren 1884, 1885, 1886, 1887; Inaug.-Diss. etc., von Carl Parrucker. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ein Fall von periodisch-exacerbierender Oculomotorius-Lähmung; Inaug. Diss. etc.; von Karl Findenseen. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Beiträge zur Statistik der mehrfachen Schwangerschaft; Inaug.-Diss. etc.; von Paul Müller. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Erklärung der Bewegungsempfiindungen durch den Muskelsinn; Inaug.-Diss. etc.; von Karl Schäfer. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Methode der Fussgelenkresection, insberondere die Hueetersche Methode mittelst vorderen Querschnittes; Inaugur.-Diss. etc.; von Fritz Thierbach. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Ein Fall von Aneurysma arteriae femoralis traumaticum und gleichzeitigem Aneurysma arcus aortae; Inaug.-Diss etc.; von Conradin MÜLLER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Università di Jena.

Ueber einen Fall von Blutungen in die Gallenwege; Inaug.-Diss. etc.; von Johannes MONSE. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Behandlung der Atresia ani sive recti durch Anlegung eines provisorischen Anus Artificialis; Inaug.-Diss. etc.; von Georg WEIL. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Seekrankheit; Inang.-Diss. etc.; von Hans DITTRICH. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Castration wegen Epilepsia bei infantilem Uterus; Inaug.-Diss. etc.; von Walter LUTSCH. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zwanzig in der Universitäts-Frauenklinik zu Jena von 1885 bis August 1888 ausgeführte Laparo-myotomien; Inaug.-Diss. etc.; von Stephan LEITER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zusammenstellung des jetzigen Standes der Frage, über die Atiologie des Krebses; Inaug.-Diss. etc.; von Eugen STEMMER. Stuttgart, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Beziehung der erblichen Belastung zur Entwickelung des Gefässystems; Inaug.-Diss. etc.; von S. SIMCHOWITZ. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Behandlungsmethoden von Trichiasis und Entropium; Inaug.-Diss. etc.; von Carl HELLNER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Behandlung der Blutungen bei Atonia uteri post partum, insberondere durch Tamponade des Uterus mit Jodoformagaze; Inaug.-Diss. etc; von Ernst ROSENTHAL. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. I. V. CARUS in Leipzig; XIII Jahrg., n. 328. Leipzig, 1890; in-8°. — Prof. J. V. CARUS (Lipsia).

* Philosophical Transactions of the R. Society of London; vol. 179, A, 1888; B. 1889. London, 1889; in-4°. — Società Reale di Londra.

—— The R. Society; 30th November 1888; 1 fasc. in-4°. — Id.

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLVI, n. 285; vol. XLVII, n. 286. London, 1890; in-8°. — Id.

* Journal of the R. Microscopical Society of London; 1889, part. 6ª; 1890. part. 1ª. London, 1889-90; in-8°. — R. Società Microscopica di Londra.

Osserv. astron. dell'Un. di YALE (New-Haven). Transactions of the astronomical Observatory of Yale University; vol. I, part. 2. New Haven, 1889; in-4°.

Osservatorio Radcliffiano (Oxford). * Results of astronomical and meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory, Oxford, in the year 1885; etc. vol. XLIII. Oxford, 1889; in-8°.

Scuola nazionale delle Miniere (Parigi). * Annales des Mines, etc.; 8e série, t. XVI, 4 et 5 livraisons de 1889. Paris, 1889; in-8°.

Società dei viticoltori ital. (Roma). Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 4. Roma, 1889; in-8° gr.

Società degli Spettr. ital. (Roma). Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, pubblicato per cura di Pietro TACCHINI; vol. IX, disp. 1. Roma, 1890; in-4°.

Osservatorio di Tiflis. * Meteorologische Beobactungen des Tifliser physikalischen Observatoriums in den Iahren 1887-1888, herausg. von J. MIELBERG. Tiflis 1889; in-8° gr.

R. Acc. di Medic. di Torino. * Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino ecc.; anno LII, n. 11-12. Torino, 1889; in-8°.

Club alpino ital. Torino). * Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. IX, n. 2. Torino, 1890, in-8°.

Soc. meteor. ital. Torino. Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2a, volume X, n. 1. Torino, 1889; in-4°.

Istituto geol. di Vienna. * Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsaustalt zu Wien; 1889, n. 18; 1890, n. 1, 2. Wien, 1889-90, in-8° gr.

Vienna. * * Verhandlungen der K. K. Zoologisch-botanischen Gesallschaft in Wien; etc. Jahrgang, 1889; XXXIX Band, 4 Quartal. Wien, 1889; in-8°.

D. COLLADON. Réfutation péremptoire d'une brochure intitulée « *Étude historique sur l'emploi de l'air comprimé* » envoyée par M. DUFRESNE-SOMMEILLER, Elève de 1876 à l'École Centrale; par les onze élèves de cette École presents à Genève au mois de Décembre 1889; 1 fasc. litograf. in-4°.

L'Autore. F. RAVIZZA. — La Peronospora; Istruzioni pratiche per combatterla; 3a ediz. Torino, 1890; 1 fasc. in-8°

L'A. La fossetta faringea nell'osso occipitale dell'uomo; Ricerche del Dott. G. ROMITI. Pisa, 1890; 1 fasc. in-8° gr.

Appendice alla prima Memoria sulla lava vesuviana del 1631; par Arcangelo SCACCHI. Napoli, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

— I proietti agglutinati dell'incendio vesuviano del 1631; Nota di Arcangelo SCACCHI, Napoli, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

— La regione vulcanica Fluorifera della Campania; per Arcangelo SCACCHI; 2ª ediz. accresciuta e riformata. Firenze, 1890; 1 fasc. in-4°. — Id.

Ematite di Stromboli; Memoria del Prof. G. STRÜVER. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 2 al 16 Marzo 1890

Donatori

* Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knijga XCVII (Razred filol.-hist. i filos.-iudicki, XXVI). U. Zagrebu, 1889; in-8°. — Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. di Agram.

— Starine an sviet izdaie Jugosl. Akad. Znanosti etc.; Knjiga XXI. U. Zagrebu, 1889; in-8°. — Id.

— Monumenta spectantia historiam Slavorum meridionalium vol. XIX. — Acta coniurationem Petri a Zrinio et Francisci de Frankopan nec non Francisci Nadasdy illustrantia (1663-1671). Zagrabiae, 1888; in-8°. — Id.

* Sitzungsbericte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; XXXIX bis LIII, 24 October bis 19 december 1889 Wien, 1889; in-8° gr. — R. Accademia delle Scienze di Berlino.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 59-100. Firenze, 1890; in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze.

* L'Ateneo Ligure; Rassegna mensile della Società di Lettere e Conversazioni scientifiche di Genova; anno XII, Nov. Dic. 1889. Genova, in-8°. — La Direzione (Genova).

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXVI Band, n. 11. Gotha, 1890; in-4°. — Gotha. * *

Università di Jena.	Zur Reform der Armengesetzgebung; Inaug.-Diss. der hohen philos. Facultät der Universität Jena zur Erlangung der philos Doctorwürde von Albert Lühl. Zwönitz; 1 fasc. in-8°.
R. Accademia di Storia di Madrid.	* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XVI, cuad. 1, 2. Madrid, 1890; in-8°.
R. Istit. Lomb. (Milano).	Rendiconti del R Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXIII, fasc. 2-3. Milano, 1890; in-8°.
Id.	—— Frontispizio ed Indice del vol. XXII, 1 fasc. in-8°.
Soc. di Geografia (Parigi).	* Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de géographie, etc.; 1890, n. 3, pag. 41-72; in-8°.
L'A.	—— Table alphabétique des matières contenues dans le *Compte rendu*, etc. pendant l'année 1889; et *Ouvrages offerts à la Société*, etc.; pag. 413-469; in-8°.
Ministero delle Finanze (Roma).	Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° al 31 gennaio 1890. Roma 1889; 1 fasc. in-8° gr.
Ministero dell'Istruz. Pubbl. (Roma).	Bollettino ufficiale dell'Istruzione; Appendice al fascic. del Dicembre 1888 vol. XIV. Roma, 1 vol. in-8° gr.
R. Accademia dei Lincei (Roma).	* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. VI, fasc. 4, 1° sem. 1890. Roma, in-8° gr.
R. Istit. Veneto (Venezia).	Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. XXXVII, serie 7ª; t. primo, disp. 1, 2 e 3. Venezia, 1889-90; in-8°.
Imp. Istit. geolog. di Vienna.	* Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien, 1889; XXXII Band (der neuen Folge XII). Wien, 1889; in-8°.
L'Editore.	Souvenirs de mon séjour chez Emin Pacha El Soudani — Origine de la traite-cause de la révolte du Soudan — Insurrection et fin du Mahdi Mohamed Ahmed — Le Nil s'unit-il avec le Congo?; Relation écrite par le Dr. Zucchinetti, lue par le Comm. Tito Figari à la séance de la Société Khédiviale de Géographie du 25 nov. 1889 Le Caire, 1890; 1 fasc. in-4°.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

4166 (350) 7-v-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Marzo 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa Direttore della Classe, Bruno, Berruti, D'Ovidio, Bizzozzero, Ferraris, Naccari, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre e Basso Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Segretario dà comunicazione delle lettere dei Professori Eugenio Bertini e Gastone Darboux, colle quali gli scriventi ringraziano l'Accademia per la recente loro nomina a Soci Corrispondenti.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido* »; lavoro del Dott. Carlo Cattaneo, della R. Università di Siena, presentato dal Socio Naccari;

« *Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno* 1889 *all'Osservatorio della R. Università di Torino*, calcolate dal Dott. G. B. Rizzo, Assistente all'Osservatorio stesso, presentate dal Socio Naccari.

« *Sulla stabilità delle vôlte caricate colla regola di Schwedler* »; Nota dell'Ing. G. G. Ferria, Assistente nella Regia Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, presentata dal Socio Ferraris.

Infine il Socio Cossa fa verbalmente una comunicazione preventiva intorno alle ultime sue ricerche « *Sui composti del platino* », le quali formeranno oggetto di una Memoria che egli si propone di presentare in una prossima seduta.

LETTURE

Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido;

Nota del Dott. Prof. CARLO CATTANEO

G. Vicentini e D. Omodei nel loro lavoro sulla densità e dilatazione termica di alcuni metalli allo stato liquido (*), pel quale adottarono come migliore di tutti il metodo dilatometrico, non poterono sperimentare lo zinco e l'antimonio in causa della loro elevata temperatura di fusione; però in seguito (**) nell'altro lavoro sulla dilatazione termica delle leghe binarie allo stato liquido, dopo di avere studiato varie leghe (piombo-stagno stagno-bismuto, stagno-cadmio, piombo-bismuto), riferendosi ai risultati ottenuti nelle precedenti determinazioni coi metalli isolati mostrarono come si poteva con una certa approssimazione calcolare il coefficiente di dilatazione e la densità di un metallo allo stato liquido quando esso si possa unire in lega con un altro metallo che allo stato di fusione possiede coefficiente di dilatazione e densità note; e ciò mostrarono ammettendo che nella lega allo stato liquido i metalli conservino prossimamente il rispettivo coefficiente di dilatazione e che la variazione di volume accompagnante la formazione delle leghe sia relativamente piccola. Partendo da queste supposizioni dopo aver sperimentate le leghe piombo-antimomio e cadmio-zinco ricavarono col procedimento sopra accennato i valori delle densità dell'antimonio e dello zinco liquidi alla loro temperatura di fusione ed i rispettivi coefficienti di dilatazione che direttamente coi metalli isolati e col metodo dilatometrico non avevano potuto cercare.

Il profess. Vicentini, che sentitamente ringrazio per i consigli di cui mi fu largo nel presente studio, mi propose:

1° di sperimentare le amalgame di alcuni metalli, per es. stagno e piombo, per riscontrare se anche in esse, allo stato di per-

(*) Atti R. Accad. Torino, vol. XXII, 1886-87; vol. XXIII, 87.
(**) Rend. R. Acc. Lincei, vol. III, 2° sem. 1887; vol. IV, 1° e 2° sem. 1888.

fetta liquidità, viga la legge di approssimazione che i metalli vi conservino i loro rispettivi coefficienti di dilatazione e se fosse sensibile la variazione di volume accompagnante la formazione loro.

2° di sperimentare poi varie amalgame di zinco allo scopo di calcolare la densità ed il coefficiente di dilatazione allo stato liquido di questo metallo, valori dati con riserva alla fine del lavoro (**) sopracitato.

Mi accinsi quindi a questo studio le cui operazioni diverse possono designarsi come segue:

1° Preparazione delle amalgame.

2° Studio della loro temperatura di fusione.

3° Preparazione e calibrazione dei dilatometri.

4° Riempimento e pesate dei dilatometri.

5° Determinazioni delle densità alle varie temperature e dei coefficienti di dilatazione.

6° Calcoli relativi.

7° Confronti e discussione dei risultati.

1. Il mercurio che mi servì per le amalgame era stato da me chimicamente purificato in laboratorio e col metodo del bicromato potassico e con quello dell'acido nitrico; i metalli stagno, piombo, zinco, erano purissimi e provenivano dalla casa Trommsdorff. Le pesate tutte vennero fatte, mediante il metodo della tara, con una bilancia di precisione fino al decimo di milligrammo. Determinate le proporzioni opportune dell'uno e dell'altro metallo formavo la amalgama in un piccolo crogiuolo di carbone di storta lasciando sciogliere a dolce calore il metallo solido nel mercurio affinchè minima fosse la quantità di quest'ultimo volatilizzata e rimescolando con un piccolo agitatore di ferro.

Ecco la Tabella delle amalgame preparate e studiate:

N. d'ord.	STAGNO			PIOMBO			ZINCO		
	Sn	*Hg*	*C. at.*	*Pb*	*Hg*	*C. at.*	*Zn*	*Hg*	*C. at.*
1	22.727	77.273	$SnHg_2$	20	80	—	13.976	86.024	$ZnHg_2$
2	37.037	62.963	$SnHg$	34.065	65.935	$PbHg_2$	20.000	80	—
3	54.054	45.946	Sn_2Hg	60	40	—	20.000	80	—
4	70.175	29.825	Sn_4Hg	75	25	—	23.077	76.923	—
5	—	—	—	—	—	—	39.387	60.613	Zn_2Hg
6	—	—	—	—	—	—	49.359	50.641	Zn_3Hg

2. Lo studio della temperatura di fusione delle varie amalgame venne fatto col metodo del raffreddamento. L'amalgama fusa nel crogiuolo veniva versata in un tubo da saggi del diametro di circa 20 millim. chiuso superiormente da un tappo a due fori, uno pel termometro il cui bulbo veniva immerso nella parte centrale della lega, l'altro per l'agitatore; il termometro era di Geissler a pressione interna di azoto controllato da me antecedentemente con ogni cura con un altro simile già confrontato col termometro ad aria. Fusa e riscaldata l'amalgama, entro il tubo da saggi, oltre il suo punto di fusione esso veniva disposto e fissato nella parte centrale di una provetta di vetro (bagno ad aria) del diametro di circa 40 mm. mediante opportuno tappo di sughero che superiormente la chiudeva; detta provetta era già preventivamente immersa in un ambiente a temperatura costante ossia bagno calorimetrico ad acqua alla temperatura di circa 50°, apparato a vapore d'acqua simile a quello che serve per il 100° dei termometri, bagno di paraffina a temperatura opportunamente elevata, secondo che una prima e grossolana ispezione al comportamento dell'amalgama faceva prevedere una bassa od alta temperatura di fusione. Appena disposto il tubo da saggi nella camera d'aria a temperatura costante si cominciavano le letture al termometro notando di 30^s in 30^s con un cannocchiale le temperature in diminuzione. Nel maggior numero dei casi una sosta abbastanza sensibile nel raffreddamento indicava prossimamente la temperatura di fusione della amalgama la quale poi in tutti i casi veniva con precisione determinata in base alla curva di raffreddamento; questa veniva costruita, per ciascuna delle varie serie di determinazioni fatte con ogni amalgama, assumendo come ascisse i valori del tempo ed ordinate delle temperature e quindi mi poteva dare con molta approssimazione il vero punto di fusione cercato col punto di incontro della retta passante per tutti quelli appartenenti alla porzione di curva di raffreddamento della lega allo stato di perfetta liquidità colla retta passante per tutti quelli appartenenti all'altra porzione della curva della lega stessa allo stato di perfetta solidità. Le indicazioni termometriche venivano poi corrette come si dirà in seguito al numero 5. Devesi qui notare che le temperature di fusione trovate rappresentano il *secondo punto di fusione* (*temperatura di saturazione* (1) della lega chimica per l'eccesso di

1) Come la definì il VICENTINI nei suoi lavori sopraccitati.

metallo che contiene) e non il *primo* il quale non fu determinato in causa della troppo bassa temperatura di solidificazione del mercurio.

Ecco la tavola delle temperature φ di fusione trovate:

Numero d' ordine	AMALGAME di stagno φ	AMALGAME di piombo φ	AMALGAME di zinco φ
1	103°. 5	102°. 2	152°. 0
2	131 . 0	125 . 3	199 . 0
3	166 . 1	192 . 8	200 . 0
4	193 . 2	236 . 2	217 . 2
5	—	—	288 . 3
6	—	—	316 . 5

Credo mio obbligo di osservare che alle φ sopra registrate do un valore relativo dappoichè la loro conoscenza per me doveva servire soltanto a stabilire vicino a quale temperatura le amalgame erano perfettamente liquide e possedevano quindi una dilatazione regolare.

3. I dilatometri vennero tutti preparati in Laboratorio saldando alla estremità superiore di un cannello capillare (diam. circa 1^{mm}, 5) già graduato un imbuto cilindrico lungo circa 90 mm. ed a quella inferiore un bulbo dilatometrico fatto, per tutti i dilatometri, con tratti di una medesima canna di vetro. Come coefficiente K di dilatazione del vetro alle varie temperature ho assunto quelli dati da Vicentini ed Omodei pel vetro delle solite canne di Germania facilmente fusibili ((2), 1887, pag. 295).

Lavato ed asciugato per bene il dilatometro procedevo per ognuno di essi alla calibrazione nel modo seguente: noto preventivamente il suo peso vuoto, riempitolo di mercurio e dispostolo in un bagno ad acqua alla temperatura costante dell'ambiente in modo che il liquido giungesse sino ad una delle divisioni N più alte del cannello, ripesatolo, si ottiene il peso Q di mercurio sino ad N contenuto nel dilatometro alla temperatura sopradetta. Si toglie in seguito un tratto di mercurio dal cannello e colle stesse norme si determina il nuovo peso Q' e così via Q'', Q'''... ecc. Si calcolano poi, in base a questi dati, i volumi a 0° V_0 V_0'

V_0'' V_0''' ... ecc., del dilatometro sino alle rispettive divisioni N N' N'' N'''... ecc.; allora è chiaro che $\frac{V_0 - V_0'}{N - N'}$, $\frac{V_0' - V_0''}{N' - N''}$, ... ecc, danno il valor medio nei rispettivi intervalli, del volume V_0 a 0° di ogni piccola divisione che fu calcolato sino ai centesimi di millimetro cubico.

4. Il riempimento dei dilatometri coll'amalgama fusa è operazione nella quale si esigono le maggiori cure poichè sono facili tanto il cattivo riempimento che le rotture.

Disponevo preventivamente il dilatometro in un bagno ad olio che riscaldavo di circa 50° in più del punto di fusione dell'amalgama mentre contemporaneamente nel crogiuolo portavo questa alla medesima temperatura, indi lestamente la versavo nell'imbuto del dilatometro facendola scendere attraverso il cannello capillare mediante un sottil filo di ferro, riducendo poi al livello opportuno ed operando anche, quando occorreva, coll'aiuto della macchina pneumatica. Le pesate della amalgama contenuta nel dilatometro venivano fatte prima e dopo le determinazioni di cui si parla nel numero seguente e se ne prendeva la media p.

5. Il bagno di riscaldamento che mi ha servito per tutte le serie di determinazioni di densità e dilatazione è un bagno a paraffina identico a quello descritto da Vicentini ed Omodei (*) che ho trovato molto opportuno e che può venir portato senza inconvenienti sino alla temperatura di circa 350°. Alcune amalgame furono studiate successivamente o porzione per porzione in due dilatometri diversi, altre in uno solo, ma per tutte si fecero più serie complete di determinazioni dalla più bassa (circa 200°) alla più alta temperatura (circa 350°). Gli spostamenti della colonnina di amalgama, che ad ogni lettura si aveva cura di riscontrare se fosse ben continua, nel cannello capillare tutto immerso nella paraffina venivano letti con cannocchiale attraverso a questa; il termometro adoperato era il solito Geissler e se ne determinava ad ogni volta lo spostamento dello zero. Il calcolo delle densità D_t delle amalgame alle varie temperature venne fatto colla formula:

$$(1) \ldots\ldots \qquad D_t = \frac{p}{V_0(1+Kt)}$$

(*) Pag. 294.

ove t era antecedentemente corretta (per la parte sporgente nei vapori di paraffina, per quella sporgente nell'ambiente, per riguardo allo spostamento dello zero e per le differenze col termometro ad aria) nel modo seguente:

Sia T la temperatura letta direttamente, t' quella dei vapori di paraffina, t'' quella dell'ambiente circostante al bagno, $(\tau'-\tau)$ il numero delle divisioni abbracciate dalla colonna termometrica fra il livello della paraffina e l'ambiente, 0,000157 il coefficiente di dilatazione apparente del mercurio nel vetro, Δ la correzione per la parte sporgente nei vapori di paraffina, Δ' quella per l'ambiente, α quella per lo spostamento dello zero, β quella dedotta dalla curva di correzione rispetto al termometro ad aria; nel nostro caso avremo:

$$\Delta = 0{,}000157 . (\tau'-\tau) . (T-t')$$

$$x = T + \Delta$$

$$\Delta' = 0{,}000157 . (T-\tau') . (x-t'').$$

$$y = x + \Delta'$$

$$z = y - \alpha$$

Infine:

$$t = z \pm \beta .$$

Nelle tavole seguenti che raccolgono i risultati ottenuti i simboli adottati hanno sempre i seguenti significati:

I significati di V_n n V_0 p t D_t φ sono già noti. Inoltre δ rappresenta il coefficiente medio di dilatazione dell'amalgama fra fra φ e t' supponendo che fra t e φ la dilatazione avvenga colla stessa legge che fra t e t',

D e D' sono le densità della amalgama rispettivamente a t e t',

γ il coefficiente medio di dilatazione di essa allo stato di perfetta liquidità fra due temperature t e t',

P e P' le quantità ponderali su cento di mercurio e di metallo allegato,

f temperatura di fusione del metallo allegato al mercurio,

d_m densità del mercurio a f,

D_f densità dell'amalgama a f,

d_f densità del metallo allegato al mercurio a f,

D_φ densità dell'amalgama alla sua temperatura di fusione,
m coefficiente medio di dilatazione del mercurio.
ε coefficiente medio di dilatazione del metallo allegato allo stato liquido.

Le formule adottate pei calcoli sono le seguenti:

$$(2) \ldots\ldots \qquad \delta = \frac{D - D'}{t' - \varphi) D' - (t - \varphi) D} ,$$

$$(3) \ldots\ldots \qquad \gamma = \frac{D - D'}{D' (t' - t)} ,$$

$$(4) \ldots\ldots \qquad d_f = \frac{D_f P'}{100 - \frac{D_f}{d_m} P} ,$$

$$(5) \ldots\ldots \qquad \varepsilon = \frac{100 \gamma d_m - P m D_f}{100 d_m - P D_f} .$$

6. Seguono ora le tavole; i risultati numerici che vi appariscono sono le medie di valori concordanti ottenuti con serie diverse di determinazioni alle varie temperature; in certi casi ho ristudiata l'amalgama prendendone un'altra porzione che ancora non era stata sottoposta all'esperienza. La capacità del bulbo dilatometrico essendo in media molto grande rispetto a quella di ogni divisione del cannello ed avendo operato con intervalli di temperatura abbastanza estesi gli spostamenti della colonnina d'amalgama erano molto sensibili.

TAV. 1.

Amalgame di Stagno.

N. 1. 22,7 $Sn + 77{,}3\,Hg$				N. 2. 37 $Sn + 63\,Hg$				N. 3. 54 $Sn + 46\,Hg$				N. 4. 70,2 $Sn + 29{,}8\,Hg$	
Dilat. $Vn = 7^{cc}.5371$, $n = 83\ .6$, $Vo = 0^{cc}.00280$; 1ª Porz. $p = 82^{gr}.6909$; 2ª Porz. $p = 82\ .8826$				1° Dilat. $Vn = 7.8044$, $n = 69.7$, $Vo = 0.00304$, $p = 77.1995$; 2° Dilat. $Vn = 6.6119$, $u = 83$, $Vo = 0.00295$, $p = 64.6125$				Dilat. $Vn = 7.1606$, $n = 97.6$, $Vo = 0.00272$; 1ª Porz. $p = 62.4644$; 2ª Porz. $p = 62.9021$				Dilatometro $Vn = 7.1606$, $n = 97.6$, $Vo = 0.00272$, $p = 56.5940$	
t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t
237°.2	11.093	217°.1	11.086	240°.1	9.977	239°.9	9.977	222°.7	8.964	216°.0	8.933	231°.8	8.090
266.6	11.048	247.9	11.046	273.0	9.945	270.2	9.942	256.9	8.931	248.6	8.896	246.1	8.078
292.1	11.011	278.6	11.008	297.3	9.904	307.5	9.897	283.3	8.903	282.5	8.863	257.3	8.067
325.6	10.963	282.3	10.998	322.8	9.863	326.7	9.875	303.7	8.880	303.0	8.838	282.0	8.045
		307.5	10.964					326.5	8.856	323.6	8.816	305.6	8.024
		325.5	10.938									326.3	8.005

Tav. 2. **Amalgame di Piombo.**

N. 1. 20 $Pb + 80\,Hg$		N. 2. 34 $Pb + 66\,Hg$				N. 3. 60 $Pb + 40\,Hg$		N. 4. 75 $Pb + 25\,Hg$	
Dilatometro $Vn = 7^{cc}.1606$ $n = 97\ .6$ $Vo = 0^{cc}.00272$ $p = 89^{gr}.4018$		Dilat. { $Vn = 7.5371$ $n = 83.6$ $Vo = 0.00280$ } 1ª Porzione $p = 93.3560$ 2ª Porzione $p = 93.0265$				Dilatometro $Vn = 7.1606$ $n = 97.6$ $Vo = 0.00272$ $p = 81.8670$		Dilatometro $Vn = 7.1606$ $n = 97.6$ $Vo = 0.00272$ $p = 78.9245$	
t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t
199°.4	12.767	214°.7	12.473	222°.1	12.407	238°.5	11.705	274°.9	11.283
224.5	12.722	254.1	12.410	254.8	12.351	260.1	11.669	295.5	11.253
257.6	12.659	278.2	12.366	275.3	12.315	295.6	11.611	313.5	11.226
276.5	12.620	297.1	12.334	295.4	12.279	331.6	11.544	331.7	11.198
301.6	12.569	323.1	12.282	325.0	12.229				
318.6	12.527								

TAV. 3. **Amalgame di Zinco.**

N. 1. 13.9 Zn + 86,1 Hg		N. 2. 20 Zn + 80 Hg		N. 3. 20 Zn + 80 Hg		N. 4. 23.1 Zn + 76.9 Hg		N. 5. 39.4 Zn + 60.6 Hg		N. 6. 49.3 Zn + 50.7 Hg	
1° Dilatometro Vn = 8cc.9521 n = 94 .8 Vo = 0cc.00266 p = 104gr.0761 2° Dilatometro Vn = 9 .0133 n = 88 .4 Vo = 0 .00266 p = 165 .810		1° Dilatometro Vn = 9.5241 n = 88.6 Vo = 0.00265 p = 104.7467 2° Dil tometro Vn = 8.1038 n = 95.8 Vo = 0.00263 p = 90.2727		Dilatometro Vn = 7.4416 n = 90.3 Vo = 0.00268 p = 81.8569		Dilatometro Vn = 4.7834 n = 86.3 Vo = 0.00133 p = 51.3036		Dilatometro Vn = 6.8345 n = 91.3 Vo = 0.00281 p = 65.6231		Dilatometro Vn = 5.8882 n = 88.6 Vo = 0.00274 1a Porz. p = 53.1667 2a Porz. p = 52.6300	
t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t	t	D_t
217°.8	11.789	217°.8	11.174	252°.6	11.172	263°.0	10.859	316°.1	9.644	317°.9	9.084
232 .9	11.754	237 .0	11.134	275 .6	11.131	282 .0	10.827	326 .1	9.632	331 .2	9.053
241 .1	11.750	259 .4	11.093	303 .3	11.078	309 .8	10.780	345 .0	9.602	341 .4	9.033
265 .1	11.693	296 .3	11.021					357 .5	9.581	352 .8	9.010
275 .3	11.686	320 .1	10.972								
288 .7	11.660										
295 .8	11.633										
322 .9	11.581										

TAV. 4. **Amalgame di Stagno,** $f = 226^\circ.5$ $d_m = 13,05$.

p. %	δ	γ	D_φ	D_f	d_f	VALORI CALCOLATI D'_f	γ'	VALORI di confronto
N. 1 22.7 *Sn* $\varphi = 103^\circ.5$	0.000141 $t = 242.5$ $t' = 316.5$	0.000125 fra 200 e 300	11,217	11,100	7,35	10,905	0.000160	**Per lo Stagno liquido, Vicentini ed Omodei trovarono direttamente:** $d_f = 6,99$ ed $\varepsilon = 0.000114$ fra $226^\circ.5$ e 342°.
N. 2 37 *Sn* $\varphi = 131$	0.000131 240.° 324.7	0.000121 idem	10,129	9.994	7,14	9,883	0.000150	
N. 3 54 *Sn* $\varphi = 166.1$	0.000121 219.8 325.	0.000117 idem	9,002	9,937	7,06	8,890	0.000136	
N. 4 70.2 *Sn* $\varphi = 193.2$	0.000112 231.8 326.3	0.000113 idem	8,123	8,094	6,97	8.116	0.000127	

Tav. 5. **Amalgame di Piombo.** $f = 325_0$ $d_m = 12,816$.

p. %	δ	γ	D	D_f	d_f	Valori calcolati D'_f	Valori calcolati γ'	Valori di confronto
N. 1 20 *Pb* $\varphi = 102°.2$	0.000163 $t = 199°.4$ $t' = 318.6$	0.000161 fra 250° e 300°	12,936	12,510	11,41	12,313	0,000175	Per il Piombo liquido, Vicentini ed Omodei trovarono direttamente: $d_f = 10,64$ ed $\varepsilon = 0,000129$ fra 325° e 357°.
N. 2 34 *Pb* $\varphi = 125.3$	0.000144 218. 4 324. 1	0.000143 idem	12,594	12,255	11,29	11,987	0,000166	
N. 3 60 *Pb* $\varphi = 192.8$	0.000139 Medie 250 250 300 331.6	0.000139 idem	11,776	11,560	10,85	11,424	0,000150	
N. 4 75 *Pb* $\varphi = 236.2$	0.000134 274, 9 331. 7	0.000135 idem	11,333	11,205	10,75	11,122	0,000142	

TAV. 6. **Amalgame di Zinco.** $f = 412°$ $d_m = 12,608$

p. %	δ	γ	D_φ	D_f	d_f	VALORI CALCOLATI D'_f	γ'	VALORI di confronto
N. 1 14 *Zn* $\varphi = 152°$	0.000174 $t = 237.$ $t' = 322.9$	0.000184 fra 300° e 350°	11,920	11.380	7,11	—	—	Per lo zinco liquido Vicentini ed Omodei, basandosi sui dati ottenuti colle amalgame di Cadmio e Zinco, calcolarono indirettamente: $d_f = 6,52$ ed $\varepsilon = 0,000149$.
N. 2 20 *Zn* $\varphi = 199$	0.000171 237 305	0.000181 idem	11,215	10,809	6,88	—	—	
N. 3 20 *Zn* $\varphi = 200$	0.000169 252.6 303.3	0.000182 idem	11,269	10,870	7,00	—	—	
N. 4 23 *Zn* $\varphi = 217.2$	0.000154 263.0 309.8	0.000153 idem	10,928	10,610	6,92	—	—	
N. 5 39.4 *Zn* $\varphi = 288.3$	0.000160 316.1 357.5	0.000146 idem	9,683	9,490	6,87	—	—	
N. 6 49.3 *Zn* $\varphi = 316.5$	0.000219 ? 333.0 352.8	0.000218 ? fra 330° e 360°	9,087	8,885	6,82	—	—	

7. Per tutti i calcoli necessari alla compilazione delle tavole 4ª, 5ª, 6ª ho trovato necessario tracciare per ogni amalgama la curva delle densità in base ai dati numerici raccolti nelle tavole 1ª, 2ª, 3ª e ne è risultato che, entro i limiti di temperatura fra cui ognuna è stata studiata la dilatazione si può ritenere regolare confondendosi per quasi tutte le determinazioni la curva con una linea retta; in qualche caso in cui sembrava che la detta legge non fosse seguita con molta approssimazione si è tenuto il dovuto conto delle deviazioni dall'andamento rettilineo della curva, per il calcolo specialmente delle D_φ, D_f.

Quanto ai valori di δ si scorge chiaramente come essi vadano, per ogni gruppo di amalgame, diminuendo col crescere della quantità percentuale del metallo al mercurio allegato in modo da avvicinarsi al valore del coefficiente del metallo suddetto. Accanto ai singoli valori di δ trovansi indicati i limiti di temperatura t e t' che mi hanno servito per calcolarlo prendendo, s'intende, come punto di partenza la temperatura φ di fusione della amalgama; in tal modo si potrà scorgere che certe differenze o troppo grandi o troppo piccole fra i valori di δ, le quali non potrebbero invocare per causa soltanto la differenza di composizione centesimale, sono da ascriversi anche ai diversi limiti di temperatura fra cui il coefficiente fu calcolato ed al diverso valore di φ che deve essere preso come punto di partenza. Un solo valore, il coefficiente cioè per l'amalgama N. 6 di zinco, non può (come superiore a quello del mercurio) essere accettato come vero per quanto i limiti di temperatura fra cui la densità fu studiata siano molto alti; il valore troppo grande ottenuto dall'esperienza è da imputarsi alla difficoltà incontrata nel buon riempimento del dilatometro e nel rendere ben regolare e continua la colonnina metallica liquida nel cannello capillare tanto più che all'alta temperatura alla quale ho sperimentato il mercurio tendeva a formar bolle di vapore nell'interno della amalgama e quindi qualche piccolo errore di osservazione se non ha potuto produrre effetti sensibili sui valori di $D_\varphi\, D_f\, d_f$ si è però reso manifesto nel calcolo della δ e della γ. Quanto al valore di δ (0,000112) per l'amalgama N. 4 di stagno esso è riuscito appena appena più basso di quello trovato da Vicentini ed Omodei direttamente per lo stagno liquido (0,000114).

Questo fatto indicherebbe che nelle amalgame lo stagno ed il mercurio non conserverebbero inalterati i loro coefficienti di di-

latazione, poichè altrimenti nelle amalgame più ricche di stagno δ dovrebbe avere un valore sempre superiore a quello dello stagno.

Ho calcolato poi per ogni gruppo di amalgame (allo scopo di indagare quale influenza da sola abbia la diversa concentrazione sopra i coefficienti di dilatazione) i valori di γ fra uguali limiti di temperatura, sempre prendendo per limite più basso, in ogni gruppo, una temperatura che fosse superiore a quella di fusione dell'amalgama più ricca di metallo e cioè 200° per quelle di stagno poichè la N. 4 fondeva a 193°.2, 250° per quelle di piombo perchè la N. 4 fondeva a 236°.2, 300° per quelle di zinco perchè la N. 5 fondeva a 288°.3.

Esaminando i valori di γ si scorge come anch'essi, al pari dei δ, vadano diminuendo col crescere delle quantità percentuali del metallo al mercurio allegato, e per di più si vede tolta l'apparente contraddizione del valore di δ per l'amalgama N. 5 di zinco maggiore di quello per l'amalgama N. 4, poichè invece γ per la prima è minore che per la seconda.

Per il calcolo della d_f i valori delle densità d_m del mercurio alle temperature f furono calcolati in base ai dati delle Tabelle Landolt e Börnstein; per la d_m a 412° si tracciò la curva delle densità del mercurio fra 300° e 360° la quale servì a trovarla nella supposizione che (dal momento che nella amalgama portata a 412° il mercurio doveva in essa rimanere allo stato liquido) la dilatazione sua seguisse fra 360° e 412° la stessa legge che fra 300° e 360°.

I valori delle d_f mostrano un decremento coll'aumentare della concentrazione dell'amalgama; per avere quindi un dato positivo ho tracciato la curva di queste densità tanto per lo stagno che pel piombo e lo zinco rappresentando colle ascisse le quantità percentuali del metallo al mercurio allegato e colle ordinate le densità d_f trovate.

Mentre la variazione della d_f è rapida per piccole percentuali del metallo allegato al mercurio per percentuali mano mano crescenti si rende piccola tanto che la curva diventa quasi parallela all'asse delle ascisse. Lo stesso fatto notasi anche per la curva dei valori di δ e di γ.

Mi risultò così (con le dette curve che indicano la legge colla quale le d_f diminuiscono coll'aumentare della percentuale) che alle quantità ponderali 100 dei singoli metalli Sn, Pb, Zn allegati al mercurio (cioè nel caso dei metalli liquidi isolati)

sarebbero spettati i seguenti valori delle densità alla loro temperatura di fusione, valori ai quali aggiunsi anche i coefficienti di dilatazione dedotti dalla curva con analogo procedimento.

Metalli	d_f dedotto dalla curva	d_f dato da V. e O.	Differenze	Metalli	ε dedotto dalla curva	ε dato da Vic. ed Om.	Differenze
Sn	6.80	6.99	—0.19	*Sn*	0.000101	0.000114	—0.000013
Pb	10.62	10.64	—0.02	*Pb*	0.000125	0.000129	—0,000004
Zn	6.58	6.52	+0.06	*Zn*	0.000152 (1)	0.000149	+0.000003

Inoltre per il piombo e per lo stagno calcolai il coefficiente di dilatazione che le singole amalgame avrebbero dovuto avere qualora i metalli che le componevano avessero conservato la dilatazione che isolatamente possedevano allo stato liquido servendomi della formula (5) dalla quale ricavai il valore di γ che in questo caso indico con γ'.

$$(6) \ldots\ldots \quad \gamma' = \frac{100\, d_m . \varepsilon + D_f'(m P - \varepsilon P)}{100 . d_m} .$$

I simboli m, d_m, P si riferiscono al mercurio, invece D_f', ε allo stagno ed al piombo; D_f' è calcolato preventivamente (come si dirà più sotto) nella supposizione che il volume della amalgama sia uguale alla somma dei volumi dei componenti; le temperature a cui corrispondono le d_m e D_f' sono rispettivamente 226°.5 per le amalgame di stagno e 325° per quelle di piombo; siccome i valori di ε per i due metalli ora citati sono in questa formula quelli trovati direttamente da Vicentini ed Omodei per i metalli isolati fra dati intervalli di temperatura } 226°.5–342° per lo stagno, 325°–357 per il piombo } così per uniformità i valori dei coefficienti m del mercurio furono appositamente calcolati fra i detti limiti } rispettivamente 0,000186 e 0,000189 }.

Dando uno sguardo alle tavole 4ª, 5ª, 6ª e considerando le differenze fra i γ' calcolati e i δ e γ da me trovati, si scorge chiaramente che la dilatazione delle amalgame di piombo e stagno da me studiate non può ritenersi uguale alla somma delle di-

(1) Ommettendo il dato dell'amalgama n. 6.

latazioni dei metalli componenti e precisamente si hanno coefficienti più piccoli di quelli che ad esse spetterebbero se le dilatazioni dei componenti si sommassero; le differenze però fra i valori di δ e di γ' vanno diminuendo coll'aumentare della concentrazione dell'amalgama.

Calcolai anche la densità D_f che le amalgame avrebbero dovuto avere, per esempio alla temperatura f, qualora i metalli che le componevano avessero conservato in esse il loro volume servendomi della formula (4) dalla quale ricavai D_f che in questo caso indico con D_f'

$$(7) \ldots\ldots \qquad D_f' = \frac{100 \cdot d_m}{P + P' \cdot \dfrac{d_m}{d_f}} ,$$

ove le d_f sono i valori dati direttamente da Vicentini ed Omodei per lo stagno e per il piombo. Dalle tavole 4ª, 5ª 6ª si scorge che nelle amalgame di stagno e piombo da me sperimentate si ha contrazione di volume, contrazione che rapidamente va diminuendo col crescere della percentuale del metallo al mercurio allegato. Ad esempio nelle amalgame sopracitate le differenze fra le D_f da me trovate e le D_f' calcolate sono:

Numero d' ordine	AMALGAME di stagno	AMALGAME di piombo
1	+0.20	+0.20
2	+0.11	+0.26
3	+0.05	+0.14
4	−0.02	+0.08

Si scorge dalla ispezione alla tavola che per amalgame in cui il metallo allegato è circa il 60 % la differenza si riduce già ad essere soltanto l'uno per cento circa.

Ecco quindi la ragione la quale in base alle mie determinazioni le d_f risultarono più alte che le vere trovate direttamente da Vicentini ed Omodei ed ecco perchè esse erano tanto più alte quanto più piccola era la percentuale dei due metalli *Sn* e *Pb*.

Calcolai infine il coefficiente di contrazione

$$\frac{D_f - D_f'}{D_f} = c$$

per due amalgame, una di stagno e l'altra di piombo, che prossimamente contenessero parti uguali di metallo e di mercurio.

Risultò per l'amalgama N. 3 di stagno $c = 0{,}0052$, per l'amalgama N. 3 di piombo $c = 0{,}012$.

Ho ommesso i calcoli di confronto delle γ' e delle D_f' per le amalgame di zinco essendo i valori dati da Vicentini ed Omodei non ricavati direttamente da esperienze sul metallo isolato ma indirettamente dalle leghe di zinco e cadmio.

Come conclusione, in base ai risultati ottenuti dalle determinazioni sperimentali ed alla discussione fatta su di essi, possiamo asserire:

1° Quando la quantità di stagno, piombo, zinco sciolta nel mercurio è piccola la dilatazione della amalgama non è uguale alla somma delle dilatazioni dei metalli componenti; a concentrazione grande le differenze fra i coefficienti determinati colla esperienza e quelli calcolati si rendono così piccole da poter ritenere con buona approssimazione che i metalli conservano i rispettivi coefficienti di dilatazione.

2° Nelle amalgame studiate notasi contrazione di volume ma questa si rende piccola nel caso di amalgame molto concentrate.

3° I valori delle densità, alla rispettiva temperatura di fusione, dello stagno, piombo e zinco allo stato liquido e dei loro coefficienti di dilatazione in tale stato riescono abbastanza concordanti con quelli dati da Vicentini ed Omodei; per cui si può ritenere che anche lo studio della dilatazione termica delle amalgame (al pari di quello delle leghe) può servire (quando però l'amalgama sia molto concentrata) a conoscere indirettamente, con sufficiente approssimazione, la densità ed il coefficiente di dilatazione di un metallo (amalgamabile) allo stato di perfetta liquidità.

Sulla stabilità delle vôlte caricate colla regola di Schwedler;

dell'Ing. G. G. Ferria

Caricata una vôlta secondo la regola di Schwedler, l'*asse* della vôlta o *fibra media* è curva funicolare del carico e quindi possibile curva delle pressioni quando si tratti di materiale rigido. Nella presente Memoria mi propongo di trovare le modificazioni che subisce questa curva nel caso si consideri il materiale come elastico, l'asse della vôlta sia una curva circolare, lo spessore sia costante e la monta sia depressa.

I.

Ricordiamo intanto la teoria di Schwedler.

Si immagini il carico costituito da una massa omogenea dello stesso materiale onde la vôlta è formata, la quale produca su ogni giunto la stessa pressione del carico effettivo; la linea che termina superiormente questa massa si chiama *linea di carico.*

Si supponga la lunghezza della vôlta uguale ad uno e si assuma per unità di forza il peso dell'unità di volume del materiale che si considera.

Riferiamo l'asse o fibra media della vôlta a due assi coordinati ox, oy passanti pel vertice della medesima; diciamo φ l'angolo che la tangente in un punto qualunque m di questa curva fa coll'asse orizzontale, e P la componente verticale della pressione in questo punto. Se chiamiamo H la componente orizzontale o *spinta*, sarà:

$$(1) \quad \ldots\ldots \qquad P = H \operatorname{tang} \varphi \, .$$

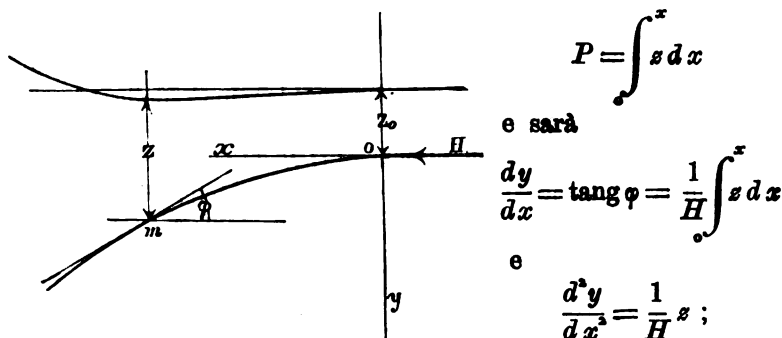
Ora se chiamiamo z l'altezza del carico in m, avremo

$$P=\int_0^x z\,dx$$

e sarà

$$\frac{dy}{dx}=\operatorname{tang}\varphi=\frac{1}{H}\int_0^x z\,dx$$

e

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{H}z\,;$$

per cui il raggio di curvatura nel punto m risulta:

$$(2)\ \ldots\ldots\qquad \rho=\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}=\frac{H\sec^3\varphi}{z}.$$

Per $\varphi=o$, si ha sec. $\varphi=1$, onde dicendo z_o l'altezza del carico nel vertice ed r il raggio di curvatura in questo punto, si può scrivere:

$$(3)\ \ldots\ldots\qquad H=r\,z_o\,;$$

che sarebbe secondo lo Schwedler l'espressione della spinta, quando la vôlta sia caricata in modo che su ogni punto m l'altezza di carico z soddisfi all'eq. 1), che nel caso di ρ costante, si può mettere sotto la forma

$$(3)\ \ldots\ldots\qquad z=z_o\sec^3\varphi\,;$$

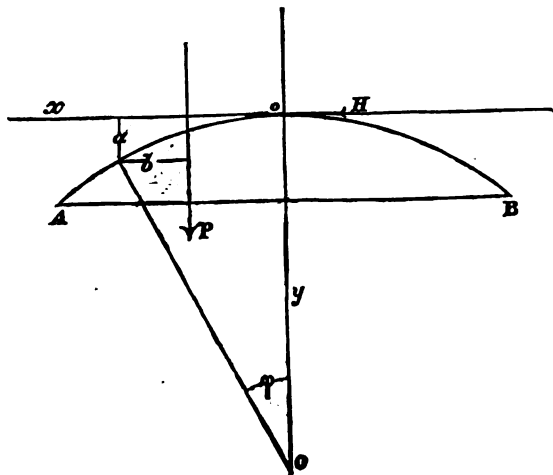
e che inoltre ogni giunto abbia il suo baricentro sulla curva in quistione che si può pertanto stabilire a *priori*.

II.

Evidentemente questa teoria presuppone i materiali come incompressibili, ciò che praticamente non è; onde avviene che se anche la vôlta è costrutta sopra una solida armatura colle norme

sopra citate, nell'atto che la si disarma subirà per effetto della compressibilità loro una deformazione più o meno grande, la quale modifica in ogni punto m in generale il valore del raggio di curvatura, e lo rende incompatibile colla linea di carico adottata.

Ciò posto, cerchiamo quale divenga la curva delle pressioni quando si consideri il materiale come elastico.

Sia pertanto l'arco di circolo AOB di raggio r e di centro O la linea di baricentri dei giunti od asse della vôlta, e sia la

corda AB orizzontale. Riferiamo questo arco a due assi ox, oy passanti pel vertice e, ritenute le denominazioni precedenti, chiamiamo inoltre:

S la spinta alla chiave nel caso del materiale elastico;
a il suo braccio rispetto al punto qualunque m;
b il braccio della componente P ossia del peso rispetto allo stesso punto;
N la pressione normale che si esercita sul giunto in m;
M il momento flettente in questo giunto;
μ il momento flettente alla chiave;
σ la lunghezza dell'arco om;
$d\sigma$ il suo differenziale;
s la lunghezza dell'arco AO;
Φ l'inclinazione del giunto d'imposta sull'asse oy;
Ω l'area comune di tutti i giunti;
I il corrispondente momento d'inerzia;
E il modulo di elasticità del materiale che si adopera;

Avremo le seguenti relazioni:

$$(4) \ldots\ldots \quad \begin{cases} N = P \operatorname{sen} \varphi + S \cos \varphi \\ M = \mu - S a + P b \\ x = r \operatorname{sen} \varphi \\ dx = r \cos \varphi \, d\varphi \\ \sigma = r \varphi \\ d\sigma = r \, d\varphi \\ a = r(1 - \cos \varphi) \, . \end{cases}$$

Ammessa la volta molto rebassata e quindi che il giunto radiale poco si scosti dal verticale, potremmo introdurre senza grave errore nella prima di queste equazioni per P il valore

$$r z_0 \operatorname{tang} \varphi$$

relativo al giunto verticale.

Ciò premesso, trascurando per la sua piccolezza di fronte agli altri il lavoro molecolare di deformazione dell'arco dovuto alle forze di taglio, potremo ritenere che il lavoro totale sia espresso, come è noto, da:

$$L = \frac{1}{2} \frac{1}{E\Omega} \int_0^s N^2 d\sigma + \frac{1}{2} \frac{1}{EI} \int_0^s M^2 d\sigma \; ;$$

dove il primo termine del secondo membro rappresenta la parte dovuta alla compressione e il secondo quella dovuta alla flessione. La derivata di questa espressione presa rispetto ad S darà, come è noto, lo spostamento orizzontale del baricentro di chiave, che per la simmetria dell'arco e dei carichi sappiamo *a priori* essere nullo; e la derivata rispetto a μ darà, come pure è noto, la rotazione del giunto di chiave, che per la stessa ragione sappiamo pure essere nulla; onde uguagliando a zero queste due derivate avremo due equazioni in S e μ che serviranno a determinare queste due incognite.

Lavoro della Pressione. — Lo designeremo con L_p, e poichè dovremo prendere le derivate del lavoro totale di deformazione rispetto ad S ed a μ, ommetteremo nell'espressione da L_p i ter-

mini che non contengono queste variabili. — Intanto avremo dalle relazioni 4)

$$N^2 = \ldots + 2\,PS \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi + S^2\cos^2\varphi = \ldots + 2\,r\,z_0\,S \operatorname{sen}^2\varphi + S^2\cos^2\varphi,$$

$$\int_0^s N^2 d\sigma = \ldots + 2\,r^2 z_0\,S \int_0^\Phi \operatorname{sen}^2\varphi\, d\varphi + S^2 r \int_0^\Phi \cos^2\varphi\, d\varphi\ .$$

Ora

$$\int_0^\Phi \operatorname{sen}^2\varphi\, d\varphi = -\frac{1}{2}\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi + \frac{1}{2}\Phi$$

e

$$\int_0^\Phi \cos^2\varphi\, d\varphi = +\frac{1}{2}\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi + \frac{1}{2}\Phi\ ;$$

per cui sarà

$$\int_0^s N^2 d\sigma = \ldots + 2\,r^2 z_0\,S\left(\frac{1}{2}\Phi - \frac{1}{2}\operatorname{sen}\varphi\cos\Phi\right) + S^2 r\left(\frac{1}{2}\Phi + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi\right).$$

e il lavoro della pressione sarà così espresso

$$(5)\ \ldots \left\{ \begin{aligned} L_p &= \frac{1}{2}\frac{1}{E\Omega}\int_0^s N^2 d\sigma = \\ &= \frac{1}{2}\frac{1}{E\Omega}\left\{ \ldots + S z_0 r^2(\Phi - \operatorname{sen}\Phi\cos\Phi) + \frac{1}{2}S^2 r\,(\Phi + \operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)\right\}. \end{aligned} \right.$$

Lavoro della Flessione. — Lo designeremo con L_f e per le ragioni addotte più sopra ommetteremo i termini indipendenti da S e da μ. — Intanto dalle 4) si ricava

$$M = \mu - Sa + Pb\ .$$

Ma per costruzione sussiste l'eq. 1), per cui la risultante di P e di H passa per M, onde sarà

$$Pb = Ha$$

e potremo scrivere

$$M = \mu - Sr(1 - \cos\mu) - Z_0 r^2(1 - \cos\varphi)\ ;$$

e sarà

$$M^2 = \mu^2 + S^2 r^2 (1-\cos\varphi)^2 + \ldots - 2\mu S r (1-\cos\varphi) -$$
$$- 2\mu z_0 r^2 (1-\cos\varphi) + 2 S r^3 z_0 (1-\cos\varphi)^2 ,$$

cosicchè avremo

$$\int_0^s M^2 d\sigma = \mu^2 r^2 \int_0^{\Phi} d\varphi + S^2 r^3 \int_0^{\Phi} (1 \cos\varphi)^2 d\varphi + \ldots -$$
$$- 2\mu S r^2 \int_0^{\Phi} (1-\cos\varphi)\, d\varphi - 2\mu z_0 r^3 \int_0^{\Phi} (1-\cos\varphi)\, d\varphi + 2 S r^4 z_0 \int_0^{\Phi} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi ;$$

onde eseguendo le integrazioni, riducendo e sostituendo nell'espressione del lavoro della flessione, avremo questo lavoro espresso come segue:

$$(6)\ldots \left\{ \begin{aligned} & L_f = \frac{1}{2}\frac{1}{EI}\int_0^s M^2 d\sigma = \\ & = \frac{1}{2}\frac{1}{EI}\Big\{ \mu^2 r \Phi + (S^2 r^3 + 2 S r^4 z_0)\left(\frac{3}{2}\Phi - 2\,\mathrm{sen}\,\Phi + \frac{1}{2}\mathrm{sen}\,\Phi\cos\Phi\right) - \\ & - (2\mu S r^2 + 2\mu z_0 r^3)(\Phi - \mathrm{sen}\,\Phi) + \ldots \Big\} . \end{aligned} \right.$$

Sommando le espressioni di L_p e di L_f avremo il lavoro totale di deformazione della vôlta; e ricordando che per la sua simmetria e per quella dei pesi rispetto al giunto di chiave questo non può subire che spostamenti verticali, avremo, pel noto *teorema sulle derivate del lavoro*, che sono nulle, come già abbiamo detto, le derivate rispetto ad S e rispetto a μ. — Cosicchè otterremo queste due equazioni:

$$(7)\ldots \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2}\frac{1}{E\Omega}\Big\{ r^2 z_0 (\Phi - \mathrm{sen}\,\Phi\cos\Phi) + S r (\Phi + \mathrm{sen}\,\Phi\cos\Phi) \Big\} + \\ & + \frac{1}{2}\frac{1}{EI}\Big\{ (2 S r^3 + 2 r^4 z_0)\left(\frac{3}{2}\Phi - 2\,\mathrm{sen}\,\Phi + \frac{1}{2}\mathrm{sen}\,\Phi\cos\Phi\right) - \\ & - 2\mu r^2 (\Phi - \mathrm{sen}\,\Phi) \Big\} = 0 ; \end{aligned} \right.$$

$$(8)\ldots\quad \frac{1}{2}\frac{1}{EI}\left\{2\,\mu\, r\,\Phi-(2\,S r^2+2\,z_0 r^3)(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)\right\}=0\;.$$

Se ora chiamiamo α il rapporto fra lo spessore costante della vôlta e l'altezza z_0 del carico alla chiave, avremo

$$\Omega=\alpha z_0\,,\qquad I=\frac{1}{12}\alpha^3 z_0^{\,3}\,;\qquad \frac{1}{I}=\frac{1}{\Omega}\frac{12}{\alpha^2 z_0^{\,2}}\,,$$

e le equ. 7) ed 8) potranno scriversi sotto questa forma

$$(9)\ldots\left\{\begin{aligned}&r^2 z_0(\Phi-\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)+S r(\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)+\\&+\frac{12}{\alpha^2 z_0^{\,2}}\left\{(2\,S r^2+2\,r^4 z_0)\left(\frac{3}{2}\Phi-2\operatorname{sen}\Phi+\frac{1}{2}\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi\right)-\right.\\&\left.-2\,\mu r^2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)\right\}=0\,,\end{aligned}\right.$$

$$(10)\ldots\quad \mu\, r\,\varphi-(2\,S r^2+2\,z_0 r^2)(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)=0\,,$$

dalle quali è facile ricavare S e μ.

Dividendo μ per S si ottiene come è noto, la distanza del punto di applicazione della spinta alla chiave del baricentro del giunto. — Questa distanza che diremo d, avuto riguardo alla convenzione che abbiamo tacitamente fatta per segni della forza e dei momenti, andrà portata al *disopra* del baricentro se risulta *negativa*, e *al disotto* del baricentro se risulta ***positiva***. Ciò premesso i valori di queste quantità risultano i seguenti:

$$\mu=\frac{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi}{12\frac{r^2}{\alpha^2 z_0^2}\left\{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)^2-\Phi(3\Phi-4\operatorname{sen}\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)\right\}-\Phi(\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)}\,r^2 z_0,$$

$$S=\frac{12\frac{r^2}{\alpha^2 z_0^2}\left\{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)^2-\Phi(3\Phi-4\operatorname{sen}\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)\right\}-\Phi(\Phi-\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)}{12\frac{r^2}{\alpha^2 z_0^2}\left\{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)^2-\Phi(8\Phi-4\operatorname{sen}\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)\right\}-\Phi(\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)}\,r z_0\,,$$

$$d=\frac{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi}{12\frac{r^2}{\alpha^2 z_0^2}\left\{2(\Phi-\operatorname{sen}\Phi)^2-\Phi(3\Phi-4\operatorname{sen}\Phi+\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)\right\}-\Phi(\Phi-\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi)}\,r\,.$$

Paragonando l'espressione della spinta vera S con quella H supposta nella teoria di Schwedler data dalla relazione 3) si vede che non possono essere uguali nel caso di una vôlta a spessore

costante, tranne quando il coefficiente di $r z_0$ nell'espressione di S divenisse uguale ad 1; per la qual cosa si richiede che sia

$$-\operatorname{sen}\Phi\cos\Phi = \operatorname{sen}\Phi\cos\Phi$$

ossia che si abbia

$$\Phi = 0\,, \quad \text{oppure} \quad \Phi = 90^\circ\,.$$

In allora si troverebbe pure $d = 0$, vale a dire la spinta S coinciderebbe realmente per grandezze e linea d'azione colla H. Ma questi sono due casi puramente teorici. Infatti nel primo la vôlta verrebbe ad avere un'ampiezza di curvatura nulla. Nel secondo si avrebbe

$$z = z_0 \sec^3\Phi = \infty\ ;$$

vale a dire l'altezza del carico all'imposta sarebbe infinita.

Praticamente la regola di Schwedler può dare risultati abbastanza buoni quando il termine in r^2 che entra tanto al numeratore quanto al denominatore nell'espressione di S sia molto grande rispetto ai due termini in Φ.

Esempio. — Per una vôlta da ponte si ha $r = 70$ metri, il carico alla chiave $z_0 = 2$ metri; lo spessore della vôlta è $\frac{7}{8} z_0$, e l'inclinazione dei giunti d'imposta alla verticale è $\Phi = 23^\circ$.

Sarà

$$\Phi = 0{,}401\ , \quad \operatorname{sen}\Phi = 0{,}391\ , \quad \cos\Phi = 0{,}92\ , \quad \alpha = \frac{7}{8}\,,$$

onde si trova

$$S = 1{,}014 \,.\, r z_0 = 1{,}014 \,.\, H = 141{,}96\ ,$$

$$d = 0{,}00057 \,.\, r = m\ 0{,}039\ ,$$

$$\mu = 5{,}665\ .$$

Curva delle Pressioni. — Dalle relazioni 4) si deducono i valori di M e di N per ogni giunto mettendo per φ l'angolo del giunto colla verticale. — Dividendo M per N abbiamo la distanza del punto d'incontro della curva delle pressioni del baricentro del giunto, per la quale occorre la stessa avvertenza per

segni che abbiamo fatto per quello di chiave. — Dicendo δ questa distanza sarà:

$$\delta = \frac{\mu + (H - S)}{H \operatorname{tang} \Phi \operatorname{sen} \Phi + S \cos \Phi}.$$

Dando a φ diversi valori furono trovati i risultati seguenti:

angolo φ	5°	10°	15°	20°	23°,
distanza δ	0,0335	0,0236	0,006	−0,018	−0,0334,

dai quali si vede che la curva delle pressioni passa a m. 0,0334 al disopra del baricentro del giunto d'imposta, sale tagliando la linea dei baricentri o *fibra media* tra il giunto d'inclinazione 15° alla verticale e quello d'inclinazione 20° e taglia il giunto di chiave a m. 0,0399 al disotto del suo baricentro, per ridiscendere simmetricamente rispetto a questo giunto. Il punto maggiormente lontano dista meno di 4 centimetri dalla linea dei baricentri, vale a dire meno di $\frac{1}{50}$ dello spessore della vôlta; mentre, come è noto, la vôlta sarebbe in buone condizioni di stabilità anche se la distanza massima raggiungesse $\frac{1}{6}$ di questo spessore.

Torino, febbraio 1890.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Marzo 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice-Presidente dell'Accademia, FLECHIA, Direttore, Gaspare GORRESIO, Segretario della Classe, B. PEYRON, CLARETTA, ROSSI, MANNO.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS invia in dono alla Classe il suo libro « *Tito Maccio Plauto - Il militare fanfarone* (*Miles gloriosus*), versione metrica. Torino, 1890; in-12°.

Il Presidente offre, a nome dell'autore, Prof. Isidoro DEL LUNGO, Socio Corrispondente, l'opera « *Dante nei tempi di Dante* ». Bologna, 1888, aggiungendo su di essa parole d'encomio.

Leggonsi quindi le lettere con cui i sigg. Prof. Francesco BUONAMICI, Comm. Bartolomeo CAPASSO, Prof. Alfonso CORRADI, Prof. Isidoro DEL LUNGO, Marchese DE NADAILLAC e Canonico Carlo VASSALLO ringraziano la Classe per le recenti loro nomine a Soci Corrispondenti.

Il Socio CLARETTA legge, a nome dell'autore, Prof. Giuseppe CALLIGARIS, una dissertazione storica divisa in due parti. Nella prima l'autore stabilisce l'anno preciso della morte della celebre contessa Adelaide degli Ardoinici di Susa e Torino, consorte del conte Oddone, figlio d'Umberto l'Albimano conte di Savoia. Nella seconda, adducendo ragioni per le quali abbia a ritenersi poco verosimile l'opinione manifestata da parecchi scrittori piemontesi sul luogo della sepoltura di quella principessa, espone alcune conghietture sul sito, ove più probabilmente possono esserne state deposte le spoglie.

LETTURE

Intorno al sepolcro di Adelaide di Susa;

Nota di Giuseppe Calligaris

Se attestazioni di cronisti autorevoli ci permettono di determinare con precisione l'anno in cui morì la celebre Contessa di Susa, non riesce però egualmente facile, per mancanza di documenti, fissare il luogo dove furono deposti i resti mortali di lei. Gli antichi cronisti, così scarsi e concisi, tacciono interamente su tale punto, e le congetture, che alcuni moderni hanno creduto poter mettere avanti, non possono risolvere tutti i dubbi nostri. In questione sì spinosa, non volendo noi abbandonarci a vane ipotesi, che forse la scoperta di qualche documento ignorato o anche congetture più argute potrebbero sperdere al vento, seguiremo una via più sicura che crediamo non ancora percorsa. Noi studieremo cioè la tradizione che vedremo andar continuandosi negli scrittori che han toccata la questione nostra, cercando di risalire il più che sia possibile alle fonti della medesima: potremo così non solo esaminar da vicino una tradizione sì largamente diffusa, che da molti vien accettata senza discussione, ma nello stesso tempo avremo un esempio del modo con cui certi fatti passano nel dominio della storia e si ripetono per secoli e secoli, senza che alcuno pensi a discuterli o accertarli. Il primo scrittore a cui fan capo quanti si occupano di storia piemontese è Filiberto Pingone, che certo vide e utilizzò un numero considerevole di fonti, e che pure, forse a causa della troppa venerazione di cui fu circondato, diede origine a pregiudizi ed errori, che si continuarono per secoli. — Ed a lui principalmente, come vedremo, deve pure attribuirsi il diffondersi della tradizione che studiamo, intorno al sepolcro di Adelaide. Così infatti egli scrive (1):

(1) Philiberti Pingonii, *Augusta Taurinorum*, Taurini, apud hh. Nicolai Beuilaquae, 1577, p. 35. — « Adelasia... in Valpergiam se recepit aliquotque post annos prouectissima aetate, et spectata triplici generatione, et a Ponti-

Adelasia. .. si ritirò in Valperga e dopo alquanti anni, di avanzatissima età, vedute tre generazioni, e dai Pontefici chiamata figlia di San Pietro, mancò di vita nella terra di Canischio, sepolta nella chiesa di Santo Stefano.

Il Pingone stabilisce nell'anno 1080 il ritiro di Adelaide a Valperga, ma non la morte di lei a Canischio, che solo sarebbe avvenuta, « aliquot... post annos ». In margine cita poi, come di suo solito, le fonti a cui attinge, e qui, per quel che riguarda Adelaide, si richiama alle « notis Fructuarensis (sic) ». L'importanza del Pingone oramai dipende tutta dall'importanza delle fonti a cui attinge, e chiunque a lui ricorra non può esimersi dall'esame di queste; esame nel caso nostro tanto più necessario in quanto che le fonti serviranno a spiegarci il senso del passo medesimo. Le « *notae Fructuarienses* » non sono altro che quell'antico documento storico piemontese, che noi già avemmo occasione di studiare altrove, la cronaca cioè dell'abbazia di Fruttuaria (1).

Abbiamo là parlato dei vari elementi di cui si compone questa cronaca, di una parte cioè catalogale a cui stanno di fronte lunghi brani narrativi. Il catalogo ci parve doversi ritenere, in parte almeno, autorevole ed antico, e forse, nella forma in cui ora ci appare, dei primi decenni del secolo XIII. Trovammo in questa stessa parte del catalogo brani narrativi minori, che nel loro essenziale, eccetto le interpolazioni inevitabili in una cronaca, che fu rimaneggiata da più mani ed in età diverse, sono pure da attribuirsi al medesimo cronista del secolo XIII. — Uno di questi brani riguarda appunto Adelaide, e fu riassunto dal Pingone nel luogo citato della sua « Augusta » (2),

---

ficibus filia sancti Petri nuncupata, e uita excessit in oppido Canisculi sepulta in templo diui Stephani ».

(1) *Un'antica Cronaca Piemontese inedita, pubblicata ed illustrata* da Giuseppe Calligaris, Torino, Loescher, 1889.

(2) Op. cit. *Cronicon fructuariense*, linea 312 sgg.: « Anno Domini MLXX undecimo kalendas maij, civitas Astensis capta est ab Abdelida comitissa et incensa... Praefata vero Abdelida comitissa iram civium nequiens supportare... affugit Valpergiam incoluit in oppido Canisculi per spastium XXII annorum incognita <m> et ibi vitam finivit: sepulta fuit a quodam pastore in ecclesia sancti Stephani ». Colgo in questo luogo l'occasione per render grazie al Chiar.mo Barone Gaudenzio Claretta, che in un giornale di Susa (*Indipendente*, anno III, n. 4, 27 gennaio 1889) richiamava l'attenzione sull'importanza che per la presente questione potrebbe avere il *Chronicon Fructuariense*.

« Nell'anno del Signore MLXX, 21 aprile, la città d'Asti fu presa da Abdelida contessa ed abbrucciata. . . La suddetta Abdelida contessa, non potendo poi sopportare l'ira dei cittadini. . . si rifuggì a Valperga: abitò nella terra di Canischio per lo spazio di XXII anni, incognita, e quivi finì la vita: fu sepolta da un pastore nella Chiesa di Santo Stefano ». Abbiamo già discorso del diverso valore delle notizie contenute in questo brano (1) e non è il caso di ripeterci: ci basti il dire che l'anno della morte di Adelaide è ad un di presso esatto [cronisti contemporanei stabiliscono l'anno 1091] e che qui lo scrittore, probabilmente del secolo XIII, raccoglieva una tradizione orale già diffusa, che ricordava gli ultimi anni di Adelaide come passati nel ritiro e nella solitudine a Canischio.

Questo passo della cronaca di Fruttuaria è il più antico documento a cui possiamo risalire nelle nostre indagini, ignorando noi se esistano attestazioni al riguardo più antiche: almeno non ne appaiono indizî negli scrittori, che van sempre nel complesso ripetendo quanto qui si è detto, sia che attingano direttamente dalla cronaca, sia, come nella maggior parte dei casi, ricevano questa notizia per il tramite del Pingone. E difatto, dipende completamente dal Pingone quanto ci narra sulla morte di Adelaide uno dei più importanti storici piemontesi del secolo XVII, Francesco Agostino Della Chiesa, in un'opera mss., ricca di preziose notizie sulle regioni subalpine (2): Praglione. . . e Canusco di 100 fuoghi. . . . luoghi di poca consideratione. . . In Canusco, scrive il Pingone nella sua *Aug. Taurinorum*, essere da uiuenti mancata in età decrepita la contessa Adelaida di Susa, Duchessa dell'Alpi Cotie. . . . . con l'occasione ch'essendosi trasportata nel 1080 ad abitare in Valperga Castello de Conti del Canauese . . . quiui a diporto era andata ». Se però la notizia qui riferita dipende nel suo complesso dal passo riportato dell'*Augusta Taurinorum*, se ne scosta invece per la determinazione cronologica, poichè mentre il Pingone pone sotto la data 1080 il ritiro di Adelaide a Valperga e « aliquot post annos » la morte di lei in « oppido Ca-

(1) Op. cit. p. 81 sgg.

(2) *Descrittione del Piemonte* del Sig. D. FRANCESCO AGOSTINO DELLA CHIESA di Saluzzo, de' conti di Cervignasco. — Mss. della bibl. di S. M. in Torino. Vol. IV, p. 109 nel capo intitolato: *Di Valperga e delle terre e Castelli di suo contado.*

nisculi » il Della Chiesa riunisce per errore sotto un anno solo i due fatti nettamente distinti.

Più ampie notizie, ma non tutte desunte dal Pingone, leggiamo invece nella « Corona Reale di Savoia » (1): « Canusco, se ben sia terra picciola, come quella, che non eccede vinti case è però rinomata per una sua antica Chiesa a San Pietro dedicata, nella quale furono sepolti la Contessa Adelaida di Susa, all'hora che in età decrepita, e vedova d'Ottone Marchese d'Italia intorno al 1091 essendo andato visitare in « Canavese » quei conti suoi parenti, vi lasciò la vita, e qualche tempo doppo il Conte Federico di Monsione Prencipe Loreno, marito d'vna nepote dell'istessa Adelaida, gran capitano dei tempi suoi, e Generale della Contessa Matilde.....come eruditamente hanno notato il Pingone nella sua Augusta dei Taurini, e D. Pietro Paulo Orengiano Commendator di Sant'Antonio di Torino nel suo libro dell'Historia del secondo Regno de' Longobardi in Italia, se ben il primo lungamente s'inganni intorno al tempo trouandosi molte donationi fatte alle Chiese dalla sudetta Contessa in diuersi luoghi dotate, e che nel 1091, ella abbruggiò la città d'Asti, come lasciò scritto l'Alfero (2).

Anche qui il Della Chiesa accenna alle fonti utilizzate, e accanto al nome del Pingone ricompare quello più oscuro d'un secentista ora dimenticato P. P. Orangiano, di cui non mi fu possibile consultar l'opera che qui si cita, sebbene alcuni opuscoli, col nome dell'Orangiano, editi o mss., mi siano venuti sott'occhio (3). Siccome però nel Pingone non accennasi al conte Federico, dubito che dall'Orangiano non siasi altro desunto se non la notizia che riguarda costui, e che invece dipenda dallo storico Sabaudo quanto si riferisce ad Adelaide. Il Della Chiesa accetta anche qui di buon grado dal Pingone le notizie sulla morte e sul sepolcro della Contessa, ma crede però che l'autore « lungamente s'inganni » intorno all'anno della morte di lei.

---

(1) *Corona Reale di Savoia*, di mons. FRANCESCO AGOSTINO DELLA CHIESA, Cuneo, Lorenzo e Bartolomeo Strabella, 1655, Parte II, 487-8.

(2) È il celebre Ogerio Alfieri presso Q. SELLA, *Codex Astensis* etc. II, 58: de captione civitatis Ast et ejus destructione per comitisam Alaxiam.

(3) Cfr. per es.: *Panegirico sopra l'eroiche perfettioni di Carlo Emanuele il grande*, Torino, Zavatta, 1654; *Regina Martirum*, discorsi sacri, Torino, Ferrosino 1646; *Le Eroiche Azioni di Ardoino III Re d'Italia*, ms. della Nazionale di Torino, Bc. ms. n. 37, nel volume ms. col titolo: *Terraneo Miscellanee*, v. I.

Veramente però egli solo s'ingannava il quale credeva che il Pingone ponesse sotto l'anno 1080 la morte di Adelaide, come ci appare dal passo riferito della « Descrittione » ; e ciò perchè interpretava male la sua fonte. Il Pingone non fa altro a questo punto che riassumere la Cronaca di Fruttuaria, la quale, narrato il ritirarsi di Adelaide a Valperga. prosegue: « incoluit in oppido Canisculi per spatium XXII annorum incognita<m.>, et ibi vitam finivit: sepulta fuit a quodam pastore in ecclesia Sancti Stephani ». Nell'*Augusta Taurinorum* si ricorda più in succinto che « Adelasia . . . in Valpergiam se recepit . . . *aliquotque post annos* (frase che corrisponde all'altra della Cronaca: « per spatium XXII annorum ») . . . . e uita excepit in oppido Canisculi sepulta in templo diui Stephani ». Il Pingone pone, è vero, il ritiro a Valperga sotto l'anno 1080, ma coll'espressione « aliquot. . . post annos » ci ricorda i 22 anni della Cronaca e distingue nettamente sotto l'aspetto cronologico i due avvenimenti. Il Della Chiesa invece non accettava come vero il lungo ritiro di Adelaide a vita privata in Valperga, e non badando forse che il Pingone, seguendo la Cronaca, vi accennava, credette volesse attribuire all'anno 1080 non solo il ritirarsi della Contessa a questo castello, ma anche la morte di lei.

Ci sembra piú strano ancora il titolo di San Pietro che nella « Corona Reale » si dà alla chiesa dove vuolsi sepolta Adelaide. La tradizione che esaminammo, ci ha sempre parlato di Santo Stefano, ed una chiesa dedicata a questo santo esisteve un dì appunto nei pressi di Canischio canavesano (1), e non sappiamo spiegare l'errore dello storico Saluzzese, che senza dubbio, nominando « Canusco », voleva alludere al citato villaggio Canavesano, poichè e nella « Corona Reale » e nella « Descrittione » ricorda espressamente la regione Canavesana (2); neppure possiamo credere che l'errore provenga da qualche codice della Cronaca

(1) Se il luogo ove sorgeva questa Chiesa non fa ora più parte di Canischio, ciò non interessa punto alla nostra questione: a noi basta che gli fosse vicino.

(2) Poichè il Della Chiesa, come altrove osservammo (*Un'antica cronaca* ecc., pag. 30, 35) ha desunto alcuni dei suoi errori dall'*Historia Ecclesiastica della più occidentale Italia e chiese vicine* del Baldesano (mss. orig. dell'Archivio di Stato di Torino) ho dubitato che anche quest'errore potesse dipendere dal medesimo, ma così non è. Il Baldesano (op. cit., fasc. 47, p. 2) parla della morte di Adelaide seguendo il *Chronicon Fructuariense* ed il Pingone, e non presenta nulla di nuovo.

di Fruttuaria utilizzato dal Della Chiesa (1), perchè egli non faceva che riferirsi all'autorità del Pingone. Forse è un errore suo particolare, che ad ogni modo trovò chi lo raccolse e ripetè, come fu raccolta e ripetuta l'erronea interpretazione che lo storico Saluzzese dà al passo dell'« Augusta » a cui accennammo, tanto che quasi tutti gli storici che avremo occasione di esaminare si crederanno in obbligo di sbracciarsi contro la pretesa confusione del Pingone.

E per primo ne abbiamo un esempio nello storico di Casa Savoia, Samuele Guichenon, il quale così ci narra la morte di Adelaide (2): Enfin cette grande Princesse après auoir restauré l'Abbaye du Villars en Piemont, fondée par Aripert Roy de Lombardie, mourut fort agée à Canosque en Canauays, non pas l'an 1080 comme a escrit Pingon, mais bien l'an 1091 . . . . . La Chronique de S. Benigne de Fruttuaria dit qu'elle fut inhumèe en l'Egle (sic) de Saint Etienne de Caselle en Canauays, où elle estoit retirée, et uiuoit en personne privée *etc.* — Il Guichenon ha quivi utilizzato come fonte un brano della Cronaca di Fruttuaria, che, come vedremo ancora, eragli presentato dall'Ughelli (3), ma oltre che l'Ughelli, egli ha pure conosciuto il Della Chiesa al quale si unisce per rimproverar al Pingone colpa che non ha mai commessa.

Ben altra importanza ha invece per noi l'Ughelli, il quale si riferisce direttamente alla Cronaca di Fruttuaria imparata a conoscere forse per comunicazione di Filippo Malabayla, e che ci offre un brano della fonte sua con lezione di cui troviamo, nei codici noti, un solo esempio (4). Noi abbiamo già discusso il tratto della Cronaca presentatoci dall'Ughelli (5), ne riferiremo perciò appena un brano che ora ci interessa specialmente: « Alaxia comitissa Astensis . . . . . se recepit in Pagum dictum Caselle in Canapirio, olim Salassis, ubi per viginti duos annos incognita vitam egit, et post mortem in Ecclesia sancti Stephani a quodam pastore sepulta fuit » (6).

(1) Che vi siano codici della Cronaca, che si scostino in qualche particolare dalla tradizione ricordata vedremo fra poco; e diremo anche quale valore abbiano queste varie lezioni.

(2) *Histoire généalogique de la Royale maison de Savoie*, Lyon, chez Guillaume Barbier, 1860, I, 203.

(3) *Italia Sacra* (ed. Coleti) IV, 357-8.

(4) Cfr. Op. cit. *Chronicon Fructuariense*, linee 320-21.

(5) Op. cit. pag. 35.

(6) *Italia Sacra*, (ed. Coleti) IV, 357-8.

È vero che qui scompare il nome di Canischio, non sappiamo per quale combinazione di errori, e vi si sostituisce il nome Caselle, ma rimangono fissi e l'accenno al Canavese (Canapirio olim Salassis) e alla chiesa di San Stefano, con cui, malgrado qualunque scorrezione introdottasi nel testo della Cronaca utilizzata dall'Ughelli, possiamo risalire alla tradizione antica e vederne qui nuova conferma.

La quale, del resto, ci appare nella solita forma in altre opere pur del Secento, per esempio nella « *Historia dell'augusta città di Torino, del conte e cavalier gran croce* D. Emanuele Tesauro, proseguita da Pietro Giroldi (Torino, Bartolomeo Zappata, 1679, I, 462), che così semplicemente espone la fine della celebre contessa: finì (Adelaide) di vivere a Canischio nel Canavese ».

Nel secolo XVIII dovremmo fermarci di preferenza innanzi ad una delle più belle figure che la scienza storica del secolo ci presenti, vo' dire Gian Tommaso Terraneo, che spese gran parte della sua attività e dottrina per ricomporre la vita di Adelaide di Susa, quasi tutta ignorata ed oscura, ma che sgraziatamente non riuscì a finire l'opera sì bene incominciata. Non possiamo quindi dire quale sia la posizione che il Terraneo prenda di fronte alla tradizione riferita; giacchè l'opinione sua al nostro riguardo non ci appare nè dalla I^a nè dalla II^a parte dell'*Adelaide illustrata*, nell'edizione dall'autore medesimo corretta ed arricchita di note, che conservasi nella Biblioteca Nazionale di Torino fra gli altri manoscritti dello stesso storico piemontese; nè dalla parte III^a inedita, e neppure da un zibaldone contenente memorie, appunti, copie di documenti, ecc., col titolo: Per la parte 4^a dell'*Adelaide illustrata* (1).

Dalla tradizione comune cerca scostarsi Cesare Sacchetti, il quale però non sa sostituirvi alcun che di concreto (2). « Si tiene per fama che (Adelaide) abbia concluso i gloriosi suoi giorni in Susa; e v'ha chi assicura per comprovazione, che nella cap-

(1) Biblioteca Nazionale di Torino, mss. Terraneo, Miscellanee T. III, Bc. ms., n. 39. – Riguardo al Terraneo, cfr. *Memorie storiche intorno alla vita ed agli studi di G. Tommaso Terraneo, di Angelo P. Carena, di Giuseppe Vernazza*, per Gaudenzio Claretta, Torino, Eredi Botta, 1862, pp. 3-128 e segnatamente pp. 6-41.

(2) *Memorie della Chiesa di Susa*, raccolte dell'Avv. Can. Cesare Sacchetti, Torino, Giammichele Briolo, 1788, p. 135.

pella della Chiesa di San Giusto, ora detta delle Reliquie, vi esistesse sua tomba, e sopra di essa una statua di sua effigie. Ma che che sia vero, che ancor oggidì si veda tal simulacro, veramente di struttura antichissimo..... non si sa con tutto ciò, che sotto di esso vi fosse sua tomba o mausoleo, che rinchiudesse sue ceneri; nè, se vi fossero state, é cosa da immaginarsi, che li cittadini così beneficati, le avrebbero lasiate *(sic)* in abbandono, ed obblivione. Il Terraneo perciò pretende, che il di lei deposito si trovi presso a quello di sua madre Berta nella cappella della Trinità eretta nella Metropolitana di Torino (1). Incerto è pure il tempo della di lei morte. Se crediamo al Pingone e suoi seguaci, finì di vivere nell'anno 1080. Ma questo è un errore, ecc..... » e quì segue la solita tirata contro l'errore, che il Pingone non ha mai pensato di commettere, la quale ci dimostra come neppure il Sacchetti, che tenta liberarsi dalla tradizione comune, si sa staccare da quell'ordine di idee, che negli storici era oramai divenuto convenzionale; convenzionalismo che il Sacchetti stesso riconosce espressamente, quando ricorda col Pingone i « suoi seguaci » e confessa inconsciamente, quando segue l'interpretazione da tutti attribuita a quel passo dell'antico storico.

Nel secolo nostro pare che presso certi scrittori la tradizione prenda forma più assoluta che non ebbe mai, ed il Denina assevera senza esitare d'aver vista egli medesimo la tomba di Adelaide in Canischio (2): « Nè di Adelaide altro possiam dire riguardo agli ultimi anni suoi, se non che, esclusa dalle paterne

(1) Non so donde il Sacchetti abbia tolta tale notizia, che nel CASALIS (*Dizionario* etc. articolo *Canischio*) è contraddetta perchè vi si legge: Il Pingonio, monsignor della Chiesa, il Terraneo e molti altri storici degni di fede affermano che la tomba di quella principessa sta in Canischio. Questo ripetesi in parte dal BERTOLOTTI, *Passeggiate nel Canavese* (Ivrea, Curbis, 1873), VI, 414, articolo *Canischio*. Forse è avvenuta confusione, probabilmente per causa di un capitolo dell'*Adelaide Illustrata*, (parte II, c. XX) in cui parlasi del Marchese Manfredo II, di Alrico Vescovo d'Asti, e della contessa BERTA, sepolta appunto nella « Cappella della Trinità » ma non si tratta di Adelaide.

(2) CARLO DENINA, *Istoria della Italia Occidentale*, Torino, 1809, I, lib. IV, cap. III, p. 135.

ed avite possessioni, si rifugiò primieramente in Valperga, castello insigne dei conti del Canavese... poi in ultimo luogo... si ritirò e finì i giorni suoi in un triste villaggio chiamato Chianisco, nella cui chiesa parrocchiale mi fu mostrato cinquant'anni sono (dunque circa il 1759), il suo meschinissimo monumento sepolcrale.... » A primo aspetto il brano pare si debba dire attinto dal Pingone, sul cui sfondo il Denina avrebbe poi aggiunto sue opinioni particolari sul ritiro di Adelaide. A noi però interessa in modo speciale la sua asserzione. È ben vero che la tradizione dà alla chiesa di S. Stefano l'onore di accogliere i resti mortali di Adelaide e non alla parrocchiale del borgo; è pur vero forse che il monumento mostrato al nostro scrittore come tomba di Adelaide, non avrà giammai meritato tanto onore se non nella mente del volgo (1); ma l'asserzione del Denina, sebbene non in tutto esatta (e la colpa potrebbe anche attribuirsi ai 50 anni corsi dalla gita a Canischio, al momento in cui lo storico scriveva), serve almeno a sanzionarci la tradizione letteraria coll'aiuto della tradizione orale sempre viva e perdurante accanto alla prima.

Nè della verità della medesima dubitò punto il diligentissimo Muletti il quale però, ripetendo la comune opinione, si tenne sulle orme del Della Chiesa, cosichè gli errori di quello sono in lui riprodotti. « Adelaide, scrive egli (2), trovandosi in estrema vecchiezza, lasciò di vivere nell'anno 1091 nel luogo di Canischio, terra oggidì della provincia d'Ivrea, dove secondo la comune opinione nella chiesa di S. Pietro ricevette sepoltura ». E prosegue (p. 390) combattendo il supposto errore del Pingone, che attirò tante ire ingiuste; « dice il Pingone che morisse Adelaide nell'anno 1080, ma come ciò può essere se ancora nell'anno 1089 la vediamo a beneficare... la chiesa d'Asti?... ognuno ben vede quanto siasi il Pingone ingannato... » In nota poi l'*editore*, cioè Carlo Muletti, respinge l'opinione del Denina sulla povertà di Adelaide negli ultimi suoi anni, e la combatte

(1) Che a Canischio vi fossero resti di tomba creduta d'Adelaide parrebbero confermarlo le « *Mémoires historiques sur la Maison Royale de Savoie* del marchese Costa de Beauregard. Torino, P. Joseph Pic, 1816, I, 10, ma forse a notizia potrebbe essere stata attinta dall'opera del Denina.

(2) *Memorie storico-diplomatiche appartenenti alla Città ed ai Marchesi di Saluzzo*, raccolte dall'Avv. Delfino Muletti, pubblicate con addizioni e note di Carlo Muletti, Saluzzo, Domenico Lobetti-Bodoni, 1829 I, 389.

con forti ragioni. E così da scrittore a scrittore si andò sempre ripetendo l'antica tradizione, che ricompare presso il Casalis (1) ed il Bertolotti (2), e generalmente, come fatto storico indiscutibile ed accertato, in moltissime opere di carattere popolare (3).

***

Da questo rapido esame della storiografia specialmente piemontese, noi vedemmo che la Cronaca di Fruttuaria esercitò una influenza grandissima sugli scrittori, che ebbero a trattare degli ultimi anni di Adelaide, ai quali s'imponeva di per sè, o più spesso appoggiata all'autorità del Pingone. L'affermazione di quest'antico storico fu raccolta dal Della Chiesa, in parte però non esattamente, e noi vediamo spessissimo accettata l'antica tradizione per il tramite dello scrittore saluzzese, con tutte le inesattezze, le male interpretazioni con cui questo riprodusse la sua fonte. Ma la fonte primitiva a cui possiamo rimontare, ripetiamo, è l'antica cronaca abbaziale, che per la nostra questione, merita singolare riguardo, perchè ci presenta, se non altro, una tradizione raccolta probabilmente già nel secolo XIII, forse di formazione di molto anteriore.

A quest'antica tradizione, che vedemmo così saldamente radicata nella storiografia piemontese, tentarono alcuni di opporre non già fatti accertati, che era impossibile, ma congetture più o meno ardite. Ne vedemmo già un esempio nel Sacchetti, il quale, ispirandosi a tradizioni locali, accenna all'opinione che Adelaide possa essere stata sepolta in Susa, ma perchè mancava di ogni sorta di prove, ricordò questa voce popolare quasi timidamente e con peritanza.

---

(1) *Dizionario geografico storico-statistico-commerciale degli stati di S. M. il Re di Sardegna*, Torino, 1836 III, 423–4 (articolo *Canischio*).

(2) *Passeggiate nel Canavese*, Ivrea, Curbis 1873, VI, 414-15 (articolo *Canischio*).

(3) Cfr. FRANCESCO PREDARI, *Storia politica civile e militare della Dinastia di Savoia dalle prime origini a Vittorio Emanuele II*, Torino, G. B. Paravia, 1869, I, 52; ALBERTO DE GERBAIX SONNAZ, *Studi storici sul contado di Savoia e Marchesato in Italia*, Torino, ROUX E FAVALE, 1884, I, parte 2ª, pag. 283; notevole perchè accanto a Canischio ricorda pure il nome di Caselle messo avanti da *altri autori*, con il che allude senza fallo al brano di *Cronaca Fructuariense* riportato dall'Ughelli, e citato dal Guichenon; LUIGI TORELLI, *L'Italia e Casa Savoia*, Torino, Unione tipografico-editrice, 1885, 2ª ed., p. 16.

Più recentemente invece un diligente studioso delle antiche memorie di Susa, il Prof. Ugo Rosa (1), forse con troppo amore al *natio loco*, cercò di rivendicare alla sua valle l'onore di conservar la tomba di Adelaide; ma anch'egli confessa di « avventurare una supposizione (p. 4) ». Il Rosa accettando pure l'opinione del Pingone che Adelaide chiudesse i suoi giorni « in oppido Canisculi » dubita che con queste parole « non si abbia ad intendere Canischio, ma... Chianocco a quattro miglia N.-E. di Susa » (p. 4).

Veramente noi non possiamo dividere col Prof. Rosa il suo dubbio sull'interpretazione del passo del Pingone, perchè questo è spiegato dalla Cronaca Fruttuariense da cui fu attinto, la quale manifestamente, ricordando l'*oppidum Canisculi*, alludeva al Canischio Canavesano. Nello stesso senso hanno interpretato il passo tutti quelli che ricorsero al Pingone come fonte, non escluso il Della Chiesa, sebbene prenda errore nel nominare la cappella dove sarebbe stata sepolta Adelaide. Nè a noi, come al Prof. Rosa, fa ostacolo ad ammettere la tradizione antica, l'osservare che la Cappella di S. Stefano non sorgesse in quel di Canischio, perchè ci basta che non gli fosse lontana: e neppure ci meravigliano le confusioni del Della Chiesa ripetute dal Muletti, che a Canischio fanno sorgere una cappella dedicata a San Pietro non mai esistita; ci spieghiamo benissimo il nome di Caselle sostituito a Canischio: questi errori e contraddizioni nulla han da fare colla tradizione primitiva della cronaca, che spesso fu guastata da quelli che la riportarono; noi possiamo conoscere per colpa di chi ed in qual tempo siano sorte, ci sia lecita la parola, tutte queste varianti, che la tradizione andò presentando nel corso dei secoli e possiamo coll'aiuto della Cronaca spogliarla di quanto in vari luoghi le si andò soprapponendo.

Parve però al Prof. Rosa, in parte a causa delle esposte confusioni fatte in tempi posteriori, potersi liberare anche dalla tradizione primitiva e secolare, e sostener la sua congettura mettendo avanti prove che chiama più propriamente positive.

Stabilisce perciò « la possibilità dell'esistenza in Chianocco

(1) *Ricerche sul sepolcro di Adelaide contessa di Susa*, del prof. Ugo Rosa (estratto dal n. 42 a. II, dell'*Indipendente* periodico di Susa e del circondario). Torino, Celanza e Mastrella, 1888.

verso il 1000 e il 1200 di un castello della contessa Adelaide o dei suoi consanguinei (p. 5) » e non trova improbabile che « l'energica contessa » « trovandosi nel quindicesimo suo lustro e nella mala stagione (+25 dicembre), in una sua visita a Chianoccho, uno dei suoi tanti castelli di val di Susa, *vi abbia* trovata la morte » (p. 5). Prima però di venire alla prova che a lui pare quasi decisiva, deve distruggere l' « audace asserzione del Denina » che noi abbiamo riportata, e che interpretata a dovere, sebbene per errore di memoria in parte inesatta, crediamo importantissima perchè serve quasi a sancire la tradizione letteraria col mostrare il continuarsi ancora della tradizione orale concorde colla prima. Liberatosi da quest'ostacolo, ricorda a conferma dell'opinione sua « un vero ed unico avanzo di sepolcrale monumento e non *meschino* alla potente Adelaide... » che « conservasi tuttora nella Cattedrale di S. Giusto in Susa, ove potè essere stato trasportato dalla vicina Chianocco al domani di una delle tremende irruzioni del suo temuto torrente » (p. 9). Egli allude alla famosa statua che conservasi in Susa in S. Giusto nella Cappella della Madonna delle Reliquie, e che comunemente credesi rappresenti la contessa Adelaide, statua di cui già ebbero occasione di parlare il Sacchetti ed il Casalis (1).

Il Sacchetti non si è spiegato precisamente riguardo all'età a cui attribuisce il monumento, e si contenta di dirlo « veramente di struttura antichissimo » (*op. cit.* p. 135); nel Casalis invece, sebbene l'autor dell'articolo (2) osservi modestamente che « le persone colte . . si astengono dallo stabilire l'epoca precisa in cui fu intagliata » (3) ricorda però l'opinione diffusa che la vorrebbe del principio del secolo XII: data che il Rosa crede poter accettare. La statua fu descritta brevemente dal Sacchetti, più ampia descrizione è nel dizionario del Casalis, per il che noi possiamo ora passarci di molti particolari. È in legno, benissimo conservata, sebbene il tarlo e l'umidità l'abbiano un po' offesa alla base; rappresenta una donna di nobile aspetto, che sta inginocchiata colla gamba sinistra, e tiene la testa sollevata guardando in alto. Le braccia sono aperte ed alzate in atto di preghiera, ed i cappelli a treccie sciolte le scendono sulle spalle.

---

(1) *Dizionario ecc.*, XX, 582-3 (articolo *Susa*).
(2) Cfr. Ugo Rosa, op. cit. p. 10 in nota.
(3) Op. cit. p. 583.

Non è facile stabilire l'età di questo lavoro. Alcune parti si direbbero del quattrocento non avanzato: infatti, specialmente nella parte superiore del corpo, c'è del rigido e secco: la cintura della matrona è allacciata all'uso medioevale, cioè gira assai larga intorno ai fianchi e scende sul dinanzi sin verso i ginocchi. Invece in altre parti della figura pare di dover riconoscere le traccie d'un' arte quasi decadente: alludiamo in modo particolare all'esagerato ritorcersi della persona e alle eccessive pieghe delle vesti. Considerato nel suo complesso il lavoro pare quindi non di epoca molto tarda, ma certo posteriore a quella a cui accennasi dal Casalis e dal Rosa (1).

Abbiamo quindi dinanzi a noi un monumento che fu fatto parecchi secoli dopo la morte di Adelaide; se anche fosse provato che rappresentasse veramente la celebre contessa di Susa e non piuttosto qualche pia ma ignota matrona, non avremmo nessun dato certo a cui appoggiarci per poter stabilire una relazione fra il medesimo e la tomba di lei. Il Sacchetti mentre riferisce la tradizione secondo cui Adelaide sarebbe morta in Susa e sepolta in S. Giusto nella cappella delle Reliquie, e mentre ammette pure che la statua rappresenti la grande contessa, non osa collegare insieme le due notizie, appunto perchè sarebbe congettura gettata in aria senza ombra di prova: l'ipotesi poi del Prof. Rosa il quale vorrebbe che il monumento fosse sorto un dì a Chianocco per onorare la tomba di Adelaide e che di qui poi fosse stato trasportato a Susa per salvarlo dalle irruzioni di un torrente rigonfio è cotanto ardita, che ci pare sorpassi quei limiti oltre cui la congettura non è più ammissibile.

Nulla ci può dunque provare di per sè la statua, preziosa e relativamente antica, è vero, ma non in grado di arrecarci luce per iscoprire la tomba ignorata d'Adelaide. Noi non abbiamo riguardo alla medesima altra testimonianza più antica che quella offertaci dalla Cronaca di Fruttuaria, le cui attestazioni si son andate ripetendo fino ai dì nostri. Riconoscere ora se sia vera o falsa tale affermazione, o per meglio dire, sceverare in essa quanto

(1) Questa è l'opinione che sull'età della statua espresse il Prof. Carlo Cipolla, col quale fui a Susa nel Luglio 1889. E mentre godo di testimoniare la più sincera riconoscenza al mio maestro, colgo pure l'occasione per rendere pubbliche grazie al Rev.mo Sig. Canonico Pietro Peynetti della cui gentilezza e bontà ho avuto campo di approfittare nelle presenti indagini.

sia esattamente storico da quello che vi può aver introdotto la leggenda popolare, già svolta senza dubbio in quel tempo in cui l'antico cronista scriveva, non è in poter nostro perchè ci mancano documenti che possano guidare a buoni risultati le nostre ricerche.

Torino, 10 Marzo 1890.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 9 al 23 Marzo 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori	
Accademia di Arti e Scienze di Batavia	* Tijdschrift voor Indische Taal-, Land-en Volkenkunde; uitgegeven door het Bataviaasch Genootscap van Kunsten en Wetenschappen, etc; Deel XXXIII, Aflevering 2, 3, 4. Batavia, 1889; in 8°.
Id.	— Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch, etc.; Deel, XXVII, Aflev. 2, 3. Batavia, 1889; in-8°.
Id.	Register op de Notulen der Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten, etc., over de Jaren 1879 t/m 1888; door Mr. J. A. van der Chijs. Batavia, 1889; 1 fasc. in-8°.
Id.	Nederlandsch-Indisch Plakaatboek, 1602-1811, door Mr. J. A. van der Chijs; VI Deel (1750-1754); uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap etc. Batavia, 1889; in-8°.
Id.	De derde Javaansche Successie-Oorlog (1746-1755), door P. J. F. Louw; uitgegeven door het Bataviaasch, etc Batavia, 1889; 145 pag. in-8° gr.
Società Medico-chirurg. di Bologna.	* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Società medica di Bologna, ecc.; serie 7ª, vol. 1, fasc. 2.

* Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania; serie 4ª, vol. I. Catania, 1889; in-4°. — Accad. Gioenia di Catania.

—— Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc.; fasc. 9, nov. 1889. Catania, 1889; in-8°. — Id.

* Bulletin internationale de l'Académie des Sciences de Cracovie; Comptes rendus des séances de l'année 1890–Fevrier. Cracovie, 1890; in-8°. — Acc. delle Scienze di Cracovia.

* Ueber die Berechnung der Frauenhoferschen Beugungserscheinungen durch Randintegrale mit besonderer Berüscksicktigung der Theorie der Beugung im Heliometer; Inaugural-Dissertation der philosophischen Facultät zu Jena zur Erlangung der Doctorwürde, vorgelegt von Rudolf STRAUBEL. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Jena.

Der Roggen als Wertmafs für landwirtschaftliche Berechnungen; Inaug.-Diss. etc.; von Conrad von SEELHORST. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträge zur Kenntniss der Ketonsäuren; Inaug.-Diss. etc; von Josef SEISSL. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Versuche zur Synthese von Oxychinolincarbonsäuren und über die dabei erhaltene Paraoxychinolincarbonsäure; Inaug.-Diss. etc.; von Julius ALTSCHUL. Dresden, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id

Die Mineralien des Siegerlandes und der angrenzenden Bezircke; Inaug.-Diss. etc.; von Theodor HAEGE. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträge zur Kenntniss der Mundtheile der Dipteren; Inaug.-Diss. etc.; von Aug. LANGHOFFER. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id

Beiträge zur Anatomie und Ontogenie der Nematoden; Inaug.-Diss. etc.; von N. A. COBB. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträg zur Entwickelungsgeschichte und Anatomie des Geschlechtsapparates von Lymnaeus; Inaug.-Dissert. etc., von J. KLOTZ. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Kenntnis einiger Chlororotonsäuren; Inaug.-Diss.etc.; von Alexander KOLL. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber einige Einwirkungsprodukte von Alkybjodiden auf Nitropopan; Inaug.-Diss. etc.; von Gustav BACHMANN. Jena, 1888; 1 fasc in-8°. — Id,

Ueber Trennungsmethoden des Bariums, Strontiums und Calciums; Inaug.-Diss. etc.; von Waltner KNIEP. Berlin, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Eugetinsäure und einige Derivate derselben; Inaug.-Diss. etc.; von Johannes PAESSLER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Jena. Ueber einige aromatische Verbindungen mit ungesättigten Seitenketten; Inaug.-Diss. etc.; von Moritz PERLSTEIN. Berlin; 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Theoretische und experimentelle Beiträge zur Diffusion von Gasen und Dämpfen; Inaug.-Diss. etc; von Georg GROSS. Dresden, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Synthetische Versuche in der Oxalsäurereihe; Ueber α-Methylglutarsäure; Inaug.-Diss. etc.; von Lazarus CHARLAMBOFF. Odessa, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse von wässrigen Chloridlösungen; Inaug.-Diss. etc.; von Johan FOGH. Dresden, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber einige Derivate aus den Reihen des Carbonyl-o-amidophenols und des Thiocarb-o-amidophenols; Inaug.-Dissert. etc.; von Paol SEIDEL. Dresden, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Beitrag zur Kenntniss der Polynoïden von Spitzbergen; Inaug.-Diss. etc.; von Hermann TRAUTZSCH. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Die geschichtliche Entwickelung der Fruchtwechsel-wirtschaft; Inaug.-Diss. etc.; von Richard ROHRER. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber das Verhalten einiger Oxychinaldine gegen Kohlensäure und über die o-Oxychinaldicarbonsäure; Inaug.-Diss. etc.; von Wilhelm KÖNIG. Dresden, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Uber Xylenolcarbonsäuren und einige Condensationsproducte, welche der Euxanthongruppe angehören; Inaug.-Dissert. etc.; von Gustav BONGE. Dresden, 1888; 1 fasc in-8°.

Id. Ueber Alkyloxyl-Quartenylsäure-Aether; Inaug.-Dissert. etc.; von Ernst ENKE. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Einwirkung von Methylenchlorid auf Para-und Orthotoluidin; Inaug.-Diss. etc.; von Heinrich GRÜNHAGEN. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Uber die Einwirkung des Benzylamins auf das Methylenchlorid; Inaug.-Diss. etc.; von Carl KEMPFF. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. Beiträge zur Kenntniss phosphorigsäurer Alkylverbindungen; ; Inaug.-Diss. von Otto JAEHNE. Jena, 1889; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). * Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der fürftlich Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig; n. X der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section: XXVII, A. LOOS, Ueber Degenerations-Erscheinungen im Thierreich, besonders über die Reduction des Froschlarvenschwanzes, etc. Leipzig, 1888; in-8 gr°.

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof J. Victor Carus in Leipzig; XIII Jahrgang, n. 329. Leipzig, 1890; in 8°. — J. V. Carus (Lipsia).

* Communicações da Commissão dos Trabalhos geologicos de Portugal; t. II, fasc. I. Lisboa, 1889; in-8°. — Commissione dei Lavori geol. del Portogallo (Lisbona).

* Proceedings of the R. Institution of Great Britain; vol. XII, part 3, n. 83. London, 1889; in-8°. — R. Istituto della G. Bretagna (Londra).

—— R. Institution of Great Britain 1889; List of the Members, etc. in 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXIII, fasc. 4. Milano, 1890; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. IV, fasc. 2. Napoli, 1890; in-8°. — Società Reale di Napoli.

* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. IV, fasc. 1 e 2. Palermo, 1890; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de S.-Petersbourg; t. XXII, n. 1. St.-Petersbourg, 1890; in-8°. — Soc. fisico-chimica di Pietroborgo.

* Annali della R. Scuola normale superiore di Pisa; Scienze fisiche e matematiche, vol. VI (della serie vol. XII). Pisa, 1889; in-8°. — R. Scuola normale superiore di Pisa.

* Revista do Observatorio. — Publicação mensal do Observatorio do Rio de Janeiro, anno V, n. 1; anno IV, Indice alphabetico. Rio de Janeiro, 1890; in-8° gr. — Osservatorio di Rio Janeiro.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 5. Roma, 1890; in-8° gr. — Società dei Viticolt. ital. (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; anno 1890, vol. I, Febbraio. Roma, 1889; in-8°. — La Direzione (Roma).

Report of the first Meeting of the Australasian Association for the advancement of Science, held at Sydney, New South Wales, in August and Sept. 1888. Sydney, 1889; vol. 1; in-8°. — Assoc. Australiana pel progresso delle Scienze (Sydney).

* Journal and Proceedings of the R. Society of New South Wales etc., vol. XXIII, part. 1. Sydney, 1889; in-8°. — Reale Società della N. Galles del Sud (Sydney).

—— Catalogue of the scientific Books in the Library of the R. Soc. of N. S. W. Sydney, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La Direzione (Venezia). * Notarisia. — Commentarium phycologicum; Rivista trimestrale consacrata allo studio delle Alghe, ecc.; anno V, n. 17. Venezia 1889; in 8°.

S. Laura. S. Laura. — Medicina esatta, ecc. con la libera collaborazione di Medici italiani, anno VIII, n. n. Torino, 1890; in-8°.

L'Autore. R. Osservatorio astronomico di Brera in Milano. — Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1889, col Riassunto composto sulle medesime da E. Pini. Milano, 1890; 1 fasc. in-8° gr.

L'A. Delle curve piane algebriche che hanno potenza in rispetto a ogni punto del loro piano, ovvero in rispetto ad alcuni dei loro proprii punti; Memoria del Prof. F. P. Ruffini. Bologna, 1890; 1 fasc. in-4°.

L'A. Commemorazione della vita e delle opere di Celeste Clericetti; Lettura fatta al Collegio degli Ingegneri ed Architetti dal Prof. Antonio Sayno, ecc. Milano, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

Id. Sulle deformazioni e le resistenze alla rottura per tensione dei prismi e cilindri di metallo, per l'Ing. Antonio Sayno. Milano, 1890; 1 fascic. in-8° gr.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 16 al 30 Marzo 1890

Donatori

Università J. Hopkins (Baltimora). Johns Hopkins University Studies in historical and political Science; Herbert B. Adams Editor; sevent series, VII-VIII-IX, The River Towns of Connecticut, a Study of Wethersfiele, Hartford and Windsor; by Charles M. Andrews. Baltimore, 1889; in-8°.

Bibl. nazionale di Firenze. Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 101. Firenze, 1890; in-8° gr.

Istituto nazionale di Ginevra. * Bulletin de l'Institut national Genevois, etc.; t. XXIX. Genève, 1889; in-8°.

Gotha. * Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geografischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXVI Band, n. 3. Gotha, 1890; in-4°.

La Direzione (Jesi). Giornale scientifico delle Scuole secondarie italiane, diretto dal Prof. Giuseppe Bertani; anno I, n. 3. Jesi, 1890; in-8°.

* Compte-rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc., 1890, n. 4, pag. 73-108; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Regio Decreto sopra i titoli e stemmi della Reale Famiglia. Roma, 1890, 1 fasc. in fol°.	Il Presidente del Consiglio dei Ministri. (Roma).
Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VII; 1° semestre, gennaio-febbraio, 1890. Roma, 1890; 138 pag. in-8° gr.	Ministero delle Finanze (Roma).
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VIII, n. 1. Roma, 1890; in-8° gr.	Ministero di Agr., Ind. e Comm. (Roma).
—— Statistica del commercio speciale d'importazione e d'esportazione dal 1° gennaio al 28 febbraio 1890. Roma; 1 fasc. in-8° gr.	Id.
* Memorie della R. Accademia dei Lincei, ecc.; serie 4ª, ecc. Classe di scienze morali, storiche e filologiche: parte 2ª — Notizie degli Scavi, agosto, settembre. Roma. 1889; in-4°.	R. Accademia dei Lincei (Roma).
* Cosmos. – Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini, del prof. G. Cora; vol. X, febbraio 1890; Torino, in-8° gr.	G. Cora (Torino).
I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVII, fasc. 124. Venezia, 1890; in-4°.	Venezia. * *
Marquis de Nadaillac. — L'Amérique préhistorique. Paris, 1888; 1 vol. in-8° gr.	L'Autore
Marquis de Nadaillac. — Moeurs et Monuments des peuples préhistoriques. Paris, 1888; 1 vol. in-8° gr.	Id.
E. Cais de Pierlas. — Statuts et Privilèges accordés au Comité de Vintimille et Val de Lantosque par les comtes de Provence. Genova, 1890; 1 fasc. in-4°.	Il Conte E. Cais de Pierlas.
Matteo Prandone difensore d'Asti nel 1526 contro Fabrizio Maramaldo; Nota di Carlo Vassallo. Torino, 1890; 1 fasc. in-8°.	L'A.
Il B. Enrico Alfieri; Memoria del Can. Prof. C. Vassallo. Asti, 1890; 1 fasc. in-8°.	Id.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
4017 (850) 5 v-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Aprile 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, BERRUTI, D'OVIDIO, BIZZOZERO, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI, CAMERANO, SEGRE e BASSO Segretario.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia vengono segnalate due monografie del Prof. Federico SACCO, delle quali una ha per titolo: *Colli monregalesi* (Estr. dal *Bullettino del R. Comitato geologico italiano*), e l'altra *Le Ligurien* (Estr. dal *Bulletin de la Société géologique de France*), presentate dal Socio CAMERANO.

In seguito il Socio BIZZOZERO presenta e legge una Nota del Dott. Giovanni MINGAZZINI *Intorno al decorso del pedunculus cerebelli medius e del corpus restiforme.*

LETTURE

Intorno al decorso ed ai rapporti del Pedunculus cerebelli medius e del Corpus restiforme;

del Dott. Giovanni Mingazzini

Riferisco nel presente lavoro i risultati di osservazioni fatte intorno a un coniglio, a cui era stato estirpato il *pedunculus cerebelli medius* di sinistra senza lesione delle parti circostanti. — La serie completa dei tagli dell'asse cerebro-spinale di questo coniglio, operato da Gudden, si trovano nel Laboratorio dell' Istituto Psichiatrico di Monaco, ove io ebbi agio di studiarli.

Il lavoro completo verrà pubblicato quanto prima nell'*Archivio delle Scienze Mediche* (vol. XIV).

1. Il cervello anteriore primitivo e secondario erano completamente intatti, tanto a destra che a sinistra: così pure il midollo spinale al disotto dei nuclei dei *funiculus gracilis e cuneatus.* Nel cervelletto si nota che la sostanza corticale del verme è perfettamente conservata in tutta la sua estensione eccetto che nelle sezioni prossimali e rispettivamente nei giri dorsali del verme, ove la sostanza midollare è leggermente atrofica. La sostanza corticale e midollare dei giri degli emisferi destro e sinistro e del *flocculus* destro erano affatto normali, mentre la sostanza corticale e midollare del *flocculus* sinistro mostrava un alto grado di atrofia.

Per quanto riguarda le *fibrae transversae pontis* queste si comportano diversamente a seconda che trattasi delle sezioni distali o di quelle prossimali del Ponte. — Nelle prime si osserva che le fibre dello *stratum* superficiale appartenenti al lato sano oltrepassano appena la linea mediana; dicasi altrettanto di quelle che formano lo *stratum complexum*, in modo tale che nella porzione piramidale del ponte, corrispondente al lato operato,

il campo occupato dalle *fibrae transversae pontis* è quasi chiaro, poverissimo cioè di fibre. Ma a misura che si procede coi tagli prossimali si osserva che le fibre dello *stratum* superficiale, provenienti dal lato sano, sorpassano per lo più la linea mediana, avvicinandosi verso il punto da cui si stacca l'atrofico peduncolo cerebelloso medio (operato). Così pure nei tagli prossimali le fibre dello *stratum complexum* della metà sana oltrepassano la linea mediana in numero assai maggiore che nei tagli distali, invadendo il campo della *portio pyramidalis pontis*, sottostante ai fasci piramidali. Buona parte delle *fibrae transversae pontis* finisce nella sostanza grigia della metà omo e controlaterale della *pars pyramidalis pontis;* e propriamente quelle appartenenti alle sezioni distali terminano in massima parte nella sostanza grigia della metà omolaterale: in minima parte nella sostanza grigia della metà controlaterale, mentre le fibre transverse appartenenti ai tagli prossimali finiscono, in proporzioni presso a poco eguali, nella metà omolaterale e in quella controlaterale. In verità nei tagli distali la sostanza grigia della *portio pyramidalis pontis* del lato operato è in quantità assai più debole che nel lato sano: mentre nei tagli prossimali questa sostanza grigia è eguale d'ambo i lati. Possiamo quindi stabilire che l'incrociamento di quella porzione di fibre del *pedunculus cerebelli medius*, la quale ha rapporto con la sostanza grigia della *portio pyramidalis pontis* è maggiore nella porzione prossimale che in quella distale. Le fibre incrociantesi non giungono mai ad alcuna delle parti appartenenti alla metà cerebellosa del lato opposto; dappoichè, come si è già notato, la metà del cervelletto appartenente al lato non operato era completamente integra. Adunque i peduncoli cerebellosi medî non rappresentano affatto un sistema di fibre commessurali del cervelletto.

Betcherew pel primo ha richiamato l'attenzione intorno al destino di un'altra parte delle *fibrae transversae pontis.* Egli lavorando sopra cervelli fetali umani ha osservato che il sistema superiore o cerebrale di queste fibre si riveste di mielina in una epoca posteriore che non le *fibrae transversae* del sistema inferiore o spinale. Ma egli ha riconosciuto che nel sistema spinale parte delle *fibrae transversae pontis* s'innalza perpendicolarmente nel rafe e si perde nel *nucleus reticularis tegmenti pontis* situato ai lati del rafe stesso. Le osservazioni da me fatte mi permettono di aggiungere alcuni particolari a questa scoperta del

Betcherew. Se si osservano infatti le sezioni del sistema spinale del Ponte, si vede che nel campo del *nucleus reticularis* sono conservate in massima parte le fibre sollevantisi nella metà del rafe corrispondente al lato operato, e propriamente manca la porzione mediale delle medesime; mentre nella metà del rafe corrispondente al lato sano sono conservate in minima parte le fibre del rafe, e precisamente manca la porzione laterale delle medesime. Seguendo in basso queste fibre si nota come dal lato sano le fibre occupanti la porzione mediale del rafe si continuano direttamente con le *fibrae transversae dello stratum profundum pontis:* mentre quelle che occupano dal lato atrofico la porzione laterale del rafe discendono più in basso e si volgono verso il lato sano, penetrando nel campo della *pars pyramidalis pontis*, ove dopo un cammino più o meno lungo si perdono di vista fra le fibre dello *stratum complexum.* Possiamo adunque stabilire la seguente proposizione: « Porzione delle *fibrae transversae* del « sistema spinale del peduncolo cerebelloso medio s'innalza per- « pendicolarmente verso il raphe: e propriamente quelle apparte- « nenti allo *stratum profundum* si perdono nella porzione mediale « della metà omolaterale del rafe, quelle appartenenti allo *stra-* « *tum complexum* trapassano la linea mediana perdendosi nella « porzione laterale della metà controlaterale del rafe. »

Poco posso aggiungere sull'ulteriore destino di questa porzione delle *fibrae transversae.* Secondo Betcherew, esse terminerebbero in parte nel *nucleus reticularis* e in parte nella *formatio reticularis.* Le mie osservazioni non mi permettono di confermare queste vedute; però che il peduncolo cerebelloso medio trapassi attraverso il tegmento, risulta già da altre esperienze di Gudden, il quale osservò l'atrofia del braccio pontale costantemente consecutiva alla lesione del corpo bigemino superiore. Che una tale connessione fra queste parti possa effettuarsi per la via del lemnisco laterale è un'ipotesi che io mi permetto soltanto di avanzare, avendo nelle osservazioni in discorso trovato atrofia del lemnisco laterale sinistro e del suo nucleo.

Che al disopra del distretto del sistema spinale le fibre del rafe nulla abbiamo a che fare colle *fibrae transversae*, come ammette Betcherew, si riconosce non tanto dal fatto che in questo sistema le fibre del rafe sono eguali d'ambo i lati, ma anche perchè non si vedono continuare nel campo delle *fibrae transversae.*

La completa integrità delle vie piramidali nel caso presente dimostra pure la nessuna connessione diretta fra questo sistema rispettivamente fra il piede del peduncolo e il braccio pontale.

2. Nell'esperienza attuale si osserva anche l'atrofia del *corpus* restiforme dal lato operato e di formazioni aventi con esso relazioni. Questo fatto si spiega facilmente, ricordando che nel taglio del braccio pontale è quasi impossibile lasciare illesa la porzione endocerebellare del *corpus* restiforme, che si porta alla periferia dei giri del cervelletto. — Il *corpus* restiforme era più atrofico nella porzione prossimale che in quella distale. — Inoltre erano atrofici tre nuclei sui quali ha richiamato negli ultimi tempi l'attenzione Gudden, cioè il nucleo laterale ed i nuclei ventrale e dorsale del *corpus* restiforme. Il *nucleo dorsale* incomincia al livello dei piani corrispondenti alla metà dell'altezza del *n. hypoglossi* e termina prossimalmente a livello dei piani più distali del *n. abducentis.* Il *nucleo ventrale* (porzione distale del nucleo laterale degli Autori) comparisce nel coniglio distalmente, insieme all'*oliva inferior*, e termina prossimalmente poco dopo l'apertura del IV° ventricolo. Il *nucleo laterale* nel coniglio invece si raggruppa in quasi tutta la sua estensione in due ammassi di cellule ben distinti: l'uno dorsale più piccolo e l'altro laterale più grande. Nelle sezioni distali è costituito da un ammasso di poche cellule disposte ventralmente rispetto alla *radix ascendens trigemini*, ma dopo un certo numero di sezioni esso si raggruppa in due piccoli ammassi di cellule, uno dorsale e l'altro ventrale. Nelle sezioni prossimali rimane soltanto la porzione ventrale che scomparisce insieme con l'*oliva inferior.*

Ora nelle mie osservazioni ho notato che mentre tanto il nucleo ventrale quanto il nucleo dorsale del *corpus restiforme* erano completamente atrofici dal lato operato, invece del nucleo laterale era atrofica solo la porzione dorsale, la porzione ventrale invece era inalterata. All'atrofia del *corpus restiforme* adunque segue atrofia (dallo stesso lato) del nucleo dorsale, del nucleo ventrale e della porzione dorsale del nucleo laterale. Io credo quindi che questi tre nuclei sieno solamente in rapporto con il *corpus restiforme,* e dall'analisi delle osservazioni e delle figure riportate nei lavori di Veyas, Monakow e di Gudden sono inclinato a credere che l'atrofia dell'un nucleo piuttosto che dell'altro sia da mettersi in rapporto con l'estensione, ri-

spettivamente con l'altezza di quella porzione del *corpus restiforme* colpita da atrofia.

Nelle osservazioni in discorso ho notato anche l'atrofia dell'oliva inferior (veramente con eccezione soltanto di una piccolissima parte), dal lato opposto a quello operato. Inoltre era in totalità atrofico il fascio cerebello-laterale del lato operato, in piccola parte il *funiculus gracilis* e in grado maggiore il *funiculus cuneatus* omolaterale insieme ai due gruppi di cellule (Monakow) che costituiscono il *nucleus funiculi cuneati*, e veramente il gruppo mediale in piccola parte e il gruppo laterale quasi in totalità.

Inoltre era atrofica la « sezione interna del peduncolo cerebelloso »; sopratutto erano le fibre più laterali della rete quelle che si mostravano notevolmente atrofizzate insieme con le rispettive cellule del cosidetto nucleo di Deiters. Siccome nel caso presente il *nervus acusticus* era ugualmente bene conservato da ambo i lati, così è chiaro che la nostra osservazione contribuisce sempre più a respingere il significato di nucleo dell'*acusticus* che fino a poco tempo fa era attribuito al nucleo del Deiters.

Alla fine io debbo fare alcune osservazioni intorno alle origini dei bracci congiuntivi. Essi nel nostro caso erano perfettamente integri da ambo i lati e altrettanto lo erano i nuclei rossi di Stilling. D'altra parte abbiamo veduto che erano perfettamente normali l'emisfero cerebelloso sinistro e quasi tutto il verme, mentre il *flocculus* sinistro e porzione del *nucleus dentatus cerebelli* di sinistra erano atrofici: ecco perchè è probabile che il braccio congiuntivo derivi, come insegnano anche le esperienze sul ratto di Veyas, piuttosto dal verme e dall'emisfero cerebelloso.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Aprile 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FLECHIA Direttore, G. GORRESIO Segretario della Classe, PEYRON, CLARETTA, ROSSI, BOLLATI di SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, GRAF.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato e presenta alla Classe il volume che S. E. Paolo BOSELLI, Ministro della Pubblica Istruzione manda in dono all'Accademia « A Sua Eccellenza Paolo Boselli Ministro della Pubblica Istruzione nell'occasione del collocamento della prima pietra per la costruzione del Quadriportico dinanzi la Basilica di S. Paolo fuori le mura di Roma (Roma, 14 Marzo 1890) ».

Il Segretario legge la lettera con cui il signor Robert MOWAT ringrazia l'Accademia dell'averlo eletto Socio Corrispondente, e la lettera in cui il Barone MANNO si scusa di non poter intervenire all'adunanza per essere stato chiamato a Roma dal Re.

Il Socio Barone CLARETTA offre, a nome dell'autore Alfonso CORRADI, i seguenti lavori: *Le prime farmacopee italiane ed in particolare dei ricettarii fiorentini; — Origine e fortuna della parola influenza; — Serie cronologica delle epidemie d'influenza in Italia; la grande epidemia del* 1580: *Il fundello.*

Legge inoltre una Nota storico-artistica nella quale rivela le peripezie occorse al celebre ritratto equestre del Principe Tommaso di Savoia, dipinto dal Van Dych.

Il Socio Prof. SCHIAPARELLI fa una seconda lettura intorno ai Cheta. Ricorda l'identità dei Cheta con gli Ittiti della Bibbia, e le antichissime loro relazioni coll'Egitto. Conferma la loro prevalenza politica nella Siria, nell'Asia Minore e sull'alto Eufrate, e ragiona delle cause della decadenza politica dei Cheta.

LETTURE

Le peripezie del celebre quadro di Van Dych « il ritratto equestre del principe Tommaso di Savoia », e dei famosi arazzi « gli amori di Mercurio; »

Nota storico-artistica del Socio GAUDENZIO CLARETTA

Nissuno ignora che oggidì alla mercè dei documenti, quasi ovunque resi famigliari, si appurano i fatti e si correggono i giudizi avventati od erronei, assolvendo o condannando secondo i casi. Così del pari per la stessa ragione si riesce a colmare molte lacune, e scoprire particolari, rimasti sconosciuti a chi ebbe un tempo a correre lo stesso palio. Ed ora per appunto, dopo l'esame di un carteggio inedito che si conserva presso l'archivio di Stato di Torino, possiamo essere in grado di dare qualche notizia sulla fortuna incorsa ai due importanti cimeli artistici sovrindicati, già spettanti alla reale famiglia dei nostri sovrani.

Chi, sia o no artista, non conosce quel famoso lavoro di Van Dych, che è il ritratto equestre del principe Tommaso di Savoia-Carignano, stipite della linea che oggi regna in Italia, e che si conserva nella reale pinacoteca? Anche l'occhio profano che s'imbatte in quest'opera è indotto ad ammirare per amore o per forza quel brioso destriero dal pelo bianco che s'impenna avanzandosi sulla sinistra; quel cavaliere che vi sta sopra e che gira i tre quarti della sua testa con uno sguardo marziale, vestito di corazza, col collare dell'Annunziata che gli pende sul petto, e con una folta e bruna capigliatura che gli cade sulle spalle, coperte di una larga gorgiera di merletto. Lo spettatore dunque non può di meno che rimanere attonito e far lunga pausa a contemplare quel bel lavoro che rappresenta con tanta vivezza la figura dipinta. Ebbene, se questo capolavoro è oggidì a Torino, dobbiamo proprio esclamare *eureka eureka*, poichè esso in un con altro pregevolissimo oggetto artistico stava per essere condannato

a passare in mani altrui e straniere all'Italia. Già il conte A. di Vesme nel suo accurato scritto *Van Dych peintre de portraits des princes de Savoie* (1) aveva scritto: *Ce tableau n'appartint pas toujours aux princes de Carignan. J'ignore si le prince Thomas après qu'il eut quitté le service d'Espagne pour celui de la France emporta son portrait à Paris dans l'hôtel de Soissons dont sa femme venait d'hériter, ou bien s'il le défera dans sa maison de Turin. Tout ce que je puis dire à cet égard c'est que plus tard le prince Eugène de Savoie ayant manifesté à son cousin le prince Victor-Amédée de Carignan le desir de posséder lui-même le portrait de leur commun grand père, Victor-Amédée s'empressa de satisfaire son illustre parent en lui expédiant à Vienne l'œuvre de Van Dych.*

I documenti ritrovati serviranno a rivelare in parte quel che rimase ignoto all'or citato autore, e farci conoscere pure in qualche punto le avventure a cui andò soggetto il lavoro del sovrano pittore fiammingo, prima che dovesse rimanere definitivamente a Torino. Ma per maggiore intelligenza di quanti non hanno famigliari le cose nostre, non è fuor d'opera premettere una breve notizia sui personaggi ai quali specialmente si riferiscono queste pagine.

Dopo la morte del principe Tommaso, seguita nel 1656, molti avvenimenti erano succeduti nella sua famiglia, che omettiamo per non deviare troppo dall'argomento. Se il primogenito di lui Emanuele Filiberto, il famoso sordo-muto, aveva ingegno e discernimento, ed era molto assennato ad onta della infermità nativa, non tale si fu il secondogenito Eugenio Maurizio, conte di Soissons, morto nel 1673 a Wlna nella Vestfalia, lasciando la vedova Olimpia Mancini, madre del grande principe Eugenio e di altri figli. Bella, gentile e piena d'ingegno, Olimpia aveva un dì occupato gli affetti del giovine Luigi XIV. Ma dopo gli screzi cagionati dalla rivalità colla duchessa della Vallière regale amasia, ella dovette andare in esiglio. Avuta poi facoltà di ritornare a Corte, altra volta era costretta di partirsene a cagione del celebre processo dell'avvelenatrice Voisin, e riparare a Brusselles, mentre i figli stettero in Francia. Senonchè, qual nave senza nocchiero in mare procelloso, a guisa di cavallo bizzarro senz'auriga, menarono costoro vita errante e dissipata, cosicchè la fortuna domestica, che aveva già subìto

(1) Nel volume XXIV della *Miscellanea di Storia italiana*. Torino, 1883.

forti scosse, finì per essere assottigliata di modo, che quel patrimonio era tutto aggravato di debiti.

Luigi Tommaso conte di Soissons poi, primogenito dell'anzi accennato conte Eugenio Maurizio, aveva si può dire per soprassello consumata tutta la parte sua, menando vita dissipata. Oltracciò egli aveva nel 1680 fatto *une mésaillance* segreta con una tal Urania *La Cropte-Beauvais*, figliuola di uno scudiere del principe di Condè, sposata, come dice il St-Simon, *au désespoir de la princesse de Carignan sa grande-mère* (la vedova dell'or nominato principe Tomaso) *et de touts ses parents.* Nel 1694 il conte di Soissons abbandonava Parigi ed allontanavasi dalle molestie dei benedetti creditori che facevano ressa continua all'*hôtel Soissons*, e non erano lontani dal procurare inquietudini abbastanza serie al loro debitore.

Non incresca ai leggitori di udire da due contemporanei, i banchieri Narcis e Masson, quanto a questo proposito da Parigi il sei di settembre di quell'anno essi scrivevano al conte Piccone della Perosa, procuratore generale del principe di Carignano: « ... *Vous aurez apris par nos precedentes le depart de monsieur le comte (de Soissons) pour Venise; et ayant veu avec beaucoup de surprise qu'il avoit vendu ou angagé le grand tableau de monseigneur le prince Thomas et la belle tapisserie de Mercure, qui lui avoient été confieés par les huissiers, pour satisfaire la curiosité, nous sommes après pour decouvrir ou peuvent être ces deux articles, ayant resolu de prier monsieur l'abbé Riuing de s'y employer principalement pour la tapisserie comme s'il avait envie de l'achepter pour monsieur le duc de Modene. Et à l'egard du tableau nous nous servirons d'un curieux, à la vue du quel il n'echapera plus, et lorsque nous aurons decouvert ou ils sont, nous ferons agir monsieur Riving qui est tout scandalisé de cette conduite, et qui les fera rendre en payant la somme pour la quelle les dites marchandises auront été engageés ou vendues sauf le recours ensuite contre monsieur le comte de Soissons; et nous vous donnerons notice de tout ce qui passera à cet égard...* »

Non vi è dubbio che *le grand tableau de monseigneur le prince Thomas* era appunto quello sovr'accennato del Van Dych, e non uno degli inferiori a mezza postura, pure dipinto dallo stesso autore, che adornano il museo di Berlino e il castello di Vindsor. La tappezzeria detta di Mercurio era uno dei più pre-

ziosi arazzi che si avessero: si diceva tessuto sopra cartoni di Raffaello e rappresentava gli *amori di Mercurio* (1). Grazie all'industria de' suddetti banchieri, e dopo un mese di ricerche, non guari facili in mezzo alla baraonda parigina, eglino coll'aiuto di quell'abate erano già in grado di rivelare al conte Piccone, che il gran quadro del Van Dych era stato venduto da quello spensierato del conte di Soissons per miserabili trenta luigi, straordinaria lesione di contratto, calcolandosi di circa mezzo milione il valore odierno di quel quadro. Nella lettera del 4 ottobre

(1) Per quanto con esagerazione e fine maligno sia stato da taluni, ignari del resto dei particolari della nostra storia, condannato il nostro paese come estraneo affatto all'arte, converrà ripetere, sempre ogni volta se ne presenta l'occasione, come se esso non può gareggiare in fatto d'arte colle provincie sorelle, ha però una bella pagina che apparirà degnamente quando si pubblicheranno i documenti che si riferiscono a questo. Basti per ora avvertire, che come non mancarono fra noi dal secolo XVI al secolo odierno i pittori, gli intagliatori, che conseguirono qualche fama, così vi furono stimate fabbriche di porcellane, vetri, bronzi, arazzi, ecc.

Ma per non dare soverchia estensione all'argomento, e soltanto a confutazione delle gratuite asserzioni di chi volle il nostro paese, e i nostri principi indifferenti all'arti belle, mi siano consentite ancora brevi parole in prova dell'argomento, che carità di patria esige si abbia sempre a ribadire ogni volta se ne offra l'occasione. E poichè parliamo qui di tappezzerie, ritrovo che nel 1611 il conte S. Martino di Vische, ministro di Carlo Emanuele a Roma, che già nell'anno antecedente aveva suggerito al medesimo l'acquisto di sedici statue pregevoli, per la somma di novecento ducatoni, gli proponeva una tappezzeria col baldacchino di tela d'oro, tutta ricamata, che poi fu messa insieme per sottrarla all'avidità del conte di Benevento, e sebbene non si farà con venticinque mila ducatoni, s'avrà per meno di otto e forse sette mila..... Questa tappezzeria era a Napoli.

Un successore del conte di Vische, il conte Lodovico S. Martino d'Agliè, nel 1634 sapendo che Vittorio Amedeo II pure era bramoso d'illeggiadrire il suo palazzo di cose artistiche, proponevagli altresì l'acquisto di tappezzerie che stavano in pegno presso ebrei di Roma per la somma di scudi 3500. Erano ..... di tela d'oro ricamate le quali furono del serenissimo principe Filiberto accomprate già da monsignor de Massimi; quando V. A. R. pensasse di ricomprarle, intendo che sarebbe con gran guadagno..... »

Altra tappezzeria artistica veniva acquistata dal figlio di Vittorio Amedeo I, Carlo Emanuele II, che il 7 marzo 1648 scriveva al conte Federico Aldobrandini di S. Giorgio pur ministro a Roma..... Attenderemo volentieri all'accompra di quella tappezzeria di ricami alla chinese col fondo d'oro che si trova costì, e vederete di ridurre il prezzo al maggior vantaggio possibile.

La materia cresce al punto che per accennare solo alle cose principali ci vorrebbe un'opera speciale. Basta per ora unicamente aggiungere che da Roma,

in cui i detti banchieri cominciavano a rivelare la scoperta del quadro, nulla ancora avevano detto della tappezzeria. Ma proseguendo qua e là le indagini, quegli occhi lincei pochi giorni dopo riuscivano anche a scovare la famosa tappezzeria, data in pegno per sette mila lire. Ed allora i due mediatori, anzi i tre mediatori, poichè loro erasi anche associato quell'abate, instavano presso il procuratore generale del principe di Carignano, affinchè venisse da Torino dato a loro ordine, o di riacquistare il quadro venduto per quella vilissima moneta, ovvero, nel caso che l'in-

---

madre delle arti, tali e tanti furono i capi d'opere artistiche acquistati dai nostri principi, che, astrazion fatta dalla protezione da loro conceduta a pittori, scultori ed altri artisti chiamati in Piemonte, sarebbe sufficiente ciò solo a provare quanto essi siano sempre stati, di padre in figlio, amatori delle arti belle. Accennerò per altro ancora, avendo di sott'occhio il documento che ce lo attesta, la proposta fatta nel 1615 dal conte Alessandro Scaglia di Verrua, ministro a Roma, di un famoso vasellame che diceva atto a fornire una reale credenza (e poteva anche aggiungere le credenze dell'*high-life* italiana, ben sapendo come coi principi rivaleggiassero i ricchi patrizi Genovesi, Milanesi e Romani), e che conteneva..... ventiquattro fruttiere d'argento indorato, tutte simili, dodici con le statue degli Imperatori figurate di basso rilievo, di fatti e vittorie, di cui quattro con le statue delle stagioni, quattro con gli elementi ed altri quattro con le monarchie, tutte parimente figurate di basso rilievo..... Vi sono diversi bacili e boccali grandi del medesimo lavoro molto riguardevoli, vasi da fiori dorati di festoni grandi con gli arbori d'argento indorato, smaltati con colori delle qualità di frutti che hanno assai del naturale. Vi è anco una buona quantità di guantiere smaltate d'ogni sorta, canestri intagliati e teghiere per ornamento di bottiglieria, molto vaghe..... E quel vasellame pare si potesse acquistare per la somma di venticinque mila ducatoni.

Fioriva già a Chieri sul finire del secolo XVI una famiglia Gabaleone, che, senza indagar qui la maggiore o minore veridicità degli aneddoti che corrono sul suo cognome, non essendone ora il luogo acconcio, cominciava nei due fratelli Giambattista e Bernardino a stabilire quella fortuna che divenne poi considerevole anche pei ragguardevoli uffizi ottenuti sino ai giorni nostri. Carlo Emanuelo I, aveva nel 1597 conceduta la nobiltà ereditaria a questi fratelli. In un'altra nomina poi dell' anno 1610, discorrendo lo stesso principe del Giambattista che aveva esercito vari e disparati uffizi, osservava che..... col suo credito ed industria aveva procurato come procura tuttavìa d'introdurre nuovi traffichi e commerci nel Piemonte e Savoia di molta considerazione..... Questo Giambattista erasi raggirato variamente, ed aveva avute altresì missioni in Inghilterra, il cui sovrano l'aveva anche creato cavaliere..... e forse era egli stesso — il Gabaleone — a cui accennava nel 1599 il conte Filiberto Gherardo Scaglia di Verrua, ministro di Carlo Emanuele I a Roma, al quale scriveva... « Il Gabaleone ha una tappezzeria bellissima di Fiandra con oro costi, se si potesse inviare a Genova in tempo che le galere di Sua Santità devono arrivare colà per levare il signor cardinale di S. Giorgio

discreto possessore nol volesse, promuovere giuridicamente le ragioni per riaverlo.

In quanto poi alla tappezzeria, essi suggerivano che sarebbe forse stata cosa più conveniente che vi si fossero adoperate le principesse sorelle del conte di Soissons. Ma ad ogni modo eglino instavano a prendere una pronta risoluzione, perchè non venisse a perdersi *un morceau de cette consequence que madame de Carignan n'aurait pas donné pour au moins de* 15 *a* 20 *mil livres, parceque c'est un morceau qui n'a point son pareil.*

---

saria ancora a tempo e a proposito per quel servizio che sa l'A. V. » Probabilmente si trattava qui, come avveniva con frequenza, di far qualche sontuoso regalo a prelati romani per addolcirli nelle concessioni continue che s'impetravano dalla Corte di Roma. Ma comunque ne sia, la lettera del ministro ci avverte che il chierese Gabaleone già possedeva oggetti artistici pregevoli.

Dai principi l'inclinazione era passata ai privati; e molti gentiluomini nostri, che per ragione di ambascerie o diversamente percorsero nazioni e regioni dove fiorirono sommi artisti, affinarono il loro gusto; e procacciandosi cimeli di ogni genere, contribuirono non poco fra noi al progresso dell'arte. E per non allontanarci da materie risguardanti il presente tema, avvertirò che fra questi gentiluomini i quali arricchirono la loro patria di preziosi lavori artistici vuol essere, come si spiega il documento che abbiamo per le mani, annoverato *le vieux comte de Pollongière de la Trinité*, che faceva acquisto a Bruxelles di un arazzo rappresentante gli amori degli Dei. Questo vecchio conte di Polonghera probabilmente fu Carlo Adriano, figlio di Bongiovanni Costa, a cui nel 1568 erano stati eretti in contado i feudi di Polonghera Arignano e Fortepasso. Carlo Adriano era stato ambasciatore a Roma, e sebben ammogliato con Eleonora Madruzzi moriva improle nel 1619. E forse fu questa la ragione per cui quel famoso arazzo fu *acheté a l'encant après sa mort par le comte de Sale.* Il qual conte di Sale, poteva benissimo esser Fulvio delle Lanze, scudiero di Carlo Emanuele I, che nel 1620 ebbe infeudazione di Sale. Ma comunque siane, il conte di Sale, faceva acquisto per settecento pistole della tappezzeria del conte di Polonghera, la quale così veniva ad essere ornamento di uno dei palazzi di Torino.

Ecco del resto il documento che ci descrive quell'arazzo:

Fable meslée d'histoire representée dans la tapisserie d'haute lisse apportée de Bruxelles en Piémont par le vieux comte de Pollognière de la Trinité et achetée à l'encant après sa mort par le comte de Sale pour le prix de 700 pistole d'Espagne.

Fable de l'amour:

Represente Cupidon qui tient un satire par les cheveux d'une main et de l'autre lui enfonce une de ses flêches dans le coeur.

Si vede però che i lestofanti, che avevano abusato dello stato del conte di Soissons per avere quei preziosi oggetti d'arte, sapevano così bene celarsi, che i nostri mediatori sin'allora ignoravano ancora chi essi fossero. Essi peraltro non si smarrirono d'animo; ed intanto cominciavano in genere ad ottenere che il Parlamento, secondando le istanze dei creditori Soissons, venisse ad obbligare gli uscieri adopratisi per la vendita dei mobili della fu principessa di Carignano, a riportare quella tappezzeria, con autorità data a quegli uscieri di confiscarla ovunque ella fosse per trovarsi.

Le Dieu des richesses ayant surpris Cupidon le faict enchainer avec des chaines d'or et lui couppe avec des ciseaux les ailes pour le punir de ce qu'il avoit osé blesser Pluton.

Plutus à qui les amours présentent les richesses présente à Vulcain la flèche avec la quelle il a été blessé.

Cupidon en l'air qui ayant blessé Pluton d'une de ses flèches épris d'amour pour Proserpine l'enleve au milieu de ses suivantes qui sont representées en pleurant de ses perces.

Hypomenes par le conseil de l'amour vainquit à la course Attalente: celle cy est representée baissée pour ramasser des pommes d'or que Hypomenes avoit jetté malicieusement pour lui en donner envie et lui faire perdre du temps, et par cette ruse gagnat la course et eut cette princesse pour l'époux.

Venus qui prepare des plumes des flèches pour reparer le tort que Plutus a fait à son fils Cupidon Cerez et Bachus qui viennent lui offrir leur secours.

Venus qui presente à l'assembléo des dieux Cupidon avec les ailes coupées par Plutus.

Tandis que Venus console et échauffe son fils Cupidon, Plutus visite son carquois et ses flèches et Cerez et Bachus dans un coin paraissent parés de leurs attributs.

Lo stesso documento ci dà contezza di altri arazzi pregevoli giunti a Torino e descritti così: Vieille tapisserie achetée des Benedictins en deux cens pistolles.

Pièce représentant les planètes, les 12 signes du zodiaque, les saisons, les vents et les mois de l'année.

La nature qui forme les quatre tempéraments, colerique, flegmatique, mélancolique et sanguin. Elle perfectionne ce dernier avec soin et le tenant par les pieds sur un enclume d'une main et de l'autre un marteau. La nature qui présente les quatre tempéraments à l'inclination, celle cy les présente aux plaintes que les domine aux sciences et à la fortune.

Le tronc de la mort où sont présentés les quatre tempéramens et qui marque la fin et l'espace des differents morts de ces temperamens.

Documento esistente presso l'autore.

Finalmente, dopo quasi cinque mesi si riusciva a scoprire il fortunato possessore della tappezzeria. Senonchè qui la sorte avversa aveva fatto sì, che anco ad onta di questo, vi fossero moltissime difficoltà a superare per riaverla. Infatti colui che la riteneva non era uomo dozzinale, ma pel grado di cui era insignito poteva rendere ben difficile l'opera di coloro che nel volessero spogliare. Egli pertanto era il balio, cavaliere d'Hautefeuille, ambasciatore a Parigi dell'Ordine di Malta, che perciò godeva inviolabilità di persona e di asilo. Con costui il conte di Soissons, alla guisa de' figli dissipati, aveva fatto un bello scrocchio, dandogli in pegno quella tappezzeria per sei o sette mila lire, almeno secondo ciò che vociavasi.

Anche lentamente camminava il procedimento a tutela del quadro del Wan Dych, poichè l'imbroglio della treccheria era tale, che colui il quale tenevalo in suo potere, aveva i mezzi di negarne il possesso; il che vuol dire quante difficoltà ci volessero per venirne a capo. Ma i nostri agenti ancor qui non si smarrivano di coraggio, ed alacri proseguivano nell'ardua impresa che avevano per le mani.

In quanto alla tappezzeria di Mercurio, due erano i mezzi che si paravano innanzi per riaverla: o che il principe di Carignano volesse scrivere al balì d'Hautefeuille direttamente, o che i creditori della principessa di Carignano avessero a presentare una richiesta a Luigi XV per avere la facoltà di confiscarla.

I nostri banchieri proponevano di seguire il primo mezzo, secondo loro il più acconcio. Essi erano d'avviso che quella tappezzeria essendo stata legata al principe Amedeo Ferdinando (fratello del principe di Carignano Emanuele Filiberto, premorto in giovane età) poteva venire chiesto a quel balì quale retaggio di famiglia, come lo era quella detta di Scipione, sborsandogli ben inteso la somma di cui rimaneva creditore verso il conte di Soissons.

Dato poi il caso che quel balìo prendesse la scappatoia di negare il fatto, allora, soggiungevano quei banchieri, si sarebbe potuto ricorrere al secondo mezzo proposto.

Codesti suggerimenti venivano trasmessi a Torino, ma già era decorso un mese d'intervallo, senza che si fosse presa alcuna determinazione, e ciò con rammarico di quei zelanti mediatori, tementi che la famosa tappezzeria venisse ad essere trafugata, o che in un modo o in un altro la contessa di Soissons avesse

poi a disfarsene. Ma il principe di Carignano nicchiava a prendere una pronta risoluzione. Gli agenti suddetti allora riscrivevano a Torino, e si esibivano essi stessi ad acquistarla, anche per duemila scudi, persuasi com'erano che quella tappezzeria potesse valere il doppio.

Infine intorno alla metà di maggio giugneva da Torino a Parigi la risoluzione definitiva del principe di Carignano, la quale era di non dirigersi punto al balìo di Hautefeuille, ma bensì di far agire i creditori stessi della principessa di Carignano.

In tal guisa, senza conoscere la soluzione del procedimento intentato tanto contro il ritentore del celebre capo d'opera del Wan Dych quanto contro il possessore della classica tappezzeria, non manifestandocela il carteggio di quei due banchieri Narcis e Masson, si riusciva a ricuperare l'uno e l'altra. Quindi è che allo zelo, e vogliam credere disinteressato, di questi due va debitrice la Casa di Savoia di aver indi potuto adornare la reggia di Torino di due lavori d'arte che giustamente riscossero l'ammirazione universale.

Se si fosse ritardato di poco, forse la perdita loro era inesorabile, poichè la contessa di Soissons nello stesso mese di maggio abbandonava Parigi diretta ad Aix-la-Chapelle, ed il conte di Soissons erasi recato al servizio dell'imperatore.

L'Hôtel Soissons veniva allora scelto a dimora dalle damigelle di Carignano e Soissons, uscite di poco dal monastero, cioè Maria Giovanna Battista e Luisa Filiberta. Sono quelle tali, di cui il St-Simon scrisse che *leur conduite était tellement indécente et leur débauche si prostituée que monsieur de Savoie ne peut plus sopporter ce qu'il aprenait.*

Ma mentre l'*Hôtel Soissons* proseguiva a fornire esca a quanti si piccavano di bello spirito e di barzellettare, anco oltre la convenienza, il piccone demolitore già lo minacciava. Ad istanza dei creditori esso veniva nel solo 1748 inesorabilmente distrutto.

Sotto Luigi XVII poi, il signor della Voypière vantavasi di possedere una palazzina costrutta co' ruderi di quel palazzo, occupandone alcuni punti all'angolo della via du four St-Honoré, oggidì via Vauvilliers. Non era l'ultimo palazzo storico a cui, a Parigi e presso noi, fosse serbato un tale fine. Ricuperati adunque, e il ritratto equestre del principe Tomaso, opera del Wan Dych, e gli arazzi del Mercurio, tanto l'uno quanto gli altri dovevano

ancora far parecchi viaggi. Il quadro giunto a Torino in mani del principe Vittorio Amedeo di Carignano, veniva da esso spedito a Vienna per compiacere l'illustre suo cugino il principe Eugenio. Dopo la morte di questo, esso passava nelle mani della nipote Marianna Vittoria di Savoia-Carignano, sposatasi al principe Giuseppe d'Hildebourghausen. Essa nel 1742 lo vendeva al Re di Sardegna Carlo Emanuele III.

È il famoso quadro, che il conte Luigi Malabaila di Canale, nostro ministro a Vienna, nel maggio di quell'anno procurava di *rouler et* in un cogli altri della quadreria del principe Eugenio *bien empaqueter par le peintre Meydens*, e che così altra volta faceva il lungo viaggio da Vienna a Torino (1).

Il Re aveva acquistati questi quadri del principe Eugenio per la somma del capitale di lire novantacinquemila, in forza di contratto seguìto sin dal 16 dicembre 1741. Alla principessa però non veniva data la somma, ma il reddito di lire cinquemila all'anno.

Dicasi lo stesso della tappezzeria di Mercurio che quella

---

(1) Vesme, *La quadreria del principe Eugenio* (Miscellanea di storia italiana, XXV). Posso aggiungere che il nome di questo pittore compare naturalmente nei conti della real casa. Ivi all'anno 1742 leggesi: « L. 982,10 al pittore Adamo Wherlin (cioè il Norimbergese, a cui il Vesme consacrò una nota nell'accennato suo lavoro) per mercede di esso e del suo garzone pittore Francesco Meysle seco condotto da Vienna, dal 1° gennaio a tutto marzo; in qual tempo ha continuato a raggiustare i quadri dei reali appartamenti... » Si vede che non si guardava a spese, poichè i suddetti (notando che altra volta accennandosi al Meysle viene detto giovin pittore) ricevevano di nuovo ugual somma per la loro opera. Da quel punto il nostro paese venne ad acquistare una nuova famiglia di pittori in quella dei Wherlin che fiorì sino all'età nostra. Nel novembre 1743 l'Adamo in rimborso .....delle spese del viaggio e trasporto delle robe di sua famiglia venuta da Vienna a questa città..... riceveva mille lire. Poco dopo si notano L. 375 date..... al sig. Gio. Adamo Wherlin stato stabilito per conservatore delle gallerie e quadri tanto in questa città che fuori collo stipendio di L. 1500 annue, da incominciare col primo ottobre scaduto, a tenore di regie patenti delli 7 novembre prossimo scaduto..... *Arch. di Stato. Sezione camerale.*

Lieve poi era l'ammontare del trasporto di parte dei quadri accennati da Venezia a Torino, trovando spese sole L. 59 alli negozianti Grossi e Valsecchi in rimborso di esposto in agosto 1742 per la condotta da Venezia alla presente città di due casse state spedite da Vienna, una contenente i quadri e l'altra arnesi da cavallo in servizio di S. M., come da recapito 26 giugno. - *Archivio di Stato, sezione Camerale.*

principessa nel 1743 vendeva al re or nominato (1). Il quadro adunque, come dicemmo, è ora nobile ornamento della reale nostra pinacoteca. In quanto ai famosi arazzi di Mercurio, di cui sinora discorremmo, possiamo aggiungere ch'essi pure giungevano incolumi a Torino nel dicembre del 1744; e fruttavano alla principessa do-

(1) Nè fu il solo degli arazzi pregevoli a cui abbia incolto mal fine, o sia rimasto deteriorato di guisa, da non poter più servire all'uso al quale era consacrato. Anche degli arazzi che si facevano a Torino, la maggior parte ebbero a soffrire danni notevoli. E sì che i nostri principi, specie nel secolo XVIII, avevano posta molta cura alla loro fabbrica. Il miglior pittore della Corte soleva dar l'idea degli argomenti abbozzati da lui, e che quindi i pittori allievi eseguivano pel modello degli arazzieri. Così, per recare un esempio, non troppo distante dall'epoca di cui trattiamo, nel 1742, i pittori Giovanni Molinero e Giovanni Antonio Colombino attendevano alla pittura sotto la direzione dell'illustre Cavaliere Beaumont primo pittore della Corte pei disegni da consegnarsi ai direttori della fabbrica degli arazzi Francesco Demignot e Francesco Limosino per una tappezzeria ordinata dal re Carlo Emanuele III. Il quale deve anche ritenersi benemerito per l'eccitamento dato in tal guisa all'arte. Fra noi artisti di questo genere erano allora Michele Limosino, Niccolò Vaccarino, Domenico Bressiano, Antonio Molina, Michele Birago. Altro capo arazziere era il romano Antonio Dini, che aveva sotto di sè Isidoro Moreschi, Pietro Anfossi, Michele Picco Carlo Lebonis, la maggior parte nostri compaesani. Il nominato Francesco Demignot era già succeduto al suo padre Vittorio direttore della fabbrica delle tappezzerie di bassa lizza, ed eravi stato nominato nel 1743.

E poichè avemmo a parlar alcun po' degli oggetti d'arte acquistati dal re Carlo Emanuele III dalla principessa Anna Vittoria d'Hildburghausen ci si consenta ancora, a cornice di questo quadro artistico, ricordare ch'essa aveva pure inviata al Re la preziosa argenteria ereditata. E di questa ci dà notizia il regio biglietto del 22 maggio 1748 del re Carlo Emanuele III, al generale delle finanze..... Fu da noi gradita la proposizione fattaci nell'anno scorso dalla principessa Anna Vittoria di Savoia, duchessa di Saxe Hildburghausen mia cugina residente in Vienna d'Austria di mandarci una quantità della sua argenteria, mediante il pagamento di un'annua pensione vitalizia, regolata a ragione di dieci per cento del valore della medesima. Ora essendo qui giunta la detta argenteria che ritrovasi di nostra soddisfazione, ben lavorata ed in molti diversi pezzi descritti nel qui unito stato, si è la medesima pe sata nella nostra Zecca, e riconosciuta ascendere in tutto a marchi mille cento cinquanta, oncie una e denari sei, stata estimata dal nostro orefice P. Boucheron (Andrea figlio di Giuliano abiatico del Simone, venuto da Orleans a lavorare in bronzi alla nostra Corte) nel suo valor intrinseco a lire quarantaquattro il marco, ossia lire cinque e mezza l'oncia rispetto a quella di Parigi ed a lire quarantatre il marco o siano lire cinque s. s. 7,6 l'oncia. Quanto all'altra d'Inghilterra e Torino e per la fattura assommata l'una sull'altra in ragione di lire quattro il marco o siano soldi dieci l'oncia, locchè tutto rileva alla somma di L. 54677,10 come risulta dal

natrice dei medesimi l'annuale pensione di tremila lire. Ma ecco spiegato il fatto col riferire il documento stesso che ce n'informa. Esso data dal campo di Montecastello il sei settembre del 1745; ed è di questo tenore:

« Avendoci la principessa Anna Vittoria di Savoia duchessa di

---

detto stato vistato dall'intendente generale della nostra casa Perrucca e dal detto orefice che ne ha spedita ricevuta, pure qui giunta dei 20 corrente appiè della ricognizione dell'ufficio di detta zecca, per venire poi quella rimessa alli custodi delle nostre argenterie, alla qual somma aggiuntevi le spese del porto, diritto e gabella d'uscita e transito ascendente a L. 2822,10, comprese L 2061, pagate alla zecca di Vienna, importa il totale prezzo di essa argenteria lire cinquanta sette mila cinquecento di Piemonte. Epperò vi diciamo essere mente nostra che facciate pagare alla predetta principessa lire cinquemila settecento cinquanta annue per corrispettivo del prezzo suddetto pendente la di lei vita e ripartitamente a quartieri maturati.....

Etat des pieces d'argenterie envoiées par S. A. S.me la duchesse de Saxe Hildburghausen née princesse de Savoye par le voiturier Schianta avec la lettre de voiture du 20 mars arrivè à Turin le 8 mai même annèe etant parti de Vienne le 31 du dit mois.

Argent de France	1 Lustre a 6 branches portant 12 bougies mores. 2 Chenets un peu grands sans fer. 4 pomeaux des perles, pincettes et tenailles. 2 bras de cheminè portant chacun 2 bougies. 6 plaques de chambre portant chacun 3 bougies.
Argent d'Angleterre	1 fontaine 1 cuvette
Argent de Turin	1 grand bassin a coguille. 2 grands bassins ronds godronnes. 2 autres bassins plus grands ronds et godronnées. 5 grandes eguieres pour les bassins et a même façon.

Autres pièces qu'elle avoit deja envoyé en un grand coffre.

Argent de France	4 girandoles. 4 chandelliers pour les girandoles. 4 baubeges.

La suddetta argenteria è stata oggi pesata nell'ufficio della Regia Zecca e quella ritrovata ascendere ai rispettivi pesi annotati nella seconda colonna del precedente stato (omessi qui per brevità) rilevanti in tutto a marchi mille cento cinquanta, oncie una, danari sei.

Torino, 10 maggio 1748

Archivio di Stato, Sezione Controllo.

È noto che la principessa di Hildburghausen moriva a Torino agli 11 ottobre del 1763 con testamento del 13 dicembre 1757, in cui istituiva erede il duca del Chiablese, figlio del Re Carlo Emanuele III.

Saxehilbourghausen mia cugina offerta sin in ottobre dell'anno scorso una tappezzeria di Bruxelles rappresentante la favola degli amori di Mercurio di dissegno di Raffaello e quella successivamente posta in condotta sin nel presente dicembre alla volta della città nostra di Torino, con pregarci che ci degnassimo di gradirne l'offerta e di accordarle in corrispettivo pendente la di lei vita l'annua pensione di lire tremila da principiare a decorrere col primo di gennaio dell'anno corrente, ci siamo benignamente disposti a condiscendere alle rappresentazioni suddette. Epperò essendo pervenuta detta tappezzeria ben condizionata, e riconosciuta in altezza di rasi sette e un ottavo ed in giro tra gli otto pezzi che la compongono rasi settantacinque ed un quarto come da ricevuta dallo assistente guardamobili Fantone sotto li 30 del caduto speditane, visato dall'intendente generale della nostra casa, Perrucca, la quale vi facciamo rimettere. Volendo ora noi in contrassegno della piena soddisfazione che ci è risultato per l'acquisto di detta tappezzeria non meno che in adempimento della suaccennata nostra determinazione, darvi li ordini nostri vi diciamo essere nostra precisa intenzione che facciate descrivere nel bilancio dell'anno prossimo e successivi la principessa predetta per la sovranumerata annua pensione vitalizia di lire tremila che le abbiamo come sopra fissata in corrispettivo del prezzo di detta tappezzeria, da doversele pagare a quartieri maturati, in mani e sopra la quitanza del precettore della medesima » (1).

Probabilmente questi arazzi, senza che abbiamo forse a farci troppa illusione sul loro stato, giacciono ancora in qualche ripostiglio del vecchio guardamobili del reale palazzo di Torino; e giacchè la sorte volle che se ne avesse qui a rinfrescare la memoria, sarebbe ottima cosa che nell'interesse dell'arte se ne facessero le debite ricerche per restituirli all'onore meritato.

E dopo quanto sin qui dicemmo viene la conclusione che, se alcuni dei principi di rami secondari della famiglia sabauda non furono, per deplorevoli cagioni, pari a parecchi altri di loro, che, veri principi italiani, favoreggiarono le arti belle e i loro cultori, bisognerà pnr riconoscere che essi sempre andarono a gara di possedere opere dei primi maestri. Duole sol-

(1) *Archivio di Stato. Sezione Controllo. Biglietti Regi.* — Rendo qui grazie agli esperti uffiziali della Sezione Camerale, che mi furono larghi di valido sussidio nella ricerca di questo documento.

tanto che poco sia rimasto delle preziose loro collezioni esistenti già nei secoli XVI e XVII nel loro museo o galleria di corte.

Si sa che molti cimeli raccolti furono dispersi nei rovesci di guerra o di fortuna contraria, come al fine del secolo scorso; altri poi, per ragioni politiche o di generosità dei sovrani stessi, donati, come quella famosa tappezzeria di cuoio che si diceva disegnata dal Tiziano stesso, e che Vittorio Amedeo II diede al generale inglese duca di Marlborough, la quale sgraziatamente rimase incenerita, non molti anni sono, nell'incendio del castello ove era stata allogata.

Seconda lettura
sulla Confederazione dei Cheta o Ittiti

di Luigi Schiaparelli

Sommario. — § I. *Ragione della seconda lettura.* — § II. *Patria e nazionalità dei Cheta.* — § III. *Antichissime ostilità dei Siri coll'Egitto.* — § IV. *Identità dei Cheta dei monumenti cogli Etei della Bibbia.* — § V. *Sedi primitive nella Siria nell'età storica e loro potenza come capi di vasta confederazione.* — VI. *Prevalenza dei Cheta sui Rutennu nella campagna di Tutmes III contro Mageddo.* — § VII. *In quei fatti la direzione della guerra appartiene al re di Cadesh.* — § VIII. *La Cadesh di Tutmes III è quella dell'Oronte nella Celesiria capitale dei Cheta.* — § IX. *Relazioni loro coll'Egitto dopo Tutmes III.* — § X. *Importanza delle tavolette di Tell-Amarna su codesto punto.* — § XI. *Relazioni politiche coi successori di Tutmes della XVIII e coi Faraoni della dinastia XIX.* — § XII. *Trattato dei Cheta con Ramesse II ed apogeo della loro politica potenza.* — § XIII. *Argomenti affermativi della potenza ed influenza dei Cheta.* — § XIV. *Cause della decadenza politica e della caduta dei Cheta; regno di Carchemish.* — § XV e XVI. *Indicazioni e argomenti tolti dalla letteratura cuneiforme.*

§ **I.** — Sono oramai trascorsi cinque anni, da che io sottoposi alla Classe un breve scritto sulla esistenza e sulle vicende politiche di un antichissimo popolo, variamente chiamato nei monumenti egiziani, assiro-babilonesi, ebraici e greci coi nomi di *Chatti*, *Cheta*, *Chitti*, *Etei*, *Ittiti* e *Kiteoi*, riservandomi a trattare dello stato interno del medesimo in altra lettura, quando si sarebbero scoperti nuovi documenti ed accertate maggiori notizie su quella nazione (1). Il che avvenne in parte nell'ultimo lustro, nel quale le esplorazioni archeologiche, continuate con successo nella Siria e nell'Asia Minore, scopersero nuove iscrizioni; e gli studi critici non più interrotti di uomini eminenti

(1) *Una prima lettura sulla Grande Confederazione dei Cheta o Ittiti*. Torino, 1885, presso Loescher, estratta dal volume XX degli *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*.

nell'Archeologia e nella Filologia orientale, che si proseguono su larga scala in Inghilterra, in Francia, in Alemagna ed anche in Italia, acquistarono alla Scienza nuove e preziose informazioni sullo stato politico e sulle condizioni interne di quel popolo; del quale 40 anni fa era noto poco più del nome. Eppure esso aveva realmente rappresentata nell'Asia anteriore una parte principale fra le nazioni della Siria nel suo più ampio significato geografico; non piccola nell'Asia Minore, e grandissima nelle vicende dell'Egitto; precedendo in ordine di tempo nella prevalenza politica dell'Asia anteriore quella medesima degli Egiziani e degli Assiro-Babilonesi. Era una lacuna nella storia dell'Oriente antico, che i dotti si studiano di riempire con nuove pubblicazioni (1); le quali impongono a me il dovere di alcune correzioni ed aggiunte alla prima lettura sui Cheta (2). Il che avrei potuto fare anche con una breve appendice alla prima; se due pregevoli monografie, uscite dalle Accademie di Berlino e di Vienna, non avessero fatte gravi osservazioni alle indicazioni principali, da me date per vere; le quali è quindi debito mio di confermare con nuovi argomenti, se fondate, e di correggere se inesatte (3).

§ **II.** La patria primitiva e la nazionalità dei Cheta non si poterono finora accertare per la diversità delle opinioni dei dotti, i quali non riuscirono ancora ad intenderne il linguaggio, e dicifrarne la scrittura e le iscrizioni, che le esplorazioni archeologiche vengono ogni anno aumentando di numero, e di cui dirò a suo luogo. Nell'età storica compaiono sulla scena politica come contemporanei e forse frazione degli Hyk-Shos, secondo alcuni. Li troviamo padroni nella Palestina alla venuta degli Ebrei nella terra promessa con Abramo; e prevalenti nella Siria e sull'alto

(1) Wright, *The empire of the Hittites*. London, 1884. Meyer E., *Geschichte Alterthums*. Stuttgardt, 1884. Brugsch H., *Geschichte Aegyptens unter den Pharaonen*, Leipzigh, 1877. Mosè, *Esodo*. Sayce H. *The monuments of the Hittites*. London, 1881. W. Harry Rylands, *The inscribed stones Jerabis, Hamath, Aleppo*, ecc. London, 1882. Lepsius, *Koenigsbuch*. De-Kara, *Gli Hyk-shos o Re pastori*, ed altri autori che saranno citati a loro luogo.

(2) Prima lettura, ecc. § VIII.

(3) Krall, *Studien zur Geschichte der alten Ægypten*, nelle *Sitzungberichte der Akademie von Wien*. Jahrang, 1888, Seite 631 e 710. Hirschfeld Gustav, *Die Felsenreliefs in Kleinasien und das Volk der Hittiter*, nelle *Abhandlungen* dell'Accademia di Berlino dell'A. 1886, pag. 1-72 sul fine del vol.

Eufrate colla principale sede politica a *Cadesh* sull'Oronte, capitale della nazione e d'una confederazione nel periodo della maggiore loro potenza (1).

Erano un popolo belligero e conquistatore, stanziatosi ad ostro del Tauro e dell'Amano in tempi di ignota cronologia, ed allargatosi a quasi tutta la Siria fino a darle il nome di *grande contrada dei Cheta*, dal mare superiore d'occidente all'Eufrate e ai confini del deserto; come i Franchi, gli Alemanni e gli Itali lo diedero alla Francia, all'Alemagna e all'Italia; quantunque in origine non fossero che una frazione degli abitanti di quelle contrade. Nell'Asia anteriore già nel secolo XX, XXI, noi li troviamo dominatori della Palestina; e nel XVII e XVIII invasori fortunati della Babilonia e della città di *Acad*, al nord di Babilonia, che più di una volta conquistarono, riportandone le statue dei principali iddii come trofeo della vittoria (2).

§ **III**. — Nell'Africa le relazioni ostili coll'Egitto degli Amu o popoli della Siria, salgono al periodo molto più antico dei primi re della IV dinastia (*Secolo XXXII in Lepsius, XXXVII in Brugsch, XXIX in Meyer Ed.)*, in discordia cogli Asiatici anche a motivo delle miniere del Sinai; il cui possedimento fu lungamente causa di ostilità fra i Siriaci e gli Egiziani, continuata dai Faraoni della IV dinastia (3); dai re della V (4); e più largamente da *Pepi-Merira* della VI, che avrebbe fatte

---

(1) Nella lista dei popoli collegati sotto gli auspizi del re di Cadesh sull'Oronte è nominato anche il principe di *Karchemis*, città sulla destra dell'Eufrate, che nella letteratura cuneiforme appare la sede del re e della nazione dei Cheta nel periodo della decadenza. *Poema detto di Pentaour in lode di Ramesse II.*

(2) Il fatto è ricordato nel *Calendario astrologico di Sargone primo di Agadè* le cui reliquie sono conservate nella biblioteca di Sardanapalo II; la cui ultima redazione ignorasi a qual secolo appartenga. Sargone I avrebbe regnato in Acad nel secolo 38 av. C.; e la sua leggenda è quasi identica a quella di Romolo e di Remo: ma vi vennero fatte mutazioni ed aggiunte di avvenimenti posteriori. V. Hommel, *Geschichte Babiloniens und Assyriens*. Berlin, 1888, pag. 56, 271, 418 e 419. Meyer Ed., *Geschichte des Alterthums*. Stuttgardt, 1884, § 121. Idem. *Geschichte des alten Ægypten*. Berlin, 1889.

(3) Lepsius, *Dehkmäler*, vol. II, tavola II e III. Osburn, *The monumental history of Ægypt*, vol. I, p. 275.

(4) Lepsius, *ibid.* Tavola 39, vol. II. Maspero, *Histoire ancienne des peuples de l'Orient*. Quatrième édition, pag. 68.

parecchie spedizioni contro le tribù asiatiche, di cui devastò orribilmente le terre ed i pascoli, conducendone in Egitto ricche prede e grande numero di prigionieri. Poichè furono sempre gli *Amu* (Siri) aggressori incorreggibili delle frontiere orientali egiziane; e contra i quali già i monarchi delle prime dinastie avevano costrutte fortezze ai confini, e tirata a traverso l'istmo *(di Suez)* una muraglia, che quelli della XII, malgrado la loro potenza, furono costretti a rinforzare (1). È vero, che in quei monumenti i Cheta non vengono ancora indicati nominativamente, ma sono certamente compresi coi popoli della Siria.

Quelle perpetue aggressioni erano una conseguenza della grande fertilità e delle ricchezze dell'Egitto, che invitavano i popoli, più o meno confinanti dell'Asia anteriore, della Libia e delle isole del Mediterraneo, ad invaderlo; gli uni per impadronirsene come nemici, e per cercarvi nuove sedi più fertili; gli altri per arricchirsi colle rapine e coi saccheggi. Quella contrada, benedetta dalla provvidenza per la sua inesauribile feracità, fu in ogni tempo meta di rapine e di conquista delle nazioni dell'Asia anteriore e dell'Africa settentrionale, fin dalle prime dinastie, 35-40 secoli a-C., compresa la grande e secolare occupazione degli *Hyk-Shos* (*Secolo XXII in Lepsius e in Brugsch*, *XVIII in Meyer*), con quelle degli Assiri, dei Persiani, dei Greci, dei Romani e degli Arabi fino a quella dei *Turchi*, che ne sono ancora gli attuali dominatori. Avvenne all'Egitto come all'Impero romano, prima di Occidente e poi anche d'Oriente, contro i quali in tempi diversi si scatenarono a gara barbari d'ogni nome e nazione, per conquistarne le provincie più ricche o rapirne almeno le spoglie,

Nell'oscuro periodo di transizione, fra la VI e la XII dinastia egiziana, pensano alcuni dotti, che incursioni straniere si alternassero confusamente colle guerre civili fino alla dominazione dell'XI, che preparò la ricostituzione dell'unità politica dell'Egitto, giunto a grandissimo splendore già sotto la XII (*Secolo XXV in Lepsius*, *XXIX in Brugsch*, *XXII in Meyer*), il cui fondatore *Amenema I* sconfisse definitivamente gli *Asiatici* che « *costrinse a camminargli appresso come cani segugi* ». Ve-

(1) V. le citazioni in MEYER ED., pag. 87-89. CHABAS. *Les papyrus hiératiques de Berlin*, p. 38, 39. LEPSIUS, *Briefe aus Egypten*, p. 337 e seg. BRUGSCH, nel *Dizionario geografico*, e GOLENISCHEFF, *Sul papiro di Pietroburgo.*

ramente l'espressione di Amu e Asiatici è collettiva, e non indica più un popolo della Siria che un altro: ma in essa sono compresi senza dubbio anche i Cheta, giudicando dalla parte attiva, da essi rappresentata nella secolare dominazione degli Hyk-Shos, di cui, secondo alcuni, sarebbero stati una frazione e i condottieri (1); e dalle loro invasioni antichissime nella Babilonia.

§ **IV**. — L'identità etnografica e politica degli Etei o Ittiti della Bibbia coi Cheta dei monumenti egiziani e assiro-babilonesi, benchè messa in dubbio per ragioni filologiche da qualche illustre scrittore, è ammessa come incontestabile storicamente, considerata la parte, che presero alla invasione armata degli Hyk-Shos in Egitto, durante la cui secolare dominazione li troviamo padroni della Palestina, ma non indigeni. Perciocchè alla venuta di Abramo in quella contrada *erano ancora nel paese*, che governavano da padroni come conquistatori (2): e nella Siria, anche dopo la cacciata dei pastori, i Cheta rimasero prevalenti, formidabili all'Egitto e alla Babilonia ad un tempo (3).

---

(1) L'opinione che gli *Ittiti* o *Cheta* fossero una frazione degli Hyk-Shos, è fra gli Italiani abilmente propugnata dal De-Cara nel suo dotto lavoro « *Gli Hyk-Shos o Re pastori* », un bel volume in-8° grande, corredato di documenti, in cui dedica ai Cheta gran parte del capitolo X, con aggiunte nel IX e nel XIII. Ma la sua opinione, che gli Hyk-Shos fossero esclusivamente *popoli della Siria* in largo significato, non mi pare a bastanza dimostrata. Mariette però sostenne sempre l'origine tatarica degli Hyk-Shos, e l'esistenza di una loro dinastia in Egitto durante la loro dominazione (*Revue archéologique*, A. 1888, p. 89 e 90); due opinioni soggette entrambe a riserve.

(2) Ciò prova il fatto dell'acquisto di vasto tratto di terreno, comprato da quel patriarca al prezzo di 400 sicli d'argento da Efron eteo o Itita, il cui contratto non diventò valido che colla approvazione dei principi di Heth reggitori della contrada. È un nuovo argomento alla congettura di Mariette, che assegnava ai Cheta una delle dinastie egiziane dei Re Pastori, da lui considerati come della medesima stirpe.

(3) *Genesi*, capo XXIII, vers. 3, 4, 15, 20, 22. Wright, p. 95; Brugsch, p. 450. L'opinione contraria all'identità degli Etei della Bibbia con quelli dei monumenti appoggiasi a considerazioni d'ordine filologico; argomenti deboli nel presente caso, sapendosi che la trascrizione dei nomi proprii, nel passare d'una in altra lingua, va spesso soggetta a radicali trasformazioni nella forma e nel significato, consentanei all'indole diversa della loro favella. Quindi le deduzioni etnografiche dai medesimi, non corroborate da documenti d'indole storica, possono condurre a congetture più o meno probabili, di rado a conclusioni positive. De-Cara e Brugsch, p. 450; Ménant, *Intailles de l'Asie Mineure*, Paris, 1886.

§ **V**. — La loro sede primitiva nella Siria nell'età storica pare fosse in origine ristretta alla parte settentrionale colla capitale a Cadesh *(la santa)* sul fiume Oronte, dall'alto Eufrate al golfo d'Alessandretta sul gran mare d'occidente (1); e che durante l'occupazione dell'Egitto dagli Hyk-Shos, estesero politicamente fuori della Siria, sicchè anche nella decadenza durava la fama della loro potenza; e nel libro di Giosuè (capo I, v. 4) leggesi « *I vostri confini saranno dal deserto e dal Libano al gran fiume Eufrate, e vostra la terra degli Etei fino al gran mare di occidente.* » Il che vuolsi intendere del periodo più florido della grande loro confederazione, di cui era capo il re dei Cheta, con residenza a Cadesh. Già nel secolo XXIII e di nuovo nel XVIII e XVII a. C. invadevano vittoriosi la Babilonia, impadronendosi della città di *Acad*, sede allora di potente reame; lottavano da pari a pari coll'Egitto, e dominavano in parecchie provincie dell'alto Eufrate al Nord di Babilonia e dell'Asia minore; padroni dei passaggi, che pel Tauro e per l'Amano guidavano nella Siria. Ma codesta parte militarmente gloriosa e potente dal lato politico nel periodo della maggiore loro grandezza rappresentarono i Cheta, non tanto come nazione particolare etnograficamente, quanto come capi riconosciuti di una vasta confederazione di popoli della Siria, dell'alto Eufrate, dell'Asia minore, e delle grandi isole del mare di Siria contro le perpetue e formidabili invasioni degli Egiziani sotto le dinastie XVIII e XIX; i quali dopo l'espulsione degli Hyk-Shos, li inseguirono senza posa per più secoli nell'Asia anteriore, in cui con una lotta secolare li avevano finalmente ricacciati. Sarebbe quindi difficile indicare in termini precisi i limiti politici di quella potente confederazione, che andarono naturalmente soggetti a cambiamenti radicali secondo le fortunose vicende delle guerre e delle alleanze. Possiamo però affermare che nel periodo più glorioso il *Gran Re dei Cheta* aveva sudditi, vassalli ed alleati anche fuori della Siria, nelle isole del mare di quel nome, nell'Asia Minore e all'est dell'alto Eufrate; sicchè i

---

Egli ha fatte nuove letture sui Cheta nell'Accademia delle iscrizioni (*Revue archéologique*, 1889); *Academy*, ottobre 1886. V. la *Prima lettura sui Cheta*, § 2, p. 5.

(1) *Cadesh* o *Quadesch* era sulle sponde dell'Oronte, non in un'isola, come generalmente si credeva, ma dove esistono grandi colline di macerie di *Tell-Nebi-Mende*, e fu poi *Laodicea* nei tempi ellenici (DELITSCH).

monumenti egiziani della XVIII e più ancora della dinastia XIX, fra i secoli XIII e XVII a. C.; già li chiamano la *Grande Nazione dei Cheta;* e i confini della loro giurisdizione la *Grande Contrada dei Cheta.* La quale nelle iscrizioni cuneiformi comprendeva tutta la Siria dall'Eufrate al Mediterraneo, e dall'Arabia settentrionale alle pendici meridionali del Tauro e dell'Amano, colle principali isole del mare di Siria, fra cui Arado medesima e Cipro, oltre le terre sulla sinistra dell'Eufrate a tramontana di Babilonia, compresovi il popolo di Bit-Adini; significato geografico, che la contrada dei Cheta conservò lungamente quasi per intiero anche nel periodo della decadenza fino all'annientamento politico della nazione (1).

§ **VI.** — Ma su questa potenza dei Cheta nel periodo della maggiore loro floridezza, da me ammessa nella prima lettura, non convengono tutti i cultori della storia orientale antica, ed alcuni egittologi ed archeologi illustri recisamente la negano. Osservano essere cosa notissima, che i Cheta non erano il solo popolo della grande confederazione del loro nome contro le invasioni egiziane; e che i monumenti contemporanei della XVIII ricordano principalmente i *Rotennu* o *Rutennu*, contro i quali erano generalmente dirette e rinnovate le spedizioni dei Faraoni, specialmente del più glorioso di essi, Tutmes III, contro la Siria, contro le regioni dell'alto Eufrate, e del bacino settentrionale di questo fiume.

Sostengono anzi, che prevalenti nella grande confederazione fossero i *Ruten*, ai quali solamente sotto la dinastia XIX sarebbero succeduti nella suprema direzione i Cheta, i quali nelle lotte contro Tutmes III della XVIII, o non sarebbero nominati, o almeno non vi rappresentarono la parte principale (2); non apparendo i Cheta nella lista dei confederati vinti da quel Faraone nella impresa contro Mageddo, una delle più gloriose di quel grande conquistatore.

Una tale affermazione o piuttosto esclusione non parmi fornita di solido fondamento, e contraddetta dai monumenti contempo-

---

(1) V. specialmente DELITSCH, *Wo lag das Paradis?* Leipzig, 1881. HOMMEL, p. 419.

(2) KRALL, pag. 665. DE-CARA dà ai Ruten una grande importanza politica, che non sembrami abbastanza provata. HALEVY colloca pure i Cheta al nord di Babilonia.

ranei, secondo i quali nella nota descrittiva dei tributi di guerra, imposti da Tutmes ai confederati siriaci, al re *della Grande contrada di Cheta*, tocca la sua parte, e in quelli degli abitanti dell'*Alto Ruten* presi in Mageddo, la città di *Kadesh* è indicata la prima. Tutmes III, nel lungo suo regno di oltre mezzo secolo, fece da 14 a 15 spedizioni nella Siria e nel bacino dell'Eufrate e dell'alto Tigri; nove delle quali sono dirette contro *l'Alto e Basso Ruten;* espressione di significato evidentemente geografico collettivo della Siria, nel quale è compreso il paese dei Cheta. Come popolo speciale i *Rutennu* abitavano la Siria occidentale inferiore, ed erano quindi necessariamente i primi Amu o Siri, che incontravano i Faraoni nelle invasioni asiatiche (1),

Di fatto compaiono i primi nella campagna di Tutmes III, che in seguito ad una grande battaglia in prossimità di Mageddo s'impadronì anche di questa città; terra fortificata al sud-ovest della pianura de Esdraelon, sul ramo principale del Chischon, antemurale della Siria; il cui possedimento Tutmes III nel consiglio di guerra che precedette il combattimento, l'assedio e la successiva resa di quella città, dichiarava indispensabile a continuare la sua impresa, dicendo ai suoi generali « *Voi dovete ad ogni costo impadronirvi di Mageddo, che coi molti re in essa adunati rappresenta la forza di mille città.* » (Brugsch, ibid., p. 301).

§ **VII**. — Ma la direzione della difesa di Mageddo contro la invasione egiziana non era affidata ai *Rutennu,* bensì al principe di Cadesh sull'Oronte allora capitale dei Cheta: il quale, perduta la battaglia, prima della resa di Mageddo, si ritirava nella Siria superiore, riconoscendo tuttavia l'alta sovranità dell'Egitto, che non tardò a disdire, provocando successive spedizioni di Tutmes III; che con nuove vittorie riuscì finalmente ad imporre al Gran Re dei Cheta un tributo di guerra e condizioni di pace. fra le quali la restituzione delle statue delle divinità, che molti anni prima i re dei Cheta avevano portato via dalla città di Acad e da Babilonia. E solamente dopo quell'avvenimento, compiutosi nella VI invasione asiatica di quel Faraone, i Cheta

---

(1) Brugsch, p. 324, 331. Ed. Meyer, *Geschichte der alten Ægypten*, Berlin, 1887, p. 226 e seg.

compaiono tributari all'Egitto nei monumenti egiziani contemporanei. Nei quali si legge, che conosciuta la invasione di Tutmes III, in marcia coll'esercito verso Mageddo, il principe di *Cadesh* vi entrava coi suoi, e chiamava al campo i principali suoi alleati dalla Siria, dall'alto Eufrate, dall'Asia Minore e dalle isole, compresa quella di Cipro (Chitti); la quale nella doppia invasione di Tutmes III e di Ramesse II invia sul teatro della guerra il suo contingente militare. Ed è notevole, che gli alleati e vassalli del re di Cadesh contro Tutmes III sono quasi tutti gli stessi popoli, che alcuni secoli appresso il Gran Re dei Cheta convoca contro Ramesse II. Il non essere poi nominati i Cheta fra i confederati, che alcuni considerano come argomento principale dell'assenza loro in quella spedizione di Tutmes III, non lo è affatto; parendomi evidente, che doveva quella lista contenere solamente il nome degli alleati del principe dei Cheta, i quali non occorreva quindi di nominativamente indicare. Ma, nel ricordare la caduta di Mageddo, gli abitanti di *Cadesh*, recatisi col loro re alla difesa di quella città, sono fatti prigionieri e condotti in trionfo a Tebe con quelli di altre terre della Siria.

§ **VIII.** — Vorrebbero alcuni illustri archeologi e storici dell'Egitto che la *Cadesh* della spedizione di Tutmes III fosse una città degli Amorrei dello stesso nome; e re degli Amorrei il principe che guidava la difesa di Mageddo (1), escluso ogni intervento dei Cheta in quella guerra. Ma una somigliante affermazione parmi non tenga nel dovuto conto un fatto storico di capitale importanza, « *Che la Cadesh in quistione era situata sull'Oronte, fiume principale della Siria, sulla grande strada militare e commerciale ad un tempo, che dall'Asia Minore, dall'Armenia, dall'Assiria e dai paesi dell'alto e medio Eufrate guidava per la Celesiria, Fenicia, Palestina verso l'Egitto; e che dall'Egitto conduceva nell'Asia Minore, nell'Assiria e nella Babilonia passando per Cadesh e per Carchemis, le due mag-*

---

(1) Krall e Hirschfeld lo affermano; anche Brugsch propende a tale interpretazione, e Meyer Ed. stesso ne dubita. L'osservazione, che della *Cadesh* nell'isola non si trovano reliquie, non ha più valore da che si è accertato, che era situata nel continente sull'Oronte, e non in un' isola di questo fiume. Non ne aveva grande neppur prima: poichè, il non averne trovate, non escludeva che se ne possano rinvenire.

giori città dei Cheta. » Da questo fatto solo già risulterebbe che le ripetute indicazioni della città di Cadesh si riferiscono evidentemente a quella dei Cheta, che ogni altra terra di questo nome superava senza confronti, quando pure fossevi nella Siria altra città del medesimo nome.

Inoltre una tale supposizione contraddice al processo storico degli avvenimenti, di cui fu teatro quella contrada nella sua lotta secolare coll'Egitto, e nelle sue relazioni pacifiche ed ostili coi popoli del bacino dell'Eufrate, dell'Asia minore e della Siria medesima, in cui prevalgono sempre i Cheta non gli Amorrei. Sono in fatto i Cheta, che, durante la dominazione degli Hyk-Shos imperano nella Siria, di cui hanno in guardia la frontiera verso l'Egitto (§ IV); sono i Cheta, che già nel secolo XXIII o XXII, e poi nel XVIII e XVII, invadono la Babilonia. Più d'una volta s'impadroniscono colle armi delle città babilonesi, e nel ritirarsi ne portano seco le prede; colle statue degli Iddii principali, come trofeo delle vittorie, che quelle del re cosseo *Agukakrime* e di *Tutmes* III li obbligano a restituire.

Di fortunate incursioni e conquiste temporanee nella Babilonia, e di restituzione di simulacri religiosi dalla Siria settentrionale, sede principale dei Cheta, esistono non dubbie prove in *Delitsch* e in *Hommel*, più volte citati in questa lettura. Perciocchè erano un popolo prevalente nella Siria anche prima di Ramesse II e delle invasioni egiziane della dinastia XVIII.

È quindi impossibile non riconoscere nei Cheta un popolo belligero, già formidabile agli stessi re della Babilonia prima ancora della invasione degli Hyk-Shos, e la cui capitale era *Cadesh*. Può anzi affermarsi, che il regno dei Cheta fu l'unico Stato di durevole politica importanza nella Siria fino a quello dei Seleucidi; e che dopo la sua caduta tutta la Siria, tranne l'ebraico pel breve periodo di Davide e Salomone, rimase libero campo alle lotte fra l'Egitto e i monarchi di Ninive e di Babilonia,

§ **IX**. — Nella cacciata dei re pastori e nella successiva secolare invasione dei Faraoni nella Siria, i Cheta, respinti nelle antiche sedi, si mantennero indipendenti fino a Tutmes III; periodo, in cui i monumenti contemporanei egiziani già li chiamano *il Gran Popolo*, e il loro paese la *Grande Contrada dei Cheta*, colla maggiore sede a Cadesh sull'Oronte. Tutmes I portò la

guerra nelle contrade situate ad oriente dei Cheta, ma non li assalì: sotto Amenofi II, questo Faraone spense con molto sangue una insurrezione nella Siria, ma le sue memorie non ricorderebbero i Cheta: e prima della spedizione di Tutmes III le tribù della Siria, sull'alto Eufrate e alcune dell'Asia Minore meridionale appaiono dai monumenti contemporanei, se non suddite, certamente vassalle ed alleate del re dei Cheta. Al giungere al trono Tutmes III aveva trovata tutta la Siria in piena rivoluzione contro la supremazia egiziana; e l'opposizione più forte la ebbe nei Cheta, la cui capitale assalì più volte inutilmente, finchè la prese d'assalto nella sua VI campagna. Tutmes III li vinse, e impose tributi di guerra prima al re della *Grande Nazione*, e quindi al suo popolo, ma non li domò (1): e quantunque nei monumenti dei suoi immediati successori i Cheta siano due volte nominati fra i popoli tributari all'Egitto, risulta però in modo sicuro, che di nuovo insorsero contro i Faraoni, e non tardarono a ricuperare la loro autonomia nella Siria settentrionale, e nelle relazioni politiche coll'Egitto.

Ancora nel 1887 ignoravansi le relazioni politiche dei Cheta coll'Egitto sotto i successori immediati di Tutmes III. Ma documenti contemporanei di grande valore, nuovamente scoperti, attestano, che mentre i principi e le città vassalle della Siria inferiore ed orientale obbedivano ai governatori egiziani, o mandavano tributi e doni alla corte di Tebe sotto Amenofi III e IV, gli uni come atto di sudditanza, altri di omaggio e di servile dimostrazione d'onore, o di semplice amicizia; i Cheta invece compaiono di nuovo come vicini formidabili ed ostili, sempre pronti all'offesa, e non di rado offensori fortunati dei possedimenti e vassalli egiziani di Siria. Contro i Cheta principi e governatori dei possedimenti asiatici egiziani accennano a disfatte e pericoli imminenti; invocano aiuti immediati di uomini e di carri da guerra, con comandanti autorevoli e capaci; se pure non consentiva ad intervenire personalmente lo stesso Faraone, a cui

---

(1) *Revue archéologique*, 1886, pag. 5 e 6. BRUGSCH, ibid., p. 150, 269 e 450; e nelle iscrizioni geografiche; HOMMEL, p. 271, 347 e 48, 419 e 20. La restituzione o ricuperazione di statue in Babilonia è ricordata dal re AGUKAKRIME del secolo XV. MEYER ED., pag. 168 e 171. Non sono nominati i Cheta, ma solo la Siria settentrionale, in cui essi prevalsero da secoli. È ricordata la statua di Marduk a Babilonia dalla Siria settentrionale.

raccomandano di non stringere convenzioni di veruna sorta, nè commerciali, nè politiche con quella nazione, i cui eserciti si avanzavano a danno dei possedimenti egiziani. Sono i documenti detti di Tell'Amarna, i quali contengono una frazione dell'archivio politico di Amenofi III e IV, due dei più illustri Faraoni della dinastia XVIII; di cui il primo celebre per numero e splendore di monumenti, fra i quali la famosa statua o colosso parlante, ed il secondo celebre per la sua religiosa riforma (1).

§ X. — Le tavolette di Tell-el-Amarna dovevano essere molto numerose; e da prima si parlava di migliaia. Sepolte nelle

(1) Consistono in numerose tavolette di creta di varia dimensione, le quali contengono la corrispondenza officiale delle città asiatiche vassalle o suddite all'Egitto; lettere di governatori egiziani, di principi tributari o semplicemente alleati e amici all'Egitto. Primeggiano per numero quelle del re di Mitanni, *Dustratta*, e di quello di Babilonia, *Purnapurias*, nome notissimo (verso il 1450 av. C.). Il quale però tratta coi Faraoni da pari a pari, come il monarca assiro; prova evidente, che la dominazione egiziana sul regno di Babilonia e nell'Assiria, o non è che un vanto dei Faraoni o cessò immediatamente sotto i successori di Tutmes III. Il che debbe dirsi delle altre spedizioni militari egiziane nel bacino dell'Eufrate e del Tigri, che accennano a quei popoli come tributari, mentre non trattavasi realmente che di doni e buoni augurii reciproci; segni manifesti di amicizia, non mai di vassallaggio o servitù, come si potrebbe o dovrebbe dedurre dalle spesso immaginarie e sempre esagerate indicazioni monumentali egiziane; non essendovi stato altro popolo antico, che abbia non superato ma uguagliato l'egiziano nel magnificare le grandi e piccole vittorie dei Faraoni, e nello abbassare e spesso intieramente tacere quelle dei nemici, e specialmente dei Cheta.

In questo gli Egiziani oltrepassarono ogni misura con offesa manifesta della verità. Valga su tal punto il silenzio assoluto delle vittorie dei monarchi di Ninive, da Sargone II a Sardanapalo II; e il cambiamento della lunga dominazione dei governatori assiri nella favolosa dodecarchia di principi egiziani, lasciando il miracolo dei topi contro l'esercito assiro, ecc.

V. Erman, *Sitzungsberichte der Königl. Preus. Akademie* zu Berlin 1888. *Der Thontafelfund von Tell-Amarna Zeitschrift*, Band XXVII, erstes Heft, pag. 42 e seg. 1889 *Proceedings* della società biblica archeologica di Londra, giugno 1888, pag. 426 e seg. Ern. Schiaparelli nella *Rivista della società asiatica italiana*, Firenze, 1888, vol. II. Anche Sayce ed altri illustri egittologi se ne sono occupati. Ancora nella dispensa di maggio 1889 della *Zeitschrift für Ægyptische Sprache*, Erman si occupa di alcune di codeste tavolette. Nella *Philologische Wochenschrift* di Berlino (maggio 1889), Winkler H. dà interessanti indicazioni su questo argomento, sul quale scrissero anche Schrader, Delattres ed altri illustri orientalisti.

rovine della nuova residenza di Amenofi IV, distrutta in odio di questo Faraone, considerato come eresiarca dai successori, dopo forse 34 secoli furono ritrovate per caso da Fellah, che cercavano in quelle macerie terra salnitrosa. Ma neppure le rimanenti furono tutte salve dalla rapacità degli scopritori, e appena un trecento, più o meno guaste, passarono nei musei di Parigi, del Cairo, di Berlino e di Vienna. Venute in luce negli ultimi anni, sono reliquie preziose dell'archivio politico dei regni di Amenofi III e IV; il quale ultimo, avendo trasferita la residenza reale da Tebe a Kuenaten (*ora rovine di Tell'Amarna*), vi trasportava anche la corrispondenza politica e amministrativa del padre coi governatori egiziani, colle città e coi principi vassalli asiatici, alleati ed amici dell'Egitto. Un fatto singolare e ignoto finora, che risulta da quelle tavolette, è che in quel periodo (*Secolo XVIII in Brugsch, dinastia XVIII*) il linguaggio della diplomazia egiziana e della corrispondenza dei Faraoni coi possedimenti asiatici era l'assiro-babilonese, scritto con caratteri cuneiformi.

Non ignoravasi, che da tempi antichissimi la coltura delle città della Babilonia era molto progredita e largamente estesa ad occidente dell'Eufrate; ma non credevasi in tale misura ed efficacia da essere penetrata alla corte dei Faraoni; nella quale usavasi colla lingua assiro-babilonese anche la scrittura cuneiforme non solo nelle relazioni internazionali, ma in quelle eziandio coi governatori e colle città asiatiche suddite o alleate all'Egitto; nè pensavasi pure che i segretari dei Faraoni della XVIII dinastia fossero in grado di usarle correntemente (1), quantunque non vi manchino alcune inesattezze.

---

(1) Dopo le scoperte del SARZECK nella Babilonia non pare contestabile che la civiltà nel bacino del basso Eufrate, se non anteriore di tempo all'Egiziana del periodo menfitico delle prime dinastie, non fu ad essa posteriore.

Di quelle lettere, le più sono indirizzate ai monarchi Amenofi III e IV, parecchie ad alti funzionari egiziani; una alla regina vedova di Amenofi III, di nazione asiatica e figlia del re *Dustratta* dì *Mitanni.* Il quale si rassegnò a concedergliela solamente dopo ripetute ripulse da parte sua, e rinnovata insistenza del Faraone. Su *Mitanni*, vedi SCHRADER e WINKLER.

Secondo le tradizioni egiziane quella regina esercitò eziandio un'azione deleteria e grande autorità sulle condizioni civili e religiose dell'Egitto, ispirando all'erede del trono, Amenofi IV, suo figliuolo, dottrine religiose contrarie alle egiziane, che ne preparavano l'animo ad una radicale riforma. Condotta sposa in Egitto con un seguito di oltre 300 dame (317), il cui soggiorno alla

§ **XI**. — Quelle tavolette però presentano gravi difficoltà ai filologi per lo stato di deperimento, in cui si trovano; alcune in una lingua o dialetto alquanto diversi dall'assiro-babilonese; una in favella al tutto ignota (*credesi ittita o dei Cheta*), ed anche per essere le superstiti disperse in diversi musei; sicchè a ben dicifrarne il contenuto richiedonsi nuovi studi e diligenti confronti, che finora i dotti non poterono fare che parzialmente. Ciò non di meno anche nelle attuali condizioni esse hanno una vera importanza storica in ordine ai Cheta, di cui accertano chiaramente lo stato di assoluta indipendenza dai Faraoni, ed i continui urgenti timori che ispiravano ai possedimenti ed alleati dell'Egitto nei paesi asiatici malgrado le grandi vittorie di Tutmes III; come pure l'indole delle relazioni politiche dei Cheta sotto i successori di quel Faraone della dinastia XVIII.

Ignoriamo i particolari, per cui i Cheta si elevarono successivamente a tal potenza, a cui contribuirono diverse cause, fra le quali la debolezza dell'Impero assiro, e la non compiuta unità politica del regno di Babilonia, commossa in quel periodo da invasioni straniere; l'assenza di uno stato possente nell'Asia minore, la debolezza dell'Egitto sotto i successori di Tutmes III,

---

corte di Tebe non potè a meno d'influire efficacemente sul costume del paese non solo ma anche sulla religione, la quale rappresentò sempre una parte principale in tutti i periodi della storia interna dell'Egitto. Perciò odiata dai grandi perchè straniera all'Egitto e alla dinastia, anche nell'aspetto diversa dal tipo nazionale, esecrata dai sacerdoti per le nuove sue credenze, professate officialmente ed inspirate efficacemente al principe ereditario, non fu probabilmente ultima causa, per cui Amenofi IV, lasciata Tebe, si creò nuova residenza nell'Egitto di mezzo nella città di *Kuenaten*, e compiè una riforma.

Le condizioni del regno vi erano oltremodo favorevoli a motivo della prevalenza quasi assoluta acquistatavi dalla classe sacerdotale. La quale, straordinariamente arricchita, esente da ogni imposta, non contenta di appropriarsi la parte del leone delle prede di guerra, dei tributi dei vinti e delle diverse rendite dello Stato, aveva talmente accresciuti gli obblighi religiosi, moltiplicati i riti e le superstizioni, che buona parte della popolazione istrutta erane infastidita, e doveva desiderare una riforma; e più della moltitudine il monarca, irritato dalle crescenti esigenze e opposizioni del grande collegio di Tebe.

Ma morto Amenofi IV senza lasciare eredi maschi, dopo un breve regno dello sposo di una delle figliuole, successe una reazione tremenda, che ripristinò l'antica religione col distruggere ogni reliquia di quella riforma fino a radere al suolo la nuova residenza di Amenofi, nelle cui rovine furono dissepolte le tavolette di Tell-Amarna.

specialmente durante il regno di Amenofi IV e dei suoi immediati successori. Nel quale scompaiono dalla scena politica col regno di *Mitanni* altri principali vassalli all'Egitto; e fra i popoli tributari più non sono nominati i Cheta, diventati rivali formidabili dei Faraoni nella Siria; cosicchè il fondatore della dinastia XIX Ramesse I, dopo una lotta coi Cheta, già iniziata sotto Haremheh, della dinastia XVIII, conchiuse col loro re *Sepalel* un'alleanza offensiva e difensiva (1), che il suo successore *Mauntanahr* disdisse intimando la guerra a Seti I. Questo re, celebre pei suoi monumenti e pel suo valor militare ad un tempo, era per indole così appassionato alla guerra, che gli tornava assai più caro *un momento di lotta campale nel tumulto della mischia che un giorno intiero di godimenti.* E quantunque i monumenti egiziani vantino le sue vittorie sugli Asiatici in generale e in particolare sui Cheta, che avrebbe *prostrati al suolo*, e uccisi i loro principi (BRUGSCH, p. 453), risulta però dai monumenti contemporanei, che Seti progredì ben poco in quella lotta, terminata con un trattato di pace da pari a pari, e con un'alleanza difensiva ed offensiva dei due popoli, che si divisero fra loro la sovranità della Siria, rimanendo all'Egitto la parte meridionale, la settentrionale ai Cheta; permanente minaccia contra i possedimenti egiziani asiatici e l'Egitto medesimo, costretto a fortificare la frontiera verso la Siria con nuove opere militari, continuate poscia e compiute dal successore, Ramesse II, il Sesostri dei Greci.

§ **XII**. — Questo Faraone volle riprendere l'impresa di Tutmes III e la lotta di Seti I con nuova guerra. Guerra durata 16 anni, e conchiusa col Gran Re dei Cheta *Chetasir* o *Chetasar* da pari a pari, con un trattato pervenuto fino a noi nei principali particolari; quasi identico nella forma e nei concetti a quelli delle età successive antiche e moderne, e che presenta per avventura l'esempio autentico più antico di simili politiche convenzioni.

Quel trattato, che lasciava gran parte della Siria a discrezione dei Cheta, è la più recisa smentita alle grandi vittorie che i monumenti egiziani attribuiscono a Ramesse II in quella contrada; e se noi possederemo un giorno più estese memorie della

(1) BRUGSCH, *Ibid*, p. 455 e segg.

storia dei Cheta, non mancheremo di trovarvi ricordate le sconfitte egiziane e le vittorie dei Cheta; fatti, che i monumenti egiziani tacciono assolutamente, mentre celebrano i loro trionfi veri o immaginari con un lirismo ed una esagerazione incredibile; difetto comune in grado superlativo agli Egiziani in tutti i periodi della loro storia (§ IX, *nota* 2ª) (1).

A quella convenzione internazionale teneva dietro un periodo di quasi mezzo secolo di pace non interrotta, feconda di materiale prosperità e di decadenza politica ad un tempo per ambo i popoli. Da quell'avvenimento Ramesse II regnò ancora 47 anni in profonda quiete rispetto alla Siria con grave scapito della sua potenza militare anche ad occidente; da cui comparvero nuovi nemici che furono vinti o allontanati, ma che ricomparvero più numerosi ed audaci sotto il suo successore e ridussero l'Egitto ad estremo pericolo. Noi troviamo fra quelli i *Sardana* ed i *Tursa*, che illustri filologi vorrebbero con fondamento identici ai *Sardi e agli Etruschi* (2).

Fu probabilmente nel periodo dei successori di Tutmes III della XVIII e dei primi re della XIX, in cui la confederazione dei Cheta, già potenti nella Siria nei tempi anteriori e contemporanei all'invasione degli Hyk-Shos, toccò l'apogeo della sua politica grandezza ed estese le sue spedizioni militari nell'Asia minore

---

(1) Brugsch, *Ibid.*, p. 518 e seg. Wright, *the empire of the Hittites*; Meyer Ed. *Geschichte Alterthums*, p. 237 e 38; 255 e 56: *Geschichte der alten Ægypten*, ecc.

(2) I *Sardana*, chiamati nei monumenti *popoli del mare*, distinguonsi dagli altri popoli dei monumenti egiziani nel tipo del volto e nell'armatura. Compaiono in campo già sotto Seti e Ramesse II, del quale ultimo formano la guardia del corpo, qualificati come prigionieri di guerra, rimasti o costretti al servizio dell'Egitto. Combattono valorosamente pei Faraoni ancora sotto Ramesse III, e poi scompaiono recisamente dagli eserciti egiziani.

Ha per noi maggiore importanza la menzione, che ripetutamente si fa nei monumenti egiziani di *Tursa* o *Turosa*, che illustri Egittologi credono identici agli Etruschi: identità contestata in generale dagli Alemanni e propugnata da parecchi dotti francesi, che primi chiamarono l'attenzione dei filologi su quell'argomento, fra cui De Rougè e Maspero, da E. Schiaparelli fra gli Italiani.

Alcuni archeologi notano la identità di forma dei calzari etruschi con quelli dei Cheta, la cui punta, nei monumenti, è sempre rivolta all'insù. Da questo fatto non manca chi proporrebbe di dedurre analogia etnografica e affinità fra i due popoli. È una quistione strettamente legata a quella dell'etnografia e della patria degli Etruschi, che non si può ancora dire definitivamente risolta.

fino all'Alis, sui cui particolari però e sulla cui cronologia siamo ridotti a semplici congetture.

§ **XIII.** — Ma non tutti i cultori dell'antichità orientale ammettono questa vasta estensione della dominazione dei Cheta nell'Asia, specialmente nell'Asia minore. Accettata in generale dagli Inglesi archeologi, e con riserva dai Francesi e dagli Alemanni, è vivamente contraddetta da illustri filologi; il che diede origine a due opinioni e teoriche, che reciprocamente si combattono e distruggono. Poichè mentre gli uni sostengono, vittoriosamente a mio avviso, che dovunque si trovano nell'Asia minore monumenti o reliquie di monumenti, giustamente attribuiti agli Ittiti, sono prova evidente della loro presenza e prevalenza politica più o meno lunga in quei luoghi, gli altri, all'opposto, affermano priva d'ogni fondamento, ed una semplice ipotesi immaginaria quella della dominazione neppur temporanea, e dell'influenza dei Cheta sulla Siria e sulla coltura dell'Asia Minore (1). Ma gli argomenti che adducono, che sono certamente rispettabili, non mi sembrano sufficienti a provare la verità della loro tesi, neppure dal lato dell'arte, che osservano essere nella Siria talmente inferiore a quella dell'Asia Minore da doverne inesorabilmente inferire che furono opere di popoli diversi, e da alcuni attribuite agli Sciti e ai Cimmerii (Krall, p. 671). Ma una inferiorità nelle arti belle fra l'Asia minore e la Siria, quando pure ammessa, ha la sua ragione nella diversità cronologica delle opere, accompagnata dalla distruzione sistematica dei monumenti della Siria continuata per una serie di secoli, e non cessata neppure a dì nostri. Nei quali non solo si adoperano tuttavia avanzi di monumenti antichi e medioevali nelle costruzioni pubbliche e private come materiali; ma si distruggono pensatamente anche quelli già adoperati e attribuiti agli Ittiti dagli abitanti ignorantissimi e fanatici della contrada; affinchè non vengano in mano agli infedeli per eccesso di superstizione (2). I monumenti materiali, che pel loro peso e volume non si possono trasportare a schiena di camelli, rompono in pezzi minori, per

(1) Hirschfeld, *ibid.*, pag. 45-48. Gli argomenti contrari all'opinione di Hirschfeld si leggono specialmente nelle *Transactions* e nei *Proceedings* della Società di archeologia biblica di Londra.

(2) Wright nell'opera citata, e nella prefazione.

poterli trasferire e vendere come oggetti di commercio. Ed è questa una delle cause principali, per cui delle opere degli Ittiti non solo, ma dei Fenici, Greci e Romani nella Siria sono scomparse anche le reliquie, da pochissime eccezioni in fuora (1); non escluse quelle di Sidone e di Tiro.

§ **XIV**. — Più note delle cause del sorgere a grande potenza dei Cheta sono quelle della loro decadenza e successivo scomparire, come prevalenti fra le società politiche della Siria, quantunque gli scrittori non si accordino neppure intieramente neppure su questo punto. I più ne attribuiscono il colpo mortale e quasi repentino alla invasione nella Siria di Ramesse III; il quale afferma avere diretto contro i Cheta la prima sua spedizione militare dopo la vittoria sui popoli marittimi e delle coste dell'Egeo. Ma non è forse che una delle solite esagerazioni dei Faraoni nelle iscrizioni dei loro monumenti; perchè la decadenza dei Cheta era cominciata assai prima di quell'avvenimento, il quale contribuì solo in parte alla loro caduta (2).

Noi abbiamo osservato (§ III) che la gloria e la potenza militare dei Cheta, la dominazione in alcune contrade dell'Asia Minore e del bacino dell'Eufrate al nord di Babilonia (Halevy) colla prevalenza politica nella Siria erano da essi rappresentate, non tanto come popolo particolare, quanto come capi di vasta confederazione anteriore di parecchi secoli a Ramesse III, e largamente ampliata dopo questo Faraone. Le conquiste dei Faraoni nell'Asia, minaccianti la servitù e l'assoggettamento di tutta la regione anteriore all'ovest dell'Eufrate ai monarchi di Tebe, provocarono l'unione degli abitanti per la comune difesa sotto gli auspici immediati e l'autorità militare del re dei Cheta, che prima dividevano coi *Rutennu;* e che giunse all'apogeo durante la lotta con Ramesse II, la cui dominazione nell'Asia fu dalla vittoriosa resistenza dei Cheta ristretta alla Palestina.

Ma, cessato il timore delle invasioni egiziane, con la pace con Ramesse II, l'unità della confederazione dei Cheta si disgregò prima, e poi si disciolse. Degli Stati antichi della Siria i più vollero essere autonomi, guerreggiandosi talora reciprocamente,

---

(1) Renan, *Mission en Phénicie.*

(2) Brugsch e Meyer sono di questa opinione, che mi sembra non avere grandissimo fondamento.

mentre se ne fondavano dei nuovi, fra i quali l'*Ebraico*, quello di *Hamad* e di *Damasco*, oltre quello dei *Filistei;* popolo conquistatore venuto di fuori ed ordinatosi fortemente in cinque principati, su cui prevaleva Ascalona fornita di un porto sul mare di Siria e fatale a Sidone. Alcune provincie ad oriente della cessata Confederazione erano state occupate dai *Moschi*, e da altri popoli scesi dalle alture dell'Asia Minore e dell'Armenia.

Quindi nuova causa immediata dell'assoluta decadenza dei Cheta fu la grande invasione dei popoli marittimi, che dalle isole e dalle coste del Tirreno e dell' Egeo si mossero per mare e per terra alla volta dell'Egitto in cerca di nuove sedi, colle famiglie e sostanze collocate su carri tirati da due paia di buoi, e appoggiati a numerosa flotta. Furono queste non invasioni parziali, ma vere emigrazioni di vari popoli, come quelli degli Hyk-Shos, degli Sciti, dei Goti, degli Arabi e di altre nazioni, di cui son piene la storia antica e la medioevale. Al cui avanzarsi ostilmente nella Siria non potendo opporsi i Cheta, già in decadenza per la scissione della Confederazione a cui davano il nome; avvolti e trascinati nella valanga degli invasori, furono con questi sconfitti da Ramesse III, che condusse prigioniero in Egitto quello dei loro principi, che aveva preso parte alla invasione dei popoli marittimi. Ma non è più il *Gran Re dei Cheta*, bensì un *miserabile principe* preso vivo prigioniero. Poichè, già prima ancora di quell'avvenimento, la *Grande Confederazione* e il *Gran Re dei Cheta* dei monumenti della XVIII e XIX dinastia erano scomparsi dalla scena politica, come prevalenti nella Siria. Alla grande nazione dei Cheta colla residenza principale a *Cadesh* sull'Oronte dei monumenti egiziani era succeduto il piccolo reame di *Carchemish* sulla destra dell'Eufrate della letteratura cuneiforme, ridotto alla città ed al territorio della medesima; suddiviso in piccole frazioni senza grande politica importanza contro la prevalenza degli Assiri nell'Asia anteriore. E il non avere tenuto conto di questo radicale cambiamento non fu ultima causa, per cui scrittori egregi credettero e credono poter negare recisamente ogni politica importanza alla nazione e contrada dei Cheta (§ XI e XII) da me propugnata nella prima lettura, col ridurla a poco più di una espressione geografica (1).

---

(1) Veggansi specialmente le monografie di Hirschfeld e Krall, ricordate nella nota quarta del primo paragrafo del presente scritto. Si direbbe che

§ **XV**. — Quest'opinione sembrami quasi un anacronismo storico, trattandosi di due periodi di quella nazione, essenzialmente distinti dal lato politico e cronologico ad un tempo. Le notizie della letteratura cuneiforme non vanno oltre il principio del secolo XII av. Cr.; nel quale della confederazione dei Cheta, diretta dal re di Cadesh, non rimaneva che la memoria, e quasi nessuna della sua capitale (1). Non trattasi più di quel periodo glorioso, omai dimenticato, ma di un piccolo Stato, il cui principe, nella grande lotta di *Chetasar* con *Sesostri* non era che un *vassallo* del gran re dei Cheta; quantunque nelle iscrizioni assire sia sempre chiamato il re dei Chatti (*Cheta*) e *Carchemish* ne sia la capitale, ridotta però a molto ristretti confini con piccolo territorio e minore politica importanza (2).

Tiglath-pileser I, il quale nel principio del secolo XII av. Cr. (1130–1110) percorse vittorioso buona parte della Siria fino al mare d'occidente, sul quale volle navigare in trionfo nei vascelli d'Arado, non trovò nel re dei Chatti e in Carchemisch seria resistenza; e meno ancora nelle tribù dell'alto Eufrate, che etnograficamente ancora appartenevano ai Cheta, di cui conservano anche il nome.

In quel periodo la Siria era divisa e suddivisa in tanti piccoli Stati e società politiche più o meno indipendenti, di cui le iscrizioni cuneiformi indicano ben 23 dall'Eufrate al mare d'occidente nella sola direzione da Carchemish al golfo di Scanderun nella parte superiore della contrada; i quali tutti furon solleciti di prestare omaggio al monarca assiro quantunque non tardassero ad affermare la loro indipendenza, negando i tributi. I re di Carchemish tentarono più di una volta di sottrarsi alla sovranità dei monarchi di Ninive, ma ne furono schiacciati, come gli altri popoli della Siria, mostratisi ostili alla dominazione assira (3). Rinnovatisi successivamente codesti tentativi col medesimo scopo di liberarsi dai tributi e dalla oppressione degli Assiri, quantunque i Cheta conservassero lungamente l'antico spirito militare, la fama di valorosi, e la memoria della passata

---

quegli illustri scrittori hanno preso di mira l'opinione e gli scritti favorevoli ai Cheta per combatterli, giudicandoli un popolo di poco conto.

(1) Delitsch, p. 314 e seg.

(2) Poesia detta di *Pentaour*. Delitsch, p. 266-269.

(3) *Storia orientale* dell'Autore, VI ediz., pag. 327-334.

autonomia, dopo vani sforzi dovettero rassegnarsi al loro destino; e la nazione ne andò disfatta e dispersa per opera di Sargone II nel principio del secolo VIII av. Cr. come è detto nel fine della prima lettura (1).

§ **XVI**. — Ma se nel secolo XII, e forse nell'ultima parte del XIII la confederazione dei Cheta già era distrutta, e la dominazione loro ridotta al piccolo regno di Carchemish, un'ombra appena dell'antico Stato, sussisteva però e si mantenne ancora lungamente il significato geografico della grande contrada di quel nome (§ V), e che abbracciava tutta la Siria dalle rive dell'Eufrate al nord di Babilonia, e dal deserto ai piedi del Tauro ancora nel secolo nono. Ramannirari II, re degli Assiri (890 a. C.) dava per limiti ai paesi dei Catti (*Cheta*) l'Eufrate e il Mare d'occidente e si protendeva dentro il mare stesso, compresavi l'isola di Cipro (2). Nelle iscrizioni cuneiformi è talvolta sinonimo di *Martu* o paese dell'occidente, come nell'obelisco nero di Salmaneser II, che vi inchiude anche una porzione dell'Arabia (31); ma senza distinzione di confini, comprendendo complessivamente il paese fra le due rive dell'alto Eufrate, il deserto, il monte

---

(1) *Prima lettura sulla Grande Confederazione dei Cheta* § VI-VIII. Sul fine del secolo X av. Cr. (890), Ramannirari II li richiamò colle armi alla sovranità dell'Assiria, a cui si erano sottratti. A Sardanapalo I (883-858) furono tributari e più volte sconfitti; ed avendo preso parte ad una levata di scudi della Siria contro Salmanasarre o Salmaneser II (857-822), ne furono ripetutamente vinti e puniti. La stessa sorte ebbero contro Ramannirari III (810-781). Dall'usurpatore Tiglath-pileser II (745) furono scossi fortemente, e costretti ad obbedire; e finalmente Sargone II (722-705), stanco delle continue insurrezioni dei Cheta, li cancellò dal numero delle nazioni (177 a. C.)

(2) DELITSCH, p. 273-279. Sulla situazione di Cadesh prevaleva l'opinione accettata anche da BRUGSCH, che fosse posta in un'isola dell'Oronte, dove non si trovavano reliquie di sorta di quella città. Esplorazioni successive collocano Cadesh sull'Oronte ma sul continente.

L'area di Carchemish MASPERO (*De situ Carchemis*) e G. RAWLINSON proponevano di collocare in *Mabogh-Hierapolis:* ma G. SMITH, che esaminò personalmente quei luoghi, la pone sulle rovine di *Girbâs*, seguìto anche da SAYCE, dove è *Yaraboloos*, sulla destra dell'Eufrate « *Yaroboloos grand site, vast wals and palace, mounds 800 feet vund, sculptures and monoliths with inscriptions, site of Karchemesh.* » SMITH'S *Note books*. DELITSCH, p. 266-67. Sono luoghi pieni di rovine, le più di origine greca, romana e medioevale, in terreni fertili anche attualmente, dove sono coltivati.

Tauro ed il Mediterraneo. Ora io domando: da quali fatti potè derivare questo vasto significato geografico alla contrada dei Cheta, conservatosi nella letteratura cuneiforme anche dopo la caduta della grande confederazione, se non dalla memoria dell'antica loro potenza, dalla parte gloriosa da essi rappresentata nella storia dell'Oriente antico, durata parecchi secoli; e dalla costanza maravigliosa con cui tentarono più volte di ricuperare la loro autonomia contro la prevalente dominazione assira? E questo è quello che mi sono proposto di confermare nella presente lettura, ristretta alla parte politica, riservandomi a discorrere in una terza dell'etnografia, della lingua, dei monumenti e della civiltà di quella nazione.

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 23 Marzo al 13 Aprile 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori	
R. Stazione enologica sperimentale d'Asti.	Le Stazioni sperimentali agrarie italiane. — Organo delle Stazioni agrarie e dei Laboratorii di Chimica agraria del Regno, pubblicato sotto gli auspici del Ministero di Agricoltura, ecc., diretto dal Prof. Ing. Mario ZECCHINI; vol. XVIII, fasc. 2. Asti, 1890; in-8° gr.
Università J. HOPKINS (Baltimora).	* American chemical Journal edited by Ira REMSEN; vol. XI, n. 5. Baltimore, 1889; in-8°.
Id.	American Journal of Mathematics, etc.; vol. XI, n. 4. Baltimore, 1889; in-4°.
Id.	Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. XI, n. 79. Baltimore, 1890; in-4°.
Osservatorio di Batavia.	* Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia, etc.; vol. XI, 1888. Batavia, 1889; in-4°.
Boston » »	Journal of Morphology, edited by C. O. WHITMAN, etc.; vol. III, n. 3. Boston, U. S. A., 1889; in-8°.
Società belga di Microscopia (Bruxelle).	Bulletin de la Société belge de Microscopie, etc.; t. XVI, n. 4. Bruxelles, 1890; in-8°.

* Földtani Közlöny (geologische Mittheilungen) Zeitschrift der Ungarischen geolog. Gesellschaft, etc.; XX Kötet, 1-3 Füzet. Budapest, 1890; in-8° gr. — R. Istit. geologico Ungarese (Budapest).

Geologische Aufnahmen der k. ungarisch. geologischen Anstalt: Alparét Videke; Umgebungen von Olpretu — 17 Zona, XXIX Rovat; — Lippa Vidéke, Umgebung von Lippa, 21 Zona, XXV Rovat. Budapest, 1888; in-4° — Id.

—— Mittheilungen dem Jahrbuche der k. Ung. geol. Anstalt, etc.; III Band, 1 bis 3 Heft; VI Band, 5 und 6 Heft; VIII Band, 1 bis 3 Heft. Budapest, 1874-75, 1883-86; in-8° gr. — Id.

* Records of the geological Survey of India; vol. XXIII, part. 1. Calcutta, 1890; in-8° gr. — Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

* Proceedings of the Cambridge philosophical Society; vol. VII, part. 1. Cambridge, 1890; in-8°. — Società filosofica di Cambridge.

* Memoirs of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. XVII, n. 1. (The immature state of the Odonata; part. III, subfamily Cordulina, by L. Cabot. Cambridge, U. S. A., 1890; in-4°. — Id.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. XVIII (XXIX-Report on the Mollusca by W. H. Dall: part. II. — Gastropoda and Scaphopoda. Cambridge, 1889; in-8°. — Id.

* Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc.; nuova serie, fasc. X-XII. Catania, 1890; in-8°. — Accad. Gioenia di Catania.

* Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira; vol. IX, n. 4. Coimbra, 1889; in-8°. — La Direzione (Coimbra).

* Boletin de la Academia nacional de Ciencias en Córdoba (República Argentina); t. X, entrega 3. Buenos Aires, 1889; in-8°. — Acc. naz. delle Sc. in Cordova Rep. Argentina).

* The Transactions of the R. Irish Academy; vol. XXIX, part. 12. Dublin, 1889; in-4°. — R. Acc. Irlandese delle Scienze (Dublino).

—— Proceedings of the R. Irish Academy; 3e series, vol. I, n. 2. Dublin, 1889; in-8°. — Id.

* Pensylvania geological Survey. — Northem Anthracite Atlas, part. 3; — O³ Catalogue of State Museum, part 3; — Atlas, to Reports H H and H H H.; — Northem Anthracite Atlas part. 4. Philadelphia; in-8°. — Comm. geologica della Pensilvania (Filadelfia)

* The Journal of comparative Medicine and veterinary Archives, edited by W. A. Conklin; vol. XI, n. 3. Philadelphia, 1890, in-8°. — La Direzione (Filadelfia).

R. Accademia dei Georgofili di Firenze. — * Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4ª serie, vol XII, disp. 4. Firenze, 1889; in-8°.

T. Caruel (Firenze). — * Filippo Parlatore. — Flora italiana continuata da Teodoro Caruel; vol. IX parte 1ª, *Crassulacee, Droseracee, Simarubacee, Violacee, Droseracee, Elatinacee*. Firenze, 1890; in-8°.

Università di Inspruk. — Akademische Behörden, Personalstand und Vorlese-Ordnung and der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Sommer-Semester 1890. Innsbruck, 1890; 1 fasc. in-4°.

J. V. Carus (Lipsia). — * Zoologischen Anzeiger herausg. von Prof J. Victor Carus in Leipzig; XIII, Jahrg., n. 330, 331. Leipzig, 1890; in-8°.

Reale Società di Londra. — * Proceedings of the R. Society of London; vol. XLVII, n. 287. London, 1890; in-8°.

R. Società astron. di Londra. — * Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. L, n. 4. London, 1890; in-8°.

Soc. geologica di Manchester. — * Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 16-17. Manchester, 1890; in-8°.

Soc. scientifica Antonio Alzate (Messico). — * Memorias de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate »: t. III, cuaderno n. 3. México, 1889; in-8°.

Osserv. meteor. del Messico. — * Boletin mensual do Observatorio meteorológico-magnetico central de México; t. II, n. 4. México, 1889; in-4°.

R. Istit. Lomb. (Milano). — * Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXIII fasc. 5-6. Milano, 1890; in-8°.

La Direzione (New-Haven Conn.) — * The american Journal of Science, etc.; 3 series, vol. XXXVIII, August 1889. New Haven, Conn., 1889; in-8°.

La Direzione (Palermo.) — * Gazzetta chimica italiana. — Frontispizio e indice delle materie contenute nel vol. XIX. Palermo, 1889; in-8°.

Circolo Matem. di Palermo. — * Annuario del Circolo matematico di Palermo; 1890; 1 fasc. in-8°.

Osservatorio astronomico di Pietroborgo. — * Annalen des physikalischen Central-Observatorium herausg. von H. Wild etc., Jahrg. 1888; Theil II, Meteorologische Beobachtungen der Stationen, 2. Ordnung in Russland nac dam internationalen Schema. St.-Petersburg, 1889; in-4°.

Osservatorio di Rio Janeiro. — * Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do Observatorio do Rio de Janeiro; anno V, n. 2. Rio de Janeiro; 1890; in-8° gr.

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei; vol. VI, fasc. 5, 6, 1° sem., 1890. Roma, 1889; in-8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 6. Roma, 1890; in-8° gr. — Società generale dei viticolt. ital. (Roma).

* Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; 3ª serie, vol. I, n. 1 e 2. Roma, 1890, in-8°. — R. Comitato geol. d'Italia (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XIX, disp. 2, 3. Roma, 1890; in-4°. — Società degli Spettr. ital (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. I, marzo. Roma, 1890; in-8. — La Direzione (Roma).

* Proceedings of the american Association for the advancement of Science; Cleveland Meeting, August 1888; vol. XXXVII. Salem, 1889; in-8°. — Assoc. Americana per il progresso delle Scienze (Salem).

* Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4ª, vol. II, fasc. 1-2. Siena, 1890; in-8°. — R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

* Kongliga Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar (Mémoires, etc.; Bd. XX, 1-2: Bd. XXI, 1-2 (mit Atlas in-fol.° - Kritisk Förteckning öfver de i Riksmuseum Befintliga Salmonider; af. F. A. Smitt). Stockholm, 1883-87, in-4°. — R. Acc. Svedese delle Scienze di Stoccolma.

—— Bihang Supplément aux Mémoires till K. Svenska Vet.-Akad. etc., Bd. IX, 1-2; Bd. X, 1-2; Bd. XI, 1-2; Bd. XII, 1-4; Bd. 13, 1-4; Bd. XIII, 1-4. Stockholm, 1885-88; in-8°. — Id.

—— Öfversigt (Bulletin) af K. Vetensk.-Ak. etc.; XLI och XLV Årg. Stokholm. 1884-1888; 5 vol. in-8°. — L'A.

—— Lefnadsteckningar (Biographies der Membres), etc., Bd. II, Häft. 3. Stockholm, 1885; in-8°. — L'A.

—— Förteckning (Table des matières) etc., 1826-1883; af E. W. Dahlgren. Stockholm, 1884; 1 fasc. in-8°. — L'A.

—— Kongl. Svenska Vetensk.-Akad. etc.; Maj 1885 och Maj 1889; 5 fasc. in-8°. — L'A.

—— Meteorologiska Jakttagelser (Observations météorologiques), Bd. XXII-XXVI, 1880-1884. Stockholm, 1885-1889; in-4°. — Id.

* Rivista del Club alpino italiano; vol. IX, n. 3. Torino 1890; in-8°. — Club alpino ital. (Torino).

Società meteor. italiana (Torino). — * Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. X, n. 2 Torino, 1890; in-4°.

Libreria E. Loescher di C. Clausen di Torino. — Archives italiennes de Biologie; Revues, resumés, reproductions des travaux scientifiques italiens, sous la direction de C. Emery et A. Mosso; t. I-VI, - sous la direction de A. Mosso, t. VII, VIII. Turin, 1882-87; in-8°.

Id. — —— Catalogue des travaux biologiques italiens parus en 1884, 1885. Turin, 1885, 1887; 2 fasc. in-8°.

R. Istit. Veneto (Venezia). — * Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie 7ª, t. I, disp. 4. Venezia, 1890; in-8°.

Società geologica di Vienna. — * Abhandlungen der k. k. gealogischen Reichsanstalt zu Wien; Bd. XIII; Heft 1; Bd. XV, Heft 1. Wien, 1889; in-4°.

Id. — —— Jahrbuch h. h. geologischen Reichs, etc.; Jahrgang 1889, XXXIX Bd., 3 und 4 Heft. Wien, 1889; in-8° gr.

L'Autore — Anomalie della declinazione magnetica in rapporto con grandi masse serpentinose: Osservazioni dell'Ing. S. Franki. Roma, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. — A. Köllicker. — Ueber den pineren Bau des Rückenmarks (Aus den Sitz der Wurzburger Phys.-med. Geseleschaft, VI, Marz 1890); 1 fasc. in-8°.

S. Laura — S. Laura. — Medicina esatta, ecc.; anno VIII, n. 3. Torino, 1890; in-8°.

Il Socio Senatore Jac. Moleschott. — Untersuchungen zur Naturlehre des Meuschen und der Thierre, herausgegeben von Jac. Moleschott; XIV Band, 2 Heft. Giessen, 1888; in-8°.

L'A — Exposition universelle d'Anvers, 1885. — Comptes-rendus des travaux du Comité international chargé des essais électriques. — Compte rendu des essais du transformateur Zipernowsky, Déri et Blathy; et rapport sur l'éclarage électrique de la ville de Rome; par M. A. Roiti. Liége, 1890; 1 fasc. in-4°.

L'A. — Bemerhungen über den Bau der Menschen und Affen-Placenta, von W. Waldeyer. Bonn, 1890; 1 fasc. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 30 Marzo al 20 Aprile 1890

	Donatori
Bibliotheca philologica classica. etc.; Sechszehnter Iahrgang, 1889; viertes Quartal. Berlin, 1890; in-8°.	Berlino * *
* Atti della R. Accademia della Crusca. — Adunanza pubblica del 22 di Dicembre 1889. Firenze, 1890; in-8°.	R. Accademia della Crusca (Firenze).
Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 102-103. Firenze, 1890; in-8° gr.	Bibliot. nazionale di Firenze.
* Atti della Società Ligure di Storia patria; vol. XIX, fasc. 3; vol. XXI, fasc. 1. Genova, 1889; in-8° gr.	Società Ligure di Storia patria (Genova).
Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geografischer Anstalt, herausg. von Prof. D. A. SUPAN; Ergänzungsheft n. 97. Gotha, 1890; in-4°.	Gotha. * *
Allgemeine deutsche Biographie; 147 und 148 Lieferung (Bd. XXX, Lfg. 2 and 3). Leipzig, 1890; in-8°.	Lipsia. * *
* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XVI, cuaderno 3, marzo 1890. Madrid, in-8°.	R. Accademia di Storia (Madrid).
* Archivio storico lombardo. — Giornale della Società storica lombarda; serie 2ª, fasc. XXV. Milano, 1890; in-8°.	Società Storica Lomb. (Milano).
* Compte-rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1890, n. 5, 6, pag. 109-188; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Statistica delle tasse e diritti comunali; parte I, Somme accertate in ciascun Comune secondo i conti consuntivi dell'anno 1887. Roma, 1889; in-8° gr.	Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).
—— Bilanci comunali per l'anno 1887. Roma, 1889; 1 vol. in-8° gr.	Id.
—— Annali di Statistica. — Statistica industriale, fasc. XX. — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Parma, con una carta stradale e industriale. Roma, 1889; in-4°.	Id.
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 12; anno VIII, n. 1, 2. Appendice al n. 1, Regi decreti di istituzione, Atti costitutivi e Statuti delle Casse di risparmio. Roma, 1890; in-8° gr.	Id.

R. Accademia de' Lincei (Roma). * Memorie della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze morali, storiche e filologiche, vol. VI, parte 2ª. — Notizie degli Scavi, Dicembre, 1889; Indice topografico per l'anno 1889. Roma, 1890; in-4°.

Bibliot. nazionale Vitt. Emanuele. Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele di Roma. — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche governative del Regno d'Italia, vol. IV, n. 4. Roma, 1889, in-8° gr.

Municipio di Torino. Città di Torino; Biblioteca civica. — Bollettino annuale: anno 1889. Torino, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

Istit. Canadiano (Toronto). Annual Report of the Canadian Institute, session 1888-9; being part of Appendix to the Report of the Minister of Education. Ontario, 1889. Toronto, 1889; 1 fasc. di 118 pag. in-8° gr.

Ateneo Veneto (Venezia). * L'Ateneo Veneto. — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; serie 14, vol. 1, fasc. 1-2. Venezia, 1890; in-8°.

(Venezia). * * I Diari di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVIII, fasc. 125. Venezia, 1890; in-4°.

L'Autore. Prof. Carlo Giuseppe Albonico. — La teorica della cooperazione; Memoria letta nell'Ateneo di Bergamo nelle sedute del 19 maggio e 23 giugno 1889 Bergamo, 1889, 1 fasc. in-8°.

S. E. il Ministro Paolo Boselli. (Roma). A Sua Eccellenza Paolo Boselli Ministro della pubblica Istruzione nell'occasione del collocamento della prima pietra per la costruzione del quadriportico dinanzi la Basilica di San Paolo fuori le mura di Roma: XIV Marzo MDCCCXC (testo e tavole di Giuseppe Calderini); Roma, 1890; 1 fasc. in-fol°.

Il Socio Cognetti De Martiis. Tito Maccio Plauto. — Il militare fanfarone (Miles gloriosus); Versione metrica di S. Cognetti De Martiis. Torino, 1890; 1 fasc. in-8° picc.

L'A. Dante ne' tempi di Dante. — Ritratti e Studi di Isidoro Del Lungo. Bologna, 1888; 1 vol. in-8° picc.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

4325 (850) 17 VI-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Aprile 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Direttore della Classe, Salvadori, Bruno, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Spezia, Camerano, Segre e Basso Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Segretario dà comunicazione di documenti stampati che vennero inviati all'Accademia dal Comitato ordinatore del Congresso d'Ingegneri ed Architetti da tenersi in Palermo l'anno venturo, ed altri inviati dal Comitato esecutivo per la prima Esposizione italiana di Architettura, che si aprirà nel prossimo settembre in Torino.

Le letture e le comunicazioni si succedono nel modo che segue:

« *Un nuovo campo di ricerche geometriche* »; lavoro del Socio Segre, che fa seguito a due altre sue Note già pubblicate precedentemente;

« *Sulle determinazioni di latitudine eseguite negli anni* 1888, 1889, 1890 *all'Osservatorio astronomico dell'Università di Torino*; comunicazione prelimimare del Prof. Francesco Porro, incaricato della direzione dell'Osservatorio stesso, presentata dal Socio Naccari;

« *I minerali del gneiss di Borgone* (*Val di Susa*) »; cenni descrittivi di Giuseppe Piolti, Assistente al Museo mineralogico della R. Università di Torino, presentati dal Socio Spezia;

« *Sopra una mandibola di Balaenoptera dell'Astigiano* »; Nota del Dott. Federico Sacco, Prof. di Paleontologia nella R. Università di Torino, presentata dal Socio Camerano.

LETTURE

Un nuovo campo di ricerche geometriche;

Saggio del Socio Prof. CORRADO SEGRE.

NOTA III. (*)

Delle antipolarità e delle iperconiche ed iperquadriche (**).

27. Rispetto ad un'antipolarità, piana o spaziale, introdurremo denominazioni affatto simili a quelle che si usano per le polarità. Due elementi omologhi si diranno *polari* l'un dell'altro (un punto si dirà *polo* del suo elemento polare). Quando di due

(*) V. le Note I e II a pag. 276 e 430 del presente volume.

(**) La trattazione geometrica di questi enti si troverà analoga in vari punti a quella delle coniche e delle quadriche fatta nell'opera di STAUDT: anche certe proposizioni, che, per l'analogìa perfetta che presentano con cose note, potrebbero sembrare superflue, si dovettero esporre, sia per uniformità di metodo, sia perchè occorreranno nei Cap.i segi. — Non è forse inutile, dopo la citazione fatta di STAUDT, rilevare come appunto la *sua* definizione delle coniche e quadriche sia quella che, trasportata per analogìa (dalle polarità alle antipolarità), appare più importante nel nostro campo; le definizioni mediante fasci projettivi o stelle reciproche avrebbero invece per analoghe delle nozioni di enti il cui studio rientra come *parte* in quello delle iperconiche ed iperquadriche: ciò si vedrà più tardi. —

[Dopo che io avevo già rivedute le bozze della Nota II del presente Saggio comparve nel vol. 14 degli *Acta mathematica* un lavoro del sig. JUEL: *Ueber einige Grundgebilde der projectiven Geometrie*, i cui risultati principali stavano già, secondo asserisce l'A., nella dissertazione danese che ho nominata in nota all'introduzione di questo Saggio; quel lavoro studiando per via puramente sintetica le catene semplici e piane, non che le antiprojettività fra forme semplici e le anticollineazioni fra due piani (sotto il nome di corrispondenze *simmetrali*), viene ad avere molti punti di contatto con le mie due prime Note. Il sig. JUEL non si occupa però degli enti analoghi nello spazio, nè delle antireciprocità, delle iperconiche, iperquadriche, ecc.; e in complesso il suo indirizzo ed il suo scopo sono essenzialmente diversi dai miei. Ciò malgrado mi piace rilevare i suoi diritti di priorità negli argomenti che entrambi abbiamo trattati].

elementi l'uno è incidente al polare dell'altro, viceversa questo sarà incidente al polare del primo, ed i due elementi si diranno *reciproci*. Così un punto ha infiniti punti reciproci sulla sua retta polare, oppure infiniti punti e rette reciproche sul suo piano polare. Una retta nel piano ha per reciproche tutte quelle che passano pel suo polo, e nello spazio tutte quelle che si appoggiano alla sua polare. Ecc. Un elemento *autoreciproco*, cioè incidente al suo polare, si dirà pure *unito*; però nello spazio la denominazione di *unite* sarà riservata alle rette *autopolari*. —

Se una retta p è unita in un'antipolarità piana, cioè contiene il proprio polo P, è chiaro che nè per questo passerà alcun'altra retta unita, nè su p starà alcun altro punto unito. Ma nel caso contrario, cioè se p e P non sono incidenti, l'antipolarità (che sempre riferisce antiprojettivamente due forme omologhe qualunque) stabilirà fra la punteggiata p ed il fascio di rette P un'antiprojettività in posizione involutoria: ne deriva che i punti reciproci su p (o le rette reciproche per P) si corrispondono in un'antinvoluzione, e quindi che su p o non sta alcun punto unito (e per P non passa alcuna retta unita), oppure ne stanno infiniti formanti una catena (e per P passa una catena di rette unite di cui quella è sezione). La possibilità che esista una retta di cui tutti i punti siano uniti rimane, come si vede, assolutamente esclusa.

Segue dunque che se un'antipolarità piana ammette un punto unito, essa ne ammetterà ∞^3, giacchè su ognuna delle ∞^2 rette passanti per quello ve n'è una catena, eccezion fatta per la retta polare del punto, la quale non contiene altri punti uniti. Questa varietà ∞^3 di punti si dirà *iperconica* (*fondamentale* per l'antipolarità), e sue *tangenti* nei vari punti le polari di questi nell'antipolarità, cioè le rette unite di questa (*). Mentre la tangente in un punto all'iperconica non l'incontra altrove, ogni altra retta del piano o la sega secondo una catena rettilinea o non l'incontra affatto. Similmente per un punto dell'iperconica passa una sola tangente di questa, la tangente in esso; per ogni altro punto o non passa alcuna tangente o ne passano infinite formanti una catena: il punto si dirà allora risp. *interno* ovvero *esterno* all'iperconica.

(*) Quest'applicazione del nome di *tangente*, come pure quella che ne faremo nel n. seg. alle iperquadriche sono d'accordo colle definizioni generali di *tangenti* alle ∞^3 di punti di un piano ed alle ∞^5 spaziali date al n. 15.

28. Per un'antipolarità spaziale le coppie di punti (o di piani) reciproci situate su una retta qualunque che non sia autoreciproca formano pure un'antinvoluzione. E così pure in un piano non unito si ha sempre un'antipolarità piana in cui si corrispondono i punti e le rette reciproche.

Se una retta è incidente alla sua polare, pur essendone distinta, solo quel punto e quel piano che essa ha comuni con questa saranno uniti. Se invece una retta coincide colla propria polare è chiaro che tutti i suoi punti e piani (mutuamente polari) saranno uniti. Se infine una retta è sghemba con la sua polare, segue da un'osservazione precedente che o essa non conterrà alcun punto unito o ne conterrà una catena, ed analogamente pei piani uniti.

Se un'antipolarità spaziale ammette un punto (od un piano) unito (o, ciò che fa lo stesso, una retta autoreciproca) essa ne ammetterà ∞^5, poichè su ognuna delle ∞^4 rette passanti per quel punto (e non giacenti nel suo piano polare) ne avrà una catena. Questa varietà di ∞^5 punti (*fondamentale* per l'antipolarità) si dirà *iperquadrica*. Il piano polare di ogni suo punto si dirà *tangente* in esso all'iperquadrica, e così pure le rette giacenti in quel piano e passanti per quel punto si diranno *tangenti*. Sono dunque tangenti gli ∞^5 piani uniti e le ∞^7 rette autoreciproche. Una retta od un piano non tangenti all'iperquadrica non l'incontrano affatto, oppure l'incontrano, la retta secondo una catena semplice, il piano secondo un'iperconica. Dualmente per un punto non posto sull'iperquadrica o non passano rette nè piani tangenti, o ne passano infiniti costituenti le generatrici ed i piani tangenti del *cono iperquadrico* circoscritto, projettante l'iperconica d'intersezione dell'iperquadrica col piano polare del punto (e questo punto si dirà nel 1° caso *interno*, nel 2° *esterno* all'iperquadrica); per una retta non tangente all'iperquadrica o non passano piani tangenti o ne passa una catena semplice.

Una retta tangente o incontra l'iperquadrica nel solo punto di contatto (e sta in un sol piano tangente), oppure vi è tutta contenuta (e tutti i suoi piani sono piani tangenti): quest'ultimo fatto accade se la retta è unita. In un piano tangente le rette che passano pel punto di contatto e che si corrispondono nella antipolarità costituiscono un' antinvoluzione di quel fascio: a seconda che questa non ha rette unite o ne ha una catena, quel

piano non conterrà alcuna retta autopolare e quindi alcun altro punto dell'iperquadrica, oppure segherà questa secondo una catena semplice di rette (autopolari).

29. Se un'iperquadrica contiene una retta r, non solo ogni piano passante per questa, ma anche ogni altro piano tangente all'iperquadrica segherà questa secondo una catena di rette, perocchè oltre che nel proprio punto di contatto la incontrerà in un punto di r. Ne segue che un'iperquadrica la quale contenga una retta ne contiene ∞^4, per modo che da ogni punto (od in ogni piano tangente) dell'iperquadrica ne esce una catena semplice. Essa si dirà allora iperquadrica *rigata*. Per una retta non tangente ad una siffatta iperquadrica accadrà simultaneamente che la seghi (in una catena di punti) e che stia in (una catena di) piani tangenti; e viceversa, se una retta che non sia tangente ad un'iperquadrica ne contiene un punto e sta in un piano tangente, l'iperquadrica sarà rigata. Se una retta taglia un'iperquadrica rigata lo stesso accadrà per la sua polare e tutte le infinite rette che si appoggiano alle due catene rettilinee d'intersezione staranno sull'iperquadrica, poichè ognuna di esse avrà per polare se stessa.

Su un'iperquadrica rigata si possono evidentemente tracciare infiniti quadrangoli, pentagoni, esagoni,.... sghembi (semplici). *Dato un pentagono sghembo* ABCDE *è individuata un'iperquadrica rigata che ne contiene i cinque lati.* Invero l'antireciprocità che ai vertici A, B, C, D, E di quel pentagono fa corrispondere risp. le facce EAB, ABC, BCD, CDE, DEA, avrà i lati AB, BC, CD, DE, EA per rette autoomologhe e farà corrispondere inversamente a quelle facce risp. quei vertici. Sarà dunque un'antipolarità la cui iperquadrica fondamentale conterrà quelle cinque rette.

30. Resta così stabilita per incidenza l'esistenza delle iperquadriche rigate. Ma per ottenere un modo affatto generale di costruzione di tutte le specie di antipolarità in uno con nuove proprietà di queste conviene considerare la *permutabilità fra antinvoluzioni ed antipolarità*, cercando le proposizioni che per le forme di specie superiore corrispondono a quelle sulle forme di 1ª specie viste ai n.i 17 e 18.

Un'antinvoluzione avente per punti uniti i vertici di un triangolo o tetraedro *polare* di un'antipolarità, cioè di un triangolo o tetraedro tale che rispetto a questa corrispondenza i vertici

abbiano per polari i lati o le facce opposte, è permutabile all'antipolarità. Invero il prodotto delle due corrispondenze sarà una reciprocità in cui ai vertici del triangolo o del tetraedro corrispondono i lati o le facce opposte, cioè sarà una polarità. (V. la nota al n. 17).

Ne segue che, dato un triangolo ABC come polare per un'antipolarità, la polare di un punto qualunque P del piano non si potrà più assumere ad arbitrio; perocchè l'antinvoluzione che ha per punti uniti A, B, C, P, essendo permutabile all'antipolarità, avrà per retta unita la polare del punto unito P. Questa polare deve dunque appartenere alla catena piana che contiene ABC e P. (*) — Analogamente si vede che il piano polare di un punto rispetto ad un'antipolarità di cui è dato un tetraedro polare deve stare nella catena che congiunge quel tetraedro a quel punto. —

Viceversa, se per determinare un' antipolarità si dà ad arbitrio un triangolo o tetraedro polare e di un punto (non posto su alcun lato o faccia) si dà come polare una retta od un piano (non passante per alcun vertice) della catena piana o spaziale che congiunge il punto al triangolo o tetraedro, l'antipolarità riesce ben determinata. In fatti, considerando ad esempio il caso dello spazio, l'antireciprocità determinata facendo corrispondere ai 4 vertici del tetraedro ed al quinto punto dato risp. le 4 facce opposte ed il quinto piano dato si può considerare come il prodotto, in qualunque ordine, della polarità determinata dalle stesse coppie di elementi omologhi e dell'antinvoluzione che ha tutti questi elementi per elementi uniti, cioè che ha la catena nominata per fondamentale. Essendo dunque il prodotto di due corrispondenze involutorie permutabili, quell'antireciprocità sarà anche essa involutoria, cioè un'antipolarità.

Come poi dai dati si riconosca la specie dell'antipolarità che si determina in questa guisa vedremo fra poco.

31. È bene avvertire che le antinvoluzioni spaziali permutabili al un' antipolarità non sono solo quelle considerate nel n. prec.. Se un'antinvoluzione ed un'antipolarità sono permutabili, il loro prodotto sarà una polarità, e viceversa il prodotto di una polarità ed un'antinvoluzione permutabili è un' antipolarità permuta-

(*) Ciò si dedurrebbe anche facilmente dalla seconda proposizione del n. 17, applicandola ai lati del triangolo.

bile con esse. Ma una polarità dello spazio può presentare due casi ben distinti, secondo che è una polarità ordinaria (rispetto ad una quadrica), ovvero un sistema nullo. Questo 2° caso, che finora non s'era considerato, è particolarmente notevole quando l'antinvoluzione spaziale ammette una catena fondamentale. Allora ogni punto di questa, essendo unito per l'antinvoluzione, avrà rispetto al sistema nullo per corrispondente un piano che gli corrisponderà pure nell'antipolarità: questa avrà dunque anche essa per punti uniti tutti i punti di quella catena, cioè ammetterà un'iperquadrica fondamentale contenente tutta la catena. Ogni retta della catena la quale sia unita pel sistema nullo sarà pure unita per l'antipolarità, cioè giacerà sull'iperquadrica. Questa è dunque rigata. Viceversa un'iperquadrica rigata contiene infinite catene spaziali, ossia è permutabile con infiniti sistemi nulli: un pentagono gobbo tracciato su essa individua oltre a lei (n. 29) anche una catena spaziale ed un sistema nullo che ne hanno i cinque lati per rette unite; e le tre corrispondenze così determinate sono mutuamente permutabili. (*)

Nel piano non esistendo altre polarità che quella rispetto ad una conica, non si hanno da fare considerazioni analoghe. Una iperconica non può contenere una catena piana, poichè altrimenti tutti i punti di questa sarebbero uniti per la reciprocità prodotto dell'antipolarità e dell'antinvoluzione; il che è impossibile. (**)

32. Se si determina un'antipolarità, piana o spaziale, come prodotto della polarità rispetto ad una conica o quadrica e di un'antinvoluzione che le sia permutabile ed abbia una catena fon-

(*) Le catene spaziali contenute in un'iperquadrica rigata si ottengono pure in quest'altro modo. Si prendano due rette polari rispetto all'iperquadrica sì che la seghino entrambe in due catene rettilinee. Ogni catena spaziale contenente queste due catene rettilinee (che vien determinata dandone ancora un punto allineato con due punti di quelle), starà sull'iperquadrica, perchè per ciascun suo punto passerà una retta appoggiata a quelle due catene e giacente in conseguenza (n. 29) sull'iperquadrica.

(**) Solo le iperconiche *degeneri* che più tardi considereremo (n. 37) contengono delle catene piane, ed anzi una proposizione vista al n. 20 (cfr. anche la nota al n. 21) si può enunciare dicendo che ogni catena piana è in infiniti modi l'intersezione (parziale) di due iperconiche degeneri.

In generale quando un'iperquadrica appartenente ad S_n contiene una catena generale di specie n, l'iperquadrica è necessariamente degenere se n è pari.

damentale, è facile riconoscerne subito la specie quando sia data la natura dell'intersezione della catena con la conica o quadrica.

In fatti osserviamo anzitutto che ogni punto della catena il quale sia unito per la polarità o per l'antipolarità sarà pure unito per l'altra di queste due corrispondenze. Ne segue che se ha luogo effettivamente un'intersezione della catena con la conica o quadrica, l'antipolarità avrà un'iperconica od iperquadrica fondamentale, che nella catena considerata darà appunto quell'intersezione.

Viceversa se vi è un'iperconica od iperquadrica fondamentale, esisterà quell'intersezione, cioè vi saranno dei punti comuni alla catena ed all'iperconica od iperquadrica. Invero prendasi una retta qualunque della catena, in modo che sia tagliata dall'iperconica od iperquadrica: la permutabilità fra l'antipolarità e l'antinvoluzione avrà per conseguenza la permutabilità fra le due catene rettilinee in cui l'iperconica od iperquadrica e la catena piana o spaziale segano la retta; donde segue (v. un'osservazione verso la fine del n. 16) che queste due catene rettilinee dovranno incontrarsi in due punti. La retta considerata contiene dunque due punti comuni alla catena piana o spaziale, all'iperconica od iperquadrica, ed alla conica o quadrica.

Fissiamo ora la conica e determiniamo la catena piana che le è permutabile seguendo il n. 25, cioè dando l'antinvoluzione semplice che essa determina fra i punti della conica: a seconda che quest'antinvoluzione ammetterà o no una catena conica fondamentale, l'antipolarità piana che risulta come prodotto ammetterà o no un'iperconica fondamentale.

Similmente, fissata la quadrica, determiniamo secondo il n. 25 l'antinvoluzione spaziale che le è permutabile. Se essa è di 1ª specie, cioè muta ogni schiera di generatrici in se stessa, allora ove essa non abbia rette unite in nessuna di queste schiere, avrà (v. n. cit.) una catena spaziale fondamentale la quale non incontrerà la quadrica: quindi l'antipolarità prodotto non avrà iperquadrica fondamentale. Ove invece in una schiera od in entrambe esistano delle rette unite, ciascuna di queste essendo tale sì per la polarità che per l'antinvoluzione, sarà pure unita per l'antipolarità; laonde questa ammetterà un'iperquadrica fondamentale rigata, contenente tutte quelle rette unite (mentre solo nell'ultimo caso l'antinvoluzione spaziale ha una catena fondamentale). — Se poi l'antinvoluzione permutabile alla quadrica è di 2ª specie,

la sua catena fondamentale incontrerà (sempre secondo il n. 25) la quadrica in ∞^2 punti: quindi l'antipolarità avrà un' iperquadrica fondamentale. Ma questa non sarà rigata: invero uno qualunque di quegli ∞^2 punti ha uno stesso piano della catena spaziale per piano tangente alla quadrica ed all'iperquadrica, e nel fascio delle rette per quel punto in quel piano l'antipolarità determina un'antinvoluzione **A** che è il prodotto dell'antinvoluzione **B** determinatavi dall'antinvoluzione spaziale per l'involuzione **I** determinata dalla polarità, cioè per un'involuzione avente per rette unite due rette omologhe di **B**; ora poichè **B** ha una catena fondamentale, non potrà **A** averne (altrimenti una retta unita di **A** avrebbe per omologa rispetto a **B** la sua coniugata armonica rispetto alle due rette unite dell'involuzione **I**, cioè **B** ammetterebbe due coppie di rette omologhe separantisi fra loro nella catena semplice che le contiene, il che, secondo la fine del n. 18, è assurdo). (*)

33. Dato un triangolo o tetraedro polare di un' antipolarità, per riconoscere la posizione dei suoi elementi rispetto a questa si consideri una catena piana o spaziale passante pei suoi vertici: essa sarà permutabile all'antipolarità (n. 30) e su essa, fra i suoi punti e le sue catene, rettilinee o piane, quell'antipolarità determinerà una corrispondenza polare, che in forza delle cose precedenti sarà della specie analoga a quella dell'antipolarità (cioè avrà punti uniti se questa ne ha, ecc., ecc.). Applicando

(*) Seguendo la definizione generale di ente *reale* (v. n. 6) chiamiamo *reale* un'antipolarità del piano reale o dello spazio quando essa è permutabile alla corrispondenza di *coniugio*. Allora un'antipolarità reale si costruirà mediante una polarità reale facendo corrispondere ad ogni elemento il coniugato di quello che gli è omologo nella polarità (o, ciò che è lo stesso, l'omologo in questa del coniugato). Se la polarità che essa definisce *fra gli elementi reali* del piano o dello spazio non ha punti (reali) uniti l'antipolarità reale è priva di punti uniti. In caso contrario essa ammetterà un'iperconica od iperquadrica fondamentale *reale* che si può costruire come il luogo delle coppie di punti complessi-coniugati che son reciproci in una polarità reale. Se si è nello spazio e se la polarità che si ha fra gli elementi reali è la polarità rispetto ad una quadrica iperbolica od ellittica, quell'iperquadrica sarà risp. rigata o no. Se invece quella polarità è un sistema nullo, l'iperquadrica sarà necessariamente rigata e conterrà tutti i punti reali dello spazio: essa si potrà definire come l'insieme degli ∞^5 punti (reali ed imaginari) posti sulle ∞^3 rette reali di un complesso lineare reale.

dunque le cose note sui triangoli e tetraedri polari delle polarità nelle catene piane e spaziali (cfr. la fine del n. 12), ed inoltre il fatto visto dianzi (n. 32) che una retta della catena considerata contiene simultaneamente dei punti uniti dell'antipolarità e dei punti uniti della polarità nella catena avremo che:

Un triangolo polare rispetto ad un'iperconica ha un lato solo che non la sega, e quindi un punto solo interno ad essa (*).

Un tetraedro polare rispetto ad un' iperquadrica rigata ha solo due spigoli opposti che non la taglino.

Un tetraedro polare rispetto ad un'iperquadrica non rigata ha solo tre spigoli concorrenti in un vertice che la seghino, e quindi ha solo quel vertice interno ad essa.

Da queste proposizioni si traggono subito proprietà delle iperconiche ed iperquadriche completamente analoghe a quelle di cui godono le coniche e le quadriche rispetto ai punti interni ed esterni, ecc. Così si avrà che ogni retta passante per un punto interno di un' iperconica o di un' iperquadrica non rigata la sega, che ogni retta che non incontri un' iperconica od un' iperquadrica non rigata ha tutti i suoi punti esterni ad essa, ecc., ecc. (proprietà che si potrebbero far rientrare in una più generale: cfr. la fine del n. 35).

Si trae inoltre immediatamente il modo con cui si devono assumere i dati nella determinazione di un'antipolarità considerata al n. 30 affinchè essa risulti di una data specie. Così se nel piano si determina un'antipolarità dando un triangolo polare ABC ed un punto P colla sua polare p presa nella catena piana ABCP, si chiami P′ la projezione di P fatta da A su BC e P_1 la traccia di p su BC: saranno B, C e P', P_1 due coppie di punti reciproci rispetto all'antipolarità cercata, sicchè sulla catena rettilinea che le contiene esse non si separeranno (n. 18) se l'antipolarità ha un'iperconica fondamentale che in-

(*) Dall'esistenza di rette che non incontrano l'iperconica, mentre una curva algebrica è sempre incontrata da ogni retta del suo piano, segue subito che *un'iperconica non contiene alcuna curva algebrica* (in particolare nessuna conica), e quindi che *un'iperquadrica non contiene alcuna superficie algebrica*. — Si vede come un'osservazione analoga con opportune restrizioni si possa fare anche per enti iperalgebrici superiori (anche sostituendo alle curve e superficie algebriche degli enti trascendenti). Le curve e le superficie algebriche si posson certo considerare come intersezioni di enti iperalgebrici: ma *non tutti* gli enti iperalgebrici possono servire per tale considerazione.

contri la retta BC, e solo allora. Facendo per gli altri due lati del triangolo ABC la costruzione analoga si dovrà trovare o che in ciascun lato le due coppie di punti ottenute sulla catena rettilinea si separano, oppure che ciò accade solo per un lato: nel 1° caso l'antipolarità non ammetterà un'iperconica fondamentale, nel 2° ne avrà una per cui quel lato sarà esterno.

In modo perfettamente simile si procederebbe nello spazio per la questione analoga. (*)

34. Qui ci conviene osservare, a proposito di siffatte determinazioni delle antipolarità e delle proposizioni sui triangoli e tetraedri polari viste al n. 30, che esse valgono, con poche modificazioni, anche quando a queste ultime locuzioni si dia un significato più ampio. Si chiami cioè *autopolare* ogni triangolo o tetraedro che sia trasformato in se stesso dall'antipolarità. Allora oltre ai triangoli polari finora considerati ve ne sarà una 2ª specie, composta di triangoli in cui solo un vertice ha per polare il lato opposto, mentre gli altri due hanno per polari lati che li contengono e sono perciò uniti (sicchè l'antipolarità deve ammettere un'iperconica fondamentale). Similmente oltre alla specie finora considerata di tetraedri autopolari ve ne sarà una 2ª, in cui solo 2 vertici hanno per polari le facce opposte, sicchè gli altri due sono uniti per l'antipolarità (la quale deve dunque avere un'iperquadrica fondamentale); ed una 3ª, in cui ciascun vertice ha per polare una faccia che lo contiene sicchè 4 spigoli del tetraedro formano un quadrilatero giacente nella iperquadrica fondamentale (la quale deve perciò essere rigata). Orbene, come s'è fatto per quelli di 1ª specie al n. 30 così si può dimostrare in generale che se un'antinvoluzione ed un'antipolarità hanno un triangolo o tetraedro per unito (v. la nota al n. 24) ed autopolare *della stessa specie* (con che intenderemo pure che ogni vertice abbia per omologo nell'antinvoluzione quel vertice che non gli è reciproco nell'antipolarità), le

(*) Data un'iperquadrica mediante un tetraedro polare ed un suo punto P col relativo piano tangente π (della catena spaziale che congiunge P al tetraedro) si riconosce che l'iperquadrica è rigata o no secondo che, nella catena semplice che le contiene, le coppie di rette del fascio $P\pi$ appoggiate risp. alle coppie di spigoli opposti del tetraedro non si separano mutuamente oppure si separano.

due corrispondenze saranno permutabili. Così da un triangolo o tetraedro autopolare di qualunque specie di un'antipolarità resta determinato un sistema infinito di antinvoluzioni e catene permutabili a quella: per ogni punto passa una tal catena (n. 24); ed anche qui si vede come al n. 30 che la retta od il piano polare del punto in quell'antipolarità dovrà far parte di quella catena, piana o spaziale, e che inversamente se si dà in tal modo la retta od il piano polare del dato punto, da ciò e dal triangolo o tetraedro autopolare riesce individuata l'antipolarità. Ne segue che l'antipolarità piana è pur determinata dandone oltre al triangolo autopolare, di 1ª o 2ª specie, una coppia di punti reciproci distinti, purchè la catena piana che ha quel triangolo per unito della stessa specie e che contiene l'uno di quei punti non contenga anche l'altro: poichè allora resta determinata la retta della catena che passa per questo secondo punto e che si dovrà assumere come polare del primo nell'antipolarità.

35. La *rappresentazione analitica delle antipolarità* e quindi *delle iperconiche ed iperquadriche* si fa assai semplicemente. Affinchè l'antireciprocità rappresentata (n. 9) dell'equazione

$$(1) \quad \dots\dots \qquad \Sigma a_{lm} x_l \bar{y}_m = 0$$

sia un'antipolarità, cioè equivalga alla sua inversa, dovranno la (1) e l'equazione sua coniugata

$$(\bar{1}) \quad \dots\dots \qquad \Sigma \bar{a}_{lm} \bar{x}_l y_m = 0$$

equivalere a quella della reciprocità inversa

$$\Sigma a_{lm} y_l \bar{x}_m = 0 \ ,$$

ossia, scambiando gli indici l, m:

$$(2) \quad \dots\dots \qquad \Sigma a_{ml} \bar{x}_l y_m = 0 \ .$$

Ora il confronto della (2) colla $(\bar{1})$ conduce a:

$$(3) \quad \dots\dots \qquad a_{ml} = \rho \bar{a}_{lm} \ .$$

essendo ρ un fattor costante, indipendente dagl'indici. Lo scambio di questi dà

$$a_{lm} = \rho \bar{a}_{ml} ,$$

e prendendo i coniugati

$$\bar{a}_{lm} = \bar{\rho}\, a_{ml} ,$$

sicchè confrontando colla (3) si ha:

$$(4) \ldots\ldots \qquad \rho \cdot \bar{\rho} = 1 , \quad \text{ossia} \quad \text{mod.}\, \rho = 1 .$$

Di qui si trae subito la possibilità di determinare, in infiniti modi, un numero complesso σ tale che sia

$$\rho = \bar{\sigma} : \sigma .$$

Con ciò la (3) diventa

$$\sigma\, a_{ml} = \bar{\sigma}\, \bar{a}_{lm} ,$$

e mostra che: *l'equazione di un' antipolarità si può sempre moltiplicare per un fattor numerico tale che ogni coefficiente venga ad essere coniugato a quello che ha gli stessi indici, ma scambiati; sicchè in particolare ogni coefficiente coi due indici uguali diventi reale.* (Queste particolarità nei coefficienti si conservano per trasformazioni lineari, com'è facile vedere).

È poi evidente che viceversa ogni equazione di tal fatta rappresenta un'antipolarità. Si può dunque assumere in generale come equazione di un'antipolarità la seguente:

$$(5) \ldots\ldots \qquad \Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{y}_m = 0 ,$$

ove sia

$$(6) \ldots\ldots \qquad a_{ml} = \bar{a}_{lm} ;$$

ed in conseguenza come equazione di un'iperconica o di un'iperquadrica:

$$(7) \ldots\ldots \qquad \Sigma\, a_{lm}\, x_l\, \bar{x}_m = 0 ,$$

con le stesse condizioni (6) pei coefficienti ed inoltre con la con-

dizione che vi siano effettivamente dei punti soddisfacenti a quest'equazione. (*)

La forma iperalgebrica (7) con le condizioni (6) ha, qualunque sia il punto x che vi si sostituisce, i suoi termini a due a due coniugati, sicchè prende soltanto valori reali. Se questi valori hanno tutti uno stesso segno, l'equazione (7) non rappresenta un'iperconica od un'iperquadrica; l'antipolarità (5) non ha punti uniti. In caso contrario l'iperconica o l'iperquadrica rappresentata da (7) divide i punti complessi del piano o dello spazio in due regioni corrispondentemente ai due segni che il 1° membro della (7) può assumere: per l'iperconica e per l'iperquadrica non rigata le due regioni sono costituite dai punti *interni* e dai punti *esterni*.

36. Quando l'equazione dell'antipolarità è riferita ad un triangolo o tetraedro polare, essa si riduce, come subito si vede, alla forma (*canonica*)

$$\Sigma a_l x_l \bar{y}_l = 0 ,$$

in cui i coefficienti a_l si possono assumere tutti reali. Allora si riconosce subito la specie dell'antipolarità. I punti uniti, cioè l'iperconica o l'iperquadrica fondamentale, saranno dati da

$$(8) \quad \ldots\ldots \qquad \Sigma a_l x_l \bar{x}_l = 0 ,$$

ossia

$$\Sigma a_l (\text{mod. } x_l)^2 = 0 ,$$

e quindi esisteranno solo se quei coefficienti a_l non solo tutti d'un segno. In tale ipotesi, e se si è nello spazio, si avrà poi un'iperquadrica rigata solo quando due di quei coefficienti sian di segno contrario agli altri due. (**)

(*) Il ragionamento fatto, applicato al campo binario, dà pure la rappresentazione analitica delle antinvoluzioni e delle catene nelle forme di 1ª specie alla quale siam già ricorsi nella nota al n. 18. Esso si può anzi estendere agli enti iperalgebrici di ogni ordine e prova allora un'asserzione relativa alle forme iperalgebriche *reali* fatta nell'introduzione di questo Saggio.

(**) Per le forme iperalgebriche reali del tipo

$$\Sigma a_{lm} x_l \bar{y}_m , \qquad \text{ove} \qquad a_{ml} = \bar{a}_{lm}$$

essendo le x e le y variabili (in numero qualunque) *cogredienti*, o a dirittura

Se invece un'iperconica vien riferita ad un triangolo autopolare di 2ª specie, la sua equazione prende la forma

$$(9) \qquad a_{12} x_1 \bar{x}_2 + a_{21} x_2 \bar{x}_1 + a_{33} x_3 \bar{x}_3 = 0 \;;$$

e similmente per un'iperquadrica riferita ad un tetraedro autopolare di 2ª specie si ha l'equazione

$$(10) \qquad a_{12} x_1 \bar{x}_2 + a_{21} x_2 \bar{x}_1 + a_{33} x_3 \bar{x}_3 + a_{44} x_4 \bar{x}_4 = 0 \,,$$

mentre se è rigata e si riferisce ad un tetraedro autopolare di 3ª specie diventa

$$(11) \qquad a_{12} x_1 \bar{x}_2 + a_{21} x_2 \bar{x}_1 + a_{34} x_3 \bar{x}_4 + a_{43} x_4 \bar{x}_3 = 0.$$

Naturalmente anche in queste equazioni s' intende che i coefficienti verifichino la (6). (*)

---

uguali, ha luogo un *teorema d'inerzia* analogo a quello ben noto per le forme algebriche quadratiche (e riducibile a questo col supporre reali tanto i coefficienti delle forme quanto quelli delle trasformazioni lineari che si considerano), che si può dimostrare con lo stesso ragionamento semplicissimo che si usa di solito per quello. Si può cioè in infiniti modi ridurre con una trasformazione lineare una forma siffatta alla forma *canonica*

$$\Sigma \, a_l x_l \bar{y}_l \;,$$

ma sempre in quest'espressione, in cui i coefficienti saranno tutti reali, ve ne sarà un numero fisso di positivi (e di negativi). — Considerando l'antipolarità che rappresenta geometricamente una tal forma si ha un'interpretazione geometrica di questo teorema d'inerzia (simile a quella nota relativa alle forme quadratiche). L'antipolarità non ha punti uniti se tutti i coefficienti della forma canonica sono dello stesso segno. In caso contrario, se il numero dei coefficienti di uno stesso segno è r, e il numero di quelli di segno opposto è $\geq r$, l'antipolarità ha un'*iperquadrica* fondamentale di quella specie che è caratterizzata dal contenere degli S_{r-1} e non degli spazi superiori.

(*) In generale per le iperquadriche di S_d, oltre alla rappresentazione canonica accennata or ora nella nota precedente, se ne hanno altre corrispondenti alle varie specie di (poligoni completi di $d+1$ vertici appartenenti ad S_d, o) *piramidi* autopolari che l'iperquadrica ammette. Esse son date dall'equazione

$$\Sigma \, a_{lm} x_l \bar{x}_m = 0 \,, \qquad \text{ove} \qquad a_{ml} = \bar{a}_{lm} \,,$$

in cui l, m indichino i numeri $1, \ldots, d+1$, accoppiati secondo una qualunque *corrispondenza univoca involutoria;* come si vede ad esempio nelle equazioni (8), ... (11). Allora la piramide fondamentale è autopolare: il ver-

Da queste rappresentazioni canoniche, ed in particolare dalla prima (che si trasforma subito nelle altre, ma ha il vantaggio di valere per *tutte* le antipolarità), segue immediatamente che due antipolarità della stessa specie (distinte o no), due iperconiche, o due iperquadriche non rigate, od infine due iperquadriche rigate, sono fra loro projettive (ed antiprojettive) in infiniti modi: potendosi prendere ad arbitrio due triangoli o tetraedri polari come omologhi nella projettività (e nell'antiprojettività). (*) Si

---

tice d'indice l ha per polare la faccia d'indice m, che è la sua opposta solo per $l = m$. Se r sono le combinazioni d'indici *distinti* fra le coppie lm considerate, altrettante saranno le coppie di vertici della piramide (*autopolare di specie* $r+1$) le quali giaceranno sull'iperquadrica, e questa dovrà (come appare da quell'equazione) contenere degli S_{r-1}, ad esempio quelli fondamentali che congiungono rispettivamente i vertici delle r coppie.

(*) *Delle trasformazioni lineari della forma* $\Sigma a_{lm} x_l \bar{x}_m$ (*con* $a_{ml} = \bar{a}_{lm}$) *in se stessa.* — Tali trasformazioni, vale a dire le collineazioni permutabili ad una data antipolarità, godono di proprietà analoghe (ma in certo modo più generali) di quelle delle collineazioni che mutano in sè una data quadrica, cioè delle *sostituzioni ortogonali*. Tanto dal punto di vista *geometrico* quanto dal punto di vista *algebrico* esse presentano un grande interesse e meritano di essere studiate. Oltre poi all'importanza che esse hanno in sè, vi è da considerare, ad esempio, quella delle loro applicazioni alle *funzioni di variabili complesse che ammettono delle trasformazioni lineari in se stesse.* Invero le trasformazioni lineari i cui gruppi definiscono le *funzioni modulari ellittiche*, ed in generale le *funzioni Fuchsiane* (specialmente nelle ricerche dei signori Klein e Poincaré su quelle funzioni), son rappresentate geometricamente dalle projettività che in una forma semplice mutano una catena in se stessa. Similmente, in lavori che già nell'introduzione ho ricordati, il sig. Picard si occupa delle funzioni di due variabili che ammettono un gruppo di trasformazioni lineari a coefficienti interi, le quali corrispondono a certe collineazioni piane che mutano in sè un'iperconica fissa. E volendo generalizzare ancora si dovranno considerare quelle funzioni dei punti complessi di un S_d che non mutano per convenienti gruppi discontinui di collineazioni, le quali lascino fissa un'iperquadrica appartenente a quello spazio. — Appare dunque opportuno (sebbene pel seguito di questo Saggio non occorra) un cenno generale su tali trasformazioni. —

Le particolarità di una collineazione di S_d dipendono tutte, com'è noto, da quelle del suo *determinante caratteristico* (v. Segre: *Sulla teoria e sulla classificazione delle omografie*, ecc., Memorie della R. Acc. dei Lincei, ser. 3ª, t. XIX, 1884): è dunque questo determinante che si tratta di esaminare.

Supponiamo anzitutto che le sue radici siano tutte distinte, sicchè la collineazione abbia precisamente $d+1$ punti uniti. Allora se essa è permutabile ad un'antipolarità, poichè i suoi punti uniti dovranno avere per polari rispetto a questa i suoi S_{d-1} uniti, segue che quei punti saranno i vertici di una piramide autopolare per l'antipolarità. Dunque corrispondentemente

trarrebbero anche facilmente i criteri per distinguere la specie di un'antipolarità, senza ridurne l'equazione a forma canonica: così, nel caso dello spazio, vista l'invariantività del discrimi-

---

alle varie specie di piramidi autopolari, vi saranno *varie specie di collineazioni trasformanti in sè un' iperquadrica.* Assumendo poi quella piramide come fondamentale, la collineazione viene rappresentata da

$$x'_s = p\ x_s$$

essendo le p_s le radici del determinante caratteristico; mentre l'equazione dell'antipolarità prende la forma indicata nella nota preced., dipendente dalla specie della piramide autopolare. Quindi affinchè quella collineazione trasformi effettivamente in se stessa l'antipolarità, o meglio la forma che la rappresenta analiticamente (il che suppone solo che si scelga convenientemente un fattore per cui si moltiplicano tutte le variabili), è necessario e sufficiente che per ognuna delle coppie d'indici $l\,m$ ivi considerate sia

$$p_l \bar{p}_m = 1\,.$$

Queste relazioni provano che: *una collineazione qualunque non muta in generale nessun'antipolarità in se stessa, ma se per una collineazione avente precisamente* $d+1$ *punti uniti distinti esiste un' antipolarità che le sia permutabile, saranno tali tutte le infinite antipolarità per le quali la piramide determinata da quei punti è autopolare della stessa specie che per quella* (proposizioni che sono già applicabili per $d=1$ e quindi per le *catene unite* di una proiettività sopra una forma semplice).

Ma questi risultati si possono generalizzare ed estendere ai casi in cui il determinante caratteristico abbia radici multiple qualunque. Procedendo in modo simile a quello che per le collineazioni permutabili ad una quadrica io ho tenuto altrove (*Ricerche sulle omografie e sulle correlazioni in generale*, ecc., Memorie Acc. Torino, ser. 2ª, t. XXXVII, 1885; v. specialmente i n.i 2 e 3) si ottengono infatti, tra le altre, le proposizioni seguenti:

Per qualunque trasformazione lineare atta a mutare in se stessa una forma iperalgebrica del tipo considerato, il determinante caratteristico ha le sue radici accoppiate per modo che ogni radice è coniugata al valor reciproco della sua associata e in particolare ogni radice autoassociata ha per modulo l'unità (sicchè nello sviluppo del determinante caratteristico secondo le potenze della variabile i coefficienti equidistanti dagli estremi sono coniugati, a meno di un fattore). *A due radici associate distinte corrispondono divisori elementari del determinante aventi rispettivamente gli stessi gradi.*

Dalle note reciprocità che mutano la collineazione nella sua inversa e gli spazi fondamentali di punti uniti negli spazi fondamentali di S_{d-1} uniti risp. *associati* a quelli, facendole seguire dall'antipolarità data, si traggono delle *anticollineazioni che trasformano la collineazione nella sua inversa, scambiando fra loro due spazi fondamentali di punti* (*o di* S_{d-1}) *che corrispondono a radici associate* e che perciò diciamo pure *associati*. Quindi *i due spazi fondamentali di punti e di* S_{d-1}, *i quali sono associati ad uno stesso spazio fondamentale di punti saranno polari fra loro nell'antipolarità*

nante e del suo segno, si ha che questo è negativo solo quando l'antipolarità ammette un'iperquadrica fondamentale non rigata. —

Osserviamo ancora che se un'iperconica od iperquadrica è rappresentata *come luogo* dall'equazione (7), se ne deduce che le sue rette od i suoi piani tangenti devono soddisfare l'equazione *aggiunta*

$$(12) \quad \ldots\ldots \qquad \Sigma \alpha_{lm} \xi_l \bar{\xi}_m = 0 \ ,$$

ove α_{lm} indica il complemento algebrico di a_{lm} nel discriminante della (7), sicchè dalle (6) risulta

$$(13) \quad \ldots\ldots \qquad \alpha_{ml} = \bar{\alpha}_{lm} \ ;$$

la (8) rappresenta dunque l'iperconica od iperquadrica considerata *come inviluppo*. Ecc. ecc.

37. L'equazione

$$\Sigma a_{lm} x_l \bar{y}_m = 0 \ , \quad \text{ove} \quad a_{ml} = \bar{a}_{lm} \ ,$$

rappresenta un'antipolarità nel senso finora dato a questa locuzione solo quando il suo discriminante non sia nullo, il che si

---

Ne segue che *due spazi fondamentali di punti i quali non siano associati sono reciproci nell'antipolarità, cioè stanno ognuno nello spazio polare dell'altro*. In particolare *ogni spazio fondamentale di punti che non sia autoassociato sta sull'iperquadrica. Se invece si considera uno spazio fondamentale di punti autoassociato e s'indica con r il numero dei divisori elementari di grado* >1 *che gli corrispondono, esso sarà tagliato secondo un* S_{r-1} *dallo spazio fondamentale di* S_{d-1} *che gli è associato e che in pari tempo gli è polare, e però toccherà l'iperquadrica lungo quell'*S_{r-1}. — Queste ultime proposizioni applicate successivamente alle varie specie di forme (quali furono distinte nella prima nota a questo n°). dànno risultati algebrici notevoli. Così *se la forma trasformata in se stessa è definita, cioè equivalente alla somma* $\Sigma x_l \bar{x}_l$ *delle norme delle variabili, il determinante caratteristico avrà tutte le radici* (autoassociate cioè) *col modulo uguale ad* 1, *e tutti i divisori elementari di* 1° *grado*. Ecc.

Infine osserviamo che la relazione fra due radici associate del determinante caratteristico è rappresentata geometricamente dal fatto che *sulla retta congiungente due punti omologhi qualunque della collineazione esiste un'antinvoluzione semplice in cui si corrispondono quei punti, come pure i due punti d'intersezione coi sostegni di due spazi fondamentali di* S_{d-1} *associati; (quell'antinvoluzione è permutabile con quella dei punti della retta stessa reciproci rispetto all'antipolarità)*.

supponeva sempre. Però conviene considerare anche le *antipolarità degeneri*, per le quali il discriminante è nullo (cfr. n. 10). (*) Si vede subito, in modo analogo a cose ben note sulle coniche e sulle quadriche, che nel piano un'antipolarità degenere di 1ª specie fa corrispondere (come punti reciproci in essa) i punti posti su rette omologhe di un'antinvoluzione di un fascio di rette: se questa ha rette unite, l'antipolarità ha un'iperconica fondamentale degenerata nella catena di rette unite dell'antinvoluzione (**); il centro del fascio di rette è il punto singolare o punto doppio dell'antipolarità e dell'iperconica ed è definito dalle equazioni

$$(14) \quad \ldots\ldots \qquad \sum_l a_{lm} x_l = 0 \ .$$

Se l'antipolarità è degenere di 2ª specie, queste equazioni coincidono e si ha così tutta una retta di punti singolari a ciascun dei quali corrisponde ogni punto del piano: la retta stessa è

(*) Definendo le antipolarità con equazioni tangenziali invece che con equazioni locali si avrebbero altre degenerazioni, corrispondenti per dualità a quelle che ora accenniamo.

(**) Che gli ∞^3 punti di una catena di rette di un fascio formino un'iperconica (e che similmente gli ∞^5 punti di una catena semplice di piani formino un'iperquadrica, ecc.) risulta subito dall'equazione reale

$$A\bar{B} - \bar{A}B = 0$$

che per la catena stessa abbiamo incontrata nella nota alla fine del n. 21; ovvero anche dalla rappresentazione parametrica che di tali ∞^3 punti si vide al n. 14 (poichè uguagliandone le coordinate, a meno di un fattore, a quelle forme (3), ed eliminando fra queste uguaglianze e le loro coniugate i parametri e quel fattore col suo coniugato si ottiene un'equazione reale e lineare tanto nelle coordinate quanto nelle loro coniugate) —

Valendosi della rappresentazione parametrica delle catene si vede facilmente la natura dell'*intersezione di una catena con una forma iperalgebrica rappresentata da un'equazione reale*. Basta in fatti sostituire in quest'equazione alle coordinate (ed alle coniugate) le forme lineari dei parametri reali $\lambda, \mu, \ldots$ (e le forme coniugate), che rappresentano la catena. Si avrà con ciò un'equazione *a coefficienti reali* fra quei parametri, la quale sarà di grado $2n$ se i due ordini della forma iperalgebrica sono eguali ad n. La discussione di quell'intersezione si riduce dunque all'esame di una forma *algebrica* a coefficienti reali di grado $2n$, esame fatto dal punto di vista della *realtà* delle variabili $\lambda, \mu, \ldots$ — Applicando ciò alle iperconiche ed iperquadriche si ha ad esempio che le loro intersezioni risp. con catene piane e spaziali che non vi giacciano sono le trasformate per projettività delle varietà dei punti reali

allora il luogo dei punti uniti (∞^2 anzi che ∞^3) dell' antipolarità, e la definisce completamente (l'equazione dell'antipolarità riducendosi allora al prodotto delle due equazioni, fra loro coniugate, della retta), ecc.

Nello spazio un'antipolarità degenere di 1ª specie definisce un'antipolarità non degenere fra gli elementi di una stella avente il centro nel punto singolare (dato ancora dalle equazioni (14)): ai punti di una retta della stella corrisponde il piano che è omologo della retta nell' antipolarità della stella. Se questa ammette delle rette unite esse formeranno un *cono iperquadrico* (di 1ª specie), che sarà l'iperquadrica fondamentale dell'antipolarità parziale. Invece un'antipolarità degenere di 2ª specie, cioè avente una retta di punti singolari, definisce una antinvoluzione nel fascio di piani avente questa retta per asse, sicchè ove sia dotata d'iperquadrica fondamentale, questa sarà la varietà costituita dai punti di una catena semplice di piani (cono iperquadrico di 2ª specie). L'antipolarità degenere di 3ª specie si riduce alla corrispondenza fra i punti dello spazio e quelli di un piano fisso; i punti di questo sono i punti uniti (singolari). — (*)

Per poter studiare meglio alcune altre proprietà delle antipolarità che naturalmente si affacciano alla mente, per esempio

---

di coniche o quadriche reali, e per conseguenza possono mancare affatto, o costituire catene coniche nell'un caso, e nell'altro le trasformate di quadriche ellittiche o di quadriche rigate: cose che per catene permutabili alle iperconiche ed iperquadriche sono evidenti e furono già rilevate, mentre per altre catene si potrebbero dimostrare sinteticamente considerandovi la corrispondenza fra i punti che son reciproci rispetto all'iperconica od iperquadrica. — Così ancora se un'iperconica qualunque si sega con una catena semplice di rette del suo piano (iperconica degenere, o catena tripla degenere), dal fatto che su questa catena l'intersezione vien rappresentata da una forma quadratica reale quaternaria si trarrebbe che se essa contiene una catena rettilinea non posta su alcuna retta della catena nominata, ne conterrà in generale due schiere ∞^1 aventi le stesse relazioni mutue che le due schiere di generatrici di una quadrica rigata: fatto che risulterà pure dallo studio dei fasci d'iperconiche. — Ecc., ecc.

(*) *Sulle proprietà metriche delle iperconiche ed iperquadriche.* — Chiamando *diametri* e *piani diametrali* le rette od i piani polari di punti e rette all'infinito rispetto ad un'antipolarità piana o spaziale, e *centro* il polo della retta o del piano all'infinito, si hanno per l'antipolarità, e quindi per le iper-

i legami che passano fra i vertici di due o più triangoli o tetraedri autopolari in una stessa antipolarità, ecc., convien pas-

---

coniche ed iperquadriche, delle proprietà di simmetria rispetto al centro (se non è all'infinito), ai diametri od ai piani diametrali, completamente simili a quelle note delle polarità, delle coniche e delle quadriche, e collegantisi alla nozione del *centro* di una catena rettilinea che si accennò nella nota sulle proprietà metriche delle catene semplici posta alla fine del n. 18. Su esse, come sulla distinzione delle iperconiche ed iperquadriche in specie basata sul modo di comportarsi rispetto alla retta ed al piano all'infinito, non occorre fermarsi.

Un'iperconica che non sia tangente alla retta all'infinito avrà per equazione, rispetto a due diametri reciproci come assi cartesiani,

$$a x \bar{x} + b y \bar{y} = c,$$

essendo a, b, c reali. Dunque le norme delle distanze di un punto dell'iperconica da due diametri reciproci son legate da un'equazione lineare a coefficienti reali. Viceversa, se si legano le norme delle distanze di un punto da due o più rette del piano mediante un'equazione lineare (la quale sia possibile), il punto descriverà in generale un'iperconica, se i coefficienti dell'equazione hanno rapporti reali: perocchè allora una tal equazione equivale ad un'equazione reale bilineare nelle coordinate del punto e nelle coniugate. Invece non sembra che si possa definire in modo semplice un'iperconica considerando le distanze da punti fissi (come si fa per le coniche quando si ricorre ai fuochi): giacchè tali distanze introdurrebbero delle funzioni *quadratiche* delle coordinate del punto mobile.

Applicando all'antinvoluzione fra i diametri reciproci alcune osservazioni fatte alla fine della citata nota al n. 18 si hanno altri risultati. Un'iperconica la quale non incontri la retta all'infinito ammette sempre una coppia di diametri reciproci perpendicolari fra loro, cioè una coppia di *assi*, ed in generale una sola: ne ammette infinite (costituenti una catena) quando i punti ciclici sono reciproci rispetto ad essa. Un'iperconica che tagli la retta all'infinito e però abbia una catena di *asintoti* (tangenti passanti pel centro) avrà pure due assi se i punti ciclici del piano non son separati da essa (sono entrambi interni od entrambi esterni); ma non ne avrà affatto nel caso contrario in cui essa separi i punti ciclici, ed allora vi sarà invece una coppia di asintoti perpendicolari (e ve ne saranno infinite se si presenta la particolarità che i punti ciclici siano reciproci rispetto all'iperconica). Se poi si ha un'iperconica *circolare*, cioè passante pei punti ciclici, allora vi saranno infinite coppie di assi (costituenti una catena) ed infinite coppie di asintoti perpendicolari. — Quanto alle iperconiche tangenti alla retta all'infinito, si vede subito che ognuna di esse ammette un solo asse di simmetria.

Se nessuno dei punti ciclici è interno ad un'iperconica, questa ammetterà dei *fuochi*, cioè dei punti d'intersezione di tangenti dell'iperconica uscenti dai due punti ciclici, ossia punti da ciascun dei quali esce una catena circolare

sare addirittura allo studio dei *sistemi lineari* di antipolarità, di iperconiche ed iperquadriche: è in tale studio, a cui sarà dedicato il Cap. seg., che le dette proprietà troveranno il loro posto migliore.

---

di rette tangenti all'iperconica. Tali fuochi saranno in generale ∞^2 ed oltre che sulle due catene di tangenti condotte dai punti ciclici staranno pure (per le proprietà che presto si vedranno dei fasci d'iperconiche) su una nuova catena semplice di rette, e cioè sulla catena di diametri che contiene gli assi dell'iperconica e che separa armonicamente i punti ciclici: ognuno di questi diametri contiene una catena rettilinea di fuochi, mentre ciascun altro non contiene alcun fuoco. Se l'iperconica è *reale* (v. la nota alla fine del n. 32) i suoi fuochi *reali* formano in generale un cerchio.

Per le iperquadriche si possono dare proprietà metriche analoghe: un'analoga equazione riferita ad una terna di piani diametrali reciproci; l'esistenza nel caso generale di *uno* o di *tre* assi; ecc. ecc..

Sopra una mandibola di Balaenoptera *dell'Astigiana;*

Nota del Dott. Federico Sacco

In seguito alla morte di un privato collettore di fossili dell'Astigiana, il signor Marchioni Giacomo di Asti, diversi interessanti residui ossei mi vennero dagli eredi portati in esame e potei acquistare pel Museo geologico di Torino, già famoso d'altronde per le sue ricchezze paleontologiche riguardanti il terziario piemontese.

Il rinvenimento di tali ossa non è quindi affatto di data recente, ma rimonta in complesso ad una trentina d'anni or sono, allorquando più intenso e sviluppato era il dissodamento dell'Astigiana per la viticoltura. Anzi alcune di dette ossa erano già state bensì visitate dal Sismonda, dal Gastaldi, ecc, ma non si erano potute studiare, non essendone stata concessa nè la comunicazione temporanea nè la vendita a prezzi convenienti.

Appartiene appunto alla categoria di fossili aventi tale origine l'esemplare stupendamente conservato di *Emys Portisii* che ebbi a studiare l'anno scorso, pubblicandone la descrizione nelle Memorie di questa R. Accademia.

Qualche tempo fa mi pervenne in modo simile un osso lungo ed appiattito, comunicatomi come una *costa*, ma che riconobbi tosto essere una mandibola di Cetaceo; d'altronde tale errore un po' grossolano di determinazione è ben scusabile dal momento che il famoso cetologo Brandt considerò appunto come appartenenti al primo paio di coste due mandibole di *Balaenoptera Cortesii.*

L'importanza che ben a ragione si dà in Paleocetologia ai caratteri forniti delle ossa mandibolari mi indusse a segnalare la mandibola suaccennata, interessante eziandio per la sua buona conservazione e per diversi fatti che vedremo in seguito. Tale mandibola, secondo quanto mi venne riferito, proviene da Val Lunga (Casabianca) presso Asti, cioè dal Pliocene superiore marino (*Astiano* str. s.).

È noto come in diverse epoche vennero raccolti ossami di Balenotteridi in svariati punti dell'Astigiana, specialmente presso Montafia, Bagnasco d'Asti, Valle Andona, Dusino, Cortandone, Ca-Lunga, Castelnuovo Calcea, ecc.; tali resti, i quali appartengono ad una trentina di individui diversi, sono però in massima parte rappresentati soltanto da scarsi frammenti, specialmente da vertebre, e quindi hanno solo un'importanza relativa. Gli scheletri meno incompleti sono specialmente tre, cioè quello di Cortandone, quello di Montafia e quello di Bagnasco d'Asti.

Orbene mentre la massima parte di tali resti è senza dubbio attribuibile alla tipica *Balaenoptera (Plesiocetus) Cortesii Desm.*, alcuni pochi presentano invece caratteri differenziali tali che lo Strobel credette opportuno costituirne dapprima una specie a parte *Cetotherium Gastaldii* (1) e poscia solo più una varietà della *B. Cortesii*, mentre il Van Beneden li inglobò colla specie tipica (2). Il Portis nel suo accuratissimo ed importante studio

(1) P. Strobel. *Notizie preliminari sulle Balenottere fossili subappennine del Museo parmense.* Boll. R. Com. geol. ital., 1875. — *Iconografia comparata delle ossa fossili del Gabinetto di Storia Naturale dell'Università di Parma* Fascicolo 1, (Balenotteridi) Parma, 1881.

(2) P. S. Van Beneden, *Le squelette de la Baleine fossile du Musée de Milan.* Bull. Accad. R. Belg. 2 serie, tome XL, 1875. — *Description des ossement fossiles des environs d'Anverse.* Partie III, Annales Musée R. Hist. Nat. Belg., tome VIII, 1882.

sui Cetacei piemontesi (1) credette invece poter conservare questa forma *Gaslaldii* al grado di vera specie.

Ma considerando quanto forti siano nello scheletro delle Balene le differenze individuali, rese ancor più accentuate quando trattasi di differenze sessuali e di età; considerando pure come tali differenze siano talora anche assai spiccate tra un lato e l'altro (nelle mandibole ad esempio) dello stesso individuo, come ebbi a constatare su esemplari sia fossili che dei mari attuali; considerando infine che, mentre la maggioranza assoluta dei resti di Balenottera del pliocene italiano viene attribuita alla *B. Cortesii*, gli esemplari che differiscono alquanto dal tipo e che vennero studiati da diversi paleontologi furono attribuiti a specie diverse (tanto che nel Museo di Parma evvi la tipica *B. Cortesii*, nel Museo di Bologna la *B. Capellinii*, nel Museo di Milano la *B. Cuvieri* e nel Museo di Torino la *B. Gastaldii)*; per tutte queste considerazioni parmi che sarebbe logico riportare quasi tutte le sovraccennate forme al tipo *B. Cortesii*, di cui diverse fra di esse costituirebbero soltanto varietà, chè altrimenti si arrischia di costituire tante specie di *Balaenoptera* quanti saranno gli individui ben conservati e ben studiati che si andranno ancora scoprendo in avvenire. Riservandomi di fare in seguito ulteriori considerazioni a questo proposito passo ora senz' altro all' esame della mandibola che è scopo della presente Nota.

Allorquando mi accinsi allo studio della mandibola in questione, feci naturalmente anche studi comparativi coi resti simili che sono conservati nel Museo geologico di Torino, e fui specialmente colpito dalla grande rassomiglianza di mole, fossilizzazione, ecc., esistente fra la mandibola dell' Astigiana ed un frammento mandibolare già descritto dal Portis (Op. cit. p. 40 — N° 5) il quale lo classificò come *B. Gastaldii* e, ignorandone il punto di ritrovamento, disse che forse era stato rinvenuto nelle argille plioceniche della riviera ligure e probabilmente di Savona.

Ora nel corso del presente studio avendo per caso avvicinato questo frammento osseo colla mandibola di Val Lunga m'accorsi

(1) A. Portis, *Catalogo descrittivo dei Talassoteri rinvenuti nei terreni terziari del Piemonte e della Liguria*. Mem. R. Accad. Sc. di Torino, Serie II, tomo XXXVII, 1885.

con grande stupore che essi si combaciavano perfettamente; per cui non vi è alcun dubbio che il frammento di Balenottera indicato col N. 5 nella Monografia del Portis, e proveniente dalla collezione Gastaldi, fu trovato nell'Astigiana: è evidente che all'epoca del rinvenimento di questi ossami (pare verso l'anno 1832) essi furono divisi fra diversi raccoglitori; un frammento andò a far parte della collezione del Gastaldi e la parte più interessante venne invece ritenuta dal collettore accennato sul principio di questa Nota; ora finalmente dopo oltre mezzo secolo i due pezzi sono di nuovo riuniti; solo è da deplorare che siano andate perdute le restanti parti che certamente dovevano pure esistere assieme a quelle in esame.

L'osso che passiamo ora a studiare rappresenta la metà, circa, anteriore del ramo mandibolare sinistro di una Balenottera quasi adulta ma di dimensioni non molto ragguardevoli.

Il pezzo in esame è alquanto arcuato, ha la lunghezza di circa 46 centim., l'altezza variabile tra 75 ed 82 millim., ed il diametro trasversale pure variabile fra 35 e 40 millim.

Esaminando l'interno dell'osso nelle sezioni di rottura, si vede che nella parte esterna esso si presenta compattissimo per lo spessore di circa 4 a 10 millimetri, nettamente spugnoso all'interno e con un largo foro subovoidale nella parte superiore; questo foro, che rappresenta il canale dentale, è ora completamente riempito di marna calcarea grigiastra compattissima.

Nella sezione posteriore del canale dentale osservasi che presso il suo margine superiore esterno esiste un altro piccolo foro pure riempito di marna calcarea; trattasi del canaletto secondario che, staccandosi dal canale dentale, va ad immettersi nel foro mentoniero il quale appare infatti un centimetro circa più avanti.

La faccia interna della mandibola si presenta nella parte posteriore subplana o solo leggermente convessa; anteriormente invece appare, lungo la sua regione mediana ad un dipresso, un rialzo che va sempre più accentuandosi verso l'avanti tanto da costituire una vera gibbosità che si abbassa poi rapidamente presso l'apice anteriore della mandibola. Questo rialzo osseo, della lunghezza di circa 12 centim. e delle larghezza di circa 2 centim., verso l'alto si confonde gradatamente colla faccia interna della mandibola; invece verso il basso è ben limitato da un largo solco canalicolare che va sempre più accentuandosi ed approfondendosi

verso l'avanti, finchè presso l'apice questo canale si rivolge rapidamente all'insù, quasi a guisa di un ⊃.

La faccia esterna del ramo mandibolare è assai fortemente convessa nella parte posteriore; invece tale convessità diventa sempre meno accentuata verso l'avanti, tanto che nella porzione apicale la faccia esterna in esame presentasi affatto pianeggiante. Verso il margine superiore osservansi tre fori mentonieri ben delineati, canalicolari, allargati e poco profondi allo avanti, più stretti e profondi allo indietro dove penetrano entro la mandibola.

Il solco mentoniero posteriore è lungo circa 5 centim., alquanto obliquo, distante circa 1 centim. e $^1/_2$ dal bordo superiore della mandibola.

Il solco mentoniero medio, lungo oltre 7 centim., pure alquanto obliquo posteriormente, dista di 1 centim., e $^1/_2$ ad un di presso dal bordo superiore della mandibola.

Il solco mentoniero anteriore, lungo circa 6 centim., è assai più avvicinato al bordo mandibolare superiore da cui dista solo di 4 o 5 millim.

L'orlo o margine inferiore della mandibola è semplice, subangoloso ma a spigolo arrotondato; verso l'avanti però questo bordo diventa alquanto più allargato e presenta alcune asperità irregolari.

Il bordo superiore della mandibola forma posteriormente un angolo alquanto più acuto che non il bordo inferiore; esso è specialmente caratterizzato dal fatto che lungo il suo percorso, dal lato interno, poco sotto l'angolo superiore, esiste una specie di canaletto o solco irregolare, interrotto tratto tratto, essendo in rapporto con diverse e successive piccole diramazioni del canale dentale.

Verso la parte anteriore della mandibola questi saltuari canaletti, che potrebbero appellarsi solchi mentonieri interni, divengono più accentuati, partono posteriormente quasi dal bordo superiore della mandibola e si abbassano poscia gradatamente allargandosi verso l'avanti, sulla faccia mandibolare interna.

Infine nella parte anteriore della mandibola, per circa 11 centim., si osserva che il bordo superiore si sdoppia per l'apparsa di un profondo canale che è la porzione anteriore del canale dentale; detto canale va sempre più approfondendosi verso l'avanti, finchè giunto all'apice della mandibola si incurva rapidamente in basso, allargandosi contemporaneamente.

L'estremità anteriore della mandibola vista lateralmente pre-

senta un profilo ovato-subrotondo; osservata invece di fronte (fig. 3) mostrasi irregolarmente appiattita all'esterno, fortemente gibbosa all'interno e profondissimamente incavata nella parte supero-esterna. Tale incavo, della lunghezza di quasi un centim., e mezzo e della profondità di circa un centimetro, si continua superiormente col canale dentale sovraccennato, e rappresenta appunto la terminazione anteriore, virguliforme direi, di detto canale.

Oltre a questi caratteri osteologici è ancora da accennarsi che in diversi punti sulla faccia esterna della mandibola studiata osservansi intagli e strie prodotte probabilmente dai denti dei pescicani che abboccarono le parti molli avvolgenti questo osso; tale ipotesi è resa tanto più probabile dal fatto che detti intagli trovansi solo sul lato esterno della mandibola. Invece sulla faccia interna, osservansi impronte superficiali, ondulate (fig. 1) prodotte forse da qualche Mollusco.

Passando ora a comparare la mandibola studiata con quelle finora scoperte possiamo dire che essa, pure avvicinandosi assai a quelle della *Balaenoptera Cortesii*, diversifica in diversi punti sia dalla forma tipica che dalle varietà *Cuvieri*, *Gastaldii*, *Capellinii*, ecc.; l'esame delle figure che presento del fossile in questione rende inutile un minuto esame comparativo in proposito.

Siccome però il Portis dopo lo studio del frammento minore della mandibola in esame non esitò punto ad attribuirlo alla *Balaenoptera Gastaldii* tipica (di Cortandone), così credo opportuno indicarne i caratteri differenziali mostrati dal frammento maggiore ora studiato.

La mandibola di *Balaenoptera* di Val Lunga (Casa Bianca) differisce da quelle della tipica *B. Gastaldii* di Cortandone per i seguenti caratteri principali: 1° diversa distribuzione dei forami mentonieri, 2° canale dentale anteriore esterno molto più lungo; 3° canale dentale, all'apice della mandibola virguloide e discendente assai meno all'ingiù; 4° profilo dell'apice mandibolare, visto di lato, ovato-subrotondo invece di subquadrangolare o subtriangolare; 5° rilievo e canale longitudinale della faccia interna più accentuati; 6° compressione trasversale maggiore.

Considerando gli accennati caratteri differenziali, riscontrati anche solo in un piccolissimo frammento di scheletro di Balenottera, credo poter concludere che i due esemplari non sono identifica-

bili. Neppure, come sopra è accennato, il fossile esaminato è identificabile col tipo o colle varietà conosciute di *B. Cortesi.*

D'altra parte ho già indicato, sul principio di questa Nota, come e perchè sia deplorevole l'abitudine, direi, di costituire una nuova specie quasi per ogni esemplare ben conservato di Balenottera, tante e così profonde essendo le modificazioni individuali, sessuali, di età, ecc. che possono verificarsi sui resti scheletrici di una stessa specie. Quindi, tenendo una strada di mezzo fra i due metodi seguiti dai paleontologi, credo dover attribuire il fossile esaminato alla *Balaenoptera Cortesii Desm.*, di cui esso costituisce solo una varietà o sottovarietà, per la quale propongo il nome di *Portisii,* dedicandola all'amico prof. Alessandro Portis, valente illustratore dei Cetacei piemontesi.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

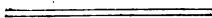
Balaenoptera Cortesii Desm. Var. **Portisii** Sacc.

Fig. 1 Mandibola sinistra vista dalla faccia interna (il bordo superiore è in basso), (1/2 della grandezza naturale).

» 2 » » in sezione di rottura (grandezza naturale).

» 3 » » vista di fronte nella parte apicale, (grandezza naturale).

» 4 » » in sezione di rottura (grandezza naturale).

» 5 » » vista dal bordo superiore (1/2 della grandezza naturale).

Sulle determinazioni di latitudine eseguite negli anni 1888, 1889, 1890 *all'Osservatorio di Torino*

Comunicazione preliminare

di FRANCESCO PORRO

Della latitudine di Torino, elemento importante non solo per l'astronomia pura, ma ancora per lo studio della figura della terra in queste regioni dove essa presenta classiche anomalie, si

☛ NB. *La Tavola relativa a questa Memoria verrà pubblicata in una prossima Dispensa.*

attendibilità alle osservazioni donde esso proviene.

Una serie dovuta al medesimo de Zach (2) fissa la posizione dell'antico osservatorio dell'Accademia a

$$\varphi = 45^\circ\ 3'\ 59'',83,$$

valore che, ridotto all'Osservatorio nuovo, poco si scosta da

$$\varphi = 45^\circ\ 4'\ 10''.$$

Da 393 osservazioni dirette e per riflessione della stella po-

(1) Mémoire de Mr. le baron DE ZACH « *Sur le degré du méridien mesuré en Piémont par le père Beccaria* », lu à la séance du 16 juin 1810 (Mémoires de l'Académie impériale de Sciences, Littérature et Beaux Arts de Turin, vol XX).

(2) Luogo citato.

Sulle determinazioni di latitudine eseguite negli anni 1888, 1889, 1890 *all'Osservatorio di Torino*

Comunicazione preliminare

di Francesco Porro

Della latitudine di Torino, elemento importante non solo per l'astronomia pura, ma ancora per lo studio della figura della terra in queste regioni dove essa presenta classiche anomalie, si occuparono, con diversi metodi e strumenti, varii osservatori sin dal secolo scorso.

Nell'opera *Gradus Taurinensis* il Beccaria dà il risultato delle sue osservazioni, fatte sopra una torre, ora distrutta, che si ergeva a destra entrando in via di Po da Piazza Castello. Una nuova discussione delle misure di Beccaria, intrapresa verso il 1808 del barone de Zach (1), conduce al valore della latitudine.

$$\varphi = 45^\circ\ 4'\ 18''\ 14,$$

così discordante dalle altre più recenti misure, da togliere ogni attendibilità alle osservazioni donde esso proviene.

Una serie dovuta al medesimo de Zach (2) fissa la posizione dell'antico osservatorio dell'Accademia a

$$\varphi = 45^\circ\ 3'\ 59'', 83,$$

valore che, ridotto all'Osservatorio nuovo, poco si scosta da

$$\varphi = 45^\circ\ 4'\ 10''.$$

Da 393 osservazioni dirette e per riflessione della stella po-

(1) Mémoire de Mr. le baron De Zach « *Sur le degré du méridien mesuré en Piémont par le père Beccaria* », lu à la séance du 16 juin 1810 (Mémoires de l'Académie impériale de Sciences, Littérature et Beaux Arts de Turin, vol XX).

(2) Luogo citato.

lare al Circolo Meridiano di Reichembach, eseguite negli anni 1822, 1823, 1824, 1825, e pubblicate nel volume che ha per titolo: *Observations Astronomiques faites à l'Observatoire Royal de Turin*, Plana ricava per latitudine del centro di questo strumento:

$$\varphi = 45° \ 4' \ 8'',38.$$

Finalmente Capelli, trovando questo numero soggetto a qualche incertezza per essersi affatto trascurata la flessione del cannocchiale, e per effetto di possibili moti del livello nella sua incassatura, sottopone a calcolo più accurato le osservazioni di Plana, e trova (1)

$$\varphi = 45° \ 4' \ 6'',694,$$

mentre 24 osservazioni da lui fatte al circolo moltiplicatore gli danno

$$\varphi = 45° \ 4' \ 5'',72.$$

Le discordanze fra questi numeri eccedono di gran lunga i limiti del tollerabile in Osservatorio Astronomico; eppure più di mezzo secolo trascorse prima che la ricerca della latitudine fosse ripresa a Torino con più perfetti strumenti e con metodi più sicuri e rigorosi!

Nel giugno 1885, ultimate le operazioni di longitudine, delle quali ho reso conto all'Accademia in una precedente Nota (2), il dott. Michele Rajna, astronomo dell'Osservatorio di Milano, eseguiva per incarico della Commissione Geodetica Italiana una serie di 37 osservazioni col metodo di Bessel in primo verticale. Occupato in altri lavori, il Rajna non ha potuto ancora ridurre queste sue osservazioni, le quali d'altra parte non sono forse in numero sufficiente perchè se ne possa concludere una latitudine sicura sino al limite estremo dell'approssimazione oggi domandata. Mi è sembrato adunque opportuno di non attendere la pubblicazione dei risultati di Rajna, ma di procurare che colle sole forze dell'Osservatorio l'antica questione della latitudine di Torino trovasse pronta e soddisfacente soluzione. A tale

(1) *Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno* 1833.

(2) Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXV, adunanza del 17 Novembre 1889.

scopo ho eseguito una serie di 140 osservazioni al primo verticale, fra il 19 gennaio 1888 ed il 29 marzo 1890: di queste, venti sole furono eseguite coll'uso del filo mobile, secondo il noto metode di Struve, le altre tutte ai fili fissi, con inversione del cannocchiale in entrambe le posizioni della stella, ad Est e ad Ovest, come pure fu prescritto da Struve.

Nella presente Nota preliminare comunico all'Accademia i risultati delle 120 osservazioni fatte ai fili fissi, le quali sono per sè già sufficienti a dare un valore della latitudine di Torino non inferiore per grado di precisione a quelli determinati recentemente negli altri Osservatorii italiani. Della piccola serie osservata al filo mobile non posseggo ancora tutti gli elementi di riduzione; rimando quindi la pubblicazione dei risultati ad essa relativi ad una Memoria definitiva, che spero di presentare all'Accademia quando il mio programma di osservazioni al primo verticale sia esaurito, quando cioè ciascuna delle venti stelle che passano a meno di tre gradi dallo zenit di Torino e che sono comprese nel Catalogo fondamentale di Auwers sia stata osservata dieci volte.

A questa pubblicazione di un risultato provvisorio della latitudine non mi sarei forse indotto per il solo desiderio di far cessare un'incertezza che non ridonda certo ad onore dell'Osservatorio di Torino, se non fosse comparso nel numero 2963 delle *Astronomische Nachrichten* un invito del prof. Helmert a tutti gli astronomi, perchè rendano di pubblica ragione i risultati delle osservazioni di latitudine eseguite nel 1889. Da una serie di determinazioni simultanee intraprese a Berlino, Potsdam, Praga e Strasburgo, risulta evidente all'insigne geodeta prussiano una diminuzione di circa mezzo secondo nella latitudine di questi osservatorii fra il terzo ed il quarto trimestre dell'anno scorso; è quindi importante che tali ricerche possano venire confrontate sollecitamente con tutte le altre contemporanee, perchè sia lecito concludere con certezza che realmente *nell'ultimo trimestre del* 1889 *il polo boreale della terra si andò allontanando dall'Europa*.

Sono lieto che a questa importantissima conclusione le osservazioni di Torino arrechino una conferma abbastanza sicura, benchè gli scopi differenti che io mi proponeva nell'intraprenderle fossero più di ostacolo che di aiuto al manifestarsi di una variazione effettiva dell'altezza del polo. Infatti la molte-

plicità delle stelle osservate, che, come ho mostrato altrove (1), è condizione essenziale all'attenuamento degli errori provenienti dalle declinazioni delle stelle medesime, sarebbe invece da evitare nella ricerca delle variazioni della latitudine, donde tali errori per differenza vengono eliminati; e veramente alcune differenze che io trovo fra i risultati di diversi mesi possono essere ascritte con quasi eguale certezza agli errori delle declinazioni, o ad un reale spostamento del polo terrestre rispetto alla verticale. Nè è da dimenticare che le osservazioni furono eseguite in luogo bensì molto solido, sul medesimo pilastro che servì alle operazioni del 1885, ma che tale pilastro, sorgendo a 42 metri dal suolo, è sottoposto a forti oscillazioni, che possono alterare l'azimut dell'istrumento, e quindi introdurre sensibili errori nella latitudine, il cui calcolo è appunto basato sull'invariabilità di posizione dello strumento nell'intervallo fra i passaggi della stella ad Est e ad Ovest. Mancando l'opportunità di collocare una mira nel primo verticale (e la mira d'altra parte non avrebbe servito che a sorvegliare l'andamento dell'azimut) ho dovuto accontentarmi di variare più che fosse possibile gli istanti delle osservazioni, nella fondata speranza che le diverse condizioni nelle diverse ore della notte e nelle diverse stagioni dell'anno aumentassero la probabilità di un compenso di valori e di segni fra gli errori dovuti alla posizione infelice dell'Osservatorio. Ed ognun vede come questo, che fu prudente accorgimento per l'eliminazione di errori accidentali, sarebbe stato inopportuna causa di differenze, capaci di sommarsi colle variazioni della latitudine, o di mascherarle affatto: mentre, avendo mirato a queste variazioni soltanto, avrei dovuto curare principalmente che le cause perturbatrici si mantenessero costanti.

Nella mia citata *Determinazione della Latitudine della Stazione Astronomica di Termoli* ho esposto i motivi che mi fanno preferire il metodo di Struve a quello di Bessel per le osservazioni in primo verticale, sopratutto quando non si sia indotti da particolari necessità di tempo e di luogo ad accumulare molte osservazioni in una medesima notte. Anche per la scelta delle stelle, l'esperienza fatta a Termoli mi consigliò a limitarmi stret-

(1) *Determinazione della latitudine della stazione astronomica di Termoli.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXII, adunanza del 20 febbraio 1887.

tamente al Catalogo fondamentale di Auwers, che fornisce indiscutibilmente il materiale più esatto e più omogeneo (1). Le declinazioni apparenti furono ricavate dallle effemeridi del *Berliner Jahrbuch*, o calcolate colle costanti di questo Annuario, adoperando per controllo entrambi i sistemi di formule e di costanti. In questo lungo e noioso lavoro mi valsi largamente dell'opera dell'ing. Tomaso Aschieri, assistente dell'Osservatorio, il quale lesse pure le striscie cronografiche quasi per intero, e mi fornì le correzioni dell'orologio, da lui determinate al Circolo Meridiano a partire dal 29 marzo 1889 (2).

Il metodo di osservazione e di calcolo al quale mi attenni è troppo noto in tutti i particolari, perchè io abbia qui a ripeterne l'esposizione; mi limito ad accennare che tutte le precauzioni insegnate da Struve furono da me scrupolosamente curate; ed in modo speciale badai alla razionale ventilazione della cupola, alla precisione delle livellazioni ed alla maggiore possibile tranquillità dell'istrumento fra il passaggio della stella ad Est e quello ad Ovest. Giova qui far notare un nuovo merito del metodo di Struve, col quale è solo necessaria in ogni osservazione una metà del campo, e si può quindi (come io ho fatto costantemente) rinunziare durante un intero passaggio all'uso della vite ideata da Maskeline per trasportare successivamente l'oculare innanzi alle diverse parti del reticolo, assicurando in questo modo, come ha fatto notare lo Schiaparelli (3), una maggiore costanza nella collimazione.

Fra il 19 Gennaio e l'8 giugno 1888 ho eseguito una prima serie di 16 osservazioni coll'istrumento Repsold *C*, avuto a prestito della Commissione Geodetica Italiana, adottando per ridurre le letture del livello il valore di una parte determinato da Rajna e da me a Milano nel 1885, e riferito nella citata

(1) Nelle ultime adunanze generali dell'Associazione Geodetica internazionale si è formalmente prescritto agli osservatori l'uso delle stelle del Berliner Jahrbuch. o quanto meno la riduzione a questo sistema della coordinate stellari dedotte da cataloghi differenti

(2) Tutte le osservazioni astronomiche che si fanno all'Osservatorio di Torino sono riferite mediante opportuni confronti al tempo del pendolo normale di Dent, del quale la correzione e l'andamento risultano da regolari osservazioni al circolo meridiano. Prima del 29 marzo 1889 io attendeva pure a questo servizio, ora affidato all'ingegnere Aschieri.

(3) *Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno* 1869, pag. 95 e 103.

mia *Determinazione della latitudine di Termoli*. Dopo un'interruzione di cinque mesi, le osservazioni furono riprese, (e proseguite poi più o meno continuamente sino al marzo 1890) mediante un nuovo istrumento che pure esce dalla celebre officina dei Repsold, e che l'Osservatorio deve alla illuminata munificenza del Consorzio Universitario di Torino. Trattandosi dell'unico strumento moderno di precisione che noi abbiamo, non credo affatto inutile descriverlo brevemente. Poco si scosta dal tipo degli altri strumenti trasportabili dei passaggi, che servirono nel 1885 alle operazioni della Commissione Geodetica Italiana. Il cannocchiale è spezzato, avente l'apertura di 30 linee parigine (pari a 67,5 millimetri), la distanza focale di 80 centimetri, dei quali 41 circa fra il centro dell'obbiettivo e quello del prisma, 39 fra questo e l'oculare. Il circolo orizzontale è sostituito da un robusto basamento triangolare, che assicura una maggiore solidità all'istrumento, e consente in pari tempo uno spostamento di parecchi gradi in azimut: per mio consiglio i costruttori hanno aggiunto un piccolo quadrante che misura siffatti spostamenti. L'oculare è munito di 17 fili di ragno fissi e di tre fili mobili, tagliati tutti ad angolo retto da due altri; l'intero reticolo si può far ruotare di novanta gradi, in guisa da rendere i venti fili a volontà orizzontali o verticali. Una lampada elettrica ad incandescenza, collocata dalla parte opposta all'oculare, illumina egregiamente il campo; e la sua luce si può opportunamente moderare con una valvola a portata dell'osservatore. Notevoli perfezionamenti furono pure introdotti, rispetto ai tipi più antichi, nei metodi di sospensione del livello all'asse orizzontale, dove l'intervento di due molle a spirale attenua gli urti inevitabili che potrebbero disturbare la rettificazione, e nell'apparato d'inversione, che è reso assai più solido, maneggevole e spedito. In tre quarti di minuto l'osservatore può comodamente invertire lo strumento sui suoi appoggi e puntare alla stella nella nuova posizione. Le immagini in questo cannocchiale sono di rara perfezione: quasi scompaiono le deformazioni dovute alla riflessione della luce attraverso il prima, e l'appulso della stella ai fili si può stimare con singolare precisione. Finalmente è da notare che i costruttori con savio accorgimento hanno collocato nell'interno del cubo centrale, applicandole direttamente al prisma, le viti che correggono l'errore dell'asse ottico, ottenendo in tal modo (a scapito di una certa maggiore comodità, che si aveva

dianzi, di poter correggere tale errore spostando il reticolo) il vantaggio incomparabile di una grande costanza nella direzione della linea di fiducia.

Il valore di una divisione del livello fu determinato ripetutamente nel 1888 e nel 1889 ad un esaminatore di recente acquistato dall'Osservatorio, osservando scrupolosamente le norme indicate nella mia citata Memoria sulla latitudine di Termoli. Dalle mie determinazioni, fatte alla temperatura media di $+2°,8$, ebbi

$$1^p = 1'', 7235 ,$$

mentre l'ingegnere Aschieri nell'aprile 1889, trovò, alla temperatura media di $+14°, 9$,

$$1^p = 1, 6948 .$$

Queste determinazioni non sono in numero sufficiente per dare con esattezza un eventuale coefficiente termometrico; d'altra parte, essendo il livello munito di un serbatojo che permette di allungare od accorciare a volontà la bolla, la ricerca di tale coefficiente diventava affatto superflua. In tutte le determinazioni di latitudine ritenni adunque senz'altro il valore costante

$$1^p = 1'', 71 ,$$

curando che l'inclinazione fosse sempre piccola, e che i segni del termine che ne dipende fossero alternati.

Nel quadro che segue sono esposti i risultati delle determinazioni di latitudine, calcolate coll'ajuto delle note tavole di Otto Struve (1), e corrette, secondo le indicazioni ivi contenute, per l'andamento dell'orologio e per l'errore d'inclinazione. Per ragioni di spazio debbo limitarmi a dare i risultati già corretti e ridotti alla media dei fili, avvertendo che tutte le osservazioni, ad eccezione di pochissime, furono fatte a otto fili, e constano quindi di 32 appulsi.

---

(1) *Tabulae auxiliares ad transitus per planum primum verticale reducendos inservientes.* Edidit Otto Struve, Speculae Pulcovensis director.

Latitudine di Torino.

DATA	STELLA	φ 45° 4′	DATA	STELLA	φ 45° 4′
1888			1888		
Gennaio 19	β Aurigae . . .	7″,730	Dicembre 7	ν Persei	7″,455
» 19	λ Ursae majoris	8, 176	» 8	ι Andromedae	8, 001
» 20	β Aurigae . . .	8, 773	» 9	ι Andromedae	7, 792
» 22	β Aurigae . . .	7, 827	» 10	ι Andromedae	8, 133
Maggio 3	33 Bootis	8, 169	» 10	ν Persei	7, 983
» 6	33 Bootis	8, 265	» 13	ν Persei	7, 163
» 9	33 Bootis	8, 382			
» 25	33 Bootis	8, 284	1889		
» 29	σ Herculis . . .	7, 276	Gennaio 7	ν Persei	7, 723
Giugno 2	33 Bootis	7, 736	» 8	ν Persei	7, 714
» 5	33 Bootis	7, 790	» 8	ψ^5 Aurigae . . .	8, 182
» 5	σ Herculis . . .	8, 794	» 17	ν Persei	7, 680
» 5	δ Cygni	8, 335	» 17	ψ^5 Aurigae . . .	7, 299
» 7	δ Cygni	8, 880	» 18	ν Persei	7, 875
» 8	σ Herculis . . .	8, 812	» 18	ψ^5 Aurigae . . .	8, 508
» 8	δ Cygni	8, 108	» 19	ν Persei	7, 736
Novemb. 19	κ Andromedae	8, 906	» 24	ε Aurigae . . .	8, 897
» 21	κ Andromedae	8, 407	» 25	ε Aurigae . . .	7, 904
» 22	κ Andromedae	7, 776	» 27	ε Aurigae . . .	7, 964
» 23	κ Andromedae	7, 978	» 31	ε Aurigae . . .	8, 287
» 24	α Cygni	7, 649	Febbraio 1	ε Aurigae . . .	8, 392
» 25	x Andromedae	8, 492	» 5	ε Aurigae . . .	7, 700
Dicembre 1	α Cygni	7, 932	» 6	ε Aurigae . . .	7, 759
» 1	ι Andromedae	8, 401	» 11	ε Aurigae . . .	8, 048
» 1	γ Persei	8, 093	» 13	ε Aurigae . . .	8, 376
» 2	ι Andromedae	7, 864	» 16	ε Aurigae . . .	8, 096
» 3	κ Andromedae	8, 250	» 19	ψ^8 Aurigae . . .	8, 360
» 3	ν Persei	7, 603	» 23	ψ^8 Aurigae . . .	8, 435
» 4	κ Andromedae	8, 266	» 24	ψ^8 Aurigae . . .	8, 009
» 5	ι Andromedae	7, 654	Marzo 6	ψ^8 Aurigae . . .	8, 121
» 6	ι Andromedae	7, 913	» 6	μ Ursae majoris	7, 876
» 7	ι Andromedae	7, 662	» 12	31 Lyncis	8, 625

Segue **Latitudine di Torino.**

DATA	STELLA	φ 45° 4′	DATA	STELLA	φ 45° 4′
1889			1889		
Marzo 12	58 Ursae majoris	9″,008	Settemb. 25	ξ Cygni	7″,934
» 13	31 Lyncis	8, 494	» 26	ξ Cygni	7, 806
» 14	10 Ursae majoris	7, 861	» 27	ξ Cygni	7, 612
» 16	10 Ursae majoris	7, 499	Ottobre 3	ξ Cygni	8, 022
» 17	31 Lyncis	8, 167	» 14	ξ Cygni	7, 672
» 17	58 Ursae majoris	7, 786	» 15	ξ Cygni	7, 510
» 25	31 Lyncis	8, 272	» 16	ξ Cygni	7, 528
» 25	58 Ursae majoris	8, 034	» 23	δ Cygni	7, 786
» 27	μ Ursae majoris	7. 583	» 23	ι Andromedae	7, 683
» 28	μ Ursae majoris	8, 310	Novemb. 7	ι Andromedae	7, 090
Maggio 31	33 Bootis	6, 631	» 8	α Cygni	8, 125
Giugno 1	33 Bootis	7, 424	» 8	κ Andromedae	7, 663
» 4	σ Herculis . . .	7, 479	» 9	α Cygni.	8, 483
» 6	33 Bootis	6, 225	» 9	κ Andromedae	8, 204
» 6	Gr. 2533	8, 076	» 15	κ Andromedae	8, 028
» 6	α Cygni	7, 732	» 17	ψ^5 Aurigae . . .	8, 256
» 8	Gr. 2533	7, 996	» 21	ψ^5 Aurigae . . .	8, 275
» 15	σ Herculis . . .	8, 296	» 30	ψ^5 Aurigae . . .	7, 999
» 15	δ Cygni.	7, 700	Dicemb. 1	31 Lyncis	8, 303
» 17	σ Herculis . . .	7, 680	» 3	31 Lyncis	7, 812
» 17	α Cygni	8, 500	» 20	36 Lyncis	7, 904
» 19	σ Herculis . . .	7, 525	» 21	10 Ursae majoris	6, 971
» 19	δ Cygni	7, 733	» 23	10 Ursae majoris	6, 923
Luglio 28	δ Cygni	8, 194	1890		
» 29	Gr. 2533	8, 846			
» 31	R Lyrae	8, 137	Febbraio 9	31 Lyncis	7, 373
Settemb. 14	δ Cygni	7, 996	Marzo 1	10 Ursae majoris	7, 369
» 17	ξ Cygni	7, 753	» 10	31 Lyncis	8, 147
» 18	ξ Cygni	7, 579	» 28	36 Lyncis	7, 790
» 22	ξ Cygni	8, 231	» 29	λ Ursae majoris	7, 274

La media aritmetica di questi 120 valori è

$$\varphi = 45 \;\; 4' \; 7'',942 \pm 0'',029 \;\; (E.P.)$$

e si può ritenere che questo numero rappresenti il valore più probabile della latitudine che si possa per ora cavare dall'esposta serie di osservazioni. Una discussione delle declinazioni adoperate e delle correzioni relative sarebbe ora prematura, dovendo, come sopra ho detto, prima essere osservata ciascuna stella un numero uguale di volte. D'altra parte le recenti scoperte sulle piccole variazioni di posizione dell'asse terrestre ci debbono far andare guardinghi nell'attribuire alle stelle differenze che forse vanno, almeno in parte, attribuite alle oscillazioni del polo rispetto alla verticale.

Ad ogni modo, perchè si possa fin d'ora giudicare dell'accordo fra latitudini provenienti da diverse stelle, presento qui il risultato medio ottenuto da ciascuna delle 19 fondamentali adoperate in queste osservazioni. Ho disposto queste stelle in ordine di declinazione, perchè si veda come entro i limiti da me adottati (che eccedono di un grado quelli che ordinariamente sono scelti dagli osservatori) la maggiore o minore distanza dallo zenit non ha influenza sulle latitudini dedotte. Pare inoltre ragionevole di ammettere che le variazioni dell'azimut non abbiano influito sull'esattezza delle operazioni; altrimenti le stelle più lontane dallo zenit, per le quali l'intervallo fra i due passaggi supera le tre ore, non avrebbero presentato risultati così concordi colle altre.

Latitudini medie date dalle diverse stelle osservate.

STELLA	δ		NUMERO delle OSSERVAZIONI	LATITUDINE
β Aurigae	44	56′	3	45° 4′ 8″,111
33 Bootis	44	53	9	7, 656
α Cygni	44	53	6	8, 070
δ Cygni	44	51	8	8, 092
R Lyrae	43	47	1	8, 137
58 Ursae majoris .	43	46	3	8, 276
$\varkappa$ Andromedae	43	43	10	8, 197
ψ^5 Aurigae . .	43	41	10	8, 144
36 Lyncis	43	40	2	7, 847
ε Aurigae	43	39	10	8, 142
31 Lyncis	43	33	8	8, 149
ξ Cygni	43	29	10	7, 765
λ Ursae majoris .	43	28	2	7, 725
σ Herculis	42	40	7	7, 980
ι Andromedae . . .	42	39	10	7, 814
ν Persei	42	14	10	7, 672
10 Ursae majoris .	42	13	4	7, 406
Gr. 2533	42	7	3	8, 306
μ Ursae majoris .	42	3	3	7, 923

A chiudere questa nota, non mi rimane che presentare le medie mensili, dalle quali appare manifesta la diminuzione segnalata contemporaneamente dagli osservatori di Berlino, di Potsdam, di Praga e di Strasburgo.

MESE		NUMERO delle OSSERVAZIONI	LATITUDINE
1888	Gennaio	4	45 4′ 8″,126
	Maggio	5	8, 075
	Giugno.	7	8, 351
	Novembre	6	8, 201
	Dicembre	16	7, 885
1889	Gennaio	12	7, 996
	Febbraio	9	8, 131
	Marzo	13	8, 126
	Giugno	13	7, 615
	Luglio	3	8, 392
	Settembre	7	7, 844
	Ottobre	6	7, 692
	Novembre.	9	8, 014
	Dicembre	5	7, 583
1890	Febbraio–Marzo . .	5	7, 590

I minerali del gneiss di Borgone (Val di Susa);

Cenni descrittivi del Dott. Giuseppe Piolti

Benchè il primo accenno, per quanto mi consta, intorno a questa zona gneissica, risalga solo al 1786, come vedremo in seguito, tuttavia è tradizione fra gli alpigiani di Vayes (località compresa nella zona di cui discorro, alla quale appartengono eziandio le cave di S. Antonino, di Villarfocchiardo, di S. Giorio sulla sponda destra della Dora Riparia e di Borgone sulla sinistra) che le cave presso quel villaggio siano in attività da più di duecento anni. Il Barelli (1) poi osserva come « allorquando « si costrusse il canale sotterraneo di Doragrossa in questa stessa « città, cioè nel 1830, si scoprì a due metri circa di profon- « dità un'antica strada, creduta romana, che era tutta lastri- « cata di grossi e larghi cubi di un granito somigliantissimo a « quello di Vayes, e noi incliniamo a supporlo estratto da quelle « cave. » Data la poca distanza di quel villaggio da Torino (all'incirca trentatrè chilometri), parmi ammissibilissima l'ipotesi del Barelli. Per cui le cave di Vayes sarebbero quelle coltivate le più *ab antiquo* ed avvalora tale supposizione il fatto che mentre Borgone non è citato dal Barelli, dobbiamo venire fino alle opere del Sismonda, del Gastaldi, del Baretti e del Jervis per trovarlo menzionato. Siccome però le cave di Borgone sono situate proprio presso la stazione ferroviaria omonima e di lì a Villarfocchiardo è poca la distanza, ne derivò che le prime e quelle del detto villaggio assunsero in breve tempo un preponderante sviluppo sulle altre e ciò spiega come in commercio il

---

(1) *Cenni di statistica mineralogica degli Stati di S. M. il Re di Sardegna.* Torino, 1835, p. 66.

gneiss di Val di Susa sia più conosciuto sotto i nomi di *gneiss di Villarfocchiardo* (di cui già parlai in una mia Nota) (1) e *gneiss di Borgone*.

Il Nicolis di Robilant (2) indica, discorrendo della zona gneissica di Val di Susa, che « les couches inférieures présen- « tent, à leur sortie qu' est inclinée vers l'Occident, du granit « d'une qualité trés-dure, dont on a tiré une sorte de pierre « qui approche du *migliarolo* ou d'un granit quartzeux mêlé « de talc ou mica noir et de grenat, dont on peut tirer de « gros blocs: la carrière en est à St.-Antonin. Le rocher con- « tinue à être de la même qualité dans les montagnes infé- « rieures jusqu'à Javen, à la Sacre de St-Michel et à Cu- « miane. Le voisinage de Turin a mis ces carrières en grande « réputation, parce qu' on en tire tous les schistes quartzeux « appelès *saris* pour tous les usages économiques des bâtimens, « balcons, pavès, et pour la pierre de taille de toute épaisseur: « cé saris est fort mêlé de mica argentin. Les fentes et les « séparations des couches des montagnes donnent de l'amiante « de toute qualité, le *suber montanum*, la *caro* (3), l'asbeste « e l'amiante proprement dite. »

Il De-Saussure (4) descrive anch'egli sommariamente il gneiss di S. Antonino, dimostrandone la schistosità; di minerali non accenna che al feldspato.

Il Sismonda (5) in varie sue opere e segnatamente nelle qui sotto indicate s'occupa estesamente della genesi e dell'età del gneiss di Borgone, nonchè della direzione degli strati; di minerali non cita che la tormalina a Villarfocchiardo.

---

(1) *Gneiss tormalinifero di Villarfocchiardo*. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXIV, adunanza del 12 maggio 1889.

(2) *Essai géographique suivi d'une topographie sousterraine, minéralogique, et d'une docimasie des États de S. M. en terre ferme*. Mémoires de l'Académie Roy. des Sciences. Turin, 1786, p. 239.

(3) Varietà d'asbesto: vedi Haüy, *Traité de minéralogie*, 2me édit, tome 4, Paris, 1822, p. 588.

(4) *Voyage dans les Alpes*. Tome 3, Neuchatel, 1796, p. 91 e 92.

(5) *Osservazioni geologiche sulla valle di Susa e sul Moncenisio*. Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino. Serie I, vol. XXXVIII.

Notizie e schiarimenti sulla costituzione delle Alpi Piemontesi. Idem, Serie II, vol. IX.

Classificazione dei terreni stratificati delle Alpi fra il Monte Bianco e la contea di Nizza. Idem, vol. XII.

Il Gastaldi (1) ed il Baretti (2) studiarono ampiamente anch'essi dal lato geologico la zona gneissica di cui discorriamo ed al primo si deve la denominazione di *antico* al gneiss cui appartiene quello di Borgone, che, secondo detto autore, si differenzierebbe dal *recente* per essere più ricco di feldspato e quindi molto basico, per presentarsi sovente a struttura porfiroide e per non ammettere nella sua massa alternanza di pietre-verdi, mentre il recente sarebbe sempre a grana più fina, più cristallino, meno ricco di feldspato e, per contro, più ricco di quarzo.

Il Gastaldi cita alcuni minerali del gneiss antico, ma essi sono fuori della zona gneissica di cui discorro; in uno poi dei suoi ultimi lavori (3) conchiude dicendo che il gneiss antico « è poverissimo di minerali e, per contro, ne è molto ricca la « sovrapposta zona delle pietre verdi. »

Finalmente il Zaccagna (4) espose non è gran tempo il risultato dei suoi studî sulla geologia delle Alpi Occidentali e naturalmente nel suo studio viene anche considerata l' elissoide gneissica Riparia-Macra cui appartiene il gneiss di Val di Susa.

Appare perciò dal fin qui esposto che l' argomento fu largamente sviscerato dal lato geologico; però dal lato mineralogico, rispetto alla zona di Borgone, poco si fece, poichè non troviamo che dal Jervis (5) citata la *tormalina* a Villarfocchiardo ed a Borgone e l'*axinite* a Borgone.

Ciò m'indusse a ricercare minutamente per parecchi anni di seguito nelle varie cave summenzionate, a riprese, anche per farmi un' idea della frequenza di talune specie rispetto ad altre ed espongo ora il risultato delle mie ricerche.

Rinvenni la maggior parte dei minerali o nelle litoclasi oppure là dove scorgonsi forti ripiegamenti, ben di rado disseminati nella massa della roccia. Si può quindi supporre che i

---

(1) *Studi geologici sulle Alpi Occidentali.* Mem. del R. Comitato Geologico d'Italia, vol. I p. 35, e vol. II, parte 2, p. 27 e 31.

(2) *Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso.* Mem. della R. Accad. dei Lincei, Serie 3, vol. I.

(3) *Sui rilevamenti geologici fatti nelle Alpi Piemontesi durante la campagna del* 1877. Idem, vol. II, p. 10.

(4) *Sulla geologia delle Alpi Occidentali.* Bollettino del R. Comitato Geologico d'Italia, 1887, anno XVIII, pag. 346.

(5) *I tesori sotterranei dell'Italia.* Parte 1, Regione delle Alpi 1873, p. 53 e 54.

movimenti avvenuti in essa (1) abbiano dato luogo a vani e permesso quindi alla sostanza mineralizzante di cristallizzare ivi. E di tali movimenti fanno fede le varie *failles* che s' incontrano nella zona gneissica, particolarmente a Borgone; l' esame microscopico poi viene a conferma delle osservazioni geologiche, come dimostrai altrove (2).

Il materiale di studio fu raccolto da me, fatta eccezione per moltissimi cristalli di quarzo che devo alla cortesia del dottor Biagio Rumiano di Villarfocchiardo, cui godo di esternare qui la mia profonda riconoscenza.

I minerali finora da me trovati, comprendendovi i componenti normali del gneiss allorchè essi si incontrano radunati in geodi od ammassi isolati, sono i seguenti, che dispongo per ordine di frequenza, ben inteso relativamente agli esemplari che rinvenni io: *quarzo*, *tormalina*, *clorite*, *ortosio*, *mica*, *albite*, *microclino*, *ematite*, *talco*, *anfibolo*, *epidoto*, *zoisite*, *axinite*, *pirite*, *calcopirite*, *magnetite*, *psilomelano*, *calcite*, *menaccanite*, *fluorite*, *rutilo*, *galena*, *anatasio*, *grafite*, *brookite*, *cianite*.

Quarzo. — Comunissimi sono i cristalli costituiti unicamente dal prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ e dai due romboedri complementari $\{100\}$ e $\{22\bar{1}\}$; rarissima invece è la forma derivante dall' associazione del prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ col romboedro $\{100\}$: di cristalli così costituiti non ne trovai che due, coperti ed in parte compenetrati da clorite, in una piccola litoclasi d' una cava prossima alla stazione di Borgone; sono circondati alla base da talco ed amianto.

Di romboedri diretti (oltre al solito) non rinvenni che in un solo cristallo molto piccolo la forma $\{3\bar{1}\bar{1}\}$, colle faccie lucentissime.

I romboedri inversi sono: $\{33\bar{4}\}$, $\{55\bar{7}\}$, $\{10\ 10\ \overline{13}\}$, appartenenti a tre cristalli differenti, tutti piccoli, il secondo ad esempio non misurando che nove millimetri in lunghezza e tre e mezzo in larghezza: le faccie di tali romboedri sono tutte finissimamente striate ed alcune hanno uno sviluppo molto maggiore delle faccie superiori, in zona, del romboedro $\{22\bar{1}\}$.

(1) ZACCAGNA, Op. cit. pag. 379.
(2) Op. cit. pag. 9.

Comunissimo è l'emiscalenoedro $\{4\bar{1}\bar{2}\}$, più spesso sinistrorso che destrorso; notevole è un geminato (analogo a quello figurato da G. Rose fin dal 1844) (1), in cui tale emiscalenoedro trovasi ripetuto su tre faccie di seguito del prisma esagonale.

Meno frequente è la cosidetta faccia romba, ossia l'emiedria dell'isosceloedro $\{41\bar{2}\}$, che spesso è appena accennata od ha un perimetro rettangolare in causa dello sviluppo disuguale delle faccie d'altre forme fra le quali essa si trova.

Le forme più ricche di faccie si rinvengono nei cristalli più piccoli e più limpidi; si direbbe quasi che le forze cristallogeniche nei grossi individui non abbiano campo di estrinsecarsi tanto in diverse direzioni come negli individui piccolissimi.

I cristalli sono quasi sempre ialini, raramente verdognoli, per inclusioni di clorite; ed altri minerali ho trovato inclusi macroscopicamente, cioè: menaccanite, tormalina, anfibolo (bissolite ed amianto), epidoto. I due primi si vedono spesso attorno ad un cristallo ed inoltrarsi nell'interno, o, se si vuole, sporgere fuori dall'interno, la qual cosa non farebbe supporre una genesi simultanea, ma bensì che tanto la menaccanite come la tormalina siano state inglobate nella sostanza da cui si formava il quarzo.

Nel quarzo compatto alternante colla biotite sono frequenti grossi inclusi di pirite.

Non ho trovato cristalli voluminosi, poichè i più grossi hanno una larghezza massima di quattro centimetri, ma in tal caso sono molto corti, cioè sporgono poco fuori del quarzo compatto che loro fa da matrice.

Frequentissime sono le corrosioni, tanto sulle faccie dei romboedri come su quelle del prisma: è frammezzo a quelle che incontrai qualche interessante minerale, come vedremo in seguito. Sulle faccie del prisma, molto raramente, notai una particolare corrosione leggiera, affatto superficiale, solo visibile sotto certe incidenze di luce, paragonabile ai solchi che lascierebbe l'acqua scorrendo sopra un piano pochissimo inclinato, costituito da fina argilla.

Nel quarzo compatto latteo incontransi spesso inclusioni di cristalli di quarzo bipiramidato incolori, di cui taluni hanno la lunghezza di millimetri 0,037.

(1) *Ueber das Krystallisationssystem des Quarzes.* Abhandl. der Königl. Akad. der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1844. Berlin, 1846, pag. 270 e 271, fig. 33.

Tanto nei cristalli come nel quarzo compatto sono frequentissime le inclusioni, sia a bolla fissa che a bolla mobile; fra quelle appartenenti alla seconda categoria è notevole una a forma cilindrica, in cui la bolla ha poco agio a muoversi e procede lentissimamente da un capo all'altro del cilindro per mezzo di tanti sbalzi da una parete all'altra. In talune invece il moto è rapidissimo e desse sono le più piccole; d'un'inclusione misurai il diametro massimo che trovai di millimetri 0,001842 e per la bolla semovente press'a poco la metà.

Malgrado che tale fenomeno sia comunissimo e sia stato osservato da una folla d'autori, tuttavia non cessa perciò di essere sempre altamente meraviglioso e non vale a spiegarlo il dire, come dicono taluni, che trattisi d'un'illusione ottica, poichè in tal caso non si comprende come di due inclusioni vicine in una si veda la bolla muoversi e nell'altra rimaner ferma. E dinnanzi a quella sfericciuola che si muove viene spontanea alle labbra la domanda del Ribot: *que savons-nous du fond des choses?* (1)

Tormalina. — Non è limitata al gneiss tormalinifero di Villarfocchiardo, ma incontrasi anche talora (benchè raramente) disseminata nel gneiss normale ed a preferenza però attorno a cristalli di quarzo o dentro ai medesimi. Così ad esempio in alto sopra Borgone, presso la borgata di Roccabruna, hannovi ammassi di quarzo compatto escavato per l'industria dei mattoni refrattarî: nel suo interno si rinvengono aghi finissimi di tormalina nera perfettamente identica a quella che già altrove descrissi (2). Però mentre quella di Villarfocchiardo pel raggio ordinario ha un colore violaceo scuro, quella invece che s'incontra accidentalmente disseminata nel gneiss normale (non nel quarzo) pel raggio detto ha una tinta azzurra scura. Notisi che l'accentramento tormalinifero è realmente a Villarfocchiardo, poichè se il minerale di cui discorriamo ivi è addirittura un componente della roccia, attraversando la Dora e portandoci a Borgone diminuisce e più c'allontaniamo dalla zona tormalinifera più scema, tantochè sugli estremi confini dell'elissoide gneissica manca

---

(1) *La psichologie contemporaine.* Revue scientifique. Vol. XLI, 1888, n. 15, pag. 451.

(2) Op. cit. p. 10.

completamente allo stato di disseminazione nella roccia e lo troviamo solo là dove trovansi accentramenti di quarzo.

Rinviensi pure sotto forma di microscopici aghetti nella clorite, con colore analogo a quello del quarzo.

Nella tormalina delle litoclasi, non in quella sparsa nel gneiss, ho osservato parecchie inclusioni a bolla mobile.

Clorite. — Se ne incontrano frequentemente piccoli ammassi nelle geodi di quarzo, talora d'un bel verde, più spesso giallastra per alterazione avvenuta; pel suo modo di presentarsi al microscopio s'avvicina a quella varietà di clorite nota sotto il nome di *elminte*, poichè trattasi di tante pile di lamine esagonali sovrapposte l'una all'altra. Le medesime si mantengono oscure fra i prismi di Nicol incrociati ed inoltre collo stauroscopio di Brezina si mostrano assolutamente uniassi. Nei vani su quarzo corroso spesso vedonsi impiantate laminette di clorite alterata comunicanti a talune faccie un colore giallo-dorato splendente.

Mica. — Nel gneiss normale, sopratutto a Borgone, là dove sonvi forti ripiegamenti, osservansi spesso estese plaghe di *biotite* ondulata, alternante unicamente col quarzo, di color verdastro, talora giallastra per alterazione. La mica bianca biasse è molto più rara e si rinviene o nelle geodi di quarzo associata al talco o disseminata nella clorite terrosa, dalla quale al microscopio facilmente distinguesi per essere incolora e pel suo modo di comportarsi alla luce polarizzata: è in lamine piane, non ondulate come quelle della roccia, certo perchè cristallizzò liberamente in vani e non ebbe a subire pressioni.

Ortosio. — Associata al quarzo non è rara la varietà *adularia,* più spesso di colore verdognolo (per clorite inclusa), in cristalli semplici, piccolissimi, talora letteralmente impastati col quarzo, talora isolati, costituiti dal prisma $\{110\}$ e dai pinakoidi $\{001\}$ $\{101\}$, le cui faccie sono finissimamente striate parallelamente allo spigolo prodotto dal loro incontro; spesso le striature sono ripiene d'aghi minutissimi d'amianto.

Nelle litoclasi s'incontrano ammassi d'ortosio bianco o leggiermente roseo, opaco, ma non in bei cristalli isolati come nel granito di Baveno, colla sfaldatura ben evidente. I preparati microscopici lasciano scorgere larghe infiltrazioni di quarzo, indub-

biamente di seconda formazione rispetto al feldspàto, contenente molte inclusioni a bolla mobile e microscopici inclusi di quarzo bipiramidato.

Là dove l'ortosio trovasi a contatto colla bissolite è talmente infiltrato da essa che assume una tinta grigia speciale.

Nel gneiss, in particolare a Borgone, osservansi grossi geminati secondo la legge di Karlsbad, di color grigiastro, come elementi della roccia, tanto che questa assume in tal caso un vero aspetto di *ghiandone:* essi presentano una lunghezza massima di cinque centimetri ed una larghezza di tre. Esaminati al microscopio sono torbidi, contengono molte inclusioni a bolla mobile, fatto notevole secondo i Sigg. Fouqué et Michel Lévy *(les inclusions liquides sont très-rares)* (1), comune secondo il Rosenbusch (2).

Microclino. — Trovasi a Villarfocchiardo, compenetrato coll'ortosio ed associato alla tormalina ed al quarzo: è bianco o quasi incoloro. È facilmente riconoscibile nei preparati microscopici per la nota struttura a graticcio e per l'angolo d'estinzione delle lamelle emitrope rispetto alle strie di geminazione oscillante da 15° a 16°. Fra quelle vedonsi intimamente frammiste lamelle fusiformi d'albite che danno luogo alla cosidetta struttura micropertitica. Il minerale più spesso è torbido, in parte caolinizzato, ma anche fra le aree in principio di decomposizione la struttura caratteristica del microclino si mantiene visibile, come leggiermente velata dal materiale di decomposizione che lo compenetra.

Albite. — Più di frequente a Villarfocchiardo che altrove notansene aggregati di piccoli cristalli, geminati secondo la legge di Karlsbad, con grande sviluppo del pinakoide $\{010\}$: nei preparati microscopici rinvenni parecchie inclusioni a bolla mobile. Questo minerale accompagna preferibilmente la tormalina, poichè non lo rinvenni dove mancano accentramenti di quella.

Ematite. — Presentasi raramente allo stato fibroso o d'ocra rossa in qualche litoclasi, in cui per decomposizione ha dato luogo

(1) *Minéralogie micrographique.* Paris, 1879, p. 207.

(2) *Mikroskopische Physiographie.* Band I. zweite Auflage. Stuttgart, 1885, pag. 514.

a piccole masse d'ocra gialla: nel primo caso trattasi di finissimi cristalli aciculari che spesso attraversano anche il quarzo cui trovasi associata. Più comunemente mostrasi sotto forma d'ematite micacea e rinviensi a Borgone, S. Antonino, Vayes; non la trovai nè a Villarfocchiardo, nè in altre cave della zona gneissica. Eziandio vedesi a mo' di lamine minutissime nell'interno di alcuni cristalli di quarzo, come pure nel quarzo compatto, comunicando all'ospite una tinta tra il violaceo ed il roseo.

Anfibolo. — Più spesso sul quarzo compatto d'alcune litoclasi ed anche talora fra corrosioni di cristalli di detto minerale s'incontra la varietà *bissolite* d'un color grigio or chiaro ed ora scuro, or giallastro per clorite alterata interposta, or caffè-scuro per psilomelano frammisto e presentasi a mo' di fiocchi o di pennelli finissimi, morbidissimi, costituiti da individui cristallini d'una piccolezza straordinaria poichè la maggior parte hanno un diametro trasversale che non supera la dimensione di millimetri 0,0015. Tali aghi sono fusibilissimi in una scoria di color verdastro; esaminati al microscopio presentano un dicroismo notevole, dal grigio chiaro quasi incoloro, al grigio scuro. Poco frequenti sono le inclusioni a bolla fissa; nessuna ne trovai a bolla mobile, come nemmeno vi rinvenni le microliti d'apatite frequenti nelle altre varietà d'anfibolo.

Qua e là il colore della bissolite per gradi volge al bianco-argentino e si passa ad un vero *amianto* (come vedemmo già stato indicato dal Nicolis di Robilant) che in alcuni casi è addirittura annidato entro a corrosioni del quarzo: sempre l'amianto fu da me rinvenuto associato al talco ed alla clorite.

Epidoto. — Non lo trovai che a Villarfocchiardo nel quarzo delle litoclasi del gneiss normale (non del tormalinifero), sotto forma di minutissimi cristalli prismatici di color giallo-verdognolo della massima lunghezza di mezzo millimetro. Il Barelli (1) menziona l'epidoto nello steascisto porfiroideo fra Celle e Frassinere, ma Celle è nella zona delle pietre verdi contigua al gneiss, Frassinere poi trovasi nel morenico e le parti di roccia che spuntano dal materiale glaciale sono o micaschisti o calceschisti. Siccome

(1) Op. cit. pag. 68.

però il gneiss sotto al morenico passa al micaschisto, l'epidoto potrebbesi fino ad un certo punto considerare come già stato osservato nella zona gneissica.

Zoisite. — La rinvenni sotto forma di piccoli prismetti, di color giallo-violaceo pallido disseminati nel quarzo e nel feldspato del gneiss a Borgone, disposti parallelamente alla schistosità; esaminati al microscopio presentano un forte tricroismo, secondo i colori rosa, verde-pallido, giallo.

Pirite. — Poco oltre Villarfocchiardo, sulla sinistra di chi risalga la valle, esiste nel gneiss una lente della così detta *calce magra*, stata escavata, ossia di un calcare dolomitico a struttura saccaroide. Nei punti di contatto delle due roccie abbondano minutissimi cristalli di pirite, per la maggior parte completamente trasformati in limonite. In un cristallo non alterato, del diametro d'un decimillimetro e mezzo, ho potuto riconoscere le faccie d'un pentagono dodecaedro e dell'emiedria a faccie parallele d'un esacisottaedro; quella però è la forma predominante. Inoltre fra gli ammassi di biotite già descritti sono relativamente frequenti cristalli tabulari di pirite, impastati colla mica, in gran parte alterati, del diametro massimo di millimetri 0,8 e minimo di millimetri 0,225. Predominano in essi le faccie dell'esaedro, secondo le quali si trovano schiacciati in un senso; poi vi si incontrano sempre quelle dell'ottaedro e spesso quelle d'un pentagonododecaedro.

Talco. — Trovasi quasi dappertutto dove havvi la bissolite e la clorite, come pure nelle geodi di cristalli di quarzo, sempre sotto forma di piccole laminette splendentissime, a preferenza però dove la bissolite passa ad amianto.

Calcopirite. — Non la trovai che a Borgone, in alto sulla montagna, molto limitata, in granuli microscopici, che per alterazione comunicano alla mica circostante il colore verde della malachite, colore che mi svelò la presenza del minerale di cui discorro. Dal Barelli (1) è citata una miniera di calcopirite sopra Mocchie, ma essa è fuori della zona gneissica.

(1) Op. cit. pag. 68.

Magnetite. — Incontransene a Borgone, fra la clorite accompagnante il quarzo delle geodi, perfettissimi ottaedri del diametro massimo di millimetri 0,2 e minimo di millimetri 0,05, come pure dove la clorite è associata all'amianto, ma in tal caso profondamente corrosi, mantenendo tuttavia il colore e lo splendore del minerale non decomposto.

Psilomelano. — A Sant'Antonino nel quarzo compatto, a Borgone ed a Villarfocchiardo nelle geodi, rinviensi una polvere di color caffè scuro che alla perla dà le reazioni caratteristiche del manganese. La troppo scarsa quantità di materiale non mi permise di ricorrere all'analisi onde decidere con sicurezza di qual ossido di manganese si tratti. Al microscopio offre l'aspetto d'un minerale decomposto; coll'acido solforico concentrato si scioglie completamente colorando la soluzione in roseo e quella mantenendosi limpida; un pizzico posto sopra un piccolo sostegno di platino ed introdotto nel margine della fiamma d'un becco di Bunsen, colora quella in violaceo. E quindi parmi di poter conchiudere che si tratti d'un psilomelano potassico, poichè se il medesimo fosse baritico l'aggiunta dell'acido solforico avrebbe dato luogo ad un intorbidamento nel liquido, per la formazione d'un precipitato insolubile di solfato di bario.

Axinite. — Il Jervis (1) la menziona a Borgone *entro il gneiss, però rarissima:* io la trovai impastata coll'ortosio oltre che nella medesima località, a S. Antonino ed a Vayes, in piccole laminette fragilissime, nel gneiss. Questi aggregati presentano vani che dovevano essere riempiti da cristalli della stessa sostanza, perchè sopra qualcuna delle pareti scorgonsi finissime striature che sono come la negativa di quelle appartenenti ai cristalli che alle dette pareti s'appoggiavano. Ha un colore leggiermente violaceo, è splendentissima e su qualche faccia vedonsi le note strie parallele all'intersezione del pinakoide $\{011\}$ col $\{012\}$; dà nettamente la reazione del boro. Pel modo con cui i cristalli sono incastrati, non ho potuto riconoscere che le faccie di due pinakoidi adiacenti $\{011\}$ e $\{1\bar{1}\bar{1}\}$ (secondo l'orientazione del Miller).

(1) Op. cit. pag. 54.

In alcuni trattati, come ad es.: nel Phillips (1), nel Dana (2) e nel Naumann (3) trovo indicata pel minerale di cui discorro una reazione che assolutamente non ho potuto verificare, non solo col mio materiale, ma nemmeno coll'axinite tipica di Bourg d' Oisans, cioè che colla perla al borace od al sal di fosforo quella diventi di color viola o viola-azzurro alla fiamma ossidante. La tinta che ne risulta è invece un caffè tendente al rosso, derivante dalla miscela del giallo di ferro col viola del manganese; è tuttavia possibile che qualche varietà poverissima in ferro e molto ricca in manganese dia la colorazione suddetta, ma non può trattarsi d'una reazione generale caratteristica del minerale. È il caso qui di alcune reazioni indicate nei manuali come caratteristiche, ripetute da un libro all'altro, e che persistono malgrado la loro inesattezza, perchè nessuno si diede mai la pena di verificarle.

Calcite. — Non la rinvenni che una sola volta a Borgone in una litoclasi, associata a clorite, sotto forma di esilissime lamelle esagonali analoghe a quelle descritte dal prof. Spezia (4) nel gneiss di Beura, bianche o leggiermente giallognole. Esse hanno l'aspetto d'esagoni allungati e sono attraversate da una serie di finissime striature dovute alla sovrapposizione di lamelle parallele alla faccia del pinakoide, poichè isolate si mantengono perfettamente isotrope fra i prismi incrociati; contengono grossi inclusi di cristalli di pirite. È probabile che questo minerale deva la sua origine ad acqua carica di bicarbonato calcico infiltratasi in una litoclasi del gneiss.

Menaccanite. — A Villarfocchiardo, in alcune geodi di quarzo se ne incontrano piccole lamelle esagonali, di color marrone scuro per trasparenza, penetranti anche nell'interno di quello. Il non essere magnetica ed il suo modo di comportarsi col sal di fosforo m'inducono a stabilire che trattasi d'una varietà molto titanifera.

(1) *An elementary introduction to Mineralogy.* London, 1852 p. 349.

(2) *A system of Mineralogy. Descriptive Mineralogy.* Fifth Edition. London, 1875, p. 298.

(3) *Elemente der Mineralogie. Zwölfte Auflage.* Leipzig, 1885, p. 599.

(4) *Cenni geognostici e mineralogici sul gneiss di Beura.* Atti della R Accad. delle Scienze di Torino, vol. XVII, adunanza del 14 maggio 1882.

Fluorite. — La rinvenni solo a Borgone in piccoli aggregati nella calcite; è bianca o quasi incolora; rotta manifesta nettamente la caratteristica sfaldatura ottaedrica; vi si trovano inclusioni di calcite.

Rutilo. — Lo trovai molto di rado a Borgone sotto forma di finissimi aghetti di color giallo-miele, disseminati fra la biotite.

Galena. — Trovata una sola volta nella stessa località in piccoli cubottaedri impastati nell'ortosio, del diametro di millimetri 0,4, con grandissima predominanza delle faccie dell'esaedro.

Anatasio. — A Borgone ed a Villarfocchiardo presentasi impiantato in microscopici vani sul quarzo corroso oppure frammisto alla clorite, è perfettamente riconoscibile l'ottaedro {111} colle sue caratteristiche striature ed è anche nettamente visibile il pinakoide {001}. Questi cristallini, il cui diametro massimo (in lunghezza) è di millimetri 0,425, rotti lasciano scorgere per trasparenza un colore verde-spinacci.

Brookite. — Coll' aiuto del prof. Spezia riconobbi la presenza di questo minerale, raro per l'Italia, sul quarzo, a Villarfocchiardo, sotto forma di minutissimi cristalli del diametro massimo di millimetri 0,4, presentanti un grande sviluppo del pinakoide {100} (secondo l'orientazione adottata ora generalmente) risultandone individui tabulari: per trasparenza hanno una colorazione verdognola; la forma e le reazioni chimiche escludono che si tratti d'un altro minerale.

Da quanto mi consta è questa solo la seconda volta che viene menzionato questo minerale in Italia, per la prima essendo stato riconosciuto dallo Struever (1) nel gneiss di Beura.

Grafite. — Ne rinvenni microscopici granuli a Borgone in un ammasso di biotite d'una forte piega d'uno strato di gneiss; se è nuova per la località, non lo è certamente per la zona gneissica, poichè è nota da lungo tempo nel gneiss del Malanaggio che fa parte dell' elissoide gneissica cui appartengono le

(1) *Sulla brookite di Beura nell'Ossola.* Atti della R. Accademia dei Lincei Rendiconti, vol. VI, fasc. 3, seduta del 2 febbraio 1890, p. 77.

cave di Borgone ed il Barelli (1) cita la grafite a Porte, Villarperosa, S. Germano Perosa, Mentoulles, Bricherasio, Cavour, tutte località appartenenti all'elissoide Riparia-Macra ed anzi in alcune di esse era un tempo utilizzata per la confezione di crogiuoli; qualche cava è ancora coltivata oggidì (2).

Cianite. — Ne trovai poche laminette di color azzurro verdognolo, appiccicate ad un cristallo di quarzo, a Villarfocchiardo; col nitrato di cobalto danno la caratteristica reazione dell'allumina; sono infusibili. Questa giacitura è abbastanza notevole, poichè la cianite in generale trovasi nelle roccie schistose sul quarzo compatto, ma non su cristalli di geodi.

Appendice.

Per due minerali o meglio per una pseudomorfosi ed un minerale non posso indicare la località precisa, benchè appartengano alla zona da me esaminata ed anzi il minerale seguente sia già stato indicato, come vedemmo, dal Nicolis di Robilant.

Sovero di monte. — Nel 1883, in una delle tante mie gite a Borgone e dintorni osservai a Villarfocchiardo in un muro di cinta un grosso pezzo di sovero di monte sporgente alquanto fuori dalle pietre contigue. Pregai il proprietario di darmi qualche notizia al riguardo ed egli mi rispose saperne nulla, ma che certamente quel muro era stato costrutto con materiali presi sul luogo: lo invitai a staccare il pezzo in questione e di portarlo a Torino al Museo di Mineralogia dell'Università dove glielo avrebbero comperato e dove è ora in mostra. E così risuscitò dopo 97 anni il *suber montanum* del Nicolis di Robilant!

Ematite pseudomorfa di dolomite. — Da Borgone salendo verso la borgata di Roccabruna trovai un aggregato d'ematite impastata col quarzo ed una sostanza terrosa bianca, in un masso di gneiss; fra quella si riesce ancora a riconoscere qualche frammento di cristalli di dolomite, e si scorgono inoltre romboedri

(1) Op. cit. p. 47, 53, 63.
(2) Jervis, op. cit. p. 46

di un color marrone scuro che, rotti, presentano nell'interno una frattura scagliosa dovuta a lamine di ematite ben evidenti. Dentro a tali romboedri si vede una specie di graticcio prodotto dalla intersezione delle varie lamine d'ematite disposte parallelamente alle faccie del romboedro; alcuni dei vani che ne risultano sono completamente riempiti da limonite. L' angolo delle faccie dei romboedri corrisponde a quello del romboedro {100} della dolomite; di più le lamelle suindicate essendo parallele a quelle faccie potrebbero rappresentare le fessure di sfaldatura secondo le quali avvenne più facilmente la pseudomorfosi; per cui trattasi senza dubbio di ematite pseudomorfa di dolomite, specie di pseudomorfosi già descritta da lungo tempo dal Blum (1). In alcuni dei romboedri è ben nettamente visibile la faccia del pinakoide.

Da questi modesti cenni descrittivi risulta come il mio lavoro siasi unicamente ristretto all'osservare e se a taluno potrà per avventura ciò parer troppo poco, risponderò coll'aurea sentenza del Ribot (2) che *dans le domaine de la nature et de l'expérience le travail de l'homme ne se dépense jamais en vain.*

(1) *Dritter Nachtrag zu den Pseudomorphosen des Mineralreichs.* Erlangen, 1863, p. 241.
(2) Giornale citato, p. 454.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 4 Maggio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FLECHIA, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, B. PEYRON, CLARETTA, ROSSI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Socio Prof. CARLE legge la prima parte d'un suo lavoro, che ha per titolo « *Processo formativo dello Stato moderno* », nel quale investiga le leggi storiche che governarono il passaggio dai feudi e dai municipii allo Stato moderno,

Il Socio Prof. FERRERO espone alcune sue osservazioni intorno allo scritto letto dal Prof. CARLE; osserva che il principe energico cui accenna il Machiavelli è Lorenzo de' Medici, il quale era invece debole e non energico, e ragiona inoltre della leva militare durante l'èra romana.

A queste giuste osservazioni fa opportune risposte il Prof. CARLE.

Il Socio CLARETTA espone anche alcuni suoi pensieri intorno allo scritto del Prof. CARLE, che li trova degni di considerazione e ne terrà conto nella redazione definitiva del suo lavoro.

In seguito alla proposta fatta dal Presidente, la Classe delibera che le elezioni dei nuovi Soci accademici, che doveva farsi sul finire di quest'anno, avrà luogo nell'anno accademico prossimo.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 13 al 27 Aprile 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
R. Stazione sperimenaale agr. in Asti	* Le Stazioni sperimentali agrarie italiane. — Organo delle Stazioni agrarie e dei Laboratorii di Chimica agraria del Regno, ecc. diretto dal Prof. Ing. Mario ZECCHINI; vol. XVIII, fasc. 3. Asti, 1890; in-8°.
La Direzione (Berlino).	* Iahrbuch über die Fortschritte der Mathematik begründet von Carl OHRTMANN, etc., herausg. von Max HENOCH und Emil LAMP; Band XIX, Heft 2. Berlin, 1890; in-8°.
Berlino * *	Abhandlungen der k. Preussischen geologischen Landesanstalt; neue Folge, Heft 1 (Fortsetzung von Band X der Abhandl. zur geol. Specialkarte von Preussen und der Thüringischen Staaten): Die Fauna des Hauptquarzits und der Zorger Schiefer des Unterharzes; von E. KAYSER. Berlin, 1889; in-8° gr.
Società Med.-chirurg. di Bologna.	* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Scuola Medica di Bologna; serie 7ª, vol. I, fasc. 3. 3. Bologna, 1890; in-8°.
Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).	Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc.; t. XXVIII, entr. 5, 6. t. XXIX, entr. 1. Buenos-Aires 1889-90; in-8°.

* Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. — Comptes-rendus des Séances de l'année 1889, Mars. Cracovie, 1890; 1 fasc. in-8°. — Accad delle Sc. di Cracovia.

* Proceedings of the Academy of Nat. Sciences of Philadelphia; part III, Oct.-Dec. 1889. Philadelphia, 1890; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

* The Journal of Comparative Medicine and Veterinary Archives, edit. by W. A. Conklin; vol. XI, n. 4. Philadelphia, 1890; in-8°. — La Direzione (Filadelfia)

* Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft; XVI Band, 1 Heft. Frankfurt A. M., 1890; in-4°. — Società Senkenbergiana di Sc. naturali (Francoforte.

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XIII Jahrg. n. 332. Leipzig, 1890; in-8°. — I. V. Carus (Lipsia).

* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. L, n. 5. London, 1890; in-8°. — R. Soc. astron. di Londra.

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. X, n. 3. Torino, 1890; in-4°. — Soc. meteor. italiana (Milano).

* Rendiconti dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Soc. R. di Napoli); serie 2ª, vol. IV, fasc. 3. Napoli, 1890; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Bollettino della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli, ecc.; anno I, n. 10-11; anno II, n. 1-2. Napoli, 1890. — R Accademia Medico-chirurg. di Napoli.

* La nuova Notarisia. — Rassegna trimestrale consacrata allo studio delle alghe; Redattore e proprietario il Dott. G. B. De-Toni; Aprile, 1890. Padova; in-8°. — La Direzione (Padova).

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. Gouguenheim; t. XVI, n. 2, 3, 4. Paris, 1890; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Pétersbourg; t. XXII, n. 2. St.-Pétersbourg, 1890; in-8°. — Osservatorio fisico-centrale di Pietroborgo.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 7. Roma, 1890; in-8° gr. — Soc. generale dei Viticol. Ital. (Roma).

* Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XLII, Sessione III del 17 febbraio 1889. Roma, 1889; in-4°. — Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Extrait des travaux de la Société central d'Agriculture du Département de la Seine-Inferieure, etc.; 222 cahier, 128 année, 4ᵉ trimestre 1889. Roma, 1889; in-8°. — Soc. centr. d'Agr. del dipartimento della Senna-Infer. (Rouen).

Soc. sismologica del Giappone (Tokio). * Transactions of the scismologicas Society of Japan; vol. XIV. Yokohama.

R. Acc. di Medic. di Torino. * Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc.; vol. XXXVIII, n. 1-2. Torino, 1890; in-8°.

R. Museo Industr. italiano (Torino). * R. Museo industriale italiano in Torino. — Annuario per l'anno scolastico 1889-90. Torino, 1890; 1 vol. in-8°.

I. R. Soc. geol. di Vienna. * Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc., 1890, n. 3-5. Wien, 1890; in-8° gr.

L'Autore. Elementi climatologici della città di Teramo dedotti dalle osservazioni meteorologiche del sessennio 1883-88 dal Prof. Ferdinando PALAGI. Teramo, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. Prof. Domenico RAGONA. — Informazioni sul Gabinetto magnetico del R. Osservatorio di Modena. Modena, 1890; 1 fasc. in-8° picc.

L'A. Le Ligurien, par M. F. SACCO (Extr. du *Bulletin de la Société géologique de France*, 3e série, t. XVII, p. 212); 1 fasc. in-8°.

Id. —— I colli monregalesi; Memoria del Prof. Federico SACCO (Estr. dal *Bollettino della Società geologica italiana*, vol. VIII, fasc. 1); 1 fasc. in-8°.

L'A. Prof. Domenico TURAZZA. — Commemorazione del Prof. Comm. Gustavo Bucchia, Senatore del Regno, letta nella grande aula della R. Università di Padova il giorno 23 marzo 1890. Padova, 1890; 1 fasc. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 20 Aprile al 4 Maggio 1890

Donatori

Gotha. Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischen Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXVI Band, n. 4. Gotha, 1890; in-4°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). * Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band XI, n. 6. Leipzig, 1890; in-8° gr.

Id. — Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft etc. philologisch-historische Classe; 1889, IV. Leipzig; 1890; in-8°.

Reale Accademia di Storia (Madrid). * Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XVI, cuaderno 4. Madrid, 1890; in-8°.

* R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena. — Programma pel concorso a premi d'onore dell'anno 1889-90; 3 pag. in-4°. — R. Accademia di Sc., Lettere ed Arti in Modena.

Bulletin de la Société de Géographie, etc.; 7e série, t. X, 4e trimestre 1889. Paris, 1889; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Statistica del commercio speciale d'importazione e d'esportazione dal 1° gennaio al 30 marzo 1890. Roma, 1890; 1 fasc. in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Annali di Statistica. — Statistica industriale; fasc. XXI. Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Cuneo, con una Carta stradale e industriale. Roma, 1890; in-8°. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

* Bullettino dell'Istituto di Diritto Romano pubblicato per cura del Segretario perpetuo Vittorio Scialoja, Prof. di diritto romano della R. Università di Roma; anno I, fasc. 1-6; anno II, fasc. 1-6. Roma, 1888-1889; in-8°. — Istituto di Diritto Romano (Roma).

A. Corradi. — Gli antichi Statuti degli Speziali; brano di storia della Farmacia (Estr. dagli *Annali universali di Medicina*, vol. 277, 1886); 1 fasc. di 77 pag. in-8°. — L'Autore.

— Le prime Farmacopee italiane ed in particolare dei Ricettari fiorentini; Memoria (Estr. dagli *Annali universali di Medicina*, vol. 279, 1889); 1 fasc. di pag. 175-LXXXI; in-8°. — Id.

Il fundello; Nota di Alfonso Corradi (Estr. dal giornale *Il Bibliofilo*, n. 2-3, febbraio-marzo 1890; 1 fasc. in-16°. — Id.

L'influenza; Origine e fortuna della parola: Serie cronologica delle epidemie d'influenza in Italia; — la grande epidemia del 1580; Nota del Prof. Alfonso Corradi (Estr. dal *Bullettino delle Scienze mediche* di Bologna serie 7a, vol. I): 1 fasc. in-8°. — Id.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

4825 (850) 27 VI-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Maggio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Bruno, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre e Basso Segretario.

Il Socio Cossa, Direttore della Classe, ed il Socio Naccari, fanno scusare la loro assenza, motivata da ragioni di salute, rispettivamente per mezzo del Presidente e del Socio Basso.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Socio Basso offre in dono all'Accademia, da parte dell'autore Prof. Francesco Denza, sei opuscoli versanti su varii argomenti di meteorologia e di fisica terrestre.

Le letture e le comunicazioni si succedono nel modo che segue:

« *Sopra alcune proprietà delle funzioni che dipendono da altre funzioni e da linee* »; lavoro della signora Cornelia Fabri di Pisa, presentato dal Socio Segre.

« *Sulla stella variabile U. Orionis (Chandler* 2100*)* »: Nota del Dott. Francesco Porro, incaricato dalla Direzione dell'Osservatorio della R. Università di Torino, presentata dal Socio Basso a nome del Socio Naccari.

LETTURE

Sopra alcune proprietà generali delle funzioni che dipendono da altre funzioni e da linee;

Nota di CORNELIA FABRI

§ 1. Il Prof. Volterra in una serie di note (*) inserite negli *Atti* della R. Accademia dei Lincei ha preso a studiare le funzioni che dipendono da tutti i valori di una funzione di variabili reali.

Io mi propongo con questa nota di mostrare che si possono senza difficoltà estendere e generalizzare le suindicate ricerche.

Comincierò dall'indicare le formole che danno la variazione e la espressione in serie di Taylor delle funzioni che dipendono da tutti i valori di diverse funzioni di più variabili indipendenti, ampliando e generalizzando così quelle analoghe trovate dal professore Volterra. Per la definizione delle funzioni in parola, per la loro continuità, ed ancora per ciò che deve intendersi qui per *derivata*, mi riporto alle sopraindicate note.

Se y è un elemento che dipende dai valori di una funzione $\varphi(x_1, x_2 \dots x_n)$ di n variabili indipendenti definita nel campo C; mantenendo condizioni identiche a quelle che trovansi nelle note citate si giunge facilmente a dimostrare che:

$$\lim_{\varepsilon=0} \frac{\Delta y}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon=0} \frac{y\,[\varphi(x_1 \dots x_n) + \varepsilon\psi(x_1 \dots x_n)]| - y|[\varphi(x_1 \dots x_n)]}{\varepsilon}| = \frac{dy}{d\varepsilon}$$

$$= \int_C \psi(t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)})\, y'|[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)}]|\, dt_1^{(1)} \dots dt_n^{(1)}.$$

La funzione $y'|[\varphi(x_1 \dots x_u)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)}]|$ che comparisce nella formola precedente si ottiene nel seguente modo. Sia $\psi_1(x_1 \dots x_n)$ una funzione continua e diversa da zero solo nella parte C_1 del campo C e $t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)}$ le coordinate di un punto P del campo C_1, avremo:

(*) *Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. III, fasc. 4, 6, 7.

$$y' \,|[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1 \dots t_n]| =$$

$$= \lim_{\substack{C_1 = 0 \\ \varepsilon = 0}} \frac{y\,|[\varphi(x_1 \dots x_n) + \varepsilon\, \psi_1(x_1 \dots x_n)]| - y\,|[\varphi(x_1 \dots x_n)]|}{\int_{C_1} \varepsilon\, \psi_1(x_1 \dots x_n)\, dx_1 \dots dx_n} .$$

Sottoponendo la y' a condizioni analoghe a quelle imposte alla y otterremo:

$$\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = \int_C \psi(t_1^{(2)} \dots t_n^{(2)})\, dt_1^{(2)} \dots dt_n^{(2)} \times$$

$$\times \int_C y'' \,|[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)}\, t_1^{(2)} \dots t_n^{(2)}]|\, \psi(t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)})\, dt_1^{(1)} \dots dt_n^{(1)} ,$$

ed in generale

$$\frac{d^m y}{d\varepsilon^m} = \int_C \dots \int_C \prod_{1}^{m} {}_i\, \psi(t_1^{(i)} \dots t_n^{(i)}) \times$$

$$\times\, y^m \,|[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)} \dots t_1^{(m)} \dots t_n^{(m)}]|\, dt_1^{(i)} \dots dt_n^{(i)} .$$

Potremo quindi applicare la formola del Taylor alla y considerata come funzione di ε, ed avere così:

$$y(\varepsilon)_{\varepsilon=1} = y(\varepsilon)_{\varepsilon=0} + \left(\frac{dy}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} + \left(\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2}\right)_{\varepsilon=0} + \dots + \left(\frac{d^m y}{d\varepsilon^m}\right)_{\varepsilon=0} + \left(\frac{d^{m+1} y}{d\varepsilon^{m+1}}\right)_{\varepsilon=\theta},$$

ossia

$$y\,|[\varphi(x_1 \dots x_n) + \psi(x_1 \dots x_n)]| = y\,|[\varphi(x_1 \dots x_n)]| +$$

$$+ \sum_{1}^{m} {}_i \frac{1}{i!} \int_C \dots \int_C y^{(i)} \,|[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)} \dots, t_1^{(i)} \dots t_n^{(i)}]| \times$$

$$\times \prod_{1}^{i} {}_r\, \psi(t_1^{(r)} \dots t_n^{(r)})\, dt_1^{(r)} \dots dt_n^{(r)} +$$

$$+ \frac{1}{(m-1)!} \int_C \dots \int_C y^{(m+1)} \,|[\varphi(x_1 \dots x_n) + \theta\, \psi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)} \dots t_1^{(m+1)} \dots t_n^{(m+1)}]| \times$$

$$\times \prod_{1}^{m+1} {}_r\, \psi(t_1^{(r)} \dots t_n^{(r)})\, dt_1^{(r)} \dots dt_n^{(r)}$$

e se il limite dell'ultimo termine per $n=\infty$ sarà zero si avrà:

$$y|[\varphi(x_1 \dots x_n)+\psi(x_1 \dots x_n)]| = y|[\varphi(x_1 \dots x_n)]| +$$

$$+\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} \int_C \dots \int_C y^{(i)} |[\varphi(x_1 \dots x_n)\, t_1^{(1)} \dots t_n^{(1)} \dots t_1^{(i)} \dots t_n^{(i)}]| \times$$

$$\times \prod_{r=1}^{i} \psi(t_1^{(r)} \dots t_n^{(r)})\, dt_1^{(r)} \dots dt_n^{(r)} .$$

Le funzioni y″ y‴..... *hanno la proprietà di non mutare, invertendo comunque l'ordine dei punti in cui sono calcolate.*

Se invece y dipende da tutti i valori di n funzioni

$$\varphi_1(x_1) \qquad \varphi_2(x_2) \qquad \varphi_n(x_n)$$

di variabili indipendenti definite rispettivamente negli intervalli

$$(a_1\ b_1)\,; \qquad (a_2\ b_2)\,; \qquad (a_n\ b_n)\,.$$

si giunge, con condizioni analoghe alle precedenti, a dimostrare che:

$$\lim_{\varepsilon=0} \frac{\Delta y}{\varepsilon} = \frac{dy}{d\varepsilon} =$$

$$= \lim_{\varepsilon=0} \frac{y|[\varphi_1(x_1)+\varepsilon\psi_1(x_1), \dots \varphi_n(x_n)+\varepsilon\psi_n(x_n)]| - y|[\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n)]|}{\varepsilon} =$$

$$= \sum_{r=1}^{n} \int_{a_r}^{b_r} \psi_r(t_r)\, y_r' |[\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n),\, t_r]|\, dt_r\,.$$

in cui la funzione $y_r'|[\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n), t]|$ è ottenuta nella maniera seguente.

Sia $\psi_r(x_r)$ una funzione continua e diversa da zero solo nell'intervallo $a_{r_1} b_{r_1} = h_{r_1}$ contenuto nell'intervallo $a_r b_r$;

$$y_r' |[\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n),\, t_r]|$$

rappresenta il

$$\lim_{\substack{\varepsilon=0 \\ h_{r_1}=0}} \frac{y|[\varphi_1(x_1), \dots \varphi_r(x_r)+\varepsilon\psi_r(x_r), \dots \varphi_n(x_n)]| - y|[\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n)]|}{\int_{a_{r_1}}^{b_{r_1}} \varepsilon\psi_r(x_r)\, dx_r}$$

e t_r è l'indice di un punto situato nell'intervallo $a_{r_1} b_{r_1}$.

Analoghe espressioni si ottengono per le

$$\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2}, \quad \frac{d^3 y}{d\varepsilon^3} \cdots \frac{d^m y}{d\varepsilon^m}$$

sottoponendo successivamente le

$$y_r', \quad y_r'' \ldots y_r^{(m-1)} \qquad (r=1,2,\ldots n)$$

a condizioni identiche a quelle che sono state poste per la y, laonde considerando la

$$y\,|[\varphi_1(x_1)+\varepsilon\psi_1(x_1), \ldots \varphi_n(x_n)+\varepsilon\psi_n(x_n)]|$$

come funzione di ε potremo applicare ad essa la formola del Taylor, ed anche la serie, se $\lim_{m=\infty} \frac{d^m y}{d\varepsilon^m}=0$, ed ottenere in tal modo una espressione analoga alla precedente.

Qui pure può dimostrarsi che le $y_r'' y_r'''$ ..... *non mutano invertendo l'ordine dei punti in cui sono calcolate.* È superfluo osservare che formole e sviluppi consimili si ottengono per *un elemento che dipende da tutti i valori di* n *funzioni ciascuna di più variabili indipendenti.*

§ 2. Queste formole generali conducono direttamente a considerare le funzioni di linee, di superfici e di iperspazi qualunque.

Siano

$$(1) \ldots \qquad x=x(s) \qquad y=y(s) \qquad z=z(s)$$

le equazioni che definiscono una linea chiusa L dello spazio. Se φ è una funzione di L, essa sarà un elemento che dipenderà da tutti i valori delle (1) ed in particolare la sua variazione potrà essere espressa da

$$\delta\varphi\,|[L]|=\int_L (\varphi'_x\,\delta x+\varphi'_y\,\delta y+\varphi'_z\,\delta z)\,ds\,,$$

in cui s rappresenta l'arco della linea L, e denotando con $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$ i coseni che la tangente alla linea L nel punto s_1 ove sono calcolate le derivate $\varphi'_x\ \varphi'_y\ \varphi'_z$, fa rispettivamente cogli assi delle x, y, z, la relazione che le collega è la seguente

$$\alpha_1\,\varphi'_x+\beta_1\,\varphi'_y+\gamma_1\,\varphi'_z=0\,,$$

quindi può sempre porsi: (*)

$$(2)\ldots \quad \begin{cases} \varphi'_x = \gamma_1 B - \beta_1 C \\ \varphi'_y = \alpha_1 C - \gamma_1 A \\ \varphi'_z = \beta_1 A - \alpha_1 B \end{cases}$$

con A, B, C funzioni di linee.

Non sarà fuor di luogo osservare che le φ'_x φ'_y φ'_z dipendono, oltre che dalla linea L, anche dal punto s_1 di questa linea in cui sono calcolate, perciò sarà:

$$\varphi'_x = \varphi_x' |[L s_1]|$$
$$\varphi'_y = \varphi_y' |[L s_1]|$$
$$\varphi'_z = \varphi'_z |[L s_1]|$$

Quando la funzione $\varphi|[L]|$ permetta di scegliere le A, B, C funzioni solo delle coordinate del punto s_1 e $\varphi|[L]|$ si annulli coll'impiccolire indefinito di L, si ha: (**)

$$(3)\ldots \quad \varphi|[L] = \int_\sigma (A \cos nx + B \cos ny + C \cos nz)\, d\sigma$$

ove σ è una superficie semplicemente connessa che ha per contorno la linea L, e *cos nx*, *cos ny*, *cos nz* denotano i coseni che la normale alla superficie σ fa cogli assi coordinati. Queste particolari funzioni sono state denominate funzioni di 1° grado perchè considerate due linee L_1 L_2 aventi un tratto L comune che debba essere percorso in direzione opposta secondo che si considera appartenere all'una od all'altra, si ha:

$$\varphi|[L_1 + L_2]| = \varphi|[L_1]| + \varphi|[L_2]| \,.$$

Denotiamo con

$$\varphi''_{xx},\quad \varphi''_{xy},\quad \varphi''_{xz},\quad \varphi''_{yx},\quad \varphi''_{yy},\quad \varphi''_{yz},\quad \varphi''_{zx},\quad \varphi''_{zy},\quad \varphi''_{zz}$$

(*) VOLTERRA, *Sur une généralisation de la théorie des fonctions d'une variable imaginaire*. Acta Mathematica, vol. XII, pag. 233.

Sopra la funzioni di linee. Accademia dei Lincei, vol. III, fasc. 10.

(**) VOLTERRA, note citate.

le nove derivate seconde della funzione $\varphi|[L]|$ cioè le derivate prime di $\varphi'_x\ \varphi'_y\ \varphi'_z$ calcolate nel punto s_2 della linea L, ove la tangente ha per coseni di direzione $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$; e denotiamo altresì con

$$A'_x,\quad A'_y,\quad A'_z;\quad B'_x,\quad B'_y,\quad B'_z;\quad C'_x,\quad C'_y,\quad C'_z$$

le derivate prime delle funzioni A, B, C calcolate nel punto stesso; per le (2) avremo:

$$\varphi''_{xx}=\gamma_1 B'_x-\beta_1 C'_x \qquad \varphi''_{xy}=\gamma_1 B'_y-\beta_1 C'_y \qquad \varphi''_{xz}=\gamma_1 B'_z-\beta_1 C'_z$$
$$\varphi''_{yx}=\alpha_1 C'_x-\gamma_1 A'_x \qquad \varphi''_{yy}=\alpha_1 C'_y-\gamma_1 A'_y \qquad \varphi''_{yz}=\alpha_1 C'_z-\gamma_1 A'_z$$
$$\varphi''_{zx}=\beta_1 A'_x-\alpha_1 B'_x \qquad \varphi''_{zy}=\beta_1 A'_y-\alpha_1 B'_y \qquad \varphi''_{zz}=\beta_1 A'_z-\alpha_1 B'_z$$

Potremo quindi porre:

$$A'_x=\gamma_2 A_{12}^{(2)}-\beta_2 A_{12}^{(3)} \qquad A'_y=\alpha_2 A_{12}^{(3)}-\gamma_2 A_{12}^{(1)}$$
$$B'_x=\gamma_2 B_{12}^{(2)}-\beta_2 B_{12}^{(3)} \qquad B'_y=\alpha_2 B_{12}^{(3)}-\gamma_2 B_{12}^{(1)}$$
$$C'_x=\gamma_2 C_{12}^{(2)}-\beta_2 C_{12}^{(3)} \qquad C'_y=\alpha_2 C_{12}^{(3)}-\gamma_2 C_{12}^{(1)}$$
$$A'_z=\beta_2 A_{12}^{(1)}-\alpha_2 A_{12}^{(2)}$$
$$B'_z=\beta_2 B_{12}^{(1)}-\alpha_2 B_{12}^{(2)}$$
$$C'_z=\beta_2 C_{12}^{(1)}-\alpha_2 C_{12}^{(2)}.$$

Le quantità

$$A_{12}^{(1)},\ A_{12}^{(2)},\ A_{12}^{(3)},\ B_{12}^{(1)},\ B_{12}^{(2)},\ B_{12}^{(3)},\ C_{12}^{(1)},\ C_{12}^{(2)},\ C_{12}^{(3)}$$

dipenderanno dalla linea L e dalle coordinate dei punti $s_1\ s_2$, per cui sarà:

$$A_{12}^{(1)}=M_1|[L s_1 s_2]|;\quad A_{12}^{(2)}=M_2|[L s_1 s_2]|,\quad A_{12}^{(3)}=M_3|[L s_1 s_2]|$$
$$A_{21}^{(1)}=M_1|[L s_2 s_1]|;\quad A_{21}^{(2)}=M_2|[L s_2 s_1]|;\quad A_{21}^{(3)}=M_3|[L s_2 s_1]|$$
$$B_{12}^{(1)}=N_1|]L s_1 s_2]|;\quad B_{12}^{(2)}=N_2|[L s_1 s_2]|;\quad B_{12}^{(3)}=N_3|[L s_1 s_2]|$$
$$B_{21}^{(1)}=N_1|[L s_2 s_1]|;\quad B_{21}^{(2)}=N_2|[L s_2 s_1]|;\quad B_{21}^{(3)}=N_3|[L s_2 s_1]|$$
$$C_{12}^{(1)}=P_1|[L s_1 s_2]|;\quad C_{12}^{(2)}=P_2|[L s_1 s_2]|;\quad C_{12}^{(3)}=P_3|[L s_1 s_2]|$$
$$C_{21}^{(1)}=P_1|[L s_2 s_1]|;\quad C_{21}^{(2)}=P_2|[L s_2 s_1]|;\quad C_{21}^{(3)}=P_3|[L s_2 s_1]|$$

Avremo adunque

$$
(4)\quad \left\{
\begin{aligned}
\varphi''_{xx} &= \gamma_1\gamma_2 B_{12}^{(2)} - \gamma_1\beta_2 B_{12}^{(3)} - \beta_1\gamma_2 C_{12}^{(2)} + \beta_1\beta_2 C_{12}^{(3)}\\
\varphi''_{xy} &= \gamma_1\alpha_2 B_{12}^{(3)} - \gamma_1\gamma_2 B_{12}^{(1)} - \beta_1\alpha_2 C_{12}^{(3)} + \beta_1\gamma_2 C_{12}^{(1)}\\
\varphi''_{xz} &= \gamma_1\beta_2 B_{12}^{(1)} - \gamma_1\alpha_2 B_{12}^{(2)} - \beta_1\beta_2 C_{12}^{(1)} + \beta_1\alpha_2 C_{12}^{(2)}\\
\varphi''_{yx} &= \alpha_1\gamma_2 C_{12}^{(2)} - \alpha_1\beta_2 C_{12}^{(3)} - \gamma_1\gamma_2 A_{12}^{(2)} + \gamma_1\beta_2 A_{12}^{(3)}\\
\varphi''_{yy} &= \alpha_1\alpha_2 C_{12}^{(3)} - \alpha_1\gamma_2 C_{12}^{(1)} - \gamma_1\alpha_2 A_{12}^{(3)} + \gamma_1\gamma_2 A_{12}^{(1)}\\
\varphi''_{yz} &= \alpha_1\beta_2 C_{12}^{(1)} - \alpha_1\alpha_2 C_{12}^{(2)} - \gamma_1\beta_2 A_{12}^{(1)} + \gamma_1\alpha_2 A_{12}^{(2)}\\
\varphi''_{zx} &= \beta_1\gamma_2 A_{12}^{(2)} - \beta_1\beta_2 A_{12}^{(3)} - \alpha_1\gamma_2 B_{12}^{(2)} + \alpha_1\beta_2 B_{12}^{(3)}\\
\varphi''_{zy} &= \beta_1\alpha_2 A_{12}^{(3)} - \beta_1\gamma_2 A_{12}^{(1)} - \alpha_1\alpha_2 B_{12}^{(3)} + \alpha_1\gamma_2 B_{12}^{(1)}\\
\varphi''_{zz} &= \beta_1\beta_2 A_{12}^{(1)} - \beta_1\alpha_2 A_{12}^{(2)} - \alpha_1\beta_2 B_{12}^{(1)} + \alpha_1\alpha_2 B_{12}^{(2)}
\end{aligned}
\right.
$$

ed evidentemente le nove derivate seconde della funzione $\varphi|[L]|$ dipenderanno, oltre che dalla linea L, anche dai punti s_1, s_2 di questa linea nei quali esse sono calcolate.

Poniamo per condizione che le nove quantità

$$A_{12}^{(1)},\ A_{12}^{(2)},\ A_{12}^{(3)},\ B_{12}^{(1)},\ B_{12}^{(2)},\ B_{12}^{(3)},\ C_{12}^{(1)},\ C_{12}^{(2)},\ C_{12}^{(3)}$$

siano funzioni esclusivamente delle coordinate dei punti s_1 s_2. Per la proprietà che hanno tutte le derivate di una funzione di linee di non mutare invertendo l'ordine dei punti in cui sono calcolate dovremo avere:

$$
\begin{aligned}
A_{12}^{(1)} &= A_{21}^{(1)} & B_{12}^{(1)} &= A_{21}^{(2)} & C_{12}^{(1)} &= A_{21}^{(3)}\\
A_{12}^{(2)} &= B_{21}^{(1)} & B_{12}^{(2)} &= B_{21}^{(2)} & C_{12}^{(2)} &= B_{21}^{(3)}\\
A_{12}^{(3)} &= C_{21}^{(1)} & B_{12}^{(3)} &= C_{21}^{(2)} & C_{12}^{(3)} &= C_{21}^{(3)}\,.
\end{aligned}
$$

Poniamo:

$$
\begin{aligned}
p_{x_1x_2} &= A_{12}^{(1)} = A_{21}^{(1)} & p_{y_1x_2} &= B_{12}^{(1)} = A_{21}^{(2)} & p_{z_1x_2} &= C_{12}^{(1)} = A_{21}^{(3)}\\
p_{x_1y_2} &= A_{12}^{(2)} = B_{21}^{(1)} & p_{y_1y_2} &= B_{12}^{(2)} = B_{21}^{(2)} & p_{z_1y_2} &= C_{12}^{(2)} = B_{21}^{(3)}\\
p_{x_1z_2} &= A_{12}^{(3)} = C_{21}^{(1)} & p_{y_1z_2} &= B_{12}^{(3)} = C_{21}^{(2)} & p_{z_1z_2} &= C_{12}^{(3)} = C_{21}^{(3)}
\end{aligned}
$$

supponendo che le p non mutino permutandone gli indici, x_i, y_i, z_i e denotiamo con σ una superficie che abbia per contorno

la linea L; per la (3) avremo, ammettendo che $A\,B\,C$ si annullino per $L=0$,

$$A=\int_\sigma (p_{x_1 x_2}\cos n_2 x + p_{x_1 y_2}\cos n_2 y + p_{x_1 z_2}\cos n_2 z)\,d\sigma$$

$$B=\int_\sigma (p_{y_1 x_2}\cos n_2 x + p_{y_1 y_2}\cos n_2 y + p_{y_1 z_2}\cos n_2 z)\,d\sigma$$

$$C=\int_\sigma (p_{z_1 x_2}\cos n_2 x + p_{z_1 y_2}\cos n_2 y + p_{z_1 z_2}\cos n_2 z)\,d\sigma$$

in cui $\cos n_2 x$, $\cos n_2 y$, $\cos n_2 z$ denotano i coseni di direzione della normale a σ. Mantenendo fisso il punto s_1 passiamo dalla linea L ad una linea chiusa L_1 ad essa infinitamente vicina; se indichiamo con Σ una superficie condotta per queste due linee e con $\cos n_1 x$ $\cos n_1 y$ $\cos n_1 z$ i coseni di direzione della sua normale, avremo:

$$\varphi|[L]| - \varphi|[L_1]| = \int_\Sigma (A\cos n_1 x + B\cos n_1 y + C\cos n_1 z)\,d\Sigma\,; \tag{5}$$

sostituendo alle $A\,B\,C$ i valori precedenti e passando al limite per $L_1=0$ supponendo che per $L=0$ sia $\varphi|[L]|=0$ si ottiene:

$$\varphi|[L]| = \frac{1}{2}\int_\sigma\int_\sigma \left\{\begin{array}{l} p_{x_1 x_2}\cos n_1 x\cos n_2 x + p_{x_1 y_2}\cos n_1 x\cos n_2 y + \\ \quad + p_{x_1 z_2}\cos n_1 x\cos n_2 z + \\ + p_{y_1 x_2}\cos n_1 y\cos n_2 x + p_{y_1 y_2}\cos n_1 y\cos n_2 y + \\ \quad + p_{y_1 z_2}\cos n_1 y\cos n_2 z + \\ + p_{z_1 x_2}\cos n_1 z\cos n_2 x + p_{z_1 y_2}\cos n_1 z\cos n_2 y + \\ \quad + p_{z_1 z_2}\cos n_1 z\cos n_2 z\,. \end{array}\right\} d\sigma\, d\sigma. \tag{6}$$

Se la superficie σ è chiusa dovrà risultare

$$\int_\sigma (p_{x_1 x_2}\cos n_2 x + p_{x_1 y_2}\cos n_2 y + p_{x_1 z_2}\cos n_2 z)\,d\sigma =$$

$$= \int_S \left\{ \frac{\partial p_{x_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{x_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{x_1 z_2}}{\partial z_2} \right\} dS = 0\,,$$

$$\int_\sigma (p_{y_1 x_2} \cos n_2 x + p_{y_1 y_2} \cos n_2 y + p_{y_1 z_2} \cos n_2 z)\, d\sigma =$$

$$= \int_S \left\{ \frac{\partial p_{y_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{y_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{y_1 z_2}}{\partial z_2} \right\} dS = 0 \,,$$

$$\int_\sigma (p_{z_1 x_2} \cos n_2 x + p_{z_1 y_2} \cos n_2 y + p_{z_1 z_2} \cos n_2 z)\, d\sigma =$$

$$= \int_S \left\{ \frac{\partial p_{z_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{z_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{z_1 z_2}}{\partial z_2} \right\} dS = 0 \,,$$

essendo S lo spazio racchiuso entro σ, quindi:

$$(7) \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial p_{x_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{x_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{x_1 z_2}}{\partial z_2} = 0 \\ &\frac{\partial p_{y_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{y_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{y_1 z_2}}{\partial z_2} = 0 \\ &\frac{\partial p_{z_1 x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial p_{z_1 y_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial p_{z_1 z_2}}{\partial z_2} = 0 \end{aligned} \right.$$

e mutando s_1 in s_2

$$(7') \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial p_{x_2 x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial p_{x_2 y_1}}{\partial y_1} + \frac{\partial p_{x_2 z_1}}{\partial z_1} = 0 \\ &\frac{\partial p_{y_2 x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial p_{y_2 y_1}}{\partial y_1} + \frac{\partial p_{y_2 z_1}}{\partial z_1} = 0 \\ &\frac{\partial p_{z_2 x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial p_{z_2 y_1}}{\partial y_1} + \frac{\partial p_{z_2 z_1}}{\partial z_1} = 0 \end{aligned} \right.$$

È molto facile riconoscere che se nella formola (6) le integrazioni si estendono a due superficie $\sigma_1 \sigma_2$ differenti, invece che due volte alla stessa superficie σ, il valore dell'integrale doppio resterà dipendente solo dalle linee $L_1 \, L_2$ che costituiscono il contorno delle superficie suddette. Infatti denotiamo per brevità con $f_2 \{ p \}$ la quantità che si trova sotto l'integrale doppio nella suddetta formola (6) e con $\sigma'_1 \, \sigma'_2$ due superficie distinte da $\sigma_1 \, \sigma_2$ aventi rispettivamente per contorno le linee $L_1 \, L_2$. Se porremo:

$$\sigma_1 + \sigma_1' = \Sigma_1 \,, \qquad \sigma_2 + \sigma_2' = \Sigma_2$$

le $\Sigma_1 \Sigma_2$ risulteranno superficie chiuse e quindi avremo:

$$\int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \int_{\sigma_1} \int_{\Sigma_2 - \sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \int_{\sigma_1}\int_{\Sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\Sigma_2 -$$

$$- \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2' = - \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2' :$$

$$\int_{\sigma_1'}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \int_{\Sigma_1 - \sigma_1} \int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \int_{\Sigma_1}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\Sigma_1 d\sigma_2' -$$

$$- \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2' = - \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2' ,$$

ossia

$$\int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \int_{\sigma_1'}\int_{\sigma_2'} f_2 \{p\} d\sigma_1' d\sigma_2' ,$$

ciò che dimostra la proposizione enunciata.

Possiamo quindi porre

$$\tfrac{1}{2}\int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \psi \,|[L_1 L_2]|$$

ed è pur facile vedere che questa funzione è di 1° grado tanto in L_1 quanto in L_2, che si annulla per L_1 od L_2 uguali a zero e che coincide con $\varphi\,|[L]|$ per L_1 uguale ad L_2.

Da ciò segue che se L_1 ed L_2 sono due linee aventi un tratto L comune che debba essere percorso in senso opposto secondo che si suppone appartenere all'una od all'altra, denotando con σ_1 e σ_2 due superfici limitate rispettivamente dalle linee L_1 ed L_2 avremo:

$$\varphi\,|[L_1 + L_2]| = \tfrac{1}{2}\int_{\sigma_1+\sigma_2}\int_{\sigma_1+\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 = \tfrac{1}{2}\int_{\sigma_1}\int_{\sigma_1} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_1 +$$

$$+ \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_1 d\sigma_2 + \tfrac{1}{2}\int_{\sigma_2}\int_{\sigma_2} f_2 \{p\} d\sigma_2 d\sigma_2 =$$

$$= \varphi\,|[L_1]| + 2\psi\,|[L_1 L_2]| + \varphi\,|[L_2]| .$$

Reciprocamente se si ha $\varphi = \psi|[LL]|$, essendo $\psi|[L_1, L_2]|$ una funzione di primo grado in L_1 e L_2, la $\varphi|[L]|$ sarà esprimibile mediante un integrale esteso due volte ad una superficie che ha per contorno la linea L perfettamente analogo all'integrale (σ). Infatti le proprietà della $\psi|[L_1 L_2]|$ consentono che venga espressa nel seguente modo;

$$\psi|[L_1 L_2]| = \int_{\sigma_1} (A_1 \cos n_1 x + B_1 \cos n_1 y + C_1 \cos n_1 z)\, d\sigma_1 =$$
$$= \int_{\sigma_2} (A_2 \cos n_2 x + B_2 \cos n_2 y + C_2 \cos n_2 z)\, d\sigma_2 .$$

Quindi dovrà essere:

$$A_1 = \int_{\sigma_2} (A_1' \cos n_2 x + A_1'' \cos n_2 y + A_1''' \cos n_2 z)\, d\sigma_2 ;$$
$$A_2 = \int_{\sigma_1} (A_1' \cos n_1 x + B_1' \cos n_1 y + C_1' \cos n_1 z)\, d\sigma_1 ,$$
$$B_1 = \int_{\sigma_2} (B_1' \cos n_2 x + B_1'' \cos n_2 y + B_1''' \cos n_2 z)\, d\sigma_2 ;$$
$$B_2 = \int_{\sigma_1} (A_1'' \cos n_1 x + B_1'' \cos n_1 y + C_1'' \cos n_1 z)\, d\sigma_1 ;$$
$$C_1 = \int_{\sigma_2} (C_1' \cos n_2 x + C_1'' \cos n_2 y + C_1''' \cos n_2 z)\, d\sigma_1 ;$$
$$C_2 = \int_{\sigma_2} (A_1''' \cos n_1 x + B_1''' \cos n_1 y + C_1''' \cos n_1 z)\, d\sigma ,$$

dalle quali si deduce

$$\psi|[L_1 L_2]| =$$
$$= \int_{\sigma_1}\int_{\sigma_2} \left\{ \begin{aligned} & A_1' \cos n_1 x \cos n_2 x + A_1'' \cos n_1 x \cos n_2 y + A_1''' \cos n_1 x \cos n_2 z \\ & + B_1' \cos n_1 y \cos n_2 x + B_1'' \cos n_1 y \cos n_2 y + B_1''' \cos n_1 y \cos n_2 z \\ & + C_1' \cos n_1 z \cos n_2 x + C_1'' \cos n_1 z \cos n_2 y + C_1''' \cos n_1 z \cos n_2 z \end{aligned} \right\} d\sigma_1\, d\sigma_2$$

ma

$$\psi|[LL]| = \varphi|[L]| ;$$

quindi

$$\varphi|[L]| =$$

$$= \int_\sigma\int_\sigma \left\{ \begin{array}{l} A_1' \cos n_1 x \cos n_2 x + A_1'' \cos n_1 x \cos n_2 y + A_1''' \cos n_1 x \cos n_2 z \\ + B_1' \cos n_1 y \cos n_2 x + B_1'' \cos n_1 y \cos n_2 y + B_1''' \cos n_1 y \cos n_2 z \\ + C_1' \cos n_1 z \cos n_2 x + C_1'' \cos n_1 z \cos n_2 y + C_1''' \cos n_1 z \cos n_2 z \end{array} \right\} d\sigma\, d\sigma$$

Denotando con $x_1\, y_1\, z_1$ le coordinate del punto di σ, la cui normale è n_1 e con $x_2\, y_2\, z_2$ quelle del punto la cui normale è n_2 avremo che i coefficienti

$$A_1',\ A_1'',\ A_1''',\quad B_1',\ B_1'',\ B_1''',\quad C_1',\ C_1'',\ C_1''',$$

saranno funzioni di x_1, y_1, z_1 e x_2, y_2, z_2. Mutando nell'integrale precedente x_1, y_1, z_1 in x_2, y_2, z_2 il suo valore non cambia. Prendendo la media di queste due espressioni di $\varphi|[L]|$ si trova $\varphi|[L]|$ espresso sotto la forma (τ).

Per questa proprietà denomineremo funzioni di 2° grado quelle ora considerate; la quale denominazione ci sembra ancor più giustificata, perchè a questa categoria appartengono sempre le 2ᵉ potenze delle funzioni che si sono chiamate di 1° grado.

§ 3. I risultati fin qui ottenuti non sono che un caso particolare di altri più generali che ora mi propongo di esporre.

Con una derivazione eseguita sulle (2) abbiamo ottenuto le (4) e da esse derivando nuovamente possiamo ottenere le 3^3 derivate terze della funzione $\varphi|[L]|$ espresse mediante le derivate delle funzioni

(8). . $A_{12}^{(1)}$, $A_{12}^{(2)}$, $A_{12}^{(3)}$, $B_{12}^{(1)}$, $B_{12}^{(2)}$, $B_{12}^{(3)}$, $C_{12}^{(1)}$, $C_{12}^{(2)}$, $C_{12}^{(3)}$

che si trovano nei secondi membri delle (4) suddette. Se ora osserviamo che alle derivate delle (8) sono applicabili le (2), otteremo evidentemente le 3^3 derivate terze della $\varphi|[L]|$ calcolate nei punti s_1, s_2, s_3 della linea L espresse mediante i coseni di direzione delle tangenti alla linea L nei punti s_1, s_2, s_3 e 3^3 funzioni di L e delle coordinate dei punti suddetti. Analogamente partendo dalle formole così stabilite per le derivate terze potremo ottenere le 3^4 derivate quarte della funzione $\varphi|[L]|$ calcolate nei punti s_1, s_2, s_3, s_4 della linea L, espresse mediante i coseni di direzioni delle tangenti alla linea L nei punti s_1, s_2, s_3, s_4 e 3^4

funzioni di L e delle coordinate di questi punti. In generale le derivate n^{esime} della $\varphi|[L]|$ calcolate nel punti $s_1, s_2 \ldots s_n$ della linea L potranno esprimersi mediante i coseni di direzione delle tangenti alla linea L nei punti $s_1, s_2 \ldots s_n$ e 3^n funzioni di L e delle coordinate dei punti $s_1, s_2 \ldots s_n$. Supponendo che queste funzioni risultino indipendenti dalla linea L, vale a dire siano solo funzioni delle coordinate dei punti $s_1, s_2 \ldots s_n$, allora esse possono tutte indicarsi con espressioni analoghe alla seguente:

$$p_{x_{l_1} \ldots x_{l_r} \; y_{l_{r+1}} \ldots y_{l_k} \; z_{l_{k+1}} \ldots z_{l_n}}$$

quando $x_{l_1} \ldots x_{l_r} \; y_{l_{r+1}} \ldots y_{l_k} \; z_{l_{k+1}} \ldots z_{l_n}$ denoti uno qualsiasi dei gruppi di n elementi che possono formarsi colle $3n$ quantità

$$x_1 \ldots x_n y_1 \ldots y_n z_1 \ldots z_n$$

colla sola condizione che elementi x, y, z di eguale indice non figurino nello stesso gruppo, ed in oltre pongasi la condizione che le funzioni stesse non mutino valore permutando comunque gl' indici $x_{l_1} \ldots x_{l_r} \; y_{l_{r+1}} \ldots y_{l_k} \; z_{l_{k+1}} \ldots z_{l_n}$.

In questo caso può dimostrarsi che la funzione $\varphi|[L]|$ viene espressa mediante un integrale esteso n volte ad una superficie σ che ha per contorno la linea L nel seguente modo:

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} & \varphi\,[L]| = \frac{1}{n!} \times \\ & \times \int_\sigma \cdots \int_\sigma \sum p_{x_{l_1} \ldots x_{l_r} \; y_{l_{r+1}} \ldots y_{l_k} \; z_{l_{k+1}} \ldots z_{l_n}} \prod_1^r{}_i \cos n_{l_i} x \prod_{r+1}^k{}_i \cos n_{l_i} y \prod_{k+1}^n{}_i \cos n_{l_i} z \, d\sigma \ldots d\sigma \end{aligned} \right.$$

Abbiamo già veduto che questa proprietà sussiste per n uguale ad uno od uguale a due, basterà dunque supporre vera la (9) per le funzioni di linee le di cui derivate n^{esime}, calcolate nei punti $s_1, s_2 \ldots s_n$ della linea L dipendono nel modo sopra indicato dai coseni di direzione delle tangenti nei punti $s_1 s_2 \ldots s_n$ della linea L e da 3^n funzioni delle coordinate di questi n punti e dimostrare che la formola analoga si ha per quelle funzioni $\varphi|[L]|$ che hanno le derivate $(n+1)^{esime}$ esprimibili in modo simile per 3^{n+1} funzioni delle coordinate degli $(n+1)$ punti in cui sono calcolate. Per dimostrare ciò osserviamo che per la $\varphi|[L]|$ vale la formola (5) e che, per le ipotesi fatte, le A, B, C sono esprimibili mediante la (9) ossia per un integrale

esteso n volte alla superficie σ, laonde sostituendo nella (5) alle A, B, C queste loro espressioni e passando al limite per $L_1 = 0$, supponendo che per $L=0$ sia $\varphi|[L]| = 0$, risulta immediatamente,

$$\varphi|[L]| = \frac{1}{(n+1)!} \times$$

$$\times \int_\sigma \cdots \int_\sigma \sum p_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n+1}}} \prod_1^r {}_i \cos n_{l_i} x \prod_{r+1}^h {}_i \cos n_{l_i} y \prod_h^{n+1} {}_i \cos n_{l_i} z \, d\sigma \dots d\sigma$$

Per $n=2$ abbiamo ottenuto le equazioni differenziali (7) e (7').

Un sistema analogo si ottiene partendo dalle funzioni più generali che ora consideriamo. Supponendo che per le funzioni esprimibili mediante un integrale esteso n volte alla superficie σ si abbiamo le $n\,3^{n-1}$ equazioni differenziali che risultano dalla

$$(10) \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x_i} p_{x_{l_1} \dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \frac{\partial}{\partial y_i} p_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z_i} p_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{h+1}} \dots z_i} \end{aligned} \right\} = 0.$$

ponendo $i = 1, 2, \dots n$ e considerando $l_1 \dots l_r i l_{r+1} \dots l_h l_{h+1} \dots l_{n-1}$ come una qualsiasi permutazione dei numeri $1, 2 \dots n$; vedremo che si ottengono equazioni analoghe per le funzioni esprimibili mediante un integrale esteso $(n+1)$ volte alla superficie σ. Dalle ipotesi fatte risulta che le tre quantità $A B C$ sono esprimibili mediante la (9), se quindi denotiamo con a, b, c le funzioni p di punti che entrano nella espressione delle suddette A, B, C; queste funzioni a, b, c dovranno soddisfare alle seguenti $n\,3^n$ equazioni differenziali

$$(11) \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x_i} a_{x_{l_1} \dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \frac{\partial}{\partial y_i} a_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z_i} a_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}} z_i} = 0 ; \\ &\frac{\partial}{\partial x_i} b_{x_{l_1} \dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \frac{\partial}{\partial y_i} b_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z_i} b_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}} z_i} = 0 ; \\ &\frac{\partial}{\partial x_i} c_{x_{l_1} \dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \frac{\partial}{\partial y_i} c_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}}} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z_i} c_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_{n-1}} z_i} = 0 , \end{aligned} \right.$$

le quali si ridurranno a sole 3^n se riterremo l'indice i come fisso. Denotiamo con p le funzioni di punti per le quali sono esprimibili le derivate $(n+1)^{esime}$ della $\varphi|[L]|$.

Dalla (5) deducendosi

$$\varphi|[L]| = \int_\sigma (A \cos n x + B \cos n y + C \cos n z)\, d\sigma$$

dovrà aversi:

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_i x_{n+1} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}} = a_{x_{l_1}\dots x_{i_r} x_l y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_{n+1} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}} = a_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_{n+1} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i} = a_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_{n+1} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}} = b_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i y_{n+1} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}} = b_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_{n+1} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i} = b_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_{n+1}} = c_{x_{l_1}\dots x_{l_r} x_i y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_{n+1}} = c_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} y_i z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}}}$$

$$p_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i z_{n+1}} = c_{x_{l_1}\dots x_{l_r} y_{l_{r+1}}\dots y_{l_h} z_{l_{h+1}}\dots z_{l_{n-1}} z_i}$$

Da ciò risulta che le p sopraindicate devono soddisfare alle 3^n equazioni differenziali (11), le quali poi diverranno $(n+1)\, 3^n$ quando si faccia variare l'indice i da 1 ad $n+1$, e come è facile vedere, esse sono appunto le (10) nel caso che si abbia $n+1$ in luogo di n.

Con un metodo perfettamente simile a quello adoperato nello studiare le funzioni di 2° grado, si può dimostrare che il valore della (9), anche quando gli integrali sono estesi ad n superficie $\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_n$ diverse, dipende solo dalle linee $L_1, L_2 \dots L_n$ che formano il contorno delle superfici stesse, e quindi è una funzione $\psi|[L_1 \dots L_n]|$ di queste linee. Inoltre è facile vedere che la $\psi|[L_1 \dots L_n]|$ risulta una funzione di 1° grado rispetto a ciascuna delle linee $L_1 \dots L_n$; diventa di 2° grado in L_r se L_r coincide con L_s; e finalmente coincide colla $\varphi|[L]|$, quando le linee $L_1, L_2 \dots L_n$ coincidono fra loro.

Siano $L_1 L_2$ due linee aventi un tratto l comune che debba essere percorso in direzione opposta secondo che si considera appartenere alla linea L_1 od alla L_2 e denotiamo con $\sigma_1 \sigma_2$ due superfici che passano per l ed hanno rispettivamente per contorno le linee L_1 ed L_2 avremo:

$$\varphi|[L_1 + L_2]| = \int_{\sigma_1+\sigma_2} \cdots \int_{\sigma_1+\sigma_2} f_n \} p \{ d\sigma_1 \ldots d\sigma_2 =$$

$$= \varphi|[L_1]| + \varphi|[L_2]| + \sum_{r=1}^{r=n-1} n_r \psi_{r,n-r} |[L_1 L_2]| ,$$

ove per brevità abbiamo indicato con $f_n \} p \{$ la funzione che è sotto l'integrale multiplo divisa per $n!$, con n_r il noto coefficiente binomiale, e con $\psi_{r,n-r}$ la ψ in cui r delle linee da cui dipende coincidono con L_1 e le rimanenti con L_2.

Abbiamo chiamato funzioni di 2° grado quelle per cui

$$\varphi = \psi|[L L]|$$

con $\psi|[L_1 L_2]|$ di 1° grado in L_1 ed in L_2. Per analogia chiameremo di 3° grado una funzione quando

$$\varphi = \psi|[L L L]| \quad \text{e} \quad \psi|[L_1 L_2 L_3]|$$

risulta una funzione di 1° grado in $L_1 L_2 L_3$. In modo consimile possiamo definire le funzioni di 4° grado; ed in generale possiamo fare dipendere la definizione delle funzioni di grado n dalla definizione di funzioni di 1° grado, denominando funzioni di grado n quelle per cui

$$\varphi = \psi|[L L \ldots L]|$$

essendo

$$\psi|[L_1 L_2 \ldots L_n]|$$

una funzione di 1° grado in $L_1 \ldots L_n$. Da questa definizione risulta chiaro che le funzioni di linee esprimibili mediante un integrale esteso n volte ad una superficie saranno funzioni di grado n. Inversamente se $\varphi = \psi\ [L L \ldots L]|$ con $\psi|[L_1 L_2 \ldots L_n]|$ funzione di 1° grado in $L_1, L_2 \ldots L_n$, la $\varphi\ [L]|$ sarà esprimibile mediante un integrale, esteso n volte ad una superficie che ha per contorno la linea L, perfettamente analogo all'integrale (9).

Ommetto la dimostrazione di questa proposizione essendo

simile a quella già data per le funzioni di 2° grado. È poi facile vedere che la potenza n^{esima} di una funzione di 1° grado è una funzione di grado n.

§ 4. Non sarà poi fuor di luogo il ricercare ancora le condizioni a cui deve soddisfare una funzione di linee acciocchè possa svilupparsi in serie analoga a quella di Maclaurin.

Supponiamo che la funzione $\varphi|[L]|$ possa esprimersi mediante una serie ordinata per funzioni di 1°, 2°, 3°... grado nel modo seguente:

$$(12)\ \ldots\quad \varphi|[L]| = \int_\sigma (p_x \cos nx + p_y \cos ny + p_z \cos nz)\, d\sigma +$$

$$+\frac{1}{2}\int_\sigma\int_\sigma \left\{ \begin{array}{l} p_{x_1 x_2} \cos n_1 x \cos n_2 x + p_{x_1 y_2} \cos n_1 x \cos n_2 y + p_{x_1 z_2} \cos n_1 x \cos n_2 z \\ + p_{y_1 x_2} \cos n_1 y \cos n_2 x + p_{y_1 y_2} \cos n_1 y \cos n_2 y + p_{y_1 z_2} \cos n_1 y \cos n_2 z \\ + p_{z_1 x_2} \cos n_1 z \cos n_2 x + p_{z_1 y_2} \cos n_1 z \cos n_2 y + p_{z_1 z_2} \cos n_1 z \cos n_2 z \end{array} \right\} d\sigma\, d\sigma + \ldots$$

o più brevemente, adoperando simboli altra volta usati,

$$(12')\qquad \varphi|[L]| = \int_\sigma f_1 \{p\}\, d\sigma + \int_\sigma\int_\sigma f_2 \{p\}\, d\sigma\, d\sigma + \int_\sigma\int_\sigma\int_\sigma f_3 \{p\}\, d\sigma\, d\sigma\, d\sigma + \ldots$$

Evidentemente le p dovranno soddisfare alle equazioni a derivate parziali che si ottengono dalle (10) ponendo sucessivamente $n = 1, 2, 3 \ldots$

Dalle (12) e (12′) ricaviamo

$$\lim_{\sigma=0} \frac{\varphi|[L]|}{\sigma} = p_x \cos nx + p_y \cos ny + p_z \cos nz = f_1 \{p\}$$

ove $\cos nx$, $\cos ny$, $\cos nz$ denotano i coseni di direzione della normale n alla superficie σ, ammettendo che il limite della serie che comparisce nel primo membro, sia eguale alla serie dei limiti.

Laonde $p_x\, p_y\, p_z$ rappresentano i valori di questo limite quando σ nel tendere a zero si mantenga normale ad uno degli assi coordinati, ossia, secondo la denominazione introdotta dal professore Volterra, ci rappresentano le *derivate* della funzione $\varphi|[L]|$ rispetto ai piani coordinati. Consideriamo ora la funzione

$$\psi_1|[L]| = \varphi|[L]| - \int_\sigma f_1 \{p\}\, d\sigma\ ;$$

evidentemente le sue *derivate* saranno nulle. Siano σ_1 e σ_2 due superficie limitate rispettivamente dalle linee chiuse L_1 ed L_2. Se denotiamo con L una linea chiusa che racchiuda un'area σ infinitesima rispetto a σ_1 ed a σ_2 ed abbia comune con ciascuna delle L_1, L_2 un tratto infinitamente piccolo ed in oltre questi due tratticelli abbiano direzione opposta secondo che si considerano appartenere alla L o alle L_1 ed L_2 avremo (sempre ammettendo che il limite delle serie sia eguale alle serie dei limiti)

$$\lim_{\substack{\sigma_1=0\\ \sigma_2=0\\ \sigma=0}} \frac{\psi_1|[L+L_1+L_2]|-\psi_1|[L_1]|-\psi_1|[L_2]|}{2\sigma_1\sigma_2}=$$

$$=p_{x_1x_2}\cos n_1x\cos n_2x+p_{x_1y_2}\cos n_1x\cos n_2y+p_{x_1z_2}\cos n_1x\cos n_2z+$$
$$+p_{y_1x_2}\cos n_1y\cos n_2x+p_{y_1y_2}\cos n_1y\cos n_2y+p_{y_1z_2}\cos n_1y\cos n_2z+$$
$$+p_{z_1x_2}\cos n_1z\cos n_2x+p_{z_1y_2}\cos n_1z\cos n_2y+p_{z_1z_2}\cos n_1z\cos n_2z,$$

ove $\cos n_1x$, $\cos n_1y$, $\cos n_1z$ denotano i coseni di direzione della normale a σ_1 e $\cos n_2x$, $\cos n_2y$, $\cos n_2z$ quelli della normale a σ_2; supponendo ora che ciascuna delle superficie sia normale ad uno qualunque degli assi coordinati, poscia considerando tutte le coppie differenti delle dette superficie che si possono ottenere con questa ipotesi, avremo pel limite sopra indicato i nove valori

$$p_{x_1x_2},\ p_{x_1y_2},\ p_{x_1z_2},\ p_{y_1x_2},\ p_{y_1y_2},\ p_{y_1z_2},\ p_{z_1x_2},\ p_{z_1y_2},\ p_{z_1z_2}$$

Se ora poniamo

$$\psi_2|[L]|=\varphi|[L]|-\int_\sigma f_1\{p\}\,d\sigma-\int_\sigma\int_\sigma f_2\{p\}\,d\sigma\,d\sigma$$

sarà

$$\lim_{\sigma=0}\frac{\psi_2|[L]|}{\sigma}=0\qquad \lim_{\substack{\sigma=0\\ \sigma_1=0\\ \sigma_2=0}}\frac{\psi_2|[L+L_1+L_2]|-\psi_2|[L_1]|-\psi_2|[L_2]|}{\sigma_1\sigma_2}=0\,;$$

mentre, denotando con $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$ tre superficie aventi per contorno le linee chiuse $L_1L_2L_3$ e con L' una linea costruita in modo

analogo alla L cioè che racchiuda un'area σ' infinitesima rispetto a $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$, abbia comune con ciascuna delle $L_1 L_2 L_3$ un tratto infinitamente piccolo e questi tratticelli abbiano direzione opposta secondo che si considerano appartenere alla L' od alle $L_1 L_2 L_3$, otteniamo per

$$\lim_{\substack{\sigma=0\\ \sigma_1=0\\ \sigma_2=0\\ \sigma_3=0}} \left\{ \frac{\psi_2 [L'+L_1+L_2+L_3]| - \psi_2|[L'+L_1+L_2]| - \psi_2|[L'+L_2+L_3]| - \\ -\psi_2|[L'+L_3+L_1]| + \psi_2|[L_1]| + \psi_2|[L_2]| + \psi_2|[L_3]|}{1 \,.\, 2 \,.\, 3\, \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \right.$$

un valore completamente determinato e in generale diverso da zero, nelle stesse ipotesi sopra stabilite nei casi precedenti.

Supponendo successivamente le superficie $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ normali agli assi coordinati, di poi considerando tutte le possibili combinazioni che con esse si possono formare, otterremo pel limite suddetto 27 valori che verranno rappresentati dalle 27 funzioni p che si trovano nel terzo termine del 2° membro delle (12).

Proseguendo in questa guisa e stabilendo ciascuna volta la condizione che il limite delle serie che si trovano siano eguali alle serie dei limiti riesce facile vedere che le

$$p_{x_{l_1} \dots x_{l_r} y_{l_{r+1}} \dots y_{l_h} z_{l_{h+1}} \dots z_{l_n}}$$

rappresentano i 3^n valori del limite per $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \sigma$ tendenti a zero di

$$(13)\left\{ \frac{\begin{array}{l} \psi_n|[L+L_1+\dots+L_n]| - \sum_{1}^{n}{}_r \psi_n|[L+L_1+\dots+L_{r-1}+L_{r+1}+\dots+L_n]| + \\ \quad + \sum_{r,s} \psi_n|[L+L_1+\dots+L_{r-1}+L_{r+1}+\dots+L_{s-1}+L_{s+1}+\dots+L_n]| + \dots \\ \quad \dots + (-1)^n \sum_{1}^{n}{}_{rn} \psi|[L_r]| \end{array}}{n!\; \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \right.$$

nella quale espressione si è posto

$$\psi_n|[L]| = \varphi|[L]| - \int_\sigma f_1 \{p\} \, d\sigma - \int_\sigma \int_\sigma f_2 \{p\} \, d\sigma d\sigma - \dots$$
$$\dots - \int_\sigma \dots \int_\sigma f_n \{p\} \, d\sigma \dots d\sigma \,,$$

$\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_n$ rappresentano superfici aventi per contorno le linee chiuse $L_1 L_2 \ldots L_n$ ed L indica una linea che racchiude un'area infinitesima rispetto alle $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_n$ ed abbia comune con ciascuna delle $L_1, L_2 \ldots L_n$ un tratto infinitamente piccolo colla condizione che questi n tratticelli devono avere direzione opposta secondo che si considerano situati sulla L o sulle $L_1 \ldots L_n$.

Dalle considerazioni ora esposte deduciamo in oltre che una funzione $F|[L]|$ sarà sviluppabile in serie analoga alla (12) ogni qualvolta per le funzioni $\psi_1'|[L]|, \psi_2'|[L]| \ldots$ simili alle $\psi_1|[L]|$, $\psi_2[|L]| \ldots$ che da lei si deducono, esistono i limiti analoghi a quelli calcolati precedentemente per le $\psi_1|[L]|, \psi_2|[L]| \ldots$ e le quantità analoghe alle $p_x, p_y, p_z, p_{x_1 x_2}$ ecc. soddisfanno alle equazioni differenziali che si deducono dalle (10) ed oltre a ciò è $\lim_{n=\infty} \psi_n|[L]| = 0$.

Può ancora dimostrarsi che esiste un solo sviluppo delle funzioni di linee nel modo sopraindicato per funzioni di 1°, 2°... grado perchè ponendo per ipotesi:

$$\varphi|[L]| = \int_\sigma (p_x \cos nx + p_y \cos ny + p_z \cos nz)\, d\sigma + \ldots$$

$$\ldots = \int_\sigma (p_x' \cos nx + p_y' \cos ny + p_z' \cos nz)\, d\sigma + \ldots$$

si ha:

$$(14)\ldots \begin{cases} \lim_{\sigma=0} \dfrac{\varphi|[L]|}{\sigma} = p_x \cos nx + p_y \cos ny + p_z \cos nz = \\ \qquad = p_x' \cos nx + p_y' \cos ny + p_z' \cos nz\,, \end{cases}$$

e quindi;

$$p_x = p_x' \qquad p_y = p_y' \qquad p_z = p_z'\,,$$

di poi ponendo:

$$\psi_2|[L]| = \varphi|[L]| - \int_\sigma (p_x \cos nx + p_y \cos ny + p_z \cos nz)\, d\sigma\,;$$

$$\psi_2'|[L]| = \varphi|[L]| - \int_\sigma (p_x' \cos nx + p'_y \cos ny + p_z' \cos nz)\, d\sigma\,,$$

e considerando il valore di

$$\lim_{\substack{\sigma=0\\ \sigma_1=0\\ \sigma_2=0}} \frac{\psi_2|[L+L_1+L_2]|-\psi_2|[L_1]|-\psi_2|[L_2]|}{\sigma_1\,\sigma_2}\,;$$

si deduce facilmente:

$$p_{x_1 x_2}=p'_{x_1 x_2}\,;\quad p_{x_1 y_2}=p'_{x_1 y_2}\,;\quad p_{x_1 z_2}=p'_{x_1 z_2}\,;\quad p_{y_1 x_2}=p'_{y_1 x_2}\,;$$
$$p_{y_1 y_2}=p'_{y_1 y_2}\,;\quad p_{y_1 z_2}=p'_{y_1 z_2}\,;\quad p_{z_1 x_2}=p'_{z_1 x_2}\,,\quad p_{z_1 y_2}=p'_{z_1 y_2}\,;$$
$$p_{z_1 z_2}=p'_{z_1 z_2}\,.$$

e così di seguito.

I resultati che abbiamo fin qui ottenuti non sono esclusivamente propri alle funzioni di linee, essi appartengono anche alle funzioni di iperspazii.

Infatti partendo dai resultati stabiliti nel § 1°, si possono ottenere relativamente a queste funzioni delle proposizioni analoghe a quelle che abbiamo trovate per le funzioni di linee.

Non starò a sviluppare qui questa ricerca che spero potrà formare il soggetto di un nuovo studio.

Sulla Stella variabile U Orionis (Chandler 2100*)*;

Nota di Francesco Porro

Da alcuni mesi ho intrapreso una serie di osservazioni sulle stelle variabili, singolarmente contrastata dal tempo sfavorevole e dalle condizioni dell'Osservatorio di Torino, dove la luce elettrica delle vie circostanti produce permanente gravissimo disturbo alla visione degli oggetti di debole intensità luminosa, ed alla valutazione esatta di piccole differenze di splendore. Come primo saggio di tali tentativi presento in questa Nota i risultati dei confronti di U Orionis colle stelle vicine, fatti coll'aiuto di un refrattore di Fraunhofer e di un cercatore del medesimo insigne artefice, aventi rispettivamente le aperture di 117 e di 97 millimetri, portati entrambi da un rozzo piede equatoriale di legno. Al primo di questi due strumenti applicai costantemente un oculare a doppio anello, coll'ingrandimento di 46, all'altro un oculare di 14.

I confronti furono fatti assai raramente col metodo di Argelander, nel fondato timore che io non avessi ancora formato un abito certo di stimare le piccole differenze, e quindi che le mie *gradazioni (Stufen)* non fossero costanti. D'altra parte la possibilità di adoperare per questa stella una scala fotometrica di riconosciuta esattezza, mi indusse a valutare la grandezza della stella in parti dell'intervallo (generalmente assai piccolo) fra due stelle una minore, l'altra maggiore di essa, desumendo tale intervallo dall'*Harvard Photometry*. Ritenni poi come valor normale di una mia gradazione la media delle frazioni di grandezza da me così stimate, e di tale valore mi servii per calcolare le poche osservazioni basate sopra una sola stella di comparazione.

Delle stelle da me adoperate, due figurano nel Catalogo Fotometrico di Pickering (1), dove portano i numeri 1081 e 1090; di due altre fu determinato a Cambridge lo splendore, mediante misure identiche a quelle che hanno servito di base alla formazione del Catalogo, e quindi possono senz'altro esse pure considerarsi come determinate rigorosamente nella scala di *Harvard College* (2). Una quinta stella fu misurata a Potsdam dal signor Müller, con un fotometro di Zöllner (3); e poichè sopra una delle precedenti questo astronomo trovò risultati quasi coincidenti con quelli di Pickering, non ebbi ad applicare alla grandezza fornita da lui che la correzione minima $-0^m,03$, per ridurla alla scala di Harvard.

Le quattro stelle misurate a Cambridge ed una quinta (χ_1 Orionis) che si trova nella medesima regione del cielo e che figura nel Catalogo, mi hanno fornito cinque differenze *Harvard Photometry-Durchmusterung*, la media delle quali $-0^m,32$ applicai alle grandezze date a Bonn, per ridurre ad Harvard anche le stelle per le quali non si avevano a disposizione misure fotometriche recenti. Con siffatte correzioni empiriche, io credo aver formato la scala di grandezze meno eterogenea che mi fosse possibile, riferendola al sistema più attendibile e più vasto di misure assolute del quale si possa oggi disporre.

Ecco ora le stelle di comparazione, colle lettere mediante cui le ho designate, il loro numero in *D M*, e la grandezza nella scala di *HP*. Giova notare, a chiarir meglio la nomenclatura, che alcuni autori chiamano χ_2 Orionis la stella *c* (57 Flamsteed), seguendo i cataloghi di Greenwich: invece Auwers-Bradley, Pickering, Pritchard (4) e parecchi altri chiamano χ_2 la 62 Flamsteed, che i primi designano con χ_4, indicando con χ_3 la 64, che precede quest' ultima di circa mezzo secondo. In Piazzi, primo catalogo (l'Osservatorio di Torino non possiede copia del secondo), i nomi χ_3 e χ_4 sono attribuiti rispettivamente alla 62 ed alla 64.

---

(1) *Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College*. Vol. XIV Part I.

(2) *Astronomische Nachrichten*, n. 2728.

(3) *Astronomische Nachrichten* n. 2734.

(4) *Uranometria Oxoniensis.*

*	Durchmusterung	Grandezza DM	Grandezza HP	α 1855,0	δ 1855,0
a	+ 20° 1168	8,6	8,28	5^h 46^m 37^s	+ 20° 26′
b	+ 20 1171	8,2	7,88	5 47 0	+ 20 26
c	+ 19 1126	6,3	5,85	5 46 22	+ 19 44
d	+ 19 1110	6,0	6,08	5 43 49	+ 19 49
e	+ 20 1156	7,2	6,57	5 44 42	+ 20 16
f	+ 20 1172	9,2	8,89	5 47 15	+ 20 5
g	+ 20 1150	9,1	8,78	5 44 23	+ 20 23
h	+ 19 1113	7,5	7,67	5 43 56	+ 19 23

In questo quadro salta subito all'occhio una notevole differenza fra i risultati di Bonn e quelli di Cambridge relativi alle due stelle *c* e *d*, collocate così opportunamente da prestarsi con tutta facilità a confronti fra le grandezze rispettive. Mi è sembrato conveniente eseguire tali confronti ogni volta che io osservassi U Orionis, ed il risultato che ne ottenni mi dà fondata ragione di sospettare che una di queste stelle (probabilmente la seconda) sia variabile entro ristretti limiti, certo non superiori a mezza grandezza. Ebbi *c* notevolmente superiore a *d* nelle sere del 21 Dicembre 1889, 13 e 21 Gennaio, 24 Febbraio, 26 e 27 Marzo 1890; *c* alquanto superiore a *d* il 20 Dicembre, 14 e 20 Gennaio, 9 Febbraio; *c* uguale a *d* il 10 Marzo ed il 28 Aprile; *d* poco maggiore di *c* il 23 Dicembre, l'8 Gennaio, il 22 Febbraio, il 28 e 29 Marzo, il 21 Aprile; *d* notevolmente superiore a *c* il 24 Gennaio, il primo Marzo, il 20 ed il 24 Aprile. Da questi dati poco o punto si può ricavare circa l'ampiezza ed il periodo della variazione di una di queste stelle, mentre par dimostrata almeno l'esistenza di tale variazione, risultante anche da più antiche osservazioni, che tenderebbero a mostrare variabile eziandio la *h*. A proposito di questa noto che il signor von Rebeur Paschwitz la trova alquanto più brillante di *d* (1),

(1) *Astronomische Nachrichten*, n. 2704.

ed il signor Millosevich (1) la stima di grandezza 6, 8, mentre 7, 5 è la grandezza assegnata nella *Durchmusterung*, 7,70 e 7,85 quelle determinate fotometricamente dal signor Müller (2). Per queste ragioni reputo importante che la regione circostante alla variabile di Gore sia esaminata attentamente ed a lungo, specialmente per accertare se e come varii lo splendore delle stelle $+19^\circ$ 1110, 1113 e 1126.

Nel quadro che segue sono esposte le grandezze di U Orionis, coi nomi delle stelle cui la variabile fu riferita nei singoli confronti. La curva che rappresenta questi risultati mostra che il massimo di splendore della variabile ebbe luogo il 29 Gennaio 1890, mentre le Effemeridi di Schönfeld (3), calcolate col periodo di Dunèr (4):

$$\text{Massimo} = 1885 \text{ Dicembre } 15 + 359^g,5 \text{ Ep.},$$

lo fissavano al 22 Novembre 1889. Le mie osservazioni confermano piuttosto il periodo di Schwab (5), che supera di una a due settimane la durata dell'anno, e danno per valore del massimo: 5,77

Cogli elementi di recente pubblicati da Chandler nel supplemento alla prima edizione dell'ottimo suo catalogo di stelle variabili (6):

$$\text{Massimo} = 1885 \text{ Dicembre } 7 + 371^g\, E,$$

si avrebbe per epoca del massimo 1885 Dicembre 30, e quindi una differenza Osservazione-Calcolo = 30 Giorni. Pare dunque che il periodo più probabile, dedotto dal confronto delle osservazioni del 1885 con quelle del 1889-90 sia dato dalla formula seguente:

$$\text{Massimo} = 1885 \text{ Dicembre } 7 + 378^g,5\, E.$$

---

(1) *Astronomische Nachrichten*, n. 2801.
(2) *Astronomische Nachrichten*, n. 2734 e 2768.
(3) *Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft*, 1888.
(4) *Astronomische Nachrichten*, n. 2755.
(5) *Astronomische Nachrichten*, n. 2756.
(6) *Astronomical Journal*, n. 216.

Grandezze osservate di U Orionis:

Data			Stelle di confronto	Grandezza	Data			Stelle di confronto	Grandezza
1889	Novembre	21	*g, f*	8, 81	1890	Febbraio	9	*c, e*	6. 35
»	»	30	*b, a*	8, 15	»	»	22	*e, h*	7, 20
»	Dicembre	1	*b, a*	8, 08	»	»	24	*e, b*	7, 39
»	»	3	*b, a*	8, 00	»	Marzo	1	*e, h*	7, 23
»	»	18	*c, b*	6, 40	»	»	10	*b*	7, 66
»	»	20	*c, d*	6, 30	»	»	26	*b, a*	8, 13
»	»	21	*c, e, d*	6, 33	»	»	27	*b, a*	8, 11
»	»	23	*d, c*	6, 30	»	»	28	*b, a*	8, 18
1890	Gennaio	8	*d, c*	6, 20	»	»	29	*b, a*	8, 18
»	»	13	*c, d*	6, 01	»	Aprile	13	*a, f*	8, 40
»	»	14	*c, d*	6, 20	»	»	20	*a, f*	8, 69
»	»	20	*c, d*	6, 09	»	»	21	*a, f*	8, 69
»	»	21	*c, d*	5, 80	»	»	24	*a, f*	8, 67
»	»	24	*d, c*	5, 90	»	»	28	*a, f*	8, 80

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Maggio 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FLECHIA, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, B. PEYRON, CLARETTA, ROSSI, BOLLATI di SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, COGNETTI DE MARTIIS.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio Prof. COGNETTI presenta alla Classe, da parte dell'autore Dott. EMILIO COSTA di Parma, un volume intitolato « *Il Diritto romano privato nelle Commedie di Plauto* », e fa una breve illustrazione dei molti pregi di quell'opera.

Il Socio Prof. ROSSI presenta la trascrizione con traduzione italiana di un testo copto del Museo egizio di Torino. Contiene questo testo un lungo sermone sulla necessità della morte e sul giudizio finale. Egli non dubita di attribuirlo ad uno di quei padri della Chiesa orientale che vissero tra il quarto ed il quinto secolo dopo Cristo.

Il lavoro del Socio ROSSI, messo ai voti per la stampa nel prossimo volume delle *Memorie* accademiche, è approvato.

LETTURE

Il Socio Francesco Rossi presenta la trascrizione con traduzione italiana di un testo copto del Museo Egizio di Torino. Questo testo, mancante ora della prima e dell'ultima parte, tratta della necessità (ἀνάγκη) della morte, e del Giudizio finale, ove ognuno, dice il testo, secondo le sue opere, riceverà od il premio nei gaudii del cielo, o la punizione nelle torture della Geenna. Ma il vero titolo col nome dell'autore è andato perduto nella rovina delle prime pagine. Tuttavia le numerose parole greche, sparse per tutto il testo, dimostrano come esso non possa essere altro che la traduzione di un sermone pronunziato da qualche Padre della Chiesa orientale. Se poi aggiungi, che i nostri papiri costituivano, come ha ben notato il sig. Eugenio Revillont nel suo libro col titolo: *Le Concile de Nicée d'après les textes coptes* (Paris, 1873) tutta una biblioteca, una nella sua origine, ed una nella data de' suoi documenti, non vi ha alcun dubbio, che lo si abbia da attribuire ad uno di quei santi Padri che vissero tra il quarto ed il quinto secolo dopo Cristo, o per meglio dire, fra i pontificati di quei due grandi arcivescovi di Alessandria, che furono sant'Atanasio e san Cirillo.

Questo scritto fu approvato per la stampa nelle *Memorie* dell'Accademia.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dal 27 Aprile all'11 Maggio 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft zu Berlin im Jahre 1889, etc. Berlin, 1890; 115 pag. in-8°.	Berlino. * *
Geologische Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten im Maafsstabe von 1: 25000, etc ; XXXIII Lieferung: Section Schillingen, Grad-Abtheilung 80, n. 21 ; Losheim, n. 27; Wahlen, n. 33; Section Hermeskeil, Grad-Abth. 80, n 22; Vadern, n. 28, Lebach, n. 34. Berlin, 1889; in-fol.° gr.	Berlino. * *
— Erläuterungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten; XXX Lieferung, etc., n. 21, 27, 33; 22, 28, 34. Berlin, 1889; in-8° gr.	Id.
* Anales del Museo nacional de Buenos Aires, etc.; entrega 16, 4 del tomo III. Buenos Aires, 1890, in-4°.	Museo nazionale di Buenos Aires
* Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. LVIII, part II, n. 3, 4. Supplement n. 1, 2. Calcutta, 1889-90; in-8°.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
— Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc.; n. 7-10, Juli-December 1889. Calcutta, 1889; in-8°.	Id.

Museo di Zool. compar. (Cambridge). * Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. XVI, n. 7. — The topography of Florida, by N. S. SHALER, with a Note by Alexander AGASSIZ: vol. XIX, n. 1. — Studies on Lepidosteus, part. I, by E. L. MARK. Cambridge, U. S. A., 1890; in-8°.

Accad. Gioenia delle Sc. naturali di Catania. * Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, etc. nuova serie, fasc. 3. Catania, 1890; in-8°.

Soc. di Studi delle Alte Alpi (Gap). * Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes; IX[e] année, n. 2, Avril-Juin 1890. Gap, 1890; in-8°.

J. V. CARUS (Lipsia). * Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XIII Jahrg., n. 333 334. Leipzig, 1890; in-8°.

Società Reale di Londra. * Proceedings of the R. Society of London; vol. XLVII, n. 228. London, 1890; in-8°.

Soc. Microscopica di Londra. * Journal of the R. Microscopical Society of London, etc.; 1890, part 2. London; in-8°.

R. Istituto Lomb. (Milano). * Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, volume XXIII, fasc. 7, 8. Milano, 1890; in-8°.

Società Italiana di Scienze nat. (Milano). * Atti della Società italiana di scienze naturali; vol. XXXII, fasc. 4, fogli 19-25. Milano, 1890; in-8°.

La Direzione (N. Orléans). Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 4[e] série, t. 1, livrais . 2. Nouvelle-Orléans, 1890; in-8°.

Società Veneto-Trentina di Scienze nat. (Padova). * Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali residente in Padova; vol. XI, fasc. 2. Padova, 1889; in-8°.

Società geologica di Francia (Parigi). * Bulletin de la Société géologique de France; 3[e] série, t. XVII, n. 4-8. Paris, 1889; in-8°.

Soc. Zoologica di Francia (Parigi). * Mémoires de la Société Zoologique de France pour l'année 1889; t. II, 1[e] partie; t. III, 1[e] partie. Paris, 1889; in-8°.

Id. —— Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1889; t. XIV, n. 6-10; t. XV, n. 1. Paris, 1889-90; in-8°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa). * Atti della Società toscana di Scienze naturali; Processi verbali, vol. VII; pag. 20-47; in-8°.

Osservatorio di Rio Janeiro. * Revista do Observatorio. — Publicação mensal do Observatorio do Rio de Janeiro, anno V, n. 3. Rio de Janeiro, 1890; in-8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 8. Roma, 1890; in-8° gr. — Società dei Viticolt. ital. (Roma).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. VI, fasc. 7°, 1° sem. 1890, Roma, in-8 gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. II, aprile 1889. Roma; in-8°. — La Direzione (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura di P. Tacchini: vol. XIX, disp. 4. Roma, 1889; in-4°. — Soc. generale degli Spettr. ital. (Roma).

* Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei, ecc.; e sessione I del 16 dicembre 1888 e II del 20 gennaio 1889. — Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

* Notarisia — Commentarium phycologicum; — Rivista trimestrale consacrata allo studio delle alghe, ecc.; anno V, n. 18. Venezia, 1890; in-8°. — La Direzione (Venezia).

United States Coast and geodetic Survey, etc.; Bulletin n. 14, 15, 16, 17. Washington, 1889; in-4°. — Governo degli Stati Uniti d'Am. (Washington)

Sopra una modificazione al metodo di Talcot per determinare la latitudine geografica: Nota del Dott. F. Angelitti (Estr. dal *Rendiconto della Regia Accad. delle Scienze fis. e matematiche* di Napoli, marzo 1890); 1 fasc. in-4°. — L'Autore

Sul numero dei punti di diramazione di una singolarità qualunque di una curva piana algebrica; Nota del Prof. E. Bertini (Estr. dai *Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, serie 2ª, vol. XXIII, fasc. 7); 1 fasc. in-8°. — L'A.

—— Sopra un teorema del sig. Netto, di E. Bertini in Pavia (Estratto di lettera al sig. Noether in Erlangen); una facc. in-8°. — Id.

Corals and Coral Islands, by James D. Dana; 3 edition. New-York, 1890. 1 vol. in-8°. — L'A.

Ueber die chemischen Beziehungen der Eruptivgesteine; von H. Rosenbusch (Separat-abdruck aus den mineralogischen und petrographischen Mittheilungen früher herausgegeben von G. Tschermak, jetz von F. Becke); 1 fasc. in-8°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 4 al 18 Maggio 1890

Donatori	
Università J. Hopkins (Baltimora).	* Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. IX, n. 78, 79, 80. Baltimore, 1890; in-4°.
Società Asiatica del Bengala (Calcutta).	* Journal of the asiatic Society of Bengal; vol. LVIII, part I, n. 2. Calcutta, 1889; in-8°.
Società Sav. di St. e d'Arch. (Chambéry).	* Mémoires et documents publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie; t. XXVIII, 2ª serie, t. III. Chambéry, 1889; in-8°.
Acc di Sc., Arti di Digione.	* Mémoires de l'Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon; 4ᵉ serie, t. I, années 1888-1889. Dijon, 1889; in-8°.
Bibl. nazionale di Firenze.	Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 104. Firenze, 1890; in-8° gr.
Soc. di Letture e Conv. scient. di Genova.	* Ateneo Ligure. — Rassegna mensile della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova; anno XIII, gennaio-marzo 1890. Genova, 1890; in-8°.
Accad. di Scienze, Lettere ed Arti di Lione.	* Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres ed Arts de Lion. — Classe des Lettres; vol. XXIV, XXV, XXVI. Lyon, 1887-1889; in-8° gr.
Accademia di Sc. Lett. ed Arti di Mompellieri.	* Mémoires de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier (Section des Lettres); t. VIII, 3 fasc. Montpelier, 1889; in-4°.
Accademia di Stanislas (Nancy).	* Mémoires de l'Académie de Stanislas, 1888; 5ᵉ série, t. VI. Nancy, 1889; in-8°.
Società Reale di Napoli.	* Atti della R. Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti; vol. XIII, 1887-88-88; vol. XIV, 1889-90. Napoli, 1889-90; in-4°.
Id.	Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti; nuova serie, anno III, gennaio e dicembre 1889. Napoli, 1890; 1 fasc. in-8°.

Annuario della Società R. di Napoli con le Notizie istoriche delle Accademie delle quali è stata preceduta. Napoli, 1890; 1 vol. in-8°. — Società Reale di Napoli.

Inventaires-sommaires des Archives Communales antérieures à 1790, etc. — Ville de Grenoble, première partie, series AA et BB. Grenoble, 1886; in-4°. — Governo francese (Parigi).

—— des Archives Communales de Civray et du greffe de la sénéchaussée de cette ville, etc. Poitiers, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

—— Commune d'Ollières. Draguignan, 1889; 1 fasc. in-4°. — Id.

—— Haute-Vienne - série E. — Supplément (Archives Comunales), t. I, villes de St.-Junien, Rochechouart, Limoges (complément), Eymoutiers, Le Dorat et Bellac. Limoges, 1889; in-4°. — Id.

—— Tarn. — t. III, 1e partie, serie E, Supplément, art. 688-2782. - Communes. Albi, 1884; in-4°. — Id.

—— Tarn — t. III, Archives civiles, Supplément à la série E, Communes. Albi, 1889; in-4°. — Id.

Inventaire-sommaires des Archives départementales antérieures à 1790, etc. Corrèze - Archives civiles - série B. C. D. E. (Supplément), t. III. Tulle, 1889; in-4°. — Id.

Inventaire-sommaire des Archives hospitalières de Soissons, antérieures à 1790, etc, Laon, 1874; 1 vol. in-4°. — Id.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission archéologique française au Caire, etc.; t. III, fasc. 1-3; t. V, 1 fasc. Paris, 1889; in-4°. — Ministero dell'Istruz. Pubb. di Francia (Parigi).

Revue de l'Histoire des Réligions publiée sous la direction de M Jean Réville, etc.; t. XIX, n. 1-3, Janvier-Juin. Paris, 1889; in-8°. — Museo Geymet (Parigi).

* Compte rendu des Séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1890, n. 7 et 8, pag. 189-224; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

* Mémoires de la Société académique Indo-chinoise de France, etc; t. I, années 1877-78. Paris, 1879; in-4°. — Soc. accademica Indo-chinese di Francia (Parigi).

Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VIII, n. 3. — Appendice al n. 2 (Regi Decreti di istituzioni, atti costitutivi e Statuti delle Casse di risparmio). Roma, 1890; in-8° gr. — Ministero di Agr., Ind. e Comm. (Roma).

Studi e documenti di Storia del diritto — Pubblicazione periodica dell'Accademia di conferenze storico-giuridiche; anno XI, fasc. 1. Roma, 1890; in-4°. — Accad. di Conf. storico-giuridiche (Roma).

Soc. di St. eccles. e d'Arch. relig. (Romans).

* Bulletin d'Histoire ecclésiastiques et d'Archéologie religieuse des diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers; IX[e] année, 55 et 56 livraisons (sept.-décembre 1888); 57-59 livraisons (janvier-août 1889): livrais. 60 (supplémentaire); livrais. 61 (sept.-déc. 1889). Valence, 1888-89; in-8°.

R. Deputazione di Storia patria (Torino).

* Miscellanea di storia italiana edita per cura della R. Deputazione di Storia patria, t. XXVIII (XIII della 2ª serie).

Id.

—— Indices chronologici ad Antiquit. ital. M. Ae. et ad opera minora Lud. A. Muratorii: Scripserunt Joannes Michael Battaglino et Joseph Calligaris; operis moderamen sibi susceperunt Carolus Cipolla et Antonius Manno, Curatores Taurinenses studiis historiae patriae promovendis; fasc. II, (pag. 61-120). Augustae Taurinorum, M.D.CCC.C.; in-fol°.

G. Cora (Torino).

* Cosmos. — Comunicazione sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini, del Prof. G. Cora; vol. X, n. 3. Torino, 1890; in-8°.

Venezia.

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVIII, fasc. 126. Venezia, 1890; in-4°.

G. Curti.

Cronaca della città di Vicenza dettata da *Bartolomio Baretaro* (ab anno 1444 usque ad annum 1532), pubblicata da Giovanni Curti nelle nozze Curti-Giaconi Bonaguro. Vicenza, 1890; 1 fasc. in-4°.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

4485 (350) 11 VII-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'8 Giugno 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, Direttore della Classe, BRUNO, BERRUTI, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI, GIACOMINI, CAMERANO e BASSO Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Presidente porge al Socio COSSA, anche a nome della Classe, le sue felicitazioni per la ricuperata salute, e si congratula pure con lui per la sua recente nomina a membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione pubblica.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia sono segnalate le seguenti:

« *Le opere di* Galileo GALILEI; *edizione nazionale sotto gli auspizi di sua Maestà il Re d'Italia* »; vol. I, presentato dal Presidente come dono del Ministero della Istruzione Pubblica;

« Due opere del Socio Straniero Giacomo DANA di New-Haven, delle quali una ha per titolo « *Corals and Coral Islands* », e l'altra « *Characteristics of Volcanoes with contribution of facts and principles from the Hawaiian Jslands* », presentate dallo stesso Presidente;

Due grandi volumi intitolati: « *Œuvres de* FOURIER publiées, par les soins de M. Gaston DARBOUX, sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique », Paris, 1888-90; presentati ancora dal Presidente;

« *Sulla convezione elettrica* »; Nota del Socio Corrispondente Augusto RIGHI, presentata dal Socio BASSO;

Quattro volumi sulla « *Fauna dei vertebrati della Svizzera* », del Socio Corrispondente Dott Victor FATIO, presentati dal Socio CAMERANO.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Il Socio Prof. Luigi Bellardi* »; Commemorazione letta dal Socio SPEZIA;

« *Sulle superficie algebriche le cui sezioni sono curve di genere* 3 »: Nota del Dottore Guido CASTELNUOVO, Assistente alla Cattedra di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, presentata dal Presidente a nome del Socio D'OVIDIO.

« *Il permo-carbonifero di Valle Stretta* (*Alta Valle della Dora Riparia*); » Nota geologica del Dottore Francesco VIRGILIO, Assistente al Museo di Geologia della R. Università di Torino, presentata dal Socio SPEZIA;

« *Studi sulla formazione dell'acido urico nell'organismo* », del Dottore Piero GIACOSA, Prof. di materia medica nella R. Università di Torino, presentati dal Socio BIZZOZERO;

« *Sulla origine della forza elettromotrice nelle coppie idroelettriche* »; Nota del Dott. S. PAGLIANI, Prof. di Fisica nel R. Istituto tecnico di Torino, presentata dal Socio NACCARI;

« *Sulle modificazioni degli epitelii ghiandolari durante le secrezioni* »; Osservazioni del Dottore V. GRANDIS, presentate dal Socio MOSSO.

Inoltre il Socio NACCARI presenta per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie* la parte seconda di un lavoro del Prof. Angelo BATTELLI, dell'Università di Cagliari, « *Sulle proprietà termiche de' vapori* (*Temperatura*, *pressione e volume critico del solfuro di carbonio e dell'acqua*). Vien nominata dal presidente una Commissione incaricata di esaminare questo lavoro, e riferirne poscia alla Classe.

Il Socio FERRARIS presenta pure per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie* un lavoro « *Sui getti ascendenti* », dell'Ing. Scipione CAPPA, Prof. nella R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino. Il Presidente incarica pure una Commissione di esaminare questo lavoro per riferirne in seguito alla Classe.

Infine il Socio GIBELLI presenta e legge una sua Memoria, fatta in collaborazione col Dottore Saverio BELLI, col titolo

« *Rivista critica delle specie di* Trifolium *italiane, comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni circummediterranee, delle sezioni* Galearia PRESL, Paramesus PRESL. *e* Micranthemum PRESL. ».

La Classe approva unanime la pubblicazione di questo lavoro nei volumi delle *Memorie*.

LETTURE

Commemorazione del Socio Prof. LUIGI BELLARDI

letta dal Socio Prof. GIORGIO SPEZIA

Luigi Bellardi nacque in Genova il 18 maggio dell'anno 1818; fra gli studi fatti in gioventù egli trovò di avere una inclinazione verso quelli riflettenti le scienze naturali con una speciale propensione per lo studio della malacologia fossile; e la facilità di percorrere i ricchi terreni fossiliferi del Piemonte e della Liguria, sviluppò in lui quel desiderio, di raccogliere materiale d'osservazione, proprio di chi simpatizza per le scienze naturali e che sovente stimola a divenire collo studio un vero cultore di esse.

E tale fu il Bellardi nella sua giovanile tendenza; le sue raccolte fatte scopo di esame scientifico dimostrarono presto in lui una vera attitudine per gli studi prescelti.

Infatti egli appena ventenne, pubblicava alcune osservazioni sui molluschi terziarii del Piemonte, le quali già attestavano come nell'Autore vi fossero necessarie cognizioni, pazienza ed esattezza nell'esaminare; le quali doti riunite, costituiscono nella scienza il valore delle osservazioni.

L'affetto che egli nutriva per gli studi paleontologici fu sempre in lui costante anche se occupato da lavori di natura affatto diversa. E nei quattro anni, dal 1840 al 1843 che egli passò quale impiegato presso il Ministero della Guerra, non trascurò mai, nel limite di tempo permesso dall'ufficio, di continuare le sue ricerche. Amico del Michelotti, al quale la paleontologia è grata per numerosi ed importantissimi scritti, pubblicava con

esso il *Saggio crittografico sulla classe dei Gasteropodi fossili del Piemonte*, lavoro che iniziò la serie delle sue Memorie presentate a questa Accademia.

Ma l'epoca nella quale il Bellardi dovette certamente provare una grandissima soddisfazione fu nel 1844, quando egli nominato assistente presso il Museo mineralogico e geologico dell'Università, si trovò nella circostanza di avere tutto il necessario scientifico e il tempo per proseguire in quegli studi, pei quali egli sentiva di essere attratto a consacrarvi la vita.

D'allora in poi la sua attività crebbe e si mostrò con molte pubblicazioni non solamente di malacologia, ma anche di ditterologia nel qual ramo non fu meno valente.

La maggior opera del Bellardi, la quale è tuttora considerata classica dai paleontologi è quella che ha per titolo: *I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria*, che egli cominciò a pubblicare nel 1872 e che gli valse di essere considerato fra i primi malacologi e di essere onorato da parecchie Accademie fra le quali la nostra che lo elesse socio nel 1877.

Ma egli non potè ultimare l'esteso lavoro perchè morte lo incolse il 17 settembre 1889, quando assai malfermo in salute procurava di occuparsi per completare l'opera, al quale scopo solamente egli auguravasi un prolungo di vita.

Il Bellardi fu di carattere modesto, affabile e forte nel soffrire. Benchè da molti anni malaticcio e convinto che le continue escursioni paleontologiche fossero di aggravio ai dolori fisici che lo molestavano, tuttavia non si arrestava dal lavoro; l'amore a' suoi prediletti studi pareva gli recasse sollievo.

La sua attività e diligenza non si estrinsecò solamente nei lavori scientifici, ma anche nell'insegnamento secondario dove seppe di continuo acquistarsi l'affetto e la gratitudine de' suoi allievi.

E non ultima sua dote fu la liberalità per scopo scientifico. Il Museo dove rimase per molti anni quale Assistente prima e Conservatore poi, è grato al Bellardi di varie raccolte mineralogiche e geologiche che egli portò dai suoi viaggi nell'Algeria, a Suez e nell'isola di Cipro; e più di tutto per la numerosissima collezione dei fossili terziarii del Piemonte e della Liguria che egli raccolse e ordinò, la quale costituirà un perenne ricordo della sua generosa attività ed un prezioso materiale per lo studio della malacologia.

Il Bellardi si limitò a lavorare in un ristrettissimo campo

della geologia, ma vi lavorò profondamente fornendo risultati i quali rimarranno sempre di grande valore per quei geologi che tengono in alta stima i prodotti di un'attenta osservazione, e negli annali delle scienze geologiche il ricordo del suo nome seguirà il costante interesse scientifico che avranno i suoi scritti.

SCRITTI DI L. BELLARDI.

Sur le genre Borsonia. — Bull. Soc. géol. de France, 1er S., Vol. X, 1838.

Saggio crittografico sulla classe dei Gasteropodi fossili dei terreni terziarii del Piemonte. — Mem. R. Acc. Torino, Serie II, T. III, 1840.

Description des Cancellaires fossiles des terrains tertiaires du Piémont. — Mem. R. Acc. Sc. Torino, Serie II, T. III, 1841.

Monografia delle Pleurotome fossili del Piemonte. — Mem. R. Acc. Sc. Torino. Serie II, Tomo IX. 1847.

Monografia delle Columbelle fossili del Piemonte. — Mem. R. Acc. Sc. Torino. Serie II. Tomo XI, 1848.

Monografia delle Mitre fossili del Piemonte. — Mem. R. Acc. Sc. Torino. Serie II, Tomo XI, 1850.

Catalogue raisonné des fossiles nummulitiques de Nice, avec la collaboration de M. E. Sismonda *(Echinodermes)*, de M. D'Archiar *(Foraminifères)*, et de M. Haime *(Polypiers)*. — Mém. Soc. Géol. Franc., 1852.

Catalogo ragionato dei fossili nummulitici di Egitto delle raccolte del R. Museo Mineralogico di Torino. — R. Acc. Sc. Torino. Serie II, Vol. XII, 1855.

Saggio di Ditterologia messicana. — Mem. R. Acc. Sc. Torino. Serie II, Vol. XIX, 1859.

Saggio di Ditterologia messicana. — Mem. R. Acc. Sc. Torino. Serie II, Vol. XXI, 1861.

Rapporto intorno alla Philloxera vastatrix, con Arcozzi Masino. — Soc. R. Agr., 1870.

Monografia delle Nuculidi trovate finora nei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria. — Annuario del R. Liceo Gioberti, Torino 1874.

Novae Pleurotomidarum Pedemontii et Liguriae fossilium dispositionis prodromus. — Boll. Soc. mal. Italiana Pisa, 1875.

Descrizione di un nuovo genere della famiglia delle Bullidi fossili del terreno pliocenico inferiore del Piemonte e della Liguria. — Boll. Soc. mal. Pisa, 1876.

Descrizione di una nuova specie di Zeidora trovata nelle marne del pliocene inferiore della Liguria. — Atti R. Acc. Sc. Torino. 1878.

I molluschi terziarii del Piemonte e della Liguria. — Mem. R. Acc. Sc. Torino.

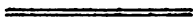
Parte I. — *Cephalopoda*, *Heteropoda*, *Iteropoda*, *Gasteropoda (Muricidae tritonidae)*, 1872.

» II. — *Pleurotomidae*, 1877.

» III. — *Buccinidae, Cyclopridae, Purpuridae, Coralliophillidae, Olividae*, 1882.

» IV. — *Faniolaridae, Turbinellidae*, 1884.

» V. — *Mitridae*, 1887-88.

» VI. — *Volutidae, Marginellidae, Columbellidae*, 1889.

Sulle superficie algebriche le cui sezioni sono curve di genere 3;

Nota di Guido Castelnuovo

Se per *famiglia* di superficie a sezioni (*) di dato genere π si intende l'insieme di tutte le superficie che si possono ottenere da una stessa, avente per sezioni curve di quel genere π, mediante proiezione da punti (sia esterni, sia sulla superficie), lo scopo a cui mirano queste ricerche è di: *Assegnare tutte le famiglie di superficie le cui sezioni sono curve di un dato genere* π, *e studiarle dal punto di vista della loro rappresentabilità sopra enti noti o più semplici.*

Però le difficoltà inerenti al problema mi costringono a limitarmi per ora a *quelle superficie che, avendo per sezioni curve di dato genere* π, *contengono un sistema* (γ) *almeno* $\infty^{\pi-1}$ *di curve d'ordine* $2\pi-2$, *le quali determinano la serie speciale* $g_{2\pi-2}^{(\pi-1)}$ *sulla curva sezione generica;* ho potuto assegnare *tutte* (cioè senza alcuna restrizione) le superficie di questo tipo in due casi: quando la curva sezione è iperellittica di genere $\pi \geqq 2$, in un lavoro recentemente pubblicato (**), quando la curva sezione è di genere 3, nella presente Memoria. Mi propongo però in una Nota che seguirà questa, di occuparmi anche delle superficie a sezioni del genere 3, che non appartengono alla categoria ora nominata, delle quali possiedo già qualche esempio.

(*) Qui e nel seguito per *sezione* di una superficie si deve intendere la curva intersezione della superficie con uno spazio S_{r-1}, se S_r è lo spazio a cui la superficie appartiene.

(**) *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve iperellittiche* (Rendic. Circolo Matem., t. IV). Quantunque la questione non sia enunciata così esplicitamente nel lavoro qui citato, si vedrà facilmente come tutte le considerazioni in esso contenute dal n° 5 in poi (relative al caso $\pi \geqq 2$) valgano per ogni superficie, la quale contenga un sistema di curve (γ).

Esposto così l'argomento di questa prima Nota, credo utile di esaminare un po' più addentro quale ne sia la portata, vale a dire di che natura siano i limiti imposti al campo di ricerca, quando dalla questione generale enunciata in principio, si passa alla questione particolare di cui qui veramente mi occupo.

Nella mia Nota sulle superficie a sezioni iperellittiche, al n° 1, ho fissato alcune restrizioni alle singolarità che potevano presentare le superficie colà studiate, restrizioni dipendenti (a quanto pare) non già dalla natura della questione, ma dalle imperfette cognizioni che finora si hanno sulle singolarità stesse. Come ho mostrato, quelle restrizioni, che ora non sto qui a ripetere, permettono di dedurre dalla nota formola di postulazione di NÖTHER (Annali di Matematica, serie II, t. 5°.) il teorema: *Le superficie d'ordine* $n-3$ *aggiunte ad una superficie d'ordine* n *di genere* p, *a sezioni del genere* π, *appartenente allo spazio ordinario, formano un sistema lineare di dimensione* $p+\pi-1$ *quando* $p \geqq 0$ (*). Queste superficie aggiunte, avendo comuni $2\pi-2$ punti (oltre ai punti multipli fissi) con ogni sezione della superficie, determinano sulla superficie un sistema lineare (**) (γ) $\infty^{p+\pi-1}$ di curve d'ordine $2\pi-2$, le quali segano sopra ogni sezione piana della superficie la serie speciale (*Specialschaar*) $g_{2\pi-2}^{(\pi-1)}$ d'ordine $2\pi-2$ e dimensione $\pi-1$. Dunque, riservando il caso delle superficie con singolarità straordinarie (o singolarità ordinarie con particolari legami), posso dire che tutte le superficie di genere

(*) In tutto questo lavoro il genere p di una superficie si intende determinato mediante la seconda definizione del sig. NÖTHER, cioè mediante quella che segue dalla formola di postulazione (Mem. citata, oppure *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens* ..., Math. Annalen, 8, pag. 526, nota). Il teorema sopra enunciato (il quale sembra verificarsi per qualunque valore di p) si trova anche dato in una nota a pag. 167 del lavoro di CAPORALI *Sopra i sistemi lineari triplamente infiniti*... (Collectanea Mathematica, Milano, 1881). Il C. lo dimostra soltanto per le superficie razionali approfittando della formola di postulazione, il che fa ritenere che la stessa formola lo abbia guidato al caso generale.

(**) Per sistema lineare ∞^k di curve sopra una superficie si intenderà un sistema di curve i cui elementi si possono riferire univocamente ai punti di uno spazio lineare S_k, in tal guisa che alle curve passanti per un punto della superficie corrispondano i punti di un S_{k-1}. Dalla definizione segue che per k punti arbitrari della superficie passa una sola curva del sistema.

$p \geqq 0$ sono comprese tra quelle che riesco a classificare (nel senso dichiarato in principio). Ma va notato che dall'esistenza di un sistema (γ), almeno $\infty^{\pi-1}$, di curve d'ordine $2\pi - 2$ secanti sopra ogni sezione della superficie la serie $g_{2\pi-2}^{(\pi-1)}$, non si può conchiudere l'esistenza di un sistema di superficie aggiunte d'ordine $n - 3$ avente la stessa dimensione. In altre parole: *esistono superficie d'ordine* n *del nostro spazio, a sezioni di genere* π, *le quali contengono un sistema* (γ) $\infty^{\pi-1}$ *di curve d'ordine* $2\pi - 2$, *mentre non ammettono* $\infty^{\pi-1}$ *superficie aggiunte d'ordine* n — 3 *(aggiunte* sia lungo le curve multiple, sia *nei punti multipli)*. Tutte queste superficie rientrano tra quelle che io posso studiare, quantunque il loro genere p sia (in generale) negativo (*). Così si vedrà trattata al numero 9 del presente lavoro una superficie di genere $p = -1$, a sezioni del genere $\pi = 3$, sulla quale esiste un sistema (γ) ∞^2 di quartiche. Un altro esempio è offerto dalle rigate d'ordine n a sezioni di genere π qualunque, le quali non ammettono superficie aggiunte d'ordine $n - 3$, ma contengono un sistema (γ) di curve (costituito da $\infty^{\pi-1}$ gruppi di $2\pi - 2$ generatrici) che segano la serie speciale sopra ogni sezione.

1. Da ora in poi, quando si parlerà di una superficie F^n (d'ordine n) sarà sottinteso che la sua sezione generica è una curva irriduttibile di *genere* 3. Sulle F^n che qui considero si fa questa *sola* ipotesi, che esse contengano un sistema lineare (γ) di curve γ del quarto ordine secanti sopra ogni sezione di F^n la *serie speciale* $g_4^{(2)}$. Il sistema (γ) ha la dimensione almeno uguale a 2. Se la dimensione supera 2, ogni sezione di F^n deve formar parte di qualche curva γ, e poichè non può esser $n < 4$, sarà $n = 4$, nel qual caso la F^n è una superficie del quarto ordine, senza curva doppia, dello spazio ordinario. E reciprocamente

(*) È utile notare che (anche indipendentemente dall'esistenza di $\infty^{\pi-1}$ superficie aggiunte d'ordine $n - 3$) si può provare facilmente la presenza di un sistema (γ) ∞_{π}^{-1} sopra una superficie razionale. Poichè se le sezioni della superficie hanno per imagini sopra un piano curve d'ordine ν, le $\infty^{\pi-1}$ curve d'ordine $\nu - 3$ aggiunte a queste sono imagini di curve della superficie che determinano la $g_{2\pi-2}^{(\pi-1)}$ sopra ogni sezione della superficie stessa.

per una tale F^4 le ∞^3 sezioni piane possono considerarsi come curve γ (*).

Le superficie F^n possono esser classificate secondo i caratteri del sistema (γ). E precisamente diremo che F^n è:

di prima specie, quando in (γ) è contenuto un sistema lineare ∞^2 (γ_0) di quartiche razionali;

di seconda specie, quando in (γ) è contenuto un sistema lineare ∞^2 (γ_1) di quartiche di genere 1 (ma non un sistema lineare ∞^2 di curve di genere inferiore);

di terza specie quando in (γ) è contenuto un sistema lineare ∞^2 (γ_2) di quartiche di genere 2 (ma non.....);

di quarta specie se in (γ) non è contenuto un sistema lineare ∞^2 di quartiche di genere inferiore a 3 (**).

Resta ancora l'ipotesi che la curva generica γ si scinda: come mostrerò, questo spezzamento può avvenire soltanto

Se γ si scinde in due coniche (caso delle superficie a sezioni iperellittiche),

Se γ si scinde in quattro rette (caso delle superficie rigate).

Esaminerò successivamente questi vari tipi di superficie (fermandomi specialmente su quelli che presentano maggiore interesse).

I.

Superficie di prima specie.

2. Su F^n esista un sistema lineare ∞^2 (γ_0) di quartiche razionali γ_0. Le ∞^1 curve γ_0 che passano per un punto scelto ad arbitrio su F^n costituiscono un sistema lineare di curve razionali giacenti su F^n; quindi per un teorema del sig. NÖTHER (***), la superficie è rappresentabile univocamente sul piano. Ad una

(*) Se si nota che la sola curva di genere 3 nella quale ogni gruppo di $g_4^{(2)}$ sta in una retta, è la quartica piana, si vede pure che quando la curva generica γ è piana, la F^n ha l'ordine 4 ed appartiene ad S_3.

(**) S'intende che per le F^n di specie i il sistema (γ_{i-1}) coincide con (γ), se (γ) è ∞^2.

(***) *Ueber Flächen, welche Schaaren rationaler Curven besitzen*, Mathem. Annalen, Bd. 3; qui alludo alla considerazione che si trova a pag. 175.

sezione generica c della superficie corrisponderà nel piano una curva c' di genere 3, la quale sarà segata nella serie speciale $g_4^{(2)}$ dalla rete delle curve γ_0' imagini delle ∞^2 curve γ_0 di F^n. Due qualunque delle curve γ_0' si segano in un solo punto variabile (fuori dei punti base del sistema): se infatti due γ_0' avessero più che un punto comune, per un noto teorema sui sistemi razionali, la rete delle γ_0' sarebbe contenuta in un sistema lineare almeno ∞^3 di curve razionali, ciascuna delle quali si comporterebbe nei punti base della rete, come una γ_0'; ogni curva di questo sistema ∞^3 segherebbe su c' un gruppo della serie speciale *due volte* infinita, ed in conseguenza c' dovrebbe formar parte di qualche curva del sistema ∞^3 e quindi dovrebbe esser razionale, contro l'ipotesi. Dunque: *Sopra una superficie di prima specie le* ∞^2 *curve* γ_0 *si segano a due a due in un solo punto variabile* (*).

Riferendo univocamente le ∞^2 curve γ_0 alle rette di un piano, ad ogni punto del piano corrisponde un punto della superficie F^n, e reciprocamente. Ad una sezione di F^n che è una curva di genere 3, segata da ogni γ_0 in quattro punti, corrisponde nel piano una curva di genere 3 e del quarto ordine. Abbiamo quindi il teorema:

Ogni superficie a sezioni del genere 3 *di prima specie è razionale, e può rappresentarsi sul piano mediante un sistema lineare di curve generali del quarto ordine.*

3. Il sistema lineare di quartiche nel quale la dimensione raggiunge il massimo valore 14, ed il numero delle intersezioni variabili di due curve ha il massimo valore 16, è costituito da tutte le quartiche piane. Esso ci rappresenta una superficie del *sedicesimo ordine* di S_{14}, la quale in seguito sarà indicata con $\mathbf{F}^{(1)}$.

Fra le superficie a sezioni di genere 3 *di prima specie ha il massimo ordine* 16 *ed appartiene allo spazio più alto la* $\mathbf{F}^{(1)}$ *di* S_{14}. *Ogni altra superficie di prima specie può ottenersi dalla* $\mathbf{F}^{(1)}$ *mediante proiezione.* Quest'ultima parte deriva dal fatto che ogni sistema lineare di quartiche generali è contenuto nel sistema di tutte le quartiche piane.

(*) È evidente la reciproca: Se sopra una F^n esiste un sistema lineare ∞^2 di curve γ secantisi a due a due in un solo punto variabile, la superficie è della prima specie.

Le curve di minimo ordine giacenti sulla $\mathbf{F}^{(1)}$ sono le ∞^2 quartiche razionali γ_0 appartenenti a spazi S_4. Dopo queste vengono ∞^5 curve razionali dell'ottavo ordine secantisi a due a due in quattro punti, ecc. In un punto di $\mathbf{F}^{(1)}$ si possono condurre il piano π_2 tangente, lo spazio π_5 osculatore, lo spazio π_9 bi-osculatore; ogni S_{13} passante per π_2 seca $\mathbf{F}^{(1)}$ in quattro quartiche.

4. Le superficie di prima specie *normali* (tali cioè che non si possano ottenere come proiezioni da superficie del loro ordine appartenenti a spazi superiori) si ritrovano tutte proiettando la $\mathbf{F}^{(1)}$ da suoi punti così scelti, che lo spazio generico S_{13} che passa per essi, seghi $\mathbf{F}^{(1)}$ in una curva irriduttibile C^{16} (*). Ora una C^{16} del genere 3 non iperellitica di S_{13} (e la sezione generica di $\mathbf{F}^{(1)}$ non è iperellittica perchè rappresentabile sulla quartica piana) è proiettata *sempre* da α suoi punti in una $C^{16-\alpha}$ di $S_{13-\alpha}$, quando $\alpha < 12$; ma per $\alpha = 12$ si possono scegliere su C^{16} 12 punti giacenti in un S_{10} (anzichè in un S_{11}) dai quali la C^{16} è proiettata in una C^4 di S_2 (**); quindi: *Le superficie normali di prima specie sono le superficie d'ordine* $16-\alpha$ *appartenenti ad* $S_{14-\alpha}$ (dove $\alpha < 12$), *ed inoltre la superficie del quarto ordine a punto triplo del nostro spazio.* Che la F^4 ottenuta proiettando la $\mathbf{F}^{(1)}$ da 12 punti scelti nel modo indicato, abbia un punto triplo, si vede subito badando alla rappresentazione piana. Infatti mentre il sistema lineare che rappresenta la $F^{16-\alpha}$ di $S_{14-\alpha}$ è costituito dalle quartiche che passano per α punti base indipendenti fra loro, per aver la rappresentazione della F^4 i 12 punti base devono esser tali che per essi passino ∞^3 quartiche, quindi devono costituire l'intersezione di una quartica con una cubica, la quale è imagine del punto triplo.

La geometria sulla F^4 a punto triplo si ottiene subito proiettando la superficie sopra un piano dal punto triplo (***). Per la $F^{16-\alpha}$ di $S_{14-\alpha}$, badando alla rappresentazione piana, si ha che la superficie contiene *in generale* α rette sghembe a due a

(*) Se i centri di proiezione non verificano questa condizione, la superficie proiezione ha per sezioni curve di genere inferiore a 3.

(**) V. SEGRE, *Recherches générales sur les courbes* .. § 14, Mathem. Annalen, Bd. 30.

(***) RHON, *Ueber die Flächen vierter Ordnung*... Math. Annalen, 24.

due, $\binom{\alpha}{2}$ coniche (ciascuna delle quali si appoggia a due rette), $\binom{\alpha}{9}$ cubiche piane, ecc.

Ogni superficie non normale di prima specie può ottenersi come proiezione di una superficie normale dello stesso ordine, da punti esterni (*).

II.

Superficie di seconda specie.

5. Questa volta sulla superficie F^n di S_r esista un sistema lineare ∞^2 (γ_1) di quartiche ellitiche γ_1. Se la curva generica γ_1 è piana, la F^n (per la nota al n° 1) è una superficie del quarto ordine F^4 senza curva doppia, dello spazio ordinario, alle cui sezioni piane appartengono le ∞^2 γ_1. I piani di queste γ_1 formano una stella il cui centro deve essere un punto multiplo O di F^4 (chè altrimenti le γ_1 avrebbero il genere 3); precisamente in O deve avere un tacnodo ogni sezione piana contenente O, sicchè O sarà un *tacnodo* (punto di contatto con se stessa) per F^4. Su questa F^4 ritornerò in seguito; per ora passo al caso più generale in cui la γ_1 è una curva sghemba; molte delle proprietà che dimostro nell'ultima ipotesi, valgono ed anzi divengono evidenti per la F^4.

Due delle quartiche sghembe γ_1 non possono segarsi in un solo punto variabile (per la seconda nota al n° 2); se a e a'

(*) Tra le superficie di prima specie dello spazio ordinario noto, oltre alla F^4, la F^5 a cubica doppia senza punto triplo (Clebsch, Math. Ann., 1; Sturm, Math. Ann., 4; Cremona, Math. Ann., 4), e la F^6 avente una curva doppia del 7° ordine di genere 3, che passa tre volte per l'unico punto triplo della superficie (Bordiga, Memorie dell'Accad. dei Lincei, 1887). In quest'ultimo lavoro il sig. Bordiga studia la superficie normale (di prima specie) F^6 di S_4, la cui generazione mediante quattro forme collineari di 2ª specie (o mediante tre forme collineari di 3ª specie) era già stata data dal sig. Veronese (Math. Ann., 19). Che ogni F^6 rappresentabile sul piano mediante le ∞^4 quartiche per 10 punti possa generarsi proiettivamente, non fu dimostrato dagli Autori nominati, ma può vedersi facilmente col metodo della numerazione delle costanti; poichè tanto partendo dalla rappresentazione piana, quanto dalla generazione proiettiva, si riconosce che ∞^{12} sono le F^6 di S_4 proiettivamente distinte.

sono due punti comuni a due γ_1, le ∞^1 γ_1 passanti per a passeranno anche per a'. Sopra una di queste γ_1 fisso un punto b ad arbitrio e per a, a', b conduco un piano, il quale giacendo nello spazio a tre dimensioni della γ_1, sega ancora questa in un quarto punto b'. Uno spazio S_{r-1} che passi per il piano senza contener la γ_1, taglia F^n lungo una curva C^n, sulla quale le ∞^1 γ_1 passanti per a, a' determinano una involuzione di coppie di punti $g_2^{(1)}$, un cui gruppo è costituito da b, b'. La C^n quindi è una curva iperellittica; e poichè il sistema (γ_1) sega su C^n la serie speciale $g_4^{(2)}$, ciascuna delle ∞^1 curve di (γ_1) passanti per un punto b di C^n, dovrà contenere anche il punto b' coniugato a b nell'involuzione $g_2^{(1)}$. In altre parole se per due a, a' delle quattro intersezioni di una γ_1 con un piano, passano ∞^1 γ_1, anche per le rimanenti due intersezioni b, b' passano ∞^1 γ_1. Da ciò segue subito che due γ_1 devono segarsi in *due soli* punti variabili (*) ; il sistema (γ_1) determina adunque una corrispondenza univoca involutoria tra i punti di F^n; due punti che si corrispondano si diranno *coniugati*. Segue pure che due qualunque coppie a, a' e b, b' di punti coniugati stanno in un piano. Le ∞^2 rette che congiungono i punti coniugati di F^n si segano quindi a due a due, e poichè non giacciono tutte in uno stesso piano, devono passar tutte per uno stesso punto O.

Sopra una superficie F^n *di seconda specie esiste una involuzione* I *di* ∞^2 *coppie di punti; le rette congiungenti i punti coniugati nell'involuzione passano tutte per uno stesso punto; ogni spazio* S_{r-1} *condotto per questo punto sega la* F^n *in una curva iperellittica la cui serie* $g_2^{(1)}$ *si compone di coppie della involuzione.*

Anche sopra una γ_1 si trovano ∞^1 coppie di punti coniugati, le quali costituiscono una serie $g_2^{(1)}$. *Ciascuna delle* ∞^2 γ_1

(*) Siano infatti, se è possibile, almeno tre a, a', a'' i punti comuni a due quartiche γ_1, γ_1'. Se b è un punto qualunquo di γ_1, e con b', b'', b''' indico le ulteriori intersezioni della γ_1 coi piani $aa'b$, $a'a''b'$, $a''a'''b''$, ogni curva di (γ_1) passante per b deve contenere anche i punti b', b'', b'''. Ora dalla costruzione fatta risulta (come si vede ad esempio ricorrendo alla rappresentazione parametrica) che il punto b''' sta nel piano che proietta da b la tangente a γ_1 in a. Mentre a si muove su γ_1 e b sta fisso, si ottengono in tal guisa infiniti punti b''' che tutti dovrebbero giacere sulle ∞^1 quartiche di (γ_1) passanti per b, il che è assurdo. La proposizione è addirittura evidente per la F^4 dotata di tacnodo.

è proiettata da O *mediante un cono quadrico;* (fatta eccezione, si intende, per la F^4 con tacnodo).

Su F^n esisteranno in generale ∞^1 coppie di I costituite da punti coincidenti; sopra ogni quartica γ_1 si trovano 4 punti coincidenti coi loro coniugati, i quali per una nota proprietà stanno in un piano Dunque: *I punti di* F^n *che coincidono coi loro coniugati formano una curva* K *la quale è segata in quattro punti di un piano da ogni* γ_1. La curva K si dirà *curva di coincidenza* di F^n.

Dalle proposizioni qui stabilite altre possono dedursi facilmente, ma per evitare la distinzione di casi particolari preferisco passar subito allo studio della superficie più generale di seconda specie. A questa si perviene ricorrendo alla rappresentazione di F^n sul piano doppio.

6. Le ∞^2 curve γ_1 di F^n si possono riferire univocamente alle rette di un piano Σ; ad un fascio di rette in Σ, e quindi al suo *centro*, corrisponde allora un fascio di γ_1 su F^n, e quindi la *coppia di punti* base del fascio; in tal guisa la F^n viene rappresentata sul piano doppio Σ. Ad ogni coppia di I su F^n corrisponde un punto di Σ, e alle ∞^1 coppie di I costituite da punti coincidenti corrispondono ∞^1 punti di Σ formanti una curva Ω, *curva limite* del piano doppio (*Uebergangscurve*), la quale è riferita univocamente alla curva di coincidenza K di F^n. Poichè la K ha comuni quattro punti con ogni γ_1, la Ω avrà quattro punti comuni con ogni retta di Σ, ossia sarà del *quarto ordine*.

Ora un piano doppio con curva limite del quarto ordine può *in generale* rappresentarsi sul piano semplice (*); quindi *in*

(*) Clebsch, *Ueber den Zusammenhang einer Klasse von Flächenabbildungen...* (Math. Annalen, 3); Nöther, *Ueber die ein-zweideutigen Ebenentransformationen* (Sitzungsber. d. physik. medicin. Soc. zu Erlangen, 1878); v. inoltre i lavori del sig. De Paolis (Mem. Acc. Lincei, 1877-78).

Alla rappresentazione di F^n sul piano doppio Σ analiticamente si giunge fissando nel sistema (γ_1) due sistemi lineari ∞^1 di quartiche, ed inoltre su F^n un sistema lineare ∞^1 di C^n ottenute con spazi S_{r-1} di un fascio. Se indichiamo rispettivamente con x, y, z i parametri dei tre sistemi ∞^1, vediamo che ad ogni punto di F^n corrispondono tre valori perfettamente determinati di x, y, z; agli ∞^2 punti di F^n corrispondono ∞^2 terne x, y, z che verificano una equazione algebrica

$$f(x, y, z) = 0,$$

generale una superficie di seconda specie potrà riferirsi univocamente al piano semplice. Ma sul caso generale e sulle eccezioni ritorneremo in seguito.

Una sezione C^n di F^n ottenuta con un S_{r-1} passante per O ha comune con ogni γ_1 due coppie della I; dunque l'imagine di C^n su Σ è una conica. Viceversa a ciascuna delle ∞^5 coniche di Σ corrisponde una curva di F^n, la quale contiene una serie $g_2^{(1)}$ formata da coppie di I; si hanno così ∞^5 curve iperellittiche di F^n formanti un sistema lineare: due curve del sistema si segano in quattro coppie della I, la curva generica del sistema incontra la curva di coincidenza K in otto punti, ed è quindi di genere 3 (perchè la sua serie $g_2^{(1)}$ contiene *otto* coincidenze).

Ad una sezione C^n di F^n ottenuta con un S_{r-1} arbitrario, corrisponde su Σ una curva che deve segare ogni retta in quattro punti (corrispondenti alle quattro intersezioni di una γ_1 con S_{r-1}), quindi una quartica C^4, la quale è riferita univocamente a C^n (ed anche alla curva di F^n luogo dei punti coniugati ai punti di C^n): per una nota proprietà della rappresentazione sopra un piano doppio, dovrà la C^4 toccare semplicemente la Ω in tutti i punti che con questa ha comuni; ossia in *otto* punti. Le ∞^r curve C^4 che corrispondono a tutte le sezioni C^n di F^n determinano su Ω una serie razionale g_8 di gruppi di otto punti; ma siccome ∞^{r-1} tra le curve C^n appartengono a spazi S_{r-1} passanti per O, ∞^{r-1} tra le curve C^4 si riducono a coniche doppie, ed ∞^{r-1} fra i gruppi di g_8 devono trovarsi su coniche; dal che segue subito per il *Restsatz* che ogni gruppo di g_8 si trova sopra una conica, ossia che ogni C^4 appartiene al fascio determinato da Ω con una conica doppia. La equazione di una C^4 può adunque porsi sotto la forma

$$(1) \quad \ldots\ldots \qquad \psi^2 - \lambda\Omega = 0 \ ,$$

Questa è di secondo grado in z, perchè due sono le intersezioni delle quartiche x, y; risolta rispetto a z ci dà

$$z = \chi_1(x, y) \pm \sqrt{\chi_2(x, y)}$$

essendo χ_1 e χ_2 funzioni razionali. Se x e y si considerano come coordinate dei punti di un piano Σ, l'ultima relazione ci stabilisce la corrispondenza tra F^n e il piano doppio Σ; e $\chi_2(x, y) = 0$ è in Σ l'equazione della curva limite Ω.

essendo $\Omega(y_1, y_2, y_3) = 0$ l'equazione della curva limite, e $\psi(y_1, y_2, y_3) = 0$ l'equazione di una conica di Σ.

Reciprocamente consideriamo in Σ una delle ∞^6 quartiche che ha una equazione della forma (1). Poichè fra le coordinate $x_1, x_2, \ldots x_{r+1}$ di un punto di F^n e le coordinate y_1, y_2, y_3 del punto corrispondente di Σ passano relazioni del tipo (*)

$$x_i = f_i(y_1, y_2, y_3) + \varphi_i(y_1, y_2, y_3)\sqrt{\Omega} \qquad (i = 1, 2 \ldots r+1)$$

(dove f e φ sono funzioni intere, di cui la seconda ha il grado di due unità inferiore al grado della prima), ai punti di Σ giacenti sulla (1) corrispondono su F^n punti delle due curve staccate dalle equazioni

$$\rho x_i = \pm\sqrt{\lambda} f_i(y_1, y_2, y_3) + \varphi_i(y_1, y_2, y_3)\psi(y_1, y_2, y_3).$$

Le ∞^6 curve che così si ottengono su F^n corrispondono univocamente ai gruppi dei valori di sei parametri ($\sqrt{\lambda}$ e i cinque della $\psi = 0$), e formano un sistema lineare. Al sistema appartengono le ∞^r sezioni di F^n cogli spazi S_{r-1} (da cui segue $r \leq 6$), le ∞^5 curve iperellittiche rappresentate dalle coniche di Σ (corrispondenti a $\lambda = 0$) e la curva di coincidenza K (corrispondente a $\lambda = \infty$). La curva generica del sistema è di genere 3 ed è segata nella serie speciale $g_4^{(2)}$ dalle curve γ_1. Due delle ∞^6 curve si segano in otto punti rappresentati su Σ da otto tra le sedici intersezioni delle due C^4 imagini; (le altre otto intersezioni delle due C^4 sono imagini dei punti comuni ad una delle due curve di F^n ed alla coniugata dell'altra nell'involuzione I).

Se riferiamo univocamente le ∞^6 curve di F^n agli spazi S_5 di un S_6, ad ogni punto di F^n considerato come appartenente ad ∞^5 curve, corrisponde un punto di S_6 come comune ad ∞^5 spazi S_5; alla superficie F^n corrisponde univocamente una superficie il cui ordine è *otto*, perchè otto sono i punti comuni a due delle ∞^6 curve. E poichè le sezioni di F^n con S_{r-1} appartengono al sistema ∞^6, segue che F^n può considerarsi come proiezione della superficie di S_6 da punti scelti convenientemente. Dunque: *Ogni superficie a sezioni del genere* 3 *di seconda specie* (se non è la F^8 di S_6) *può ottenersi mediante proiezione*

(*) V. la nota precedente.

da una superficie dell'ottavo ordine di S_6, che sarà indicata nel seguito con $\mathbf{F}^{(2)}$.

Una superficie di seconda specie non può avere l' ordine superiore ad 8, *nè può appartenere ad uno spazio superiore ad* S_6.

7. Le proprietà principali della $\mathbf{F}^{(2)}$ di S_6 seguono subito dalle cose dette.

La $\mathbf{F}^{(2)}$ contiene ∞^2 coppie di punti formanti una involuzione I, i cui gruppi sono allineati con un punto O che non sta sulla superficie (*). La sezione di $F^{(2)}$ con un S_5 qualunque è una curva di ottavo ordine e di genere 3; se però lo spazio S_5 passa per O, la curva sezione è iperellittica ed è proiettata doppiamente da O mediante un cono razionale del quarto ordine. Su $\mathbf{F}^{(2)}$ si trova un sistema lineare di ∞^2 quartiche sghembe γ_1 di genere 1, che sono proiettate doppiamente da O mediante coni quadrici; due γ_1 si segano in due punti e costituiscono insieme la sezione di $\mathbf{F}^{(2)}$ con un S_5 bitangente. Le quartiche γ_1 segano sopra ogni sezione C^8 di $\mathbf{F}^{(2)}$ la serie speciale $g_4^{(2)}$: quindi *sopra ogni sezione* C^8 *di* $\mathbf{F}^{(2)}$ *i gruppi della serie speciale* $g_4^{(2)}$ *stanno su piani.*

Le coppie della involuzione I costituite da punti coincidenti formano una curva K dell'ottavo ordine che è sezione di $\mathbf{F}^{(2)}$ con un particolare spazio O_5 a cinque dimensioni. Il cono che da O proietta una γ_1 sega O_5 in una conica, i cui punti sono armonicamente separati da O mediante le coppie di punti della γ_1, perchè in O_5 si trovano i quattro punti di contatto delle tangenti a γ_1 condotte per O. Quindi ogni coppia della involuzione I è separata armonicamente mediante il punto O e lo spazio O_5, ossia

La superficie $\mathbf{F}^{(2)}$ *è trasformata in sè stessa da una omologia armonica di centro* O *e spazio fondamentale* O_5.

Le ∞^2 rette che da O proiettano le coppie di punti coniugati di $\mathbf{F}^{(2)}$ costituiscono un cono a tre dimensioni del quarto ordine;

(*) Se 0 stesse sulla superficie, la sezione di $\mathbf{F}^{(2)}$ con un S_5 per 0 sarebbe una curva C^8 di genere 3 che passerebbe per 0 e segherebbe altrove due volte (almeno) le generatrici di un cono col vertice 0, un tal cono avrebbe quindi l'ordine inferiore a 4 e dovrebbe appartenere ad uno spazio inferiore ad S_5, il che non è possibile.

quindi: *La superficie* $F^{(2)}$ *è proiettata doppiamente da* O *sopra un* S_5 *in una superficie del quarto ordine* Φ^4 *con* ∞^2 *coniche.* La Φ^4 è la nota superficie studiata dal signor VERONESE (*), che è rappresentata dalle ∞^5 coniche del piano.

Per una Φ^4 di S_5 passano ∞^5 quadriche (a quattro dimensioni) (**); altrettante quadriche (a cinque dimensioni) passano per il cono che proietta la Φ^4 da O. Invece per la $F^{(2)}$ di S_6 passano ∞^6 quadriche, perchè una delle ∞^{27} quadriche di S_6 contiene $F^{(2)}$, quando passa per due C^8 (sezioni di $F^{(2)}$ con S_5) e per un altro punto di $F^{(2)}$, vale a dire quando soddisfa a $2.14-8+1=21$ condizioni (***). Una quadrica che passi per $F^{(2)}$ senza contenere il cono proiettante Φ^4 da O, sega questo cono nella $F^{(2)}$; dunque:

Una superficie $F^{(2)}$ *può considerarsi come intersezione di una quadrica di* S_6 *col cono proiettante una* Φ^4, *appartenente ad un* S_5, *da un punto esterno ad* S_5. E reciprocamente, l'intersezione di un tal cono con una quadrica qualunque è una $F^{(2)}$.

Il punto O ha rispetto alle ∞^6 quadriche passanti per $F^{(2)}$ lo stesso spazio polare O_5.

8. Si presenta ora la ricerca delle curve degli ordini più bassi che giacciono su $F^{(2)}$.

Anzitutto poichè una Φ^4 non contiene rette, segue subito che *una* $F^{(2)}$ *non possiede rette*; (e in generale si vede che su $F^{(2)}$ non si trovano curve d'ordine dispari).

Ad una conica di $F^{(2)}$ non giacente in O_5 corrisponde nella omologia (O, O_5) una seconda conica giacente collà prima in un cono quadrico di centro O, e formante con essa una particolare curva γ_1 con due punti doppi. Nella rappresentazione di $F^{(2)}$ sul piano doppio Σ, alla coppia di coniche della superficie corrisponde una retta secante la curva limite Ω in due coppie di punti coincidenti; e reciprocamente. Sicchè:

(*) Memorie Accad. dei Lincei, 1883-84; cfr. pure SEGRE: *Considerazioni intorno alla geometria delle coniche* (Atti Accad. delle Scienze, Torino, 1885), STUDY, *Ueber die Geometrie der Kegelschnitte* (Math. Ann. 27).

(**) Infatti per costringere una delle ∞^{20} quadriche di S_5 a passare per Φ^4, basta assoggettarla a contenere due quartiche sezioni di Φ^4 ed un altro punto della superficie; in tutto $2.9-4+1=15$ condizioni.

(***) Una C^8 del genere 3 di S_5 impone $2.8-2=14$ condizioni ad una quadrica che debba contenerla.

In generale (cioè quando Ω è una curva del 4° ordine e genere 3, ossia quando la curva di coincidenza K di $\mathbf{F}^{(2)}$ è una curva irriduttibile di 8° ordine e genere 3 (*)) *in* $\mathbf{F}^{(2)}$ *si trovano* 56 *coniche*, costituenti 28 coppie di coniche coniugate nell'omologia (O, O_5).

Uno spazio S_5 passante per una χ di queste coniche sega ulteriormente $\mathbf{F}^{(2)}$ in una curva C_1^6 del sesto ordine e genere 1 che ha tre punti comuni colla conica (la quale C_1^6 è intersezione di una Φ^4 di S_5 con una quadrica che contenga una conica di Φ^4). Su $\mathbf{F}^{(2)}$ esistono 56 sistemi ∞^3 di tali curve C_1^6; due curve di uno stesso sistema si segano in tre punti.

Dalla conica χ la $\mathbf{F}^{(2)}$ è proiettata sopra uno spazio a tre dimensioni in una superficie φ del terzo ordine; la conica χ' coniugata di χ, che sta con χ in un S_3 passante per O, dà per proiezione un punto o di φ; e due punti di $\mathbf{F}^{(2)}$ coniugati nell'omologia armonica, hanno per imagini due punti di φ allineati con o. Ad una sezione C^8 di $\mathbf{F}^{(2)}$ (che ha comuni due punti con χ e due con χ'), corrisponde su φ una curva del 6° ordine avente in o un punto doppio, intersezione di φ con una quadrica tangente a φ in o. *Le* ∞^6 *curve* C^8 *di* $\mathbf{F}^{(2)}$ *sono quindi rappresentate dalle intersezioni di* φ *colle* ∞^6 *quadriche tangenti a* φ *in* o. In particolare la curva K di $\mathbf{F}^{(2)}$ ha per imagine la intersezione di φ colla prima polare di φ rispetto ad o; poichè questa curva deve essere (come K) del genere 3, sarà φ una superficie *generale* del 3° ordine.

Nella consueta rappresentazione di φ sopra un piano semplice π, alla intersezione di φ con una quadrica tangente a φ in o corrisponde una curva piana del sesto ordine con 7 punti doppi (nei sei punti fondamentali della rappresentazione e nel punto imagine di o): dunque:

In generale una superficie $\mathbf{F}^{(2)}$ *può riferirsi univocamente ad un piano semplice, e il sistema rappresentativo si compone delle* ∞^6 *curve del sesto ordine con* 7 *punti doppi comuni.*

Questi 7 punti, le 21 rette che li congiungono a due a due, le 21 coniche che ne contengono cinque, e le 7 cubiche che passano doppiamente per uno dei 7 punti e semplicemente per gli

(*) A questo caso generale si riferiscono le proprietà di $\mathbf{F}^{(2)}$ date nel n° 8; mentre quelle dei numeri precedenti valgono per ogni $\mathbf{F}^{(2)}$.

altri 6, sono le imagini su π delle 56 coniche di $\mathbf{F}^{(2)}$ (*). Le ∞^2 cubiche passanti semplicemente per i 7 punti base rappresentano le ∞^2 curve γ_1.

Ed ora dalla rappresentazione di $\mathbf{F}^{(2)}$ sulla superficie cubica φ, o sul piano semplice π, derivano subito le proprietà della configurazione delle coniche e dei sistemi di curve giacenti su $\mathbf{F}^{(2)}$. Così si vede che *ogni conica di* $\mathbf{F}^{(2)}$ *sega in due punti la propria coniugata, in un punto* 27 *delle coniche rimanenti e in nessun punto le* 27 *coniche a queste coniugate.* Su $\mathbf{F}^{(2)}$ esistono quaterne di coniche giacenti in spazi S_5; ogni conica appartiene a 45 tali quaterne.

9. Altre proprietà della $\mathbf{F}^{(2)}$ potrebbero facilmente dedursi dalla rappresentazione piana; ma credo inutile di fermarmi più a lungo su questo argomento. Dei vari casi particolari che la $\mathbf{F}^{(2)}$ può presentare noterò solo quello che offre maggiore interesse; quando il genere della $\mathbf{F}^{(2)}$ si abbassa a -1, e la superficie cessa di esser rappresentabile sul piano semplice, ma può invece riferirsi al cono cubico.

Per esaminare nel modo più rapido quando ciò avvenga, rammento che la $\mathbf{F}^{(2)}$ è sempre rappresentabile sul piano doppio Σ con una curva limite Ω del quarto ordine (per il n° 6); quindi il solo caso in cui Σ non può riferirsi ad un piano semplice si presenta quando Ω ha un punto quadruplo, ossia si spezza in quattro rette di un fascio (**). La curva di coincidenza K di $\mathbf{F}^{(2)}$ si spezza allora in quattro coniche passanti per uno stesso punto Q; e la $\mathbf{F}^{(2)}$ (per l'ultimo teorema del n.° 7) può considerarsi come intersezione di una quadrica X^2 di S_6 col cono proiettante dal punto O una Φ^4 che appartiene allo spazio O_5 polare di O rispetto a X^2, e sega la X^2 nelle quattro coniche nominate. Ogni altra conica di Φ^4 passante per Q ha comuni quattro punti coincidenti in Q con X^2; quindi il cono che da O proietta quella conica sega X^2 lungo due coniche che si toccano in Q. Così si vede che su questa particolare $\mathbf{F}^{(2)}$ esistono ∞^1 coniche tutte passanti per Q e tangenti ivi ad uno stesso piano q. Le coniche sono

(*) Sulla superficie cubica φ le 56 coniche di $\mathbf{F}^{(2)}$ hanno per imagini il punto o, la sezione col piano tangente in o, le 27 rette di φ e le 27 coniche dei piani che da o proiettano le rette.

(**) NÖTHER, Memoria citata dei *Sitzungsber.* di Erlangen.

coniugate a coppie in una involuzione con quattro coincidenze; il loro sistema è quindi ellittico; ogni coppia di coniche costituisce una particolare γ_1. Sulla superficie non giacciono altre coniche.

Uno spazio a quattro dimensioni di O_5 passante per Q seca Φ^4 in una curva del quarto ordine C^4 che ha in comune colla X^2 quattro punti riuniti in Q; il cono che da O proietta C^4 seca X^2 in una curva di ottavo ordine che ha due punti doppi infinitamente vicini in Q, e costituisce l'intersezione di $\mathbf{F}^{(2)}$ con uno spazio (generico) S_5 passante per Q. Il punto Q è adunque un tacnodo (contatto con se stessa) per la $\mathbf{F}^{(2)}$.

La $\mathbf{F}^{(2)}$ è proiettata da Q sopra uno spazio S_5 in una rigata ellittica del sesto ordine Γ^6 con una retta direttrice doppia, traccia del piano tangente q. Alle sezioni C^8 di $\mathbf{F}^{(2)}$ corrispondono su Γ^6 curve dell'ottavo ordine secanti due volte ogni generatrice e non aventi punti comuni colla direttrice doppia. Proiettando la Γ^6 da una sua generatrice, o la $\mathbf{F}^{(2)}$ da una sua conica, sopra un S_3 si ottiene in questo un cono cubico, sul quale le sezioni di $\mathbf{F}^{(2)}$ sono rappresentate da ∞^6 curve del sesto ordine aventi un punto doppio comune; queste curve sono le intersezioni del cono colle ∞^6 quadriche tangenti al cono in quel punto. Il punto triplo del cono rappresenta il tacnodo, le generatrici sono imagini delle ∞^1 coniche, le sezioni piane passanti per il punto di contatto sono imagini delle ∞^2 quartiche γ_1. Riassumendo:

La $\mathbf{F}^{(2)}$ *presenta notevoli particolarità, quando la sua curva di coincidenza* K *si scinde in quattro coniche passanti per uno stesso punto; allora la* $\mathbf{F}^{(2)}$ *contiene un sistema* ∞^1 *ellittico di coniche tutte passanti per quel punto, che è un tacnodo per la superficie. In questo caso (soltanto) la* $\mathbf{F}^{(2)}$ *non è razionale; ma può rappresentarsi univocamente sul cono cubico dello spazio ordinario mediante le curve del sesto ordine segate dalle quadriche che toccano il cono in un punto fisso* (*).

10. Proiettando la $\mathbf{F}^{(2)}$ (sia generale, sia particolare) di S_6 negli spazi inferiori da uno o più punti scelti in modo che per

(*) Confrontando questa rappresentazione con quella data per la $\mathbf{F}^{(2)}$ generale, si giunge al seguente teorema, il quale (come si vede facilmente) vale per ogni caso particolare della $\mathbf{F}^{(2)}$: *ogni* $\mathbf{F}^{(2)}$ *può rappresentarsi sopra una* certa *superficie del* 3° *ordine mediante il sistema delle curve segate su questa dalle quadriche che la toccano in un punto fisso.*

essi passi qualche S_5 secante $\mathbf{F}^{(2)}$ in una curva del genere 3, e che la proiezione sia univoca (per il che è necessario e sufficiente che mai due centri di proiezione siano allineati con O), si ottengono tutte le superficie normali di seconda specie. Se si proietta la $\mathbf{F}^{(2)}$ generale, si giunge così ad:

1) Una F^7 di S_5 con una retta semplice e ∞^1 cubiche piane che si appoggiano alla retta e costituiscono con essa altrettante quartiche γ_1; queste cubiche hanno un punto comune (il centro della involuzione I su F^7), e i loro piani formano una serie razionale del 3° ordine (*);

2) Una F^6 di S_4 con una retta doppia, alla quale si appoggiano due rette semplici, con due sistemi ∞^1 di cubiche piane passanti tutte per uno stesso punto della retta doppia; i piani dei due sistemi di cubiche costituiscono le due serie di un cono quadrico di S_4. Due cubiche di uno stesso sistema non hanno che il vertice del cono in comune; due cubiche di sistemi diversi si segano ancora in due punti;

3) Una F^5 di S_3 con tre rette doppie uscenti da un punto triplo, e tre rette semplici ciascuna delle quali si appoggia a due rette doppie. Le ∞^2 quartiche γ_1 sono segate dai coni quadrici che passano per le tre rette doppie (**);

4) (Scegliendo 4 centri di proiezione sopra una γ_1 di $\mathbf{F}^{(2)}$ si ottiene:) Una F^4 di S_3 con tacnodo e quattro rette semplici nel piano tangente alla superficie nel tacnodo (***).

Le superficie 1), 2), 3), 4) si possono rappresentare sul piano semplice mediante le curve del sesto ordine che hanno 7 punti base doppi e risp. 1, 2, 3, 4 punti base semplici; nell'ultimo caso i 4 punti semplici stanno in una cubica coi 7 punti doppi (****).

(*) La F^7 di S_5 di prima specie contiene invece *una sola cubica piana* (v. n° 4).

(**) Un cenno di questa F^5 si trova al n° 42 della citata Memoria del Caporali.

(***) Di questa superficie che in tutta la sua generalità fu fatta conoscere dal Nöther (*Göttinger Nachrichten*, 1870), uno studio completo si deve al sig. Cremona (Collectanea Mathematica, pag. 413).

(****) Ciascuno dei tipi 1) .. 4) ammette come caso singolare una superficie 1)′ ... 4)′ non rappresentabile sul piano, ma sul cono cubico, la quale si ottiene proiettando una $\mathbf{F}^{(2)}$ con tacnodo, anzichè la $\mathbf{F}^{(2)}$ generale. Di queste superficie particolari le 1)′, ... 4)′ oltre alle proprietà del tipo omologo

Ogni superficie non normale di seconda specie d'ordine n è proiezione di una superficie normale dello stesso ordine di S_{n-2} (per l'ultimo teorema del num. 6). (*)

III.

Superficie di 3ª e 4ª specie.

11. Delle superficie che ancora mi rimangono da trattare (in particolare della F^4 generale e delle rigate) dirò poche cose, perchè esse vengono meglio studiate considerandole come individui di altre categorie (rispett. delle superficie del genere 1, e delle rigate generali), piuttosto che come superficie a sezioni del genere 3.

Badando alla definizione (num. 1) e ripetendo un ragionamento fatto al principio del num. 5, si vede subito che una

---

generale 1), ... 4), ammettono un tacnodo, 1, ... 4, risp., rette semplici ulteriori uscenti dal tacnodo, e ∞^1 coniche passanti per questo e formanti una serie ellittica; noto in particolare la

3)′ superficie del quinto ordine con tre rette doppie uscenti da un punto triplo, e con tacnodo; essa contiene sei rette semplici, tre a_1, a_2, a_3 giacenti nelle faccie del trispigolo 1, 2, 3 delle rette doppie, le altre tre b_1, b_2, b_3 uscenti dal tacnodo e secanti rispett. le coppie $1a_1$, $2a_2$, $3a_3$. Le tre rette b_1, b_2, b_3 stanno nel piano tangente alla F^5 nel tacnodo, il qual piano seca ulteriormente la F^5 in una conica passante per il tacnodo. Gli ∞^1 coni quadrici che passano per le tre rette doppie 1, 2, 3 e per il tacnodo, segano la superficie lungo coppie di coniche;

4)′ superficie del quarto ordine con due tacnodi e due quaterne di rette uscenti da questi e giacenti nei piani tangenti singolari; ogni piano per i due tacnodi sega la superficie lungo due coniche. Di questa superficie 4)′ si trova un cenno nei lavori: Kummer, *Ueber Flächen vierten Grades auf welchen Schaaren von Kegelschnitten liegen* (Crelle-Journal, Bd. 64); Nöther *Ueber die eindeutigen Raumtransformationen* (Math. Annalen, Bd. 3).

(*) Si possono quindi assegnare subito tutte le superficie non normali di seconda specie. Accennerò soltanto ad una F^6 del nostro spazio, la cui curva doppia si compone di una retta e di una curva del sesto ordine e genere 2 avente due punti doppi sulla retta; sulla F^6 giacciono due rette semplici che si appoggiano alla retta doppia. Per un punto particolare di questa passano ∞^1 piani bitangenti di F^6 che secano la superficie lungo coppie di cubiche, ed inviluppano un cono del secondo ordine doppiamente circoscritto a F^6. (Un cenno di questa F^6 si trova a pag. 42 della citata Memoria del Caporali).

superficie di terza specie deve aver l'ordine *quattro*, appartenere al nostro spazio e possedere un punto doppio (ma non curva doppia). Ora una tal superficie ha in *generale* il genere 1; ma può divenire rappresentabile sul piano semplice (acquistando il genere 0) per particolari singolarità del punto doppio. Il NÖTHER (*) assegnò i due tipi di F^4 con punto doppio che sono razionali, ne diede la rappresentazione piana e ne dedusse le principali proprietà. Qui dirò soltanto che una di queste F^4 è rappresentata sul piano mediante il sistema delle curve di *settimo ordine* con un punto triplo e 9 punti doppi comuni, i quali 10 punti base stanno in particolare posizione sopra una cubica; l'altra F^4 mediante il sistema delle curve del *nono ordine*, il cui gruppo base è costituito da otto punti tripli, un punto doppio e un punto semplice (dieci punti che stanno sopra una stessa cubica).

Una superficie di quarta specie non potendo contenere un sistema ∞^2 di quartiche di genere inferiore a 3, deve necessariamente essere la *superficie generale del quarto ordine di* S_3. Una tal superficie ha il genere 1, e non può mai rappresentarsi sul piano.

IV.

Superficie sulle quali ogni curva del sistema (γ) si scinde.

12. È questo l'ultimo caso che devo esaminare.

Ségue da una osservazione fatta più volte dal sig. NÖTHER (**) che sopra una superficie irriduttibile la curva generica γ di un sistema lineare (γ) può scindersi soltanto in curve tutte dello stesso ordine, formanti un tal sistema ∞^1 (δ) che per ogni punto della superficie passi una sola curva di (δ) (più forse qualche curva fissa comune ad ogni γ). Nel nostro caso, pensando alla $g_4^{(2)}$ segata sopra una sezione di F^n da (γ) si vede subito che non può da ogni curva di (γ) staccarsi una stessa curva fissa; e poichè la γ generica è del quarto ordine essa potrà scindersi soltanto in *due coniche* o in *quattro rette*, come avevo già affermato al num. 1.

(*) *Ueber die rationalen Flächen vierter Ordnung* (Math. Annalen, Bd. 33).
(**) Math. Annalen, Bd. 3, pag. 171; Bd. 8, pag. 524.

Nella prima ipotesi le ∞^1 curve γ che passano per un punto di una conica formante parte di una γ, si scindono tutte in quella conica e in ∞^1 altre coniche che costituiscono un sistema lineare; due qualunque tra queste formano una curva γ. La F^n, adunque per un teorema già citato dal sig. NÖTHER (*) è rappresentabile sul piano. Sopra una sezione di F^n le ∞^1 coniche determinano una involuzione razionale di coppie di punti, sicchè la F^n ha per sezioni tutte curve iperellittiche; le proprietà di questa F^n seguono quindi subito (ponendo $\pi = 3$) da quelle che ho dimostrato in una mia Nota (già nominata) per le superficie a sezioni iperellittiche di genere π. Così si trova che: *la superficie a sezioni iperellittiche di genere* 3 *che ha il massimo ordine ed appartiene allo spazio più elevato*, *è la* $\mathbf{F}^{16}$ *di* S_{14}; ogni altra F^n della categoria qui studiata può ottenersi dalla $\mathbf{F}^{16}$ mediante proiezione. La $\mathbf{F}^{16}$ di S_{14} contiene ∞^1 coniche i cui piani formano una varietà razionale d'ordine 12. La $\mathbf{F}^{16}$ può appartenere a due diversi tipi perchè: 1) o le curve d'ordine minimo secanti ciascuna conica in un sol punto sono ∞^1 quartiche razionali; 2) o vi è una sola curva d'ordine minimo $\mu \leqq 3$ secante in un punto ciascuna conica.

Nel primo caso la $\mathbf{F}^{16}$ si *rappresenta sul piano mediante le curve del* 6° *ordine che hanno un punto quadruplo e un punto doppio in comune;* nel secondo caso *mediante le curve d'ordine* $8-\mu$ *con un punto multiplo secondo* $6-\mu$ *e* $3-\mu$ *punti doppi infinitamente vicini a questo* ($\mu = 0, 1, 2, 3$).

Credo inutile di fermarmi sulle varie proiezioni di questa $\mathbf{F}^{16}$ negli spazi inferiori (tra le quali noterò soltanto la F^5 con retta tripla di S_3).

13. Se la curva generica γ si scinde in quattro rette, la F^n contiene ∞^1 rette ed è quindi una rigata di genere 3.

Da alcuni teoremi del sig. SEGRE (*) sulle rigate di genere π, segue subito: *Una rigata di ordine qualunque* n *e di genere* 3, *la quale appartenga ad uno spazio inferiore ad* S_{n-5}, *è proiezione di una rigata dello stesso ordine appartenente ad* S_{n-5}. Una rigata d'ordine n e genere 3 può avere però per spazio normale un S_r dove $r > n-5$; il massimo valore che può

(*) Math. Annalen, Bd. 3.

(**) *Courbes et surfaces réglées algébriques*, Math. Ann. Bd. 34.

raggiungere r, dato n, è $n-2$ (fatta eccezione per il cono del quarto ordine di S_3); una rigata d'ordine n di S_{n-2} è sempre un cono. Si sa pure che per $n \geqq 10$, una rigata d'ordine n: ha una retta direttrice doppia (ed è quindi iperellittica) quando $r=n-3$: ha per direttrice una retta doppia o tripla oppure una conica doppia, oppure una quartica piana semplice, quando $r=n-4$.

A queste proprietà, che si deducono subito dai teoremi generali dimostrati dal sig. SEGRE, altre potrebbero aggiungersi facilmente (relative per es. alle rigate d'ordine $n<10$), applicando al caso $\pi=3$ considerazioni analoghe a quelle di cui il SEGRE fa continuo uso. Mi pare che l'argomento offra sufficiente interesse per augurare che altri lo prenda come oggetto di particolari ricerche.

Torino — Maggio 1890.

Il Permo-carbonifero di Valle Stretta (Alta Valle della Dora Riparia);

del Dott. F. VIRGILIO

In parecchie escursioni compiute nella Valle della Dora Riparia ebbi occasione di osservare le formazioni rocciose affioranti nella sua parte alta, e più precisamente in Valle Stretta; e nella estate del 1887 dedicai alcuni giorni ad uno studio più particolareggiato di quest'ultima località.

La Valle Stretta, così chiamata per la ristrettezza dell'alveo nella sua metà inferiore, è diretta da nord-ovest a sud-est, e sbocca a Pian del Colle, a sud-ovest del villaggio Melezet. Essa misura una massima lunghezza dalla vetta del Tabor a Pian del Colle di oltre 11 Km. ed una massima larghezza dalla Rocca Gran Tempesta alla Cima della Gran Bagna di oltre 6 Km. e mezzo. L'ampia massa rocciosa del Tabor (m. 3177) chiude quasi il suo fondo. Il versante sinistro è formato dall'imponente bastione calcareo, che dalla Cima della Gran Bagna (m. 3070) sul confine italo-francese, si dirige sinuosamente a sud-est, dando così

origine a diverse dirupate punte, quali la Bernaude (m. 3229), la Baldassarre (m. 3162), la Melchiorre (m. 2959) e la Gasparre (m. 2629), e terminando ai casolari di Melezet ed Arnauds. Questo clinale divide la Valle Stretta dalla valle vicina e parallela, detta della Rhô, che sbocca ad ovest di Bardonecchia. Il versante destro scende dal sinuosissimo clinale del confine con la Francia, il quale clinale, a cominciare dal Tabor, segue pel Colle Valmeinier (m. 2856), Rocca Chardonnet (m. 2946), Colle Laval, Rocca Gran Tempesta (m. 3009), Rocca Piccola Tempesta (m. 2979), Rocca Bianca (m. 2851), Colle del Vallone (m. 2626), Passo del Cavallo, Roche des Thurres (m. 2701), Col des Thurres (m. 2184), Guglia Rossa (m. 2547), Col des Echelles (m. 1760), Guglia del Mezzodì (m. 2621), Col des Acles (m. 2207).

L'importanza geologica di questa parte della Valle di Susa è specialmente devoluta allo sviluppo di formazioni appartenenti alla serie delle roccie fossilifere alpine più antiche, cioè il Carbonifero. Questa zona, in lembi distaccati, penetra in Italia dal Vallese di Svizzera per il Gran San Bernardo, taglia la Valle d'Aosta rasentando il massiccio del Monte Bianco, passa in Tarantasia e nella Moriana per la Thuille e per il Piccolo S. Bernardo, rientra in Italia per la Valle Stretta, segue per il *Briançonnais*, riappare a Monfieis sopra Demonte, e diventa centrale nella parte orientale ligure-piemontese delle Alpi Marittime fino a Calizzano: segna così un allineamento concentrico tra l'asse arcuato delle ellissoidi del Monte Bianco, di Belledonne, del Pelvoux e del Mercantour al di fuori, e l'altro asse arcuato delle ellissoidi del Monte Rosa, del Gran Paradiso e di Dora-Val Maira al di dentro. In via generale vi si osserva una marcata discordanza tra le roccie cristalline arcaiche e quelle prettamente fossilifere delle nostre Alpi, quindi contatti diretti di queste ultime con le roccie appartenenti alla *zona delle pietre verdi* del Gastaldi, e talora anche con lo gneiss centrale antico. Quasi ovunque i conglomerati, le arenarie e gli scisti carboniosi con antracite caratteristici del Carbonifero sono accompagnati dalle formazioni permiane e triasiche rappresentate in genere: le prime da anageniti, e scisti talcoidi, le seconde da quarziti e calcari.

Le prime scoperte di giacimenti antracitiferi con piante fossili nelle Alpi occidentali avvennero sul principiar del secolo in Francia (Petit Coeur in Tarantasia), e furono illustrate da Brochant, Elie de Beaumont, Brongniart, Gras, Bunbury, Heer, Grand-Eury

e da altri. In Italia e verso il 1877 il Baretti raccolse nella Valle della Thuille varie impronte di piante fossili del Carbonifero; ed il Portis (1), che le studiò, trovò in esse quasi tutte le specie già rinvenute a Petit Coeur. L'ingegnere Zaccagna ne scoprì nel 1885 nelle Alpi Marittime; e l'ingegnere Mattirolo ne raccolse in Valle Stretta nel 1888, appunto un anno dopo ch'io, ad escursioni finite, raccoglievo qualche studio sulle indagini fatte.

Fossili triasici infine furono pure recentemente trovati dallo Zaccagna e dal Mattirolo a Gad d'Oulx ed al Col des Acles nella Valle della Dora Riparia.

Accenno ora alle varietà petrografiche che costituiscono ed accompagnano la zona carbonifera di Valle Stretta.

La strada, che da Bardonecchia conduce ai casolari di Arnauds e Melezet, rasenta il roccioso sperone terminale, che divide la Valle Stretta dalla Valle della Rhô. Tale sperone è formato da strati väriamente contorti di calcescisto, inclinati a sud-ovest, calcescisto, cotesto, eminentemente intaccabile dalle acque, per cui, mercè gli enormi prodotti di sfacelo, vien via e di frequente flagellando i luoghi sottostanti. Di poco oltrepassato il villaggio di Melezet, i calcescisti, passano gradatamente a calcari compatti grigio-rossastri, i quali, conservando lo stesso andamento stratigrafico, si estendono sino a formare tutto il versante sinistro della Valle Stretta, non che la parte terminale del versante destro, dallo sbocco della Comba Miglia, presso le Grange di Valle Stretta, alla Guglia Rossa, alla Guglia del Mezzodì, al Col des Acles e oltre. Probabilmente la metà inferiore della valle, dalle Grange a Pian del Colle, segna una frattura di strati con spostamento (*faglia*) in alto della parte sud-ovest di tutta la potente massa calcarea. Oltre Pian del Colle, incontransi a' lati del torrente, lembi morenici, che si prolungano nell'interno della valle fino al di là delle Grange Prignon. Fino a questi alpi, nulla havvi di notevole, imperocchè i due versanti della valle sono costituiti dalle masse calcaree, a picco sul versante destro per le testate infrante degli strati, e con enormi accumuli detritici sul sinistro.

Dalle Grange di Valle Stretta rimontando il sentiero, che

(1) In Baretti, *Studi geologici sulle Alpi Graie settentrionali;* Mem. R. Acc. de' Lincei, S. 3ª, V. III, 1879.

per il basso della Comba Miglia mena al Col des Thurres, s'incontrano dapprima gl'identici calcari, di poi piccoli lembi di carniole e gessi, da ultimo una anagenite grossolana a granuli quarzosi bianchi, grigi, rosei e violacei, impastati con talco verdiccio, la quale anagenite passa per gradazioni a quarziti bianche e verdiccie, che varcano il confine estendendosi e a tramontana e a mezzodì. Più in alto riappaiono i calcari sovrapponentisi alle quarziti, i quali per la Roche des Thurres, Col Etrait du Vallon, Rocca Riondi, Passo del Cavallo e Colle del Vallone, formano il clinale confine con la Francia, e si sviluppano al nord fino alla Gran Testa del Cane. L'andamento stratigrafico delle quarziti è concordante con quello dei calcari sovrastanti, e di conseguenza con inclinazione in generale a sud-ovest, salvo accidentalità locali. Da ciò, tanto i calcari quanto le quarziti rappresenterebbero nel luogo accennato la parte di una *gamba* o *fianco* di anticlinale spezzata; e la venuta a giorno delle sottostanti quarziti, più che alla denudazione per l'erosione superficiale, è dovuta ad un'altra frattura di strati accompagnata da spostamento (*faglia*) in alto della parte occidentale, frattura e spostamento che si prolungano dal confine nord poco lunge dall'ovest del Colle di Valle Stretta, in direzione nord-sud con leggiera convessità rivolta ad oriente.

Tutta la valle perciò con le sue diramazioni in alto, non è che una valle d'interstratificazione.

Chi risalendo il sentiero, che dalle Grange Serre conduce alla Comba omonima ed al Passo del Cavallo a sud-est del Colle del Vallone, incontra dapprima le quarziti sottostanti ai calcari; di poi uno scisto talcoide feldspatico a forma gneissica grigio-verdastro passante talora a scisto talcoide micaceo a grana fina e colorazione verdiccia omogenea. Più in alto compaiono arenarie e scisti carboniosi con antracite, su cui poggiano immediatamente ed in ordine ascendente lo stesso scisto talcoide, le quarziti ed i calcari.

Questo scisto rappresenterebbe qui l'*appenninite* del Gastaldi, formazione indubbiamente permiana per il fatto del trovarsi essa nelle Alpi costantemente interposta tra gli strati carboniferi al di sotto e le quarziti coi calcari triasici al di sopra. Tale roccia è grandemente sviluppata nelle Alpi Marittime; ed il Gastaldi la denominò *appenninite* appunto perchè credeva ch'essa piuttosto abbondasse nell'Appennino. Ma da recenti conclusioni che lo Zac-

cagna (1) dedusse dalle sue indagini fatte dalle Alpi Marittime alle Graie, risulterebbe che questa roccia, mentre manca nel vero Appennino, perchè soltanto si estende poco oltre il Colle di Cadibona, si sviluppa invece ampiamente dalle Alpi Marittime per le valli della Stura e della Maira, in Francia nella Valle del l'Ubaye, per ricomparire poi, in lembi, allo Chaberton, in Valle Stretta, a Modane, in Tarantasia ed al Monte Bianco. Si presenta sotto svariatissime forme, per il che differenti sono i nomi che può prendere, ad esempio quelli di *scisto anagenitico, scisto gneissico, anagenite feldspatica, gneiss verde, gneiss anagenitico*. È il *Suretta-gneiss* dei Geologi svizzeri allo Spluga. L'ingegnere Zaccagna propone il nome di *Besimaudite*, perchè essa costituisce interamente la Punta Besimauda a sud di Cuneo nelle Alpi Marittime.

Il calcare, che trovasi in alto e al di sopra delle quarziti, è del tutto consimile ai calcari che s'incontrano al basso della Comba Miglia. Gli strati superiori però, che formano il clinale tra il Passo del Cavallo ed il Colle del Vallone, specialmente sul versante francese, sono identici ai lembi calcarei della vetta del Tabor e del Colle di Valle Stretta. È un calcare questo a struttura veramente singolare. Si presenta scistoso, grigio, rossastro, con venature a noduli allungati di color nero avvolti tra loro ed intricati, i quali, secondo il Portis ed il Piolti (2), sarebbero resti di *Cylindrites*.

Dalle Grange Serre, rimontando il sentiero che guida al Colle di Valle Stretta, s'incontra subito un altro lembo di gesso tagliato dal torrente: seguitano tuttavia ad affiorare le quarziti sottostanti ai calcari dell'imponente bastione roccioso, il quale, con le testate inferiori de' suoi strati, forma tutto il versante sinistro della valle, elevandosi in fantastiche vette fino oltre i 3200 metri sul mare. Sulla destra del torrente invece affiorano le testate superiori degli strati di arenaria micacea del carbonifero per lo spostamento già accennato. Oltrepassato il Ponte della Fonderia, il sentiero segue in alto frammezzo ai due corsi d'acqua paralleli: il Rio Tavernetta a sinistra ed il Rio Gerebrea a destra; la zona carbonifera è limitata pressocchè da questo

(1) D. Zaccagna, *Sulla geologia delle Alpi occidentali*; Boll. d. Com. Geol. Ital., 1887, N. 11 e 12.

(2) A. Portis e G. Piolti, *Il Calcare del Monte Tabor;* Atti d. R. Acc. d. Sc. di Torino, V. XVIII, 1883.

secondo ruscello per continuare poi nel valloncino della Donna ed estendersi fin oltre il confine e ad ovest del Colle di Valle Stretta. Le quarziti bianche e verdastre, col sottostante scisto talcoide, seguitano parallelamente l'affioramento degli strati carboniferi. Al Colle di Valle Stretta s'incontrano anche calcari brecciati e micacei, non che lembi di calcare fossilifero identico a quello del Tabor e del Passo del Cavallo.

Dalle Grange di Valle Stretta si scorge in direzione nord-nord-ovest la gran massa rocciosa dei Serù, che si eleva per più che 600 metri dal fondo della valle. Alla sua base, sui versanti orientale e meridionale, sono visibili le arenarie micacee, su cui poggiano le quarziti bianche, che a loro volta sopportano gli strati calcarei terminali: con le loro testate irte, scoscese e sconquassate tali strati danno alla massa un aspetto fantastico. Il tutto trovasi in stratificazione concordante, con inclinazione degli strati a sud-ovest. Sui versanti settentrionale ed occidentale invece, sono le quarziti sottostanti al calcare, che a nord-ovest si estendono fino al Tabor ed al Colle Valmeinier oltre il confine, mentre al sud si prolungano dall'una parte per la base orientale della Gran Testa del Cane, tagliando in basso la Comba Serre, la Comba Miglia, e via via oltre al Col des Thurres, — dall'altra fino al di là del Colle del Vallone e della Rocca Bianca.

Per una linea poi passante per il Colle Valmeinier ed i laghi di Chardonnet, del Grande Adritto, della Gran Tempesta e di Lavora, fin oltre la base occidentale della Rocca Bianca, si rendono di nuovo visibili le arenarie micacee con scisti carboniosi intercalati, che, con le testate infrante dei loro strati, formano tutta quella parte del versante destro della valle. Il clinale, segnante il confine, passa per la Rocca Chardonnet, Colle Laval, Rocca Gran Tempesta e Rocca Piccola Tempesta. La colorazione scura della roccia e gli abbondanti prodotti di sfacelo superficiale dànno un aspetto triste e selvaggio alla località. L'inclinazione generale degli strati è sempre a sud-ovest, salvo accidentalità stratigrafiche locali. La depressione occupata dai suaccennati laghi coll'affioramento degli strati carboniferi ad ovest, segna un altro salto (*faglia*), il quale perciò risulta parallelo a quello, accennato precedentemente, di Rocca Bussort-Col des Thurres.

Negli scisti ardesiaci carboniosi neri e grigiastri di questi luoghi il Mattirolo rinvenne le impronte di piante fossili, che furono poi illustrate dal Portis.

Infine nell'antica miniera del Bancher o di Melezet, alla base orientale della Gran Testa del Cane, l'ematite trovasi a compenetrare la quarzite fra lo scisto talcoide al contatto col calcare.

Dall'andamento stratigrafico delle formazioni rocciose affioranti nella località in esame, dalla natura mineralogica di queste, dai fossili rinvenutivi, e dal confronto con formazioni identiche di altre località delle Alpi occidentali, si potrà con sicurezza ottenere la determinazione cronologica dei terreni tutti, nei quali è incisa la Valle Stretta.

Della composizione mineralogica e dello assetto stratigrafico di queste formazioni ho già detto precedentemente.

Riguardo ai fossili vi hanno dapprima quelli del lembo di calcare della vetta del Tabor. Essi fin dal 1839 richiamarono l'attenzione del Prof. Angelo Sismonda (1), il quale perciò trovò detto calcare analogo a quello del *Portlandiano*, sottopiano oggidì del Titonico. I signori Portis e Piolti (2) vi riconobbero le *Cylindrites*; e pur ammettendo la scoperta di tali alghe fossili in tutti i terreni dal Siluriano al Flisch, vi trovarono maggiore analogia con le cilindriti di Solothurn, e vennero così alla conclusione, che il calcare del Tabor nulla ha di comune, vuoi col calcare del Chaberton, del Trias medio, vuoi col calcare del *Briançonnais*, del Trias superiore, e lo riferirono invece agli orizzonti inferiori del Cretaceo Al lembo calcareo del Tabor potrebbero unirsi gli altri lembi identici, pure fossiliferi, da me accennati, del Passo del Cavallo, del Colle del Vallone e del Colle di Valle Stretta.

Altri fossili scoperti a Gad d'Oulx dallo Zaccagna ed al Col des Acles dal Mattirolo furono studiati dal Portis (3). Nella prima località si rinvennero:

Natica, sp. aff. *N. pulla* Goldf.
Natica, sp. aff. *N. exculpta* Schaur.
Myophoria sp. aff. *M. elegans* Dunk.
Lima costata Münst.
Diplopora pauciforata Gümb.

(1) Mem. R. Acc. d. Sc di Torino, S. 2ª, T. III, pag. 39.
(2) A. Portis e G. Piolti, Mem. cit.
(3) A. Portis, *Nuove località fossilifere in val di Susa;* Boll. d. Com. Geol. d'Italia, 1889, N. 5 e 6.

e nella seconda:

Diplopora pauciforata Gümb.

Per la presenza di questi fossili l'autore conchiude col riferire il calcare delle dette località al *Muschelkalk* inferiore (Franconiano). I medesimi fossili si trovano abbondantissimi in alcuni strati del calcare del Chaberton, ma per non aver potuto finora ottenerli isolati in istato riconoscibile, e per esservi in quella località una potente pila di strati, giustamente il Portis dice non essere fattibile oggidì asserire sino a qual punto la serie dello Chaberton si elevi al di sopra del *Muschelkalk* inferiore.

Infine le piante fossili trovate dal Mattirolo negli scisti carboniosi al Colle Valmeinier, Colle Laval, Rocca e Colle Gran Tempesta, Lago Lavora e Comba Serre in Valle Stretta, accuratamente studiate dal Portis (1), sarebbero le seguenti:

1. *Sphenopteris Hoeninghausii* Brongt.
2. *Dicksoniites Pluckenetii* (Schloth sp.) Brongt. sp.
3. *Lepidodendron Sternbergii* Brongt.
4. *Lycopodium denticulatum* (Gold.) Schimper.
5. *Lepidophyllum trilineatum* Heer.
6. *Lepidophyllum majus* Brongt.
7. *Distrigophyllum bicarinatum* (Lindl. sp.) Heer?
8. *Calamites Succovii* (Brongt. ex p.) Stur emend.
9. *Calamites Cistii* Brongt.
10. *Calamites ramosus* Artis.
11. *Calamites* sp. *Calamocladus*, *Asterophyllites*, *Wolkmanniae* aut *Bruckmanniae* etc.
12. *Cordaites (Eu-cordaites) borassifolius* Sternb.
13. *Cordaites (Poa-cordaites) microstachys* Goldemb.

L'autore, paragonando poi queste piante con quelle trovate in Francia ed in Isvizzera, deduce le seguenti conclusioni:

Le specie 1, 4 e 10 furono segnalate per la prima volta nelle Alpi occidentali, l'ultima però fu incontrata dall'Haug nel 1889 a Barles nel Delfinato; la specie 13 sarebbe ignota in Savoia; la 5 fu trovata solo in Tarantasia; la 6 soltanto rinvenuta dallo stesso Portis al Colle del Piccolo S. Bernardo (2).

(1) A. Portis, Mem. cit.
(2) In Baretti, Mem. cit.

I punti più in alto del clinale, quali sarebbero quelli del Colle Valmeinier, del Colle Laval e della Rocca Gran Tempesta, si riferirebbero al livello del Delfinato, mentre i punti più in basso verso il fondo della valle, quelli cioè del Lago Lavora e della Comba Serre, corrisponderebbero al livello della Tarantasia, superiore questo ed inferiore quello del Delfinato in rapporto alle piante carbonifere di queste località, giusta l'opinione del Gras, dell'Heer, dello Stur e del Saporta. Finalmente la specie 10 pare corrispondere più alla flora dell'antracifero alpino, che è il livello della Tarantasia (superiore).

Venendo ora ad un esame di confronto tra la Valle Stretta ed altre località delle Alpi occidentali, mi riferirò al lavoro dello Zaccagna, già citato.

Alla base del Mongioje, Valle del Negrone, nelle Alpi Marittime, s'incontrano scisti neri carboniosi, scisti arenacei, micacei e talcosi grigi e vere arenarie, che rappresentano il Carbonifero. Superiormente stanno scisti granosi talcosi verdicci, che, divenendo feldspatici, si trasformano in appenninite, giusta la denominazione del Gastaldi, come nelle Alpi Apuane ed allo Spluga. Secondo lo Zaccagna la *facies* più normale e diffusa di questa roccia, è lo scisto a forma gneissica di granuli di quarzo e di feldspato allungati e cementati da materia talcoide verde scura; per grana fina assume l'aspetto di una arenaria feldspatica a contatto specialmente con le anageniti. Queste, sovrastanti all'appenninite, sono costituite di granuli quarzosi bianchi e rosei in una pasta talcoide verdiccia, e passano per gradazioni a quarziti bianche e verdiccie. Secondo i geologi lombardi e tedeschi, le anageniti corrisponderebbero al *Verrucano* della Toscana, e verrebbero riferite al Permiano, mentre le sovrastanti quarziti rappresenterebbero il Trias inferiore; ma nelle Alpi Marittime queste due roccie sono così intimamente connesse da non potersi separare l'una dall'altra con netta e precisa distinzione, epperciò lo Zaccagna le riunisce nel Trias con le altre roccie triasiche, poggiandosi anche sulla presenza del fossile trovato a Castagnabanca in Liguria dai signori Mazzuoli ed Issel, fossile, che, mentre dapprima fu ritenuto per *Estheria minuta*, pare ora invece essere non altro, che *Myacites Fassaensis*, caratteristica del Trias. Immediatamente al di sopra degli scisti talcoidi e delle quarziti, poggiano i calcari grigi subcristallini passanti a calcescisti e calcari a lastre del Trias inferiore; superiormente stanno altri calcari

dolomitici fossiliferi biancastri e grigiastri, subcristallini, duri, con fratture e vene di calcite corrispondenti ai calcari del *Briançonnais* triasici di Lory, di Favre, di Gerlach e del Baretti. Lo Zaccagna chiama cotesti calcari *calcari di Villanova*, rapportandoli al *Muschelkalk* (Trias medio), mentre il Portis, per la *Diplopora annulata* in essi contenuta,li riferisce al Keuper medio (strati di Wetterstein, di Hallstadt, di Esino). Ed infine ancora, al di sopra, stanno altri calcari compatti, subcristallini, bianchi, rosei, grigiastri, ceroidi del Trias superiore. In questa località raramente s'incontrano gessi e carniole; sono però frequenti in altre, e più specialmente alla base del calcare di Villanova. Sul torrente Corsaglia, tra le quarziti a contatto coi calcari triasici, havvi un banco di ematite in compenetrazione nella quarzite; fatto questo, che per lo Zaccagna costituisce un'analogia con le Alpi lombarde, dove il *servino* è sovente ferrifero.

In Valle d'Aosta, verso il Monte Bianco, trovasi la medesima successione petrografica: agli scisti carboniferi succede lo scisto gneissiforme talcoide permiano, poi vengono le quarziti, i gessi, le carniole, i calcescisti, i calcari micacei grigi, bianchi, cristallini, compatti triasici.

Ora in Valle Stretta, alle arenarie micacee con gli scisti carboniosi del Carbonifero (arenarie e scisti che dalla Comba Serre si estendono per la base orientale del Serù alla Rocca Bussort sul confine, nel Valloncino del Desinare, presso il Lago Bianco, e su tutto il versante discendente dal clinale confine Colle Valmeinier-Rocca Bianca ai laghi Chardonnet, Grande Adritto e Lavora) si sovrappone dapprima lo scisto talcoide di Gerebrea, della Miniera del Bancher e della Comba Serre, passante allo scisto talcoide micaceo verdastro di questa stessa località, e rappresentante il Permiano; dappoi, e più in alto, si sovrappongono l'anagenite della Comba Miglia e le quarziti bianche e verdiccie, che dal Col des Thurres si prolungano al nord per il Vallone Tavernetta, alla base del Serù, alla Rocca Bianca fino al Tabor, riferentisi al Vosgiano (Trias inferiore). Su queste quarziti poggiano i calcari grigi subcristallini passanti a calcescisti, tra Melezet e Bardonecchia, calcari che si estendono per tutto il versante sinistro della valle fino al Colle di Valle Stretta, alla Guglia Rossa, Guglia del Mezzodì, Col des Acles e oltre, alla Roche des Thurres, Passo del Cavallo, Colle del Vallone, Gran Testa del Cane e Rocche del Serù; essi rap-

presenterebbero i calcari del Vosgiano, quello di Villanova, del Franconiano o *Musckelkalk* (Trias medio), e quello del Tiroliano (Trias superiore). Su questa maggior massa di calcari stanno in ultimo i lembi accennati di calcare fossilifero a *Cylindrites* della vetta del Tabor, del Passo del Cavallo e del Colle di Valle Stretta, calcare che si riferirebbe al Cretaceo inferiore. Non mancano infine le carniole ed i gessi al Tabor ed alla Comba Miglia; come pure l'ematite della Miniera del Bancher in compenetrazione nel quarzo fra lo scisto talcoide, le quarziti ed i calcari.

Dallo esame dei fatti precedentemente esposti si possono dedurre le seguenti conclusioni:

1° La Valle Stretta è una valle d'interstratificazione. Il suo alveo corrisponde a due *salti*: l'uno superiore, in direzione pressochè nord-sud, e l'altro inferiore, diretto da nord-ovest a sud-est; ambidue si uniscono poco a monte delle Grange Serre.

2° Il Carbonifero è costituito da arenarie micacee e da scisti carboniosi intercalati, e comprende entrambi i livelli della Tarantasia, superiore, e del Delfinato, inferiore.

3° Il Permiano è rappresentato dallo scisto talcoide gneissiforme e dallo scisto talcoide micaceo verdastro.

4° Il Vosgiano è costituito dall'anagenite, dalle quarziti bianche e verdiccie, dai calcescisti e dai calcari grigi inferiori.

5° Il Franconiano ed il Tiroliano dai calcari grigi e rossastri superiori.

6° Il Cretaceo dai calcari a *Cylindrites*.

Studi sulla produzione dell'Acido urico negli organismi;

di PIERO GIACOSA

Nel Luglio dell'anno scorso I. HORBACZEWSKI presentava all'Accademia delle Scienze di Vienna alcune sue ricerche sulla produzione dell'acido urico nei mammiferi (1). Il più notevole fra i risultati delle sue osservazioni era il fatto ben constatato che se si lasciano per qualche ora in contatto polpa splenica e sangue di vitelli lattanti alla temperatura dell'organismo e in presenza d'aria, si formano delle quantità sensibili di acido urico.

La produzione di quest'acido è in ragione diretta della quantità di milza impiegata; essa dipende dalla integrità delle condizioni di temperatura e di aerazione fisiologiche: l'estratto acquoso della milza fresca, contiene sciolti dei principii i quali per l'azione del sangue generano acido urico. La milza e il sangue esaminati immediatamente dopo estratti dall'animale non contengono punto, o soltanto traccie di acido urico.

Come si scorge, questi fatti sono abbastanza interessanti per meritare conferma; e nella prima parte di questo lavoro io ebbi appunto ad occuparmi di questo argomento e volli ripetere le esperienze di HORBACZEWSKI. Darò più sotto i particolari di queste esperienze. Intanto è bene riassumere alquanto per sommi capi lo stato presente delle nostre cognizioni su questo argomento.

Dopochè il KOSSEL con varii lavori dimostrò il nesso che passa fra la nucleina e i corpi xantinici venne spontanea l'idea che fosse da cercarsi nella nucleina l'origine dell'acido urico. Le formole dei corpi xantinici cioè della xantina, ipoxantina, guanina ed adenina si rassomigliano tanto e hanno tale affinità con

(1) *Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissenschaften. Mathem-naturw. Classe;* Bd. XCVIII, Abt. III, Juli 1889.

quella dell'acido urico; fra i prodotti di scomposizione di questi corpi se ne trovano tanti comuni, che il pensiero corre spontaneo ad immaginarli come composti derivanti gli uni dagli altri. Nei nostri laboratorii finora si riuscì a ottenere la ipoxantina dall'adenina per l'azione dell'acido nitroso (KOSSEL) e la xantina dalla guanina collo stesso metodo. Ma, malgrado le affermazioni di STRECKER (1) che si trovano ancora registrate nel trattato di ROSCOE e SCHORLEMMER (2), non si potè dall'acido urico ottenere per riduzione la xantina, nè dall'ipoxantina per ossidazione la xantina. Però questa trasformazione si compie non solo nell'organismo degli uccelli, ma anche in quello dei mammiferi. KERNER (3) trovò che la guanina data ai conigli produce aumento di acido urico: l'ipoxantina nell'organismo dei polli si trasforma quasi intieramente in acido urico (v. MACH) (4).

Se è assodato che nell'organismo sopratutto degli uccelli i corpi xantinici si trasformano in acido urico, non si ha ancora la prova diretta che la nucleina produca nelle condizioni fisiologiche dei corpi xantinici. Il KOSSEL ottenne bensì xantina della nucleina, ma per l'azione degli acidi diluiti.

La inattacabilità della nucleina al succo gastrico rende difficile il poter fare il diretto esperimento. STADTHAGEN (5) che lo tentò somministrando nucleina non vide nell'urina aumentare i corpi xantinici o l'acido urico: probabilmente la nucleina non era stata assorbita. Altri fatti tuttavia mettono si può dire fuor di dubbio che i corpi xantinici derivino dalla nucleina degli organi. Anzitutto gli organi più ricchi in nucleina sono anche più ricchi in corpi xantinici (SALOMON, KOSSEL); se questi organi ricchi in nucleina si esaminano freschi, vi si trovano meno corpi xantinici che non dopo 24 ore di riposo (6); nel sangue vivente non si hanno corpi xantinici che in minime quantità e vi compaiono dopo la morte (SALOMON (7). Il SALKOWSKI (8) trovò che il lievito sterilizzato contiene nucleina e pochissimi corpi xantinici, ma che

(1) *Zeitschr. f. phys. Ch.*, 10, p. 260.
(2) *Lehrb. d. Chemie.* III Band, p. 918, Braunschweig, 1884.
(3) *Ann. der Ch. u. Pharm.*, CIII, 249.
(4) *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, XXIV, p. 389.
(5) VIRCHOW's, *Arch.*, CIX, pag. 390.
(6) *Arch. f. Anat. u. Phys.*. 1881, *Phys. Abt.*, p. 361.
(7) *Zeitschr. f. phys. Chemie*, II, p. 65.
(8) *Zeitschr. f. phys. Ch.*, vol. XIII, p. 506.

la nucleina scompare e vengono le xantine quando si lascia il lievito a sè. Secondo il SALKOWSKI sarebbe un processo zimotico quello che nelle cellule darebbe luogo alla trasformazione della nucleina in xantina.

La grande ricchezza della milza in elementi nucleati (leucociti) l'addita già a priori, in base ai fatti che ho esposto, come uno degli organi in cui si devono formare corpi del gruppo delle xantine e dell'acido urico: fin dal 1858 il RANKE (1) emise questa ipotesi partendo dalle osservazioni confermatesi di poi, che nelle malattie in cui si ha aumento di volume della milza si ha anche aumento nella eliminazione di acido urico; ed è importante a questo proposito l'osservazione spesse volte fatta (2) che la chinina fa diminuire la quantità d'acido urico eliminato.

Le esperienze di HORBACZEWSKI già citate confermano questa ipotesi; per controllarne l'esattezza io le ripetei nelle stesse condizioni in cui aveva operato lo sperimentatore austriaco. Il sangue e la milza si toglievano ai vitelli immediatamente appena uccisi; il sangue era rapidamente defibrinato e colato per un panno, poi si rinchiudeva il tutto in un recipiente a doppia parete, avviluppato al di fuori con lana. Fra le due pareti si metteva dell'acqua a temper. di 38°-40°. Gli organi così riparati per quanto si poteva dal raffreddamento erano subito portati in laboratorio, dove giungevano con una temperatura che non scese mai al di sotto di 28°, e ciò per la grande distanza che è tra il mattatoio municipale e il mio laboratorio.

Scelsi anch'io i vitelli lattanti, che a Torino si chiamano *sanati*, i quali hanno la milza assai ricca di corpuscoli nucleati.

Giunti in laboratorio si riduceva la milza in pasta mediante una macchinetta trita-carne previamente riscaldata; si separava dalla polpa rossa il connettivo della capsula. Poi la polpa si pesava, si pesava il sangue con cui la si voleva mescolare, si impastava il miscuglio e si metteva in grande boccia di DRECHSEL, la quale si manteneva poi a bagno maria in un gran bicchiere di vetro a temperatura di 38°-40°. Mediante un aspiratore si faceva passare una corrente d'aria nel miscuglio di sangue e di milza, il quale per ciò aveva sempre un colore rosso vivo di sangue arterioso.

---

(1) Citato in LEUBE e SALKOWSKI. *Lehrevom Harn*, p. 100.

(2) Cfr. PRIOR, *Pflüger's Arch.*, XXXIV. p. 237 (1884).

L'esperimento durava 6 a 7 ore; poi si lasciava raffreddare lentamente. Questo modo di operare è precisamente quello usato da Horbaczewski.

Feci in alcuni casi delle esperienze di controllo con sangue e milza freschi; ottenni sempre dei valori di acido urico o nulli o piccolissimi.

Quando io ritiravo dalla boccia di Drechsel il miscuglio di milza e di sangue per dosarvi l'acido urico esso tramandava per lo più odore di carne fresca; in alcuni pochi casi osservavo odore ammoniacale per putrefazione iniziata.

Il miscuglio si estraeva con soluzione bollente di cloruro sodico all'1 $^0/_0$ con aggiunta di acido acetico. Si filtrava; il precipitato col filtro si trattavano di nuovo con acqua bollente, precisamente come nel lavoro di Horbaczewski. Gli estratti riuniti si svaporavano a b. m. fino a piccolo volume, si filtravano a caldo e si trattavano col metodo di Salkowski per la ricerca dell'acido urico quale è indicato nel suo trattato dell'urina a pag. 96, colla sola modificazione della contemporanea aggiunta della soluzione magnesiaca ed argentica mescolate insieme. Il metodo di Ludwig usato da Horbaczewski non è come osserva il Salkowski (1) che una modificazione del suo, il quale è certo il più esatto fra i metodi di dosaggio dell'acido urico, benchè sia lunghetto e minuzioso.

Raramente m'accadde nel corso di numerosi dosaggi di acido urico eseguiti in quest'anno che il filtrato dal solfuro d'argento fosse torbido; in ogni caso credo miglior consiglio filtrare il liquido tal quale appena sia presso alla ebollizione, e acidificare il filtrato: in tal caso si forma un intorbamento leggero lattiginoso di zolfo che si asporta poi coi lavaggi al solfuro di carbonio, mentre che se si fosse acidificato prima di filtrare si avrebbe avuto una filtrazione assai lenta.

L'acido urico con questo metodo si ottiene per lo più in bei cristalli grandi, abbastanza scolorati.

La quantità di acido urico ottenuta dalla polpa splenica e dal sangue di vitelli lattanti nelle condizioni accennate è estremamente variabile; ciò perchè non tutte le milze contengono le stesse quantità di nucleina o di generatori dell'acido urico, e

(1) *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, Vol. XIV, p. 48.

perchè anche la temperatura e la durata delle esperienze differirono alquanto dall'uno all'altro caso.

Ecco i risultati delle mie esperienze; le ordino non cronologicamente, ma secondo le quantità crescenti di milza impiegate.

Esp. 1ª - 4 febbraio 1890. — Si impiegano gr. 67 di sangue e 33 di polpa splenica che giunsero in laboratorio a temperatura di 28°; si mescolano e si mettono nella boccia di Drechsel che contiene ancora un po' d'acqua, per cui si scioglie un po' di emoglobina; si lascia a 38-40° per ore 5 $^{1}/_{2}$, poi si lascia sfreddare per 11 ore; nessun odore putrido all'aprire della boccia. Acido urico trovato milligr. 78.

Esp. 2ª - 10 febbraio 1890. -- Milza e sangue arrivano dall'ammazzatoio a temp. di 34°, si passa subito alla macchina ed al setaccio la milza, e la polpa si divide in 2 porzioni di gr. 75 l'una: una porzione si mescola con 200 gr. sangue e si mette nella boccia Drechsel dove rimane 5 ore e mezza a temperatura di 38°-40°; poi si spegne e si lascia sfreddare 12 ore; l'aria passa sempre regolarmente: nessun odore putrido: acido urico ottenuto milligr. 105,5.

Esp. 3ª - 26 gennaio 1890. — Milza e sangue giungono a temp. di 28°: 100 gr. di polpa splenica si mescolano con 300 di sangue, e si lasciano 17 ore nella boccia di Drechsel; la temp. fu sempre da 35 a 38°. In questo dosaggio si ebbe l'inconveniente che il solfuro d'argento passò a traverso al filtro per cui si dovette evaporare alquanto prima di filtrare. Acido urico ottenuto milligr. 43,9.

Esp. 4ª - 11 marzo 1890. — Sangue e milza giungono dall'ammazzatoio a temp. di 29°, si mescolano 150 gr. polpa splenica con 300 gr. sangue: rimangono circa 12 ore a 38°: acido urico ottenuto milligr. 128,1.

Esp. 5ª - 6 gennaio. — Sangue e milza arrivano a temperatura di 28°: si mescolano 325 gr. di polpa splenica con 325 di sangue, e il miscuglio si divide in due porzioni eguali, ciascuna contenente gr. 162 di polpa splenica e 162 gr. di sangue. La prima porzione si getta senz'altro in acqua bollente contenente cloruro sodico 1 $^{0}/_{0}$, si aggiunge acido acetico, e insomma si tratta come le altre per la ricerca dell'acido urico; l'altra porzione si mette nella boccia di Drechsel, vi si lascia 6 ore a 38°, sempre regolando bene la corrente d'aria: poi la si tratta subito con acqua bollente come l'altra porzione senza

lasciare sfreddare. Durante l'estrazione con acqua di queste due porzioni succedette uno sbaglio per cui la terza acqua di estrazione della seconda porzione, cioè di quella che fu nella boccia per 6 ore si versa con le due prime della prima porzione che è quella trattata immediatamente, e viceversa la terza acqua di questa prima porzione si getta con quella della seconda. Forse per questa causa si trova che il sangue e la milza immediatamente mescolati e analizzati contengono un po' d'acido urico, 13 milligrammi; l'altra porzione ne contiene invece 111 milligr., e certamente si avrebbe avuto un numero maggiore senza l'inconveniente accennato.

Per cui in complesso, astrazione fatta dalle quantità di sangue impiegate, che come osservò già l'Horbaczewski non sembrano esercitare un'influenza grande sul fenomeno della produzione d'acido urico, si ha che con quantità di milza crescenti si hanno le seguenti cifre per l'acido urico.

Esperienze	Sangue gr.	Milza gr.	Acido urico milligr.	Acido urico °/₀ gr. milza in milligr.
1ª	66	33	78. 00	236. 00
2ª	200	75	105. 5	140. 00
3ª	300	100	43. 0	43. 00
4ª	150	150	128. 1	85. 4
5ª	162	162	112. 6	69. 5

Queste cifre dicono chiaramente che la quantità d'acido urico aumenta coll'aumentare della quantità di polpa splenica; fa eccezione la 3ª esperienza nella quale non posso spiegare il piccolo risultato se non attribuendolo al fatto che in questo caso il miscuglio fu generalmente a temperatura più bassa che negli altri casi.

L'aumento però non è proporzionale, poichè se si calcola in ogni caso l'acido urico ottenuto da 100 grammi di polpa splenica si hanno cifre assai disparate. Pare quasi che quantità crescenti di milza abbiano il potere di diminuire la produzione di acido urico.

I numeri da me ottenuti sono superiori a quelli di HORBACZEWSKI, perchè egli usò sempre quantità di milza inferiori alle mie, e viceversa quantità di sangue maggiori: io impiegai di sangue o quantità uguali a quelle della milza, o il doppio o il triplo: egli invece per lo più impiega quantità di sangue 7 a 10 volte maggiori tranne che nell'ultima esp. della tabella in cui il rapporto è di 1,4. In quest'ultimo caso da 100 di milza si ottennero 142,7 milligr. di acido urico.

La produzione dell'acido urico a spese della polpa splenica è, come già dissi, probabilmente in rapporto coi leucociti di cui questo organo è ricco; siccome però anche altri organi contengono elementi nucleati, e sono in grado di fornire i prodotti caratteristici di scomposizione delle nucleine (1), così si può prevedere che la produzione di acido urico non deve essere una funzione esclusiva della milza, ma si deve verificare anche in altri organi.

Io riporto qui una esperienza fatta con fegato di vitello poppante (così detto sanato) e sangue.

ESP. 6ª - Il fegato arrivò colla milza e col sangue della esperienza 4ª al laboratorio a temperatura di 29°, si triturò finamente e si mescolarono 150 gr con 300 di sangue: si lasciò lo stesso numero di ore come la milza, solo che si perdette una parte del miscuglio nell'estrarlo dalla boccia di DRECHSEL: malgrado ciò si ottennero milligr. 75,2 di acido urico, cioè più della metà di quanto si ottenne con eguale quantità di polpa splenica e di sangue dello stesso animale (128,1 milligr.).

La partecipazione del fegato alla produzione di acido urico è dunque dimostrata; resta a decidersi quale parte prenda quantitativamente quest'organo nella produzione di acido urico. Se anche (come si potrebbe dedurre da questa mia unica esperienza), il fegato a parità di peso produce meno acido urico, comparando il peso del fegato con quello della milza potrebbe risultare che esso avesse una parte più importante nella produzione totale. Non ho potuto intraprendere ricerche col midollo delle ossa, che certo danno dei risultati interessanti.

Devo dire che avendo preso un fegato di vitello *non lattante*, e avendolo trattato nello stesso modo, non ottenni alcuna traccia

(1) Vedi a questo proposito il lavoro di GRANDIS, *Giornale della R. Acc. di Med.*, 1889, n. 6 e 7.

d'acido urico; lo stesso risultato ottenni colla milza di questo stesso animale, ma non so se qui sia da ascriversi alla circostanza che l'apparecchio ad aspirazione per un guasto sopravvenuto gettò dell'acqua nel miscuglio che era nella boccia di DRECHSEL. L'esperienza è da ripetersi.

La produzione di acido urico nei mammiferi, si può facilmente spiegare attribuendola ai processi che vediamo compiersi nella milza e nel fegato e che si compirono senza dubbio anche in altri tessuti. La piccola quantità d'acido urico eliminato dai carnivori, quella ancora minore eliminata dagli erbivori (1) si possono interpretare come provenienti dalla metamorfosi delle sostanze nucleiniche o xantiniche. Si potrebbe forse immaginare che una parte dell'acido urico che si forma in questo modo si trasformi poi oltre in urea, poichè è noto che l'acido urico e i corpi xantinici somministrati ai mammiferi danno aumento non d'acido urico ma di urea: perfino nell'organismo del leucemico (2), l'acido urico somministrato per bocca scompare come tale, trasformandosi probabilmente in urea! Tuttavia a questo proposito conviene por mente che altro è il comportamento di una sostanza che penetri per le vie digerenti o che si produca nei nostri tessuti; le esperienze di MARÈS (3) il quale vide che dopo un pasto copioso, prima che si fosse prodotto l'aumento solito nella eliminazione di azoto, l'acido urico aumentava e raggiungeva il suo *maximum* sembrano provare che questo corpo fabbricatosi a spese del protoplasma vivente (poichè non può dopo così breve tempo, e senza il contemporaneo aumento dell'azoto ammettersi una distruzione degli albuminoidi ingeriti) non subisca la sorte dell'altro.

Sperimentando colle sostanze che il BINZ prima e poi il POHL (4) ultimamente hanno dimostrato essere in grado di produrre una leucocitemia passeggera si potrà forse vedere se l'acido urico formatosi nei tessuti si ossidi tutto o no. Io credo che quest'ultimo non si trasformi in urea come quello ingerito.

(1) MITTELBACH, *Zeitschr. f. Phys. Ch.*, XII, p. 463.

(2) STADTHAGEN, *VIRCHOW'S Archiv*, CIX, p. 390.

(3) *Arch. slaves de Byologie*, III, 207, dal Sunto in *Centralbl. f. d. med. Wiss.*, 1882, p. 2.

(4) *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, vol. XXV, p. 51.

La produzione abbondantissima di acido urico negli uccelli e nei rettili, non si può spiegare così facilmente come quella dei mammiferi, e costituisce anzi uno dei problemi più oscuri che si presentino in biologia. Essa indica un divario sostanzialissimo e così netto fra le due categorie di animali che sarebbe forse difficile trovarlo eguale nei caratteri morfologici. Tuttavia anche nel campo morfologico vi ha una differenziazione netta fra queste classi di animali, e consiste nel trovarsi il corpuscolo rosso del sangue non nucleato nel mammifero e nucleato negli altri vertebrati. Solo nell'epoca fetale il corpuscolo rosso del mammifero è nucleato.

Questa coincidenza di due grandi caratteri differenziali mi fece già varie volte pensare che vi fosse forse un nesso fra questi due fatti: corpuscoli nucleati ed eliminazioni di acido urico. Nesso che non vorrei certo interpretare nel senso che l'acido urico dovesse provenire esclusivamente dalla nucleina dei corpuscoli, poichè non si può comprendere come questi corpuscoli si distruggano con facilità per produrre tutto l'acido urico eliminato, nè come l'azoto della alimentazione debba passare per lo stadio di nucleina, cioè organizzarsi, per essere eliminato.

Le esperienze di MINKOWSKI (1) hanno rischiarato grandemente la questione della produzione di acido urico negli uccelli; ma non l'hanno spiegata completamente. Esse ci dimostrano che esportando il fegato alle oche l'acido urico diminuisce grandissimamente nelle urine, senza però scomparire affatto: in luogo di questo corpo si trova ammoniaca ed acido lattico, in proporzioni equivalenti in modo da fare nascere naturalmente l'idea che l'acido urico si fabbrichi nel fegato per sintesi appunto dall'ammoniaca e da una molecola non azotata. Questa è la conclusione a cui giunge infatti il MINKOWSKI e che è accettata dai più, quantunque essa abbia bisogno di un diretto esperimento per essere dimostrata.

Il MINKOWSKI crede che le tenui quantità di acido urico che rimangono nella urina delle oche dopo estirpato il fegato siano quelle prodottesi dalle xantine della nucleina, e rappresentino l'eliminazione normale dei mammiferi.

Il fatto è confermato dalle esperienze posteriori di v. MACK (2)

---

(1) *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, XXI, p. 41.
(2) *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, XXIV, p. 388.

il quale trovò infatti che la ipoxantina data ad un' oca a cui era stato esportato il fegato diede luogo ad un aumento tale nella produzione dell'acido urico da non potersi spiegare se non attribuendolo alla trasformazione della ipoxantina in acido urico.

Giova notare che la gravità dei disturbi cagionati da una operazione così grave come l'ablazione del fegato non permette di fare delle deduzioni rigorose, sopratutto quantitative, sul processo di produzione dell'acido urico Non sappiamo se realmente durante la vita e l'integrità delle funzioni l'acido urico fabbricatosi per sintesi nel fegato degli uccelli stia veramente a quello che proviene dalle nucleine nel rapporto che si dedurrebbe dalle esperienze di MINKOWSKI. A priori, considerando la grande attività degli scambi negli uccelli (1), e l'abbondanza di elementi nucleati in loro, pare che dalle nucleine si dovrebbe avere un maggior prodotto che non si sia trovato.

In ogni caso però il comportamento diverso del fegato nei mammiferi (SCROEDER) e negli uccelli, e la incapacità in questi ultimi ad ossidare la molecola azotata al punto di portarla allo stadio d'urea, rimangono sempre a spiegarsi. E il ricondurre questo fenomeno alla presenza di corpuscoli rossi nucleati mi pare tanto più naturale, in quantochè durante la vita fetale dei mammiferi in cui essenzialmente differiscono dall'adulto per contenere i corpuscoli rossi nucleati noi vediamo prodursi dei corpi del gruppo dell'acido urico nelle orine e nei liquidi fetali, ed essere più ricchi in corpi xantinici gli organi fetali (2).

Allo scopo di assodare se il sangue di uccelli potesse avere una influenza sulla produzione d'acido urico, iniziai delle esperienze contemporanee e parallele a quelle già citate, fatte colle stesse quantità di milza ma mescolate con sangue d'uccelli.

Operai con sangue d'oca, di tacchino e di pollo. Gli animali si uccidevano in laboratorio, si sbatteva il sangue mentre colava nei bicchieri ben secchi tenuti a 40°; si passava per una garza e poi si impastava con polpa splenica. Dopo di che il miscuglio si introduceva nell'apparecchio di DRECHSEL, e lo si manteneva alla stessa temperatura che nell'esperienza con sangue di vitello poppante.

---

(1) BIZZOZERO, *Atti dell'Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XXV, Adunanza 15 dicembre 1889.

(2) KOSSEL, *Zeitschr. f. Phys. Ch.*, VII, 7.

Ecco riassunti qui i miei risultati.

Anzi tutto determinai la quantità di acido urico che si forma nel sangue di uccelli allorchè si tratta nel modo usato per i miscugli di sangue e di milza. Molti autori parlano di acido urico nel sangue e nei tessuti degli uccelli, per lo più limitandosi a parlare di traccie; HOPPE-SEYLER nella *Physiologische Chemie* (p. 432) dice che MEISSNER ne trovò gr. 0,031 per mille nel sangue delle galline nutrite con carne. Ultimamente lo SCHROEDER (1) fece una serie di ricerche su questo argomento, da cui risulta che nel sangue di gallina e di oca nutrite di semi di cereali la quantità d'acido urico per mille oscilla fra traccie e 0. 97 gr.: nelle galline nutrite con carne l'acido urico nel sangue aumenta.

ESP. 7ª — Io dosai l'acido urico in 194 gr. di sangue di pollo che misi nella boccia di DRECHSEL e lasciai per 5 ore e mezza a 39–40°, e per 12 ore a sfreddare, sempre facendo passare aria. Non ebbi odore putrido nell'aprire la boccia: il sangue lo trattai parecchie volte col quintuplo d'acqua bollente con Na Cl 1 % ed acido acetico, per precipitare gli albuminoidi, ripetendo l'operazione per 3 volte; i filtrati riuniti e separati contenevano milligr. 3,4 di acido urico cioè 17 milligr. per mille.

ESP. 8ª — Il 26 gennaio si uccise un'oca per dissanguamento, e si estrassero 100 gr. di sangue defibrinato dopo che si mescolò a 50 gr. di milza di vitello (sanato); la temperatura rimase per 17 ore fra i 35 e i 38°; il passaggio d'aria regolare. Si ottennero milligr. 28,5 d'acido urico. La stessa milza, ma in quantità doppia (esp. 3ª) con sangue dello stesso animale aveva dato milligr. 43,9 di acido urico. Quantunque l'acido urico trovato in 50 gr. sia alquanto maggiore della metà di quello rinvenuto in 100 gr. (22 milligr.), tuttavia non credo che si possa interpretare l'esperienza nel senso che la presenza di sangue d'oca abbia potuto fare aumentare l'acido urico, poichè la differenza è troppo piccola.

ESP. 9ª — Parallela alla esperienza 1ª — Si misero 67 gr. di sangue ottenuto da un tacchino di gr. 2000 e defibrinato, con 33 gr. di milza di sanato: anche qui come nella esp. parallela si aveva un po' d'acqua nella boccia di DRECHSEL; la temper.

(1) *Beitrage zur Physiologie C. LUDWIG, von seinem Schülern gewidmet.* Lipsia, 1887, p. 89.

rimase per 5 ore a 38-40°. poi scese durante 11 ore fino a 30°. Acido urico ottenuto milligr. 45,3: la stessa quantità di milza con sangue di sanato diede milligr. 78.

Esp. 9ª - Parallela alla esp. 2ª. — Da 15 polli si ricavano circa 500 gr. di sangue: dopo defibrinato e colato il sangue si ridusse a 394 gr. Di questi 194 si impiegarono per il dosaggio dell'acido urico (vedi esper. 7ª) gli altri 200 si misero con 75 gr. di polpa splenica di sanato. L'esperienza procedette assai bene, la temperatura salì per poco tempo ai 43°, ma fu tosto ricondotta a 39° e vi rimase 5 ore e mezza, poi si lasciò sfreddare lentamente per 12 ore. All'apertura della boccia si sentì un leggero odore putrido. Acido urico trovato milligr. 4. La stessa quantità di polpa splenica con sangue di sanato aveva dato milligr. 105,5.

La difficoltà di potersi procurare il sangue di uccelli in quantità sufficiente per queste esperienze me le fece sospendere. Risulta però chiaramente che la produzione di acido urico per opera della milza diminuisce allorchè vi è in presenza invece di sangue dello stesso animale, sangue di un altro animale. La piccolissima quantità di acido urico ottenuta nell'ultima esperienza non saprei come interpretarla se non ammettendo che la putrefazione avesse già distrutto una parte dell'acido urico formatosi.

Riporto ancora qui due esperienze:

Esp. 10ª — Il 4 febbraio presi il fegato ad un tacchino appena ucciso, lo triturai, ne pesai 90 grammi, mescolai con gr. 335 di sangue di vitello poppante, misi nella boccia e feci passare aria, agitando ancora tratto tratto perchè il fegato in frammenti non troppo fini tendeva a precipitare al fondo. La temperatura si mantiene a 37-39° per 6 ore, poi si lascia sfreddare per 10 ore. L'acido urico formatosi è eguale a 20 milligrammi.

Esp. 11ª — Il 24 febbraio uccisi due tacchini in laboratorio, ne ebbi gr. 798 di sangue che dopo sfibrinato e colato si ridussero a gr. 555. I fegati si triturarono bene: 90 grammi si mescolarono col sangue, e si misero nell'apparecchio agitando tratto tratto e facendo passar aria. La temperatura rimase dai 41° ai 42° per 6 ore, dopo di che si sfreddò per 12 ore. Acido urico trovato milligr. 165,8.

Queste due esperienze hanno grande valore. La prima messa insieme alle precedenti prova che la presenza di sangue eterogeneo basta per fare cessare la capacità a fabbricare acido urico

a spese di un tessuto che in condizioni normali, cioè con sangue omogeneo ne dà moltissimo. I 20 milligrammi da me trovati erano probabilmente contenuti primitivamente nel fegato del tacchino. La seconda dimostra come nel fegato del tacchino si fabbricano delle quantità di acido urico grandissime, maggiori assai di quelle che si ottengono dalla milza di vitello poppante. L'esperienza in cui ebbi la maggior quantità di acido urico dalla milza è la 4ª in cui da 150 gr. di polpa splenica con altrettanto sangue si ebbero 128,1 milligr. d'acido urico. Facendo la proporzione si trova che 150 gr. di fegato di tacchino darebbero milligr. 276,3.

Non conosco delle cifre sulla quantità di acido urico eliminato normalmente dal tacchino. Trovo (1) che nelle oche questa quantità per 24 ore oscilla fra gr. 4,5 e 2,50 a seconda della nutrizione, la quale quando è completamente vegetale questa quantità oscilla fra gr. 1,5 e 2. Il tacchino più piccolo dell'oca e cibantesi di vegetali eliminerà probabilmente alquanto meno acido urico ed allora in base ai risultati da me avuti e pensando che nell'organismo degli uccelli l'acido urico non si trasforma ma è eliminato tal quale, si vedrà che a questo modo di formazione dell'acido urico cioè a spese delle nucleine conviene dare una maggiore importanza che non sembri risultare dalle esperienze di Minkowski. Allo stesso risultato conducono le ricerche di Schroeder (2), il quale nel fegato di polli nutriti con carne trovò acido urico in quantità ragguardevole oscillante fra 54 e 140 milligr. $^0/_0$, mentre negli stessi animali nutriti con vegetali questa quantità è assai minore.

L'influenza del sangue a globuli nucleati sulla produzione di acido urico nelle mie esperienze non fu provata; ciò probabilmente si deve al disturbo recato alle funzioni dalla presenza di sangue eterogeneo. Converrà tornare a studiare questa questione da altri punti di vista. Quello che risulta dal mio lavoro si è che non solo la milza ma anche il fegato nel mammifero producono acido urico; e che negli uccelli la produzione di acido urico nel fegato è molto attiva.

Esperienze già antiche di Joliet (3) indicano che il sangue

(1) Minkowski, l. c., p. 54.
(2) L. c.
(3) *Maly-S, Jahresb. d. Thierchem.*, IV, 106.

degli uccelli contiene meno ossigeno di quello dei mammiferi; a questo però non credo sia da attribuirsi il fatto che questi animali secernono l'azoto sotto forma d'acido urico anzichè d'urea. L'essere quest'ultimo prodotto retaggio quasi esclusivo dei mammiferi indica in loro una superiorità chimica in quanto chè sono in grado di ossidare delle molecole che negli altri organismi non sono ossidate: e questa superiorità si mantiene verso gli altri animali non vertebrati nei quali anche si rinvennero nell'urina dei corpi del gruppo dell'acido urico. Nelle piante stesse l'azoto dei materiali che servirono al ricambio si trasformano in parte in corpi xantinici, ma non in urea.

Sull' origine della forza elettromotrice nelle coppie idroelettriche.

Nota del Prof. STEFANO PAGLIANI

Il principio della equivalenza fra il calore totale sviluppato da una corrente elettrica ed il lavoro delle azioni chimiche, che si compiono nella coppia, enunciato dal Joule nel 1842 (*Phil. Mag.* XX), venne poi teoricamente dimostrato dall'Helmholtz nel 1847 (*Die Erhaltung der Kraft.*) e da William Thomson nel 1851 (*Phil. Mag* [4]) colla applicazione del principio della conservazione dell'energia. Ed è generalmente conosciuto sotto il nome di teorema del Thomson il seguente enunciato: In un circuito chiuso la totale forza elettromotrice intrinseca è uguale allo equivalente dinamico della somma delle azioni chimiche che in esso si compiono per ogni unità di elettricità messa in movimento, diminuita dell'energia equivalente alla somma algebrica delle quantità di calore, sviluppate in processi reversibili. Questo teorema può ricevere la seguente semplicissima espressione. Se indichiamo con C la quantità di calore risultante dalle azioni chimiche, che si compiono nella coppia, per ogni grammo-equivalente di un elemento, che vi venga svolto o messo in libertà, con γ l'equivalente elettrochimico dell'idrogeno, con E la f. e. della coppia, con J l'equivalente meccanico della caloria si avrà:

$E = J\gamma C$. Sostituendo ad J il valore $41{,}55 \times 10^6\, C.G.S.$, a γ il valore gr. 0,0001038, dedotto dal medio dei valori trovati da Mascart, da Kohlrausch e da Lord Rayleigh per l'equivalente elettrochimico dell'argento, si ha: $E = 4313\, C$.

Il Favre (*Ann. Chim. Phys.* [3]. 40.1854) si propose di verificare coll'esperienza direttamente il principio di Joule e di Thomson. Egli adoperò a tale scopo il calorimetro a mercurio. Anzitutto studiò la coppia Smée determinando prima la quantità totale di calore sviluppata quando la coppia stava chiusa col circuito esterno (filo di platino) nella stessa muffola, e poi quando quest'ultimo stava fuori, riferendo poi i valori trovati ad un equivalente di zinco sciolto. Così in una prima serie di esperienze trovò come valore medio del calore totale 18124 calorie, in una seconda 19834^c, numeri discretamente concordanti con quello che si calcola dai dati termochimici; nei due casi il calore Joule si manteneva sempre minore del calore chimico. Studiando invece delle coppie formate da Platino e Zinco, o Platino e Cadmio in acido cloridrico trovò invece il calore Joule maggiore del calore chimico. Il calore chimico per la coppia *Cd-Pt* ammontò a 7968 calorie e per la coppia *Zn-Pt* a 15899^c, quando invece la resistenza fu lasciata fuori dal calorimetro si produsse nella coppia *Cd-Pt* un raffreddamento di 1288^c, e nella coppia *Zn-Pt* un raffreddamento di 1051^c. In altre sperienze Favre trovò per la coppia Daniell che il calore chimico è maggiore del calore Joule, per la Grove invece il contrario.

Favre dapprincipio credeva che il calore Joule dovesse essere uguale al calore chimico. Più tardi si accostò al concetto del Bosscha (*Pogg. Ann.* 1858), secondo il quale la causa della differenza in questione nella coppia Smée consisterebbe in questo che l'idrogeno al polo negativo si sviluppa allo stato attivo, ossia in *statu nascendi*, quindi lascia la lamina di platino per diffondersi nel liquido e passare allo stato ordinario, per cui si ha sviluppo di calore dovuto alla combinazione H,H, il quale riscalda bensì il liquido, ma non concorre ad aumentare la forza elettromotrice (*Compt. Rend.* 67. 1868). Ma il risultato inaspettato ottenuto colla coppia *Cd-Pt*, e *Zn-Pt* ad acido cloridrico, rendeva insufficiente anche questa spiegazione (*Compt. Rend.* 68.1869). Favre attribuiva quindi questo fatto ad altri processi chimici secondari, sulla natura dei quali non si pronunciava.

Alder Whright invece, il quale da solo e con altri, special-

mente col Thomson, pubblicò una serie di memorie sulla determinazione della affinità chimica in base alle forze elettromotrici, crede che i risultati trovati dal Favre riguardo al raffreddamento in certe coppie siano conseguenza di errori sperimentali, dovuti al metodo calorimetrico impiegato. Egli determinò (*Phil. Mag.* [5]. XVI. 36.1883) la f. e. di coppie *Zn-Pt*, *Cd-Pt*, tanto ad HCl, quanto ad H^2SO^4 diluito, eliminando gli effetti dell'aria disciolta, ed ha trovato che il valore di detta f. e sta sempre al disotto di quello che si calcola dalle sole azioni chimiche, e la differenza cresce col crescere della densità della corrente che si produce. Da queste e da molte altre esperienze il Wright arriva alla conclusione che la causa principale di tale inferiorità della f. e. realmente sviluppata nelle coppie o nei voltametri rispetto a quella che si calcola dalle azioni chimiche starebbe nel maggior e minor grado di inefficacia (*non adjuvancy*) per l'elettrodo negativo, dovuta allo sviluppo di calore invece che di elettricità durante il passaggio dei prodotti della elettrolisi dallo stato nascente allo stato permanente. In molti casi questa causa di inefficacia potrebbe superare quella all'elettrodo positivo. Il grado a cui può giungere questa inefficacia per ciascun elettrodo sembra essere una funzione complessa non solo della natura chimica degli elettrodi, delle condizioni fisiche delle loro superficie e delle proprietà dei prodotti della elettrolisi ma anche della temperatura, del grado di concentrazione della soluzione elettrolizzata e forse anche di altre condizioni. Se fra i prodotti permanenti della elettrolisi a ciascun elettrodo si trova un gas, quanto più grande è il potere condensante superficiale della sostanza che costituisce l'elettrodo, tanto più piccolo sarebbe il grado di inefficacia.

Chaperon pure (*Journ. de Phys.* 1884) in uno studio sulla polarizzazione dei metalli ossidabili accenna alla presente questione e le sue considerazioni tenderebbero a stabilire che la insufficienza della energia dovuta al processo chimico della soluzione del metallo negativo si debba attribuire alla proprietà che hanno molti metalli di assorbire l'idrogeno con produzione di energia libera. Egli troverebbe la spiegazione del carattere variabile della f. e. a circuito aperto presentato da tutte le coppie a metallo solubile, polarizzabili, in una condizione variabile di equilibrio fra l'energia dovuta alla soluzione del metallo e quella dovuta alla condensazione dell'idrogeno nel metallo.

Raoult (*Ann. Chim. Phys.* [4.] . 4 . 1865) nello studio della Daniell e di alcune altre coppie avrebbe trovato in generale delle differenze fra il calore voltaico ed il calore chimico e quello minore di questo.

Edlung (*K. Schwed. Akad.*, 14, 1876) spiega tali differenze nel seguente modo. Quando la corrente è stabilita nel circuito di una coppia non si trovano della attività di questa altri effetti che le azioni chimiche ed il calore che viene sviluppato, parte nella coppia, parte nel circuito esterno. Ora è chiaro che questa quantità di calore deve essere equivalente alla somma, algebrica dei lavori chimici, od in altre parole deve essere uguale a quella che sarebbe prodotta dalle stesse azioni chimiche, a corrente nulla. Ma la corrente deve per vincere la resistenza del circuito eseguire un certo lavoro meccanico, quindi bisogna ammettere che vi sia dispendio di calore in un qualche punto del circuito e questo non può essere che quello, dove ha sede la forza elettromotrice. Conchiude quindi che la f. e. per produrre la corrente deve spendere una quantità di calore che è uguale al calore galvanico, che la corrente sviluppa nel circuito, ma non è necessario che questo dispendio di calore sia uguale al calore chimico. Con questa ipotesi egli spiega i risultati delle esperienze del Favre. Così nelle coppie $Zn - Pt$, e $Cd - Pt$ ad HCl il dispendio di calore della f. e. nel circuito è maggiore della quantità di calore sviluppato per i processi chimici, che avvengono nella coppia; il contrario succederebbe nella coppia Smée.

H. F. Weber (*Absolute calorimetrische und elektromagnetische Messungen* 1877) insistette nel ritenere come conseguenza necessaria del principio della conservazione dell'energia che tutto il calore chimico dovesse trasformarsi in energia elettrica, tanto che considerò come erronei i risultati del Favre contrarii a quella deduzione.

Braun (*Wied. Ann.*, 5. 1878) osservò invece giustamente che l'unica conseguenza necessaria del principio della conservazione dell'energia si è che, quando una corrente produce una decomposizione chimica, deve la quantità di calore corrispondente a tale decomposizione essere sottratta dal circuito. Nel caso di una coppia $Zn \mid H_2 SO_4 \mid Cu$, in cui circoli una corrente nel senso $Zn \rightarrow Cu$, sarebbe sottratta al circuito una quantità di calore: $Q = W(Zn, SO_4) - W(H_2, SO_4) + W(H_2, Cu)$, la quale invece sarebbe sensibile nel circuito, se non esistesse la coppia. Ma non

è necessario che la f. e. sia misurata da quella quantità di calore. Dietro una serie di considerazioni teoriche dimostra che nè l'energia meccanica nè l'energia termica possono trasformarsi totalmente in energia elettrica potenziale. E così conchiude che si devono avere delle coppie la cui f. e. è maggiore, altra le cui f. e. è minore, di quella che si calcola dalle variazioni della energia chimica. Le sue determinazioni posteriori (*Wied. Ann.*, 16, 1882) confermarono le sue deduzioni teoriche.

Exner (*Wien. Akad. Ber.* 80 e 82, 1879 e 1880) non ammette l'esistenza di una f. e. di contatto e ritiene che soltanto quei punti di contatto nei quali avviene un'azione chimica possono essere sede di una f. e.; che quindi senz'altro la f. e. di una coppia qualunque è misurata dalla variazione di calore corrispondente alle azioni chimiche, che in esse avvengono. Non dirò del modo nel quale egli spiega le divergenze fra i valori teorici ed i calcolati delle coppie incostanti, poichè i risultati sperimentali, sui quali egli fonda le sue spiegazioni, sono stati contestati da esperienze adeguate e precise del Beetz (*Wied. Ann.* 10. 1880) e dei Prof. Naccari e Guglielmo (*Atti R. Acc. Scienze Torino*, 16, 1881). Accennerò solo al concetto alquanto singolare dell'Exner, secondo il quale in una reazione chimica qualunque fra due corpi, quando avviene nel modo ordinario, l'energia potenziale chimica si trasforma in calore, ma quando avviene in una coppia, dalla trasformazione della energia chimica non risulta direttamente calore ma elettricità. Può aversi nello stesso tempo sviluppo di calore, ma questo secondo Exner dovrebbe considerarsi come fenomeno secondario, non primario, quindi egli spiega le f. e. di contatto fra metalli, o fra metalli e liquidi con una ossidazione superficiale dei metalli, che sono ossidabili.

Secondo i prof. Naccari e Guglielmo la spiegazione delle divergenze fra la f. e. reale e la calcolata dalle azioni chimiche si deve cercare nei fenomeni secondari chimici e fisici, accompagnati da variazioni termiche, che avvengono nella coppia e possono, nella loro intensità, non mantenersi proporzionali alla corrente al variare di questa.

Il Pellat, in un importante studio sperimentale e teorico sulla differenza di potenziale degli strati elettrici, che ricoprono due metalli in contatto (*Ann. Chim. Phys.* [5] 24, 1881) arrivò, alle seguenti conclusioni, fra le altre. Due metalli differenti uniti metallicamente sono coperti in stato di equilibrio

da strati elettrici che non sono allo stesso potenziale. La differenza di potenziale è dell'ordine di grandezza di quella fra i due elettrodi di un elemento di pila idroelettrica a circuito aperto. Essa dipende dalla natura dei due metalli, da quella della loro superficie e non da quella degli strati profondi. Una alterazione chimica anche invisibile della superficie basta per cambiarne completamente il valore. Delle modificazioni puramente fisiche producono lo stesso effetto, e così la temperatura. La f. e. di una coppia formata da due metalli ed un liquido a circuito aperto ha lo stesso valore che la differenza di potenziale degli strati elettrici, che ricoprono nell'aria questi due metalli. Pellat ha sperimentato solo coll'alcool e coll'acqua pura, come W. Thomson e M. Clifton, perchè le soluzioni acide e saline modificano subito le superficie metalliche. Quanto ad una coppia a circuito chiuso la f. e. sarebbe uguale alla somma delle differenze di potenziale dei diversi conduttori a contatto. Se l'intensità della corrente varia, variano queste differenze di potenziale in causa di una modificazione nella natura dei contatti, quindi varia la f e. L'essere poi questa la stessa a circuito chiuso come immediatamente dopo la apertura del circuito dimostrerebbe che la differenza di potenziale di due conduttori a contatto è, quando essi rimangono identici, sensibilmente la stessa sia nel caso di movimento dell'elettricità, sia in quello di equilibrio. Quanto alla proporzionalità fra la f. e. e la quantità di calore sviluppato nelle azioni chimiche asseriva che fu solo dimostrata per le pile simmetriche del tipo Daniell, nelle quali la differenza di potenziale fra i due metalli ha un valore molto prossimo a quello della f. e. della coppia, essendo le altre differenze di potenziale trascurabili in confronto della prima. Quindi esisterà una relazione, ma molto vaga e lontana, fra le differenze di potenziale apparenti di due metalli a contatto e la variazione termica che avviene nella sostituzione di uno dei metalli all'altro in un sale. Se si dispongono i metalli in serie in modo che nel loro contatto ciascuno di essi sia negativo rispetto ai precedenti si trova che questo ordine presenta della analogia con quello della ossidabilità.

L'Helmholtz ha nel 1882 (*Berl. Ber.* 1882) trattato di nuovo teoricamente la questione nella sua introduzione alla termodinamica dei processi chimici. Egli applicando i principii della termodinamica ai processi elettrolitici in una coppia impolarizzabile

ne ha dedotto che e come si può dal segno e dalla grandezza della variazione della f. e. degli elementi galvanici colla temperatura dedurre delle conclusioni sulla grandezza della parte non convertibile in energia elettrica del calore chimico dei processi elettrolitici, che hanno luogo nella coppia al passaggio della corrente. Dalle considerazioni termodinamiche dell'Helmholtz si deduce che il lavoro della corrente durante il passaggio della quantità $d\varepsilon$ di elettricità, può ricevere la seguente espressione:

$$J\,d\,Q = \frac{\partial U}{\partial T}\,d\,T + T\,\frac{\partial E}{\partial T}\,d\,\varepsilon$$

essendo dQ la quantità di calore equivalente alla somma della variazione dell'energia interna U, e del lavoro eseguito. Il secondo termine del secondo membro di questa equazione è l'equivalente meccanico della quantità di calore che bisogna somministrare alla coppia per compensare il dispendio positivo o negativo di calore dovuto al passaggio della quantità di elettricità $d\varepsilon$, ossia per mantenere la coppia a temperatura costante. Secondo che il lavoro della corrente prodotta da una coppia è maggiore o minore della variazione totale di calore delle trasformazioni chimiche che avvengono durante il passaggio della corrente la coppia si raffredderà nel primo caso, si riscalderà nel secondo; e per mantenere costante la temperatura si dovrà nel primo caso aggiungere quella quantità di calore, nel secondo sottrarla.

D'altra parte siccome questa quantità di calore è uguale alla differenza fra la quantità di calore equivalente al lavoro della corrente e la variazione di calore nella coppia così si deduce pure che per quelli elementi, nei quali non tutta l'energia chimica si trasforma in energia elettrica, la f. e. deve diminuire col crescere della temperatura, e viceversa per quelli, i quali lavorano in parte a spese della propria energia termica interna, la f. e. deve aumentare colla temperatura. Si avrebbero perciò due metodi per stabilire la relazione fra l'energia chimica e l'energia elettrica in una coppia. Il secondo soltanto fu adoperato per le coppie idroelettriche. Helmholtz stesso lo applicò alle coppie Daniell, veramente reversibili, e trovò che la variazione della f. e. può essere positiva, negativa o nulla secondo le diluizioni della soluzione di solfato di zinco, rimanendo l'altra satura. Per le coppie a solfato mercuroso trovò

una diminuzione, per quella a cloruro mercuroso un aumento della f. e. colla temperatura In generale questa variazione dipende da un complesso di condizioni. Csapski (*Wied. Ann.* 22, 1884) applicò lo stesso metodo a coppie del tipo Warren de la Rue, ed altre a cloruro ferroso e mercuroso, a bromuro mercuroso e ferrico, a cloruro mercuroso e cadmico, e per le une trovò sufficiente concordanza fra la teoria e l'esperienza, per altre no.

Il principio di Joule e di Thomson riesce quindi applicabile a certe coppie a processi reversibili quando se ne modifichi l'espressione tenendo conto delle considerazioni termodinamiche dell'Helmholtz nel seguente modo: $E = 4313\, C \pm T \frac{dE}{dT}$.

Anche J. J. Thomson da considerazioni teoriche sulle coppie a gas, applicabili anche a coppie a soluzioni diluite (*Applications of Dinamics to Physics and Chemistry*, 1888) arrivò ad equazioni mediante le quali si potrebbe determinando la variazione della f. e. di una coppia colla temperatura calcolare l'equivalente meccanico del calore sviluppato nella combinazione che avviene nella coppia alla temperatura dello zero assoluto.

Così pure il Lippmann (*Cours de Thermodynamique*, 1889) tratta teoricamente la stessa questione e giunge alla conclusione interessante che per quelle coppie, nei cui processi chimici la legge di Woestyn sui calori specifici è applicabile, la f. e. è costante o funzione lineare della temperatura. Ora secondo il Berthelot tutte le volte che in una serie di azioni chimiche si ha cambiamento di stato fisico la legge di Woestyn non si verifica. Ora sono pochissime quelle coppie, nelle quali, quando lavorano, non si abbia qualche cambiamento di stato fisico, quindi anche quelle per le quali la f. e. è calcolabile dalle azioni chimiche.

Diffatti A. Wright e C. Thomson (*Phil. Mag.* [5]. 19, 1885) proseguendo le loro ricerche, a cui ho già sopra accennate, determinarono la f. e. di un gran numero di coppie formate da due metalli immersi in soluzioni dei sali corrispondenti, e trovarono che per pochissime di esse il valore della f. e. trovato è concordante con quello che si calcola dal calore chimico. Per cui, secondo essi, quel caso è solo una eccezione, ed in generale invece si deve ritenere che la f. e. prodotta realmente deve essere dovuta ad altre cause oltre quella del calore

delle trasformazioni chimiche, e che tutti i fenomeni osservati si possono chiaramente spiegare ammettendo che la differenza di potenziale, che si osserva fra i due metalli delle combinazioni voltaiche, è dovuta alla sovrapposizione di due cause: l'una lo sviluppo di calore chimico ossia la differenza nel calore di formazione dei due elettroliti che circondano rispettivamente i due metalli, per la quale il metallo immerso nell'elettrolito di minor calore di formazione acquisterebbe il potenziale più alto; l'altra un'azione affine a quella che agisce in una coppia termoelettrica.

Oliver Lodge in una lunga Memoria sulla sede della f. e. nelle coppie voltaiche (*Ibid.* 1885) da un confronto fra le f. e. osservate e quelle che si calcolano dai calori di ossidazione dei diversi metalli crede di poter concludere che un metallo non si trova generalmente allo stesso potenziale come l'aria colla quale si trova a contatto, che tale differenza di potenziale sia calcolabile almeno approssimativamente dai dati termochimici, che quando due metalli vengono posti a contatto i loro potenziali si uguagliano, e quindi non esisterebbe una f. e. di contatto, ma la origine vera della f. e. in un circuito qualunque, si deve ricercare nella trasformazione dell'energia di una forma qualunque, chimica, termica, ecc., nella forma conosciuta come corrente elettrica. Debbo però osservare che la concordanza fra i valori della f. e. che si calcolano dai calori di ossidazione e quelli trovati direttamente per il contatto fra metalli è assai poco evidente; per cui tale relazione è sempre ancora molto vaga, come già aveva fatto notare il Pellat.

E. F. Herroun (*Ibid.* 1889, vol. 27) in una recente Memoria sulla divergenza fra le f. e. ed i dati termochimici discute alcune ragioni che furono date per spiegare tale divergenza e dietro una serie di determinazioni della f. e. di coppie formate da due metalli immersi in soluzioni dei propri sali conchiude che il primo fattore nella determinazione della f. e. di una coppia voltaica è il calore relativo di formazione dei sali anidri dei due metalli polari; che la f. e. può avere la sua causa in trasformazioni chimiche di senso e di carattere diverso da quello che si può dedurre dal calore di formazione dei sali sciolti.

Finalmente, secondo P. Chroustchoff e A. Sitnikoff (*Compt. Rend.* 1889, 108, 937) la differenza fra la f. e. effettiva e quella che si calcola soltanto dalle azioni chimiche potrebbe essere spie-

gata mediante effetti Peltier, che come dimostrò il Bouty, si verificano non solo alla superficie di contatto fra metalli, ma anche fra metalli e liquidi. Avendo ricalcolato delle determinazioni di Gockel sopra coppie a sali di mercurio con dati termochimici di Nernst e sperimentato essi stessi sopra alcune coppie speciali avrebbero trovato che l'effetto Peltier darebbe un valore del medesimo segno e del medesimo ordine che la differenza fra la f. e. effettiva e la calcolata. Non sono molto disposti ad accettare il concetto di Braun e di Helmholtz che l'energia chimica sia soltanto parzialmente convertibile in energia elettrica, che cioè soltanto una parte dell'energia chimica sia libera, mentre il rimanente potrebbe solo trasformarsi in calore; perchè questo concetto tenderebbe ad assegnare una doppia origine al calore delle reazioni chimiche.

Dallo studio di tutte le indagini che furono fatte sull'argomento, ed i cui risultati ho cercato di brevemente qui riassumere mi sembra potersi dedurre che la discussione, iniziata da circa un secolo dal Volta e dal Fabroni, sull'origine della energia voltaica rimanga tuttora aperta, e che si possa contribuire alla sua soluzione con osservazioni dirette sui fenomeni termici, che avvengono in una coppia che lavora, procurando di studiarne la materia non con misure complessive fatte durante una lunga chiusura del circuito, per la quale naturalmente si producono nella composizione dei materiali della coppia delle variazioni tali da non potersene facilmente rendere conto, come fece il Favre, ma cercando di osservare tali fenomeni immediatamente dopo la chiusura del circuito ed a brevi intervalli di tempo da quell'istante. Questo studio mi parve poi specialmente interessante per quelle coppie per le quali la f. e. è variabile, e perciò ho incominciato colle coppie voltaiche polarizzabili, e scopo della presente Nota si è di far conoscere i risultati ottenuti in una prima serie di osservazioni.

Metodo adoperato. — Il principio del metodo da me adoperato è quello applicato nel bolometro di Langley colla modificazione proposta da R. Helmholtz. I quattro lati di un ponte di Wheatsthone sono formati da fili di resistenza presso a poco uguale. Due lati opposti sono disposti entro la coppia da studiarsi, e gli altri due lati entro un altro recipiente in modo analogo; in una delle diagonali è inserito un galvanometro sensibilissimo, nell'altra una pila Daniell. Quando si è raggiunta la condizione

di equilibrio fra le resistenze per cui non si ha corrente nel galvanometro, si chiude il circuito della coppia a studiarsi; qualunque sia la variazione di temperatura, che avvenga in essa, sarà accusata da una corrente nel galvanometro.

Il recipiente della coppia a studiarsi è costituita da un tubo d'assaggio di vetro lungo 7 cm. e del diametro interno di 2 cm. Entro ad esso portati da un tappo sono disposti due tubi di vetro cilindrici sottili coassiali, l'uno lungo 6 cm. e del diametro interno di 1 cm., l'altro lungo cm. 4,5 e del diametro interno di 6 mm. Attorno ad una porzione di ciascuno di questi tubi è avvolto un filo di platino del diametro di $^1/_{20}$ di millimetro. Le estremità di questo filo sono unite ad un filo più grosso di platino che serve a stabilire le comunicazioni col rimanente del circuito. Questi fili di platino, che costituiscono due lati opposti del ponte, sono coperti di un sottile strato di lacca, ottenuto da una soluzione concentrata di lacca nell'alcool. In tal modo riescono isolati dai liquidi della coppia. I due tubi interni sono aperti inferiormente e sono immersi nel liquido della coppia; nel centrale si introduce uno dei metalli polari, fra il secondo e la parete del tubo esterno l'altro metallo.

In un altro recipiente, si hanno gli altri due lati del ponte, e le cose sono disposte nello stesso modo eccetto che esso è riempito di acqua, non vi sono naturalmente le lamine polari, e nel tubo centrale è introdotto un termometro a piccolo bulbo.

Ho voluto accompagnare lo studio dei fenomeni termici colla determinazione della f. e. A questo scopo mi sono servito del metodo elettrometrico, e dovendo misurare f. e. piccole e per evitare la polarizzazione scelsi come strumento di misura l'elettrometro di Lippmann. Siccome non me ne poteva provvedere uno, ho costrutto la parte in vetro ed ho interposto il recipiente colla punta affilata fra il porta-vetrino e l'obbiettivo di un microscopio Hartnach, coricato orizzontalmente e posto sopra un tavolo con gambo a dentiera per poter innalzare e abbassare convenientemente il microscopio. Il metodo è quello di compensazione. Si opponeva la f. e. da misurarsi ad una differenza di potenziale variabile, presa nel circuito di una o due Kittler, la quale si regolava in modo da ricondurre allo zero l'elettrometro posto nella derivazione. L'elettrometro era sensibile ad $^1/_{1200}$ di volt.

La figura qui unita, puramente schematica, rappresenta la disposizione generale di tutto il mio apparecchio. In A e B sono

rappresentati i due recipienti, nell'uno dei quali, A, è contenuta la coppia; in A_1 e A_2 sono rappresentate le due spirali poste nella coppia, che fanno parte dei due bracci opposti del ponte, in B_1 e B_2 le altre due spirali poste nell'altro recipiente. I quattro nodi del circuito sono in a, W, c, b. In D si ha una pila Daniell ed in G il galvanometro. Le resistenze delle spirali in ohms erano $A_1 = 18.40$, $A_2 = 18.63$, $B_1 = 18.49$, $B_2 = 18.21$, alla temperatura di 16°, 3. Due bracci contigui sono formati oltre che dalle spirali A_1 e B_1 anche rispettivamente da due porzioni w, w_1 del filo di un ponte di Wheatsthone, costrutto dalla casa Elliott; di più in uno di questi bracci, in quello contenente B_1, era inserito un reocordo a piccola resistenza per poter raggiungere prima molto approssimativamente l'equilibrio, non essendo possibile costrurre le resistenze delle quattro spirali in modo da soddisfarvi subito. Si otteneva poi definitivamente l'equilibrio spostando convenientemente il tasto W del ponte. Il circuito della coppia si chiudeva solo per l'istante necessario all'osservazione, perciò si usava un interruttore, la cui posizione è indicata in I_1 e costituito da una spirale metallica portante un'asticina di rame, la quale era introdotta in un recipiente contenente in fondo un po' di mercurio, nel quale era immerso un filo di platino; premendo per un istante sulla spirale si abbassava l'asticina sino a toccare il mercurio, e si stabiliva il circuito; la spirale stessa riportava l'asticina alla sua posizione di riposo, interrompendo il circuito.

In P e P' sono rappresentati i due poli della coppia, i quali mediante due reofori sono messi in comunicazione coi bicchierini d, e, dove fanno capo tanto il circuito esterno della coppia quanto la parte elettrometrica dell'apparecchio.

Il circuito esterno è formato dal reostato R, graduato in *U. S.*, e da un filo con un interruttore I. Questo era fatto in modo da poter misurare bene il tempo per il quale si chiudeva il circuito. Perciò il reoforo proveniente da e era attaccato all'asticina dell'arresto di un contatore a secondi e colla sua estremità, quando veniva abbassata l'asticina, cioè tolto l'arresto, andava a toccare il mercurio contenuto in un tubicino posto al disotto ed al quale faceva capo il reoforo proveniente dal reostato R.

La parte elettrometrica era costituita dall'elettrometro E, dal reostato R^1, la cui resistenza totale era 7500 ohms, e dalla pila compensante C costituita da una o due coppie Kittler, se-

condo la grandezza della f. e. a misurarsi. Si confrontava la coppia da studiarsi con un campione Latimer-Clark, costrutto dal Carpentier. Si aveva poi un commutatore apposito per sostituire l'uno all'altro, il campione e la coppia. Riguardo al valore della Latimer-Clark, Lord Rayleigh ha trovato 1^v 434, e più recentemente von Ettinghausen 1^v427 a 1^v433; si adottò il valore 1^v 434 a 15° ammettendo una variazione di 0^v 008 per grado.

L'introduzione del filo del ponte di Elliott con scala millimetrica fra i due bracci contigui A_1 e B_1, mi forniva non solo il modo di ottenere meglio l'equilibrio, ma anche quello di verificare ogni volta la sensibilità del metodo di osservazione. Il galvanometro adoperato è un galvanometro a riflessione del Thomson, pure della casa Elliott. La sua resistenza interna è uguale a ohms 0, 52133 a 20°. La scala a lampada è divisa in millimetri e distava dallo specchio circa 1m. Con una lente si poteva apprezzare anche uno spostamento dell'immagine della fiamma di $^1/_5$ di mm. Per indicare la sensibilità ottenuta dirò che quando si era raggiunto l'equilibrio, per uno spostamento del tasto di 1mm. nel ponte di Elliott, si aveva una deviazione di 2 divisioni, adoperando una sola coppia Daniell. Ora la resistenza del filo del ponte, misurata col metodo di Thomson, risultò uguale a ohms 0, 2063 per 1 m. di lunghezza, il che equivale a 0, 000 2063 per millimetro, essendosi anche trovato uniforme il filo. Ora lo spostare di 1 mm. il tasto in un dato senso corrisponde ad aumentare la resistenza di A_1 e diminuire quella di B_1, della detta quantità e trattandosi di resistenze presso a poco uguali, corrisponde ad aumentare la resistenza di A_1 del doppio di quella quantità, cioè di ohms 0, 000 4126. D'altra parte la resistenza della spirale A_1 era ohms 18.4. Se adottiamo come coefficiente di variazione di resistenza colla temperatura per il platino $a = 0,00\,247$, e ritenendo $R_t = R_0(1 + at)$ avremo che la variazione di temperatura corrispondente alla variazione di resistenza 0,0004126 sarà data da $t = 0^0,00\,908$. Una variazione di temperatura di meno di $^1/_{100}$ di grado in una sola spirale era già quindi accusata da una deviazione di due divisioni. Se questa variazione succede nelle due spirali opposte allora, trattandosi di quattro resistenze uguali, la intensità della corrente nel galvanometro riesce approssimativamente doppia e quindi si avrebbero 4 divisioni. Quindi uno spostamento di 1 div. sulla scala nelle condizioni di sensibilità che si avevano

corrispondeva approssimativamente ad una variazione di temperatura di $0^0, 00\,23$. Ora l'equivalente in acqua della coppia complessivamente si calcolò che poteva essere al massimo di 15 gr. Quindi una variazione termica di $0^0, 0\,34$ ossia di $^1/_{30}$ di piccola caloria era già indicata da una deviazione di una divisione, con una sola Daniell. Si poteva aumentare la sensibilità, aumentando il numero delle coppie, ma si preferiva di usarne una sola per evitare le perturbazioni che avrebbero potuto provenire da effetti Joule, o da effetti Peltier, ancorchè si chiudesse solo per un istante il circuito e si trattasse di resistenze presso a poco uguali in opposizione. Non è che, tenuto conto della natura del metodo, quella sia una grande sensibilità, ma per il mio scopo la ritenni sufficiente.

Se noi consideriamo ora le variazioni termiche che possono avvenire in una coppia, che lavora, noi troviamo che esse possono essere dovute a processi fisici e chimici diversi (compresi gli effetti Peltier), dei quali alcuni sono efficaci a produrre l'energia che costituisce la forza elettromotrice della coppia a circuito chiuso, altri invece non intervengono nella produzione della forza elettromotrice. Di più abbiamo il calore Joule dovuto alla resistenza interna della coppia, ed il lavoro corrispondente alle decomposizioni chimiche eseguite dalla corrente. Ora la somma del calore Joule sviluppato in tutto il circuito e di quello che equivale al detto lavoro, deve essere uguale al calore chimico risultante dalle reazioni chimiche efficaci per la produzione della forza elettromotrice, supponendo che tutta l'energia chimica si trasformi in energia elettrica Quindi oltre al calore Joule dovuto alla resistenza interna della coppia, si renderà sensibile all'apparecchio termoscopico in essa introdotto, anche quella variazione di calore che risulta da tutti gli altri processi non efficaci per la forza elettro-motrice, la quale variazione può essere positiva o negativa. Nel primo caso l'effetto termico accusato dal termoscopio sarà positivo, nel secondo caso può essere nullo, od anche negativo, se in valore assoluto quella variazione di calore dovuta ai processi secondari non efficaci, risultasse maggiore di quella che sta in relazione colla produzione della corrente Quest'ultimo caso può anche presentarsi quando il lavoro della corrente sia maggiore della variazione di calore delle trasformazioni chimiche, nel qual caso la coppia lavora in parte a spese della propria energia termica interna. Ora siccome il calore Joule svolto nella coppia dipende oltrechè dalla inten-

sità della corrente, anche dal rapporto fra la resistenza interna e la esterna, così si sono studiate coppie diverse non solo, ma in condizioni diverse di resistenza interna ed esterna. La resistenza interna non poteva riuscire relativamente molto piccola in generale, volendo tenere alquanto distanti i due elettrodi, in modo che l'un lato del ponte si trovasse vicino all'uno di essi, l'altro all'altro; e si preferì appunto l'uso di un tal metodo a quello di una coppia termoelettrica, perchè più facilmente potessero essere osservati gli effetti termici nelle diverse parti della coppia.

Modo di operare. — Premetto che non era mio intendimento di misurare gli effetti termici nelle coppie, ma soltanto di stabilirne la natura ed approssimativamente l'ordine di grandezza. Per una misura sarebbe stato necessario, oltre ad altre condizioni non facilmente realizzabili in pratica, come la conoscenza esatta dello equivalente in acqua delle parti della coppia che prendono parte alla variazione di temperatura, l'uso di un galvanometro aperiodico del quale io non disponeva; sarebbe stato infatti indispensabile il poter fare una serie di letture successive a brevissimi intervalli di tempo, anche quando le deviazioni erano grandi, per poter seguire l'andamento della variazione di temperatura nella coppia e cogliere il massimo valore della deviazione.

Il modo di operare fu presso a poco sempre il seguente. Preparata una coppia, se ne determinava la f. e. a piccoli intervalli di tempo per vedere se essa non variava per modificazioni che potessero prodursi alla superficie degli elettrodi o per reazioni che potessero avvenire anche a circuito aperto. Quindi muovendo opportunamente il corsoio sul ponte si cercava la posizione per la quale si aveva corrente nulla nel galvanometro, oppure più generalmente quella per la quale si aveva una costante piccola deviazione da una parte dello zero della scala, facendo le osservazioni di minuto in minuto. Raggiunto questo si chiudeva il circuito della coppia a studiarsi e subito dopo anche quello della coppia del ponte. Il senso della deviazione, che si osservava, oppure l'aumento o la diminuzione della grandezza della deviazione, che prima si aveva, mi indicava subito se si aveva riscaldamento o raffreddamento nella coppia. Queste osservazioni si facevano quindi possibilmente di mezzo in mezzo minuto; la grandezza delle deviazioni osservate andava prima crescendo e poi diminuendo, e si continuavano le osservazioni finchè la diminuzione fosse molto lenta.

Coppie ad acido solforico.

I. *Coppia Smée. — Platino platinato, Zinco amalgamato, Acido solforico* $^1/_{50}$.

Con cinque coppie diverse si ebbe per risultato una diminuzione di temperatura nella coppia, appena preparata, subito dopo chiuso il circuito. Lasciando funzionare la coppia per qualche tempo si presentava poi un aumento di temperatura. Così per una coppia, la cui f. e. a circuito aperto si trovò uguale a $1^v.133$, appena chiuso il circuito con 50 *U. S.*, si ebbe una deviazione di 4 divisioni nel senso corrispondente ad una diminuzione di temperatura. Avendo poi lasciato il circuito chiuso prima per 37 secondi poi ad intervalli di tempo, durante i quali si misurava la f. e.; per altri 136^s complessivamente, cosicchè la f. e. era discesa per i valori 0.816, 0.800, 0.777 si ebbe chiudendo il circuito con 10 *U. S.* per 30^s una deviazione di 7 divisioni nel senso di un aumento di temperatura. Per un'altra coppia, la cui f. e. a circuito aperto si trovò di $1^v,151$, appena chiusa con una resistenza di 10 *U. S.* si ebbe una deviazione di 10 div. nel senso di una diminuzione di temperatura e lasciando il circuito chiuso per 30^s si arrivò ad una deviazione di 17 divisioni nello stesso senso.

Il massimo valore della f. e. a circuito aperto trovato per le diverse coppie fu $1^v.373$, il minimo $1^v,079$. Il Pellat ha trovato per la differenza di potenziale *Zn*|*Pt* $0^v.88$ a 1.02 secondo lo stato della superficie, Ayrton e Perry per *Zn* am.|*Pt*, $1^v.125$.

I diversi sperimentatori, e furono parecchi, che determinarono la f. e. della coppia Smée trovarono valori assai differenti, anche a circuito aperto; e, per tener conto solo delle determinazioni più recenti, quei valori variano fra $0^v.806$ e $1^v.64$.

Come abbiamo veduto una variazione termica negativa si può spiegare in due modi. Tanto l'uno che l'altro possono essere giustificati per la coppia Smée e per le altre, che come vedremo, presentarono lo stesso fatto. In vero la sola reazione chimica attiva, che possiamo ammettere avvenga nella coppia Smée nel primo momento della chiusura si è la reazione dello zinco coll'acido solforico. In questa reazione per ogni grammo-equivalente

di zinco sciolto si sviluppano 53045 calorie, secondo i dati del Thomsen, quantità di calore che equivale ad una f. e. di $2^v.29$. D'altra parte l'energia necessaria alla decomposizione dell'acqua è misurata dalla f. e. di polarizzazione fra idrogeno e ossigeno. Ora le determinazioni di questa f. e., a circuito chiuso, senza interruzione della corrente primaria, fra elettrodi di platino, hanno dato i seguenti valori in Daniell: 2.31 (Wheatsthone), 2.58 (Daniell), 2.256 (Buff) 2.32 (Poggendorff), 2.14 a 2.44 (Swanberg), 2.21 a 2.29 (Pirani). Il medio valore sarebbe quindi $2.36\, D = 2^v.59$; ritenendo la f. e. della Daniell uguale a $1^v.097$, come risulterebbe dalle misure di Wright e Thomson. Notiamo ancora che il Joule avrebbe trovato per la stessa f. e. di polarizzazione per platino e zinco amalgamato il valore $2.81\, D = 3^v.08$. Già il Verdet (*Théorie Mécanique de la Chaleur* II, p. 214) facendo notare che la detta f. e. corrisponde ad un calore di combinazione fra H ed O quasi doppio di quello che fu misurato direttamente bruciando l'idrogeno nell'ossigeno, spiegò questa grande divergenza facendo l'ipotesi che il calore di combinazione dei due gas sia maggiore del calore di combustione dell'idrogeno misurato col calorimetro. La combustione ottenuta direttamente avviene fra i due gas allo stato ordinario; la combinazione nel voltametro avviene fra due gas allo stato attivo o nascente. Ora questo è precisamente il fenomeno inverso di quello che deve avvenire quando l'acqua è decomposta dalla corrente. In quello stesso concetto ci confermano anche i risultati, a cui giunse il Prof. Macaluso nelle sue interessanti ricerche sulla polarizzazione, e sulle quali ritornerò in seguito.

Vediamo quindi che l'energia somministrata dalla reazione dello zinco non è già sufficiente per compensare il dispendio di energia necessario alla decomposizione dell'acqua (*), e quindi la differenza fra le due quantità di calore corrispondente è negativa. Tuttavia forse non sarebbe sufficiente questa differenza a spiegare l'effetto osservato, quindi si deve anche ammettere il concetto di Braun e di Helmholtz che non tutta l'energia potenziale chimica sia

---

(*) Notiamo che il prof BARTOLI nelle sue estese ricerche sulle leggi delle polarità galvaniche, le quali formano oggetto di parecchie Memorie (*Nuovo Cimento*, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881), ha stabilito che nelle decomposizioni elettrolitiche, anche con elettromotori teoricamente insufficienti, la legge di FARADAY è esattamente verificata.

atta a trasformarsi in energia elettrica, ed una parte di questa potrebbe provenire dalla trasformazione di energia termica sensibile.

Quando poi per il diffondersi dei gas nella coppia, allora per la condensazione di questi gas sia sugli elettrodi che nel liquido, e per le reazioni chimiche a cui danno luogo, come pure per la loro trasformazione dallo stato nascente allo stato ordinario, o di ozono per l'ossigeno, possono avvenire dei processi fisici e chimici, i quali, quantunque non diano effetto utile per la forza elettromotrice, ma anzi alcuni di essi producano una f. e. contraria a quella della coppia, e che ne diminuisce quindi il valore, tuttavia gli effetti termici che li accompagnano possono compensare l'effetto termico negativo dovuto alle altre cause indicate sopra.

Il Favre non ha potuto osservare questo raffreddamento iniziale della coppia Smée perchè col suo metodo doveva farla funzionare per un tempo lungo e quindi questo effetto rimaneva celato dagli altri.

I valori diversi della f. e., che furono ottenuti a circuito aperto, o chiuso solo per un istante, si spiegano con ciò che, come l' ha dimostrato il Pellat, la differenza di potenziale fra due metalli dipende in alto grado dallo stato della loro superficie, ed un'alterazione chimica anche invisibile può già cambiarne completamente il valore, e si può ritenere che la f. e. di una coppia sia la stessa a circuito aperto e nel primo istante di chiusura.

II. *Coppia Platino bianco e Zinco amalgamato.* — Anche le esperienze fatte con questa coppia dimostrarono che il primo effetto termico è un raffreddamento. Per una coppia la cui f. e. era uguale a $1^v.101$, chiuso il circuito con $10\ U.S.$ si ebbe subito una deviazione di 13 div. nel senso di una diminuzione di temperatura, ed avendo lasciato il circuito chiuso per 60^s si arrivò sino ad una deviazione di 22 div. nello stesso senso.

Il maggior valore trovato per la f. e. di questa coppia a circuito aperto fu $1^v.167$, il minimo $1^v.101$ sopra cinque preparazioni diverse.

III. *Coppia Volta. Rame e Zinco amalgamato.* — Anche con questa coppia il primo effetto termico prodotto colla chiusura del circuito è un raffreddamento, susseguito poi, lavorando la coppia per qualche tempo, dall'effetto opposto. Per una coppia la cui f. e. era uguale a $1^v.157$, appena chiuso il circuito con una resistenza di $10\ U.S.$ si ebbe una deviazione di 5 div. nel senso di una diminuzione di temperatura. Il massimo valore

della f. e. a circuito aperto trovato per questa coppia fu $1^v.178$, il minimo $1^v.115$. Pellat ha ottenuto per la differenza di potenziale $Zn|Cu$ da $0^v.68$ a $0^v.86$.

IV. *Coppia Carbone e Zinco amalgamato.* — Anche per per questa coppia si trovò come primo effetto termico un raffreddamento. La sua f. e., anche a circuito aperto, varia col tempo, ciò che dipende specialmente da modificazioni della superficie del carbone. Per una coppia la cui f. e. era uguale a $1^v.418$, appena preparata, e discese a circuito aperto a $1^v.383$, si ebbe, chiuso il circuito con $10 . U.S$. per 30^s, una deviazione di 14 div. nel senso di una diminuzione di temperatura.

V. *Coppia Platino e Rame.* — Questa coppia, come la precedente, mostrò un comportamento speciale cioè una sensibile variabilità di f. e. a circuito aperto. Il Rame si trovò positivo rispetto al Platino, funzionante cioè come metallo intaccato. In una coppia la cui f. e. iniziale a circuito aperto era $0^v,522$; dopo un'ora sempre a circuito aperto discese a $0^v,468$, dopo 4 ore a $0^v.432$, dopo 5^h a 0.401. Avendo allora chiuso il circuito per 120^s con $5\ U.S$. la f. e. si trovò discesa a $0^v.343$, dal qual valore dopo 1^h di circuito aperto risalì a $0^v.396$. Avendo di nuovo chiuso il circuito per 30^s con $10\ U.S$. essa ridiscese a $0^v.343$. Durante la chiusura del circuito non si osservarono effetti termici sensibili.

Anche dalle determinazioni del Pellat risulterebbe il rame positivo rispetto al platino ed il valore della differenza di potenziale $Cu | Pt = 0^v 20$. Se invece si calcola la f. e. dalle azioni chimiche che si possono supporre avvenire in questa coppia, nel modo consueto, si arriverebbe alla conclusione che il rame dovrebbe funzionare da polo positivo rispetto al circuito esterno. Se supponiamo la formazione del solfato di rame abbiamo:

$$(Cu.\ O.\ SO_3\ Aq) - (H_2\ ,\ O) = 55960 - 68200 = -12240$$

e per un grammo-equivalente di rame: $-6120 = -0^v 26$.
Se supponiamo la formazione dell'ossido di rame:

$$(Cu.\ O) - (H_2.\ O) = 37160 - 68200 = -31040$$

e per un grammo-equivalente di rame: $-15520 = -0,^v 669$

Vediamo che qui il valore della f. e. che si deduce dalle azioni chimiche è già per il suo segno opposto a quello che ri-

sulta dall'esperienza. Quindi si deve venire alla conclusione che, o in questa coppia non avviene nessuna di quelle reazioni chimiche, oppure, ciò che a me pare più probabile, il metodo indicato per calcolare la f. e. non può servire a stabilire il segno di essa poichè la decomposizione (H_2, O) è un processo che avviene nell' interno della coppia, non sopra una delle lamine polari. Tanto più credo ciò inquantochè per l'energia termica corrispondente alla reazione (H_2, O) si dovrebbe con maggior ragione adottare il valore 120100, corrispondente al valor medio della f. e. di polarizzazione sopra indicato.

V. *Coppia Stagno e Zinco amalgamato.* — Per questa coppia si constatò costantemente un aumento di temperatura colla chiusura del circuito. La f. e. a circuito aperto massima trovata fu 0. 581, la minima 0. 546. Si può spiegare l'effetto termico ottenuto con ciò che in questa coppia lo stagno si copra di uno strato sottile di ossido il quale si vada lentamente sciogliendo durante il passaggio della corrente. Quindi alla reazione dello zinco si aggiungerebbe quella dello stagno, e per gli effetti termici si sommerebbero in modo da mascherare anche l'effetto termico negativo dovuto alla decomposizione dell'acqua. Ma per l'effetto utile nella produzione di elettricità, osservo che la reazione dello stagno, producendosi sulla lamina polare positiva, l'energia ad essa corrispondente deve essere sottratta da quella corrispondente alla reazione dello zinco. Ora a questa corrisponde come si è veduto una f. e. di 2^v 29. Nella reazione $(Sn. O. SO_3 Aq)$ secondo le recenti determinazioni di Herroun (loc. cit.) si sviluppa una quantità di calore uguale a 75210^c, e per grammo-equivalente di stagno: $37605^c = 1^v$ 62. Facendo la differenza fra queste due f. e., si ottiene 0, 63, numero corrispondente a quello dato dall'esperienza. Il Pellat trovò per la differenza di potenziale $Zn | Sn$ da 0^v, 25 a 0^v 35.

VI. *Coppia Cadmio e Zinco amalgamato.* — I risultati ottenuti colle due coppie precedenti mi portarono a studiare una coppia in cui certamente i due metalli sono intaccati. E diffatti vi si constatò sempre aumento di temperatura alla chiusura del circuito. La f. e. a circuito aperto variò fra 0. 289 e 0. 341. Il cadmio funziona da polo positivo. Se anche qui consideriamo come efficace la reazione del Cadmio, sottraendo la energia cor-

rispondente a questa da quella relativa alla reazione dello zinco, si ottiene:

$$(Zn.\,O.\,SO_3\,Aq) - (Cd.\,O.\,SO_3\,Aq) = 106090 - 89500 = 16590$$

e per 1 grammo-equivalente $8295 = 0^v.\,357$, valore prossimo a quelli ottenuti sperimentalmente.

VII. *Coppia Ferro e Zinco amalgamato.* — Di questa coppia fu solo determinata la f. e. a circuito aperto senza studiarne gli effetti termici. Si trovò da $0^v,\,600$ a $0_v\,579$. Pellat trovò per *Zn* | *Fe* $0^v\,56$ a $0^v\,70$. Il ferro funziona nella coppia da polo positivo.

Coppie ad acido cloridrico ($^1/_{20}$).

VIII. *Coppia Platino platinato e Zinco amalgamato.* — Anche in questa coppia il primo effetto termico osservato appena chiuso il circuito, è un raffreddamento della coppia, anzi esso è più intenso e persiste assai più che non per le coppie precedenti. Così per una coppia la cui f. e. a circuito aperto era 1.581, si trovò chiudendo il circuito per 30^s con 50 *U. S.* una deviazione di 18 div. nel senso di un abbassamento di temperatura; dopo 25 minuti, e fatta una determinazione di f. e. che non indicò variazione sensibile in essa, avendo di nuovo chiuso il circuito per 30^s con 20 *U. S.* si ebbe ancora una deviazione di 38 div. nello stesso senso; dopo altri 16 minuti durante i quali trovai la f. e. discesa a 1.485, chiuso di nuovo il circuito per 40^s, ebbi ancora una deviazione di 23 div. sempre nello stesso senso. Dopo altri 15 minuti, durante i quali trovai la f. e. discesa a 1. 447, avendo chiuso il circuito con 10 *U. S.* per 50^s ebbi una deviazione di 25 div. nel senso di un aumento di temperatura. Il valore massimo della f. e. trovato per questa coppia a circuito aperto fu 1.604, il minimo 1.581.

Anche qui possiamo trovare analoghe spiegazioni degli effetti termici osservati come per la coppia Smée.

Il prof. Macaluso (*Nuovo Cimento* [2] 11. 1874) ha trovato per la f. e. di polarizzazione di Pt_{Cl} e Pt_H in opposizione a *Pt* non polarizzato, in acido cloridrico, rispettivamente i valori 1,08

e 0.94 *D*, la somma sarebbe 2.02 D = 2ᵛ 22. Questi valori sono stati trovati per il caso in cui le lamine erano cariche di cloro o di idrogeno *elettrico* o *attivo*; mentre quando erano cariche di quei gas allo stato ordinario, cioè svolti con un processo chimico qualunque, la f. e. di polarizzazione era circa la metà. Cosicchè il Macaluso conchiudeva che tanto l'idrogeno che il cloro, nel primo momento in cui escono dal composto, di cui fanno parte (HCl) condensati su un elettrodo di platino o di carbone danno in unione con un'altra lamina priva di gas una f. e. di polarizzazione molto superiore a quella degli stessi gas nelle stesse condizioni, ma allo stato ordinario.

Poggendorf aveva trovato 2.12 a 2.32 D., in media 2^v 43. Ora a circuito chiuso il valore ne sarà sempre maggiore e del resto così dovrebbe essere, poichè il calore della reazione (H_2, Cl_2, *aq*) è 78640, maggiore di quello della reazione (H_2, O). Qui non solo si deve tener conto del lavoro corrispondente al calore di combinazione fra H e Cl, ma anche di quello corrispondente al calore di soluzione dell'acido cloridrico nell'acqua. D'altra parte la quantità di calore sviluppata nella reazione (Zn, Cl_2, *aq*) sarebbe 112840 e per un grammo-equivalente di zinco $56420^c = 2^v.43$.

Anche qui dopo una certa durata dell'azione della corrente interverranno gli altri processi fisici e chimici, che danno effetti termici che compensano il precedente.

La maggior grandezza dell'effetto termico negativo nelle coppie ad acido cloridrico spiega come il Favre abbia potuto osservarlo nelle sue esperienze calorimetriche. Dalla quantità di calore spesa nel circuito esterno 16950^c nel caso della coppia $Zn - Pt$, si arguisce che la resistenza esterna doveva essere abbastanza grande, quindi la intensità della corrente piccola, per cui l'effetto termico negativo può essersi conservato anche per il tempo per il quale ha durato la sua esperienza.

Quanto alle determinazioni di Wright e Thomson (loc. cit.) secondo le quali la f. e. misurata (0^v,633 a 0^v,552, variando la densità della corrente da 1. 6 a 28. 1) fu sempre trovata inferiore a quella calcolata dalle azioni chimiche mi sembra che non provano nulla contro le esperienze del Favre. Questo può dipendere semplicemente dalla polarizzazione, e non esclude l'effetto termico negativo, come non lo escludeva per le coppie ad acido solforico.

IX. *Coppia stagno e zinco.* — Quantunque gli effetti termici osservati in questa coppia siano molto deboli, tuttavia si osservò anche qui decisamente sul principio un effetto negativo. Per una coppia la cui f. e. a circuito aperto era 0. 527, chiudendo il circuito con 10 *U. S.* per 62^s si arrivò ad una deviazione massima di 5 div. nel senso di una diminuzione di temperatura. Il massimo valore della f. e. a circuito aperto trovato fu 0. 537, il minimo 0. 517. Può darsi che l'effetto termico negativo sia in parte mascherato da un effetto termico positivo dovuto all'azione dell'acido cloridrico sullo stagno. La f. e. calcolata dalle reazioni chimiche risulterebbe, se si ammette che lo stagno sia intaccato:

$$(Zn, Cl_2, aq) - (Sn, Cl_2, aq) = 112840^c - 81140^c = 31700^c$$

per 1 grammo-equivalente $15850^c = 0^v. 683$. La differenza di potenziale fra *Zn* e *Sn* secondo le determinazioni del Pellat sarebbe $0^v. 25$ a $0^v. 35$ secondo lo stato della superficie.

X. *Coppia Platino e Stagno.* — Qui si ebbe anche come primo effetto termico un raffreddamento, che fu, come per la coppia Platino e Zinco, persistente. Per una coppia, la cui f. e. a circuito aperto era $1^v. 005$, chiudendo il circuito per 60^s con 10 *U. S.* si ebbe una deviazione di 12 div. nel senso di un abbassamento di temperatura; dopo sei minuti, avendo di nuovo chiuso il circuito con 5 *U. S.* per 34^s si ebbe ancora una deviazione di 7 div. nel senso di un abbassamento di temperatura. Dalle determinazioni del Pellat risulta per la differenza di potenziale $Sn|Pt$ il valore $0^v. 63$ a $0^v. 67$. Se si calcola dalle reazioni chimiche nel modo ordinario si otterrebbe:

$$(Sn, Cl_2, aq) - (H_2, Cl_2, aq) = 81140^c - 78640^c = 2500_c$$

per 1 grammo-equivalente $1250^c = 0^v. 054$, valore assai differente da quelli trovati sperimentalmente.

XI. *Coppia Platino* e *Ferro.* — Se ne determinò solo la f. e. a circuito aperto, e si trovarono valori variabili fra 0. 916 e 1. 028, e quindi dello stesso ordine di grandezza di quelli della Smée. Pellat trovò per la differenza di potenziale $Fe|Pt$ da $0^v. 32$ a $0^v. 38$.

Coppia ad acido bromidrico. ($^1/_{30}$).

XII. — *Coppia Platino platinato* e *Zinco amalgamato* — Anche per questa coppia il primo effetto termico è stato un raffreddamento. Il massimo valore per la f e. a circuito aperto trovato fu 1.586, il minimo 1.355. Favre pure osservò un raffreddamento per questa coppia il quale si può spiegare colle stesse ragioni, che per le altre coppie.

Considerazioni sui precedenti risultati.

Dai risultamenti delle ricerche sovra esposte mi sembra possansi dedurre alcune conseguenze intorno all'origine della forza elettromotrice nelle coppie idroelettriche ed al modo di calcolarle.

Anzitutto non sembra necessario nello studio delle coppie voltaiche di doversi decidere esclusivamente, come pretesero alcuni, o per la teoria del contatto, o per la teoria chimica. Si deve distinguere, come l'ha fatto bene notare il Pellat, in una sua recentissima Memoria (*Ann. Chim. Phys.* [6] XIX 1890) fra differenza di potenziale e forza elettromotrice. La differenza di potenziale fra due punti o due conduttori in contatto è il lavoro compiuto dalle sole forze *elettro-elettriche* (quelle che sono esercitate dai diversi punti elettrizzati, secondo le leggi del Coulomb.) sopra l'unità di elettricità, che si muove da un punto all'altro, e non il lavòro sopra questa quantità di elettricità di tutte le forze che possono agire su di essa ; mentre la forza elettromotrice di un elettromotore qualunque è l'energia che questo comunica all'unità di elettricità che lo attraversa, energia che può essere la trasformazione di una energia meccanica, o di una energia termica , o ancora di una energia potenziale chimica. Questo dispendio di energia può fornire il valore della forza elettromotrice. L'effetto termico negativo iniziale osservato in quais tutte le coppie considerate nel presente lavoro dimostra che il movimento di elettricità può prodursi solo per la differenza di potenziale di contatto, e che non essendo la energia della reazione chimica, utile per la forza elettromotrice , sufficiente al dispendio necessario per il lavoro della corrente, molto probabilmente una parte della energia termica sensibile si trasforma in energia elettrica.

Questo effetto negativo, ed altri risultati dimostrano essere forse più esatto il considerare il lavoro della decomposizione dell'elettrolito di una coppia, fatto dalla corrente, como equivalente alla forza elettromotrice di polarizzazione, che non al calore di combinazione dei due gas allo stato ordinario. La polarizzazione poi della coppia stessa a circuito chiuso sarebbe dovuta soltanto alla f. e. di contatto dell'idrogeno col metallo non intaccato, e quindi ancorchè il suo valore sia minore sempre della f. e. primaria della coppia, tuttavia la prima tende a diminuire l'efficacia della seconda nella produzione della corrente.

Talune divergenze che si riscontrano fra i valori osservati della f. e. ed i calcolati dipendono o dallo assumere per calore di decomposizione dell'elettrolito, che costituisce le coppie, un valore non esatto, o più probabilmente dallo assumere come f. e. di polarizzazione quella che corrisponde al calore di combinazione allo stato ordinario degli elementi principali, invece della f. e. di polarizzazione di contatto di uno di essi con una delle lamine polari.

Però in una coppia si possono avere trasformazioni diverse, fra le quali le principali sono processi chimici primari e secondari, depositarsi delle sostanze messe in libertà sulla superficie degli elettrodi (condensazione ed occlusione di gas), diffusione degli elementi e gruppi messi in libertà, e loro combinazioni reciproche, passaggio dei gas dallo stato attivo allo stato ordinario, variazione della concentrazione degli elettroliti in prossimità degli elettrodi. Or di questi processi alcuni possono essere efficaci per la f. e. primaria o per la f. e di polarizzazione, e probabilmente solo quelli che si compiono sugli elettrodi, altri possono non essere efficaci, ma ad ogni modo l'effetto risultante di tutte le variazioni termiche ad essi dovute è sensibile nella coppia alla misura calorimetrica, e può non andare d'accordo il risultato di questa con quello della misura della f. e. Quindi abbiamo veduto come in alcuni casi la misura della f. e. dia un risultato concordante con quello che si calcola dalle azioni chimiche, che si possono supporre avvengano nella coppia, altre volte non.

Del resto il teorema di Thomson è fondato sopra due premesse, l'una che non vi siano altre sorgenti di energia che l'azione chimica, l'altra che non si possa produrre che una data reazione elettrolitica in un elettrolito. Ora queste due premesse non si realizzano che in casi eccezionali per le coppie idroelettriche, ed

è in questi casi, come è quello di una coppia Daniell simmetrica, che si è trovato sufficiente accordo fra la teoria e l'esperienza.

Le piccole divergenze che si trovano per altre coppie, che pure soddisfanno abbastanza bene alle dette premesse, si potranno spiegare con effetti Peltier, ma in generale per le divergenze maggiori si deve ricorrere a cause assai più complicate.

Infine ammettiamo col Pellat che la differenza di potenziale fra i poli di una coppia non sia altro che quella dovuta al contatto dei due metalli, modificata dalle azioni che i mezzi, coi quali i metalli si trovano a contatto, esercitano su di essi. E così mentre il Lodge aveva trovato delle relazioni di grandezza fra i valori di alcune forze elettromotrici di contatto misurate direttamente, e quelli che si calcolano dai calori di ossidazione dei metalli, abbiamo veduto pure come in alcuni casi si avesse la stessa relazione anche con quelli che si calcolano dalle reazioni chimiche, che si possono supporre avvenire nelle coppie. Dimodochè si vede che tanto l'azione dell'ossigeno dell'aria, quanto quella degli altri mezzi sembrano influire sulla f. e. di contatto, ma senza che questa si possa calcolare dalle azioni stesse. Anche per le f. e. di contatto fra soluzioni di sali capaci di formare dei sali doppi ho trovato (*Atti R. Acc. Scienze Torino*, XXI. 1886), che stavano in relazione per ordine di grandezza coi calori di formazione, e coi calori di soluzione dei sali doppi, ma senza che con ciò si possano calcolare quelle da questi.

I diversi valori che si ottengono sperimentalmente per una stessa coppia voltaica e che spiegano i risultati differenti ai quali giunsero i diversi sperimentatori per uno stesso tipo di coppie, come la Smée, devono trovare la loro ragione in condizioni diverse delle superficie dei metalli, prodotte dai mezzi che vi si trovano a contatto.

Ho detto più sopra essere probabile che solo i processi che si compiono negli elettrodi debbano influire sul valore della forza elettromotrice a circuito chiuso. Difatti abbiamo veduto che in generale se si portano in conto anche le reazioni che si compiono nei liquidi della coppia non solo si possono avere valori discordanti per la grandezza, ma anche pel segno della forza elettromotrice, da quelli ottenuti sperimentalmente.

Laboratorio di Fisica del R. Istituto tecnico di Torino.
Marzo, 1890

Sulle modificazioni degli epitelii ghiandolari durante la secrezione;

Osservazioni del Dottor V. Grandis

Numerosi tentativi furono fatti per seguire il succedersi di quelle modificazioni di struttura, che Heidenhain pel primo dimostrò avvenire nella maggior parte delle ghiandole, durante la secrezione. Già fin dal 1840 Ascherson (1) osservando le ghiandole della pelle nelle rane aveva notato dei movimenti di contrazione, che descrisse accuratamente. Però il suo lavoro non fu tenuto in alcun conto se non dopo che Engelmann (2) riprese a studiare profondamente lo stesso argomento. Quasi contemporaneamente Kühne e Lea riuscirono ad osservare per lungo tempo il pancreas dei conigli, ed a studiare l'azione di diverse condizioni fisiologiche. Più tardi Langley (3) confermò coll'esame diretto delle ghiandole sierose i risultati ottenuti da Heidenhain sulle ghiandole mucose.

Ultimamente Drasch (4) osservò che le ghiandole della pelle delle rane durante la funzione non modificano la loro struttura microscopica, ma modificano notevolmente la loro forma.

La grande delicatezza degli epiteli, e la difficoltà della ricerca non permisero che queste osservazioni potessero venire estese a tutte le ghiandole. Rimane ancora irresoluta la questione se anche il rene si comporti nello stesso modo.

Dietro consiglio del prof. Mosso ho intrapreso due anni or sono lo studio di questa importante questione.

(1) Vedi il lavoro di Engelmann.
(2) Engelmann, *Pflüger's Archiv*, vol. V, pag. 498, vol. VI, pag. 97.
(3) Langley, *Journal of the Physiology*, vol. II, pag. 260.
(4) Drasch, *Archiv f. Anat. u. Physiol. Phisiolog. Abth.*, 1889, pag. 96.

In seguito a molti tentativi infruttuosi la mia attenzione fu rivolta agli organi orinari degli insetti. È oramai ammesso da tutti i zoologi, specialmente per i risultati di studi embriologici rigorosi, che i canalicoli malpighiani rappresentano il rene dei vertebrati. La grande semplicità di struttura di questi organi mi parve renderli molto adatti ad essere sottoposti all'osservazione diretta. A ciò si deve aggiungere la considerevole resistenza vitale di questi invertebrati, il modo in cui si compie la respirazione e la circolazione, tutte condizioni le quali fanno sì che essi debbano essere preferiti per lo studio di organi molto delicati.

Estesi le mie osservazioni a rappresentanti di varie famiglie di insetti quali la *Locusta viridissima*, vari lepidotteri, la *Melolonta*, e l'*Hydrophilus*, e dovetti convincermi che quest'ultima è la specie più adatta per sì fatte osservazioni, tanto per la disposizione anatomica dei tubi malpighiani, quanto specialmente per la grandezza enorme dei loro epiteli, così che con piccoli ingrandimenti si possono scorgere molti dettagli della struttura cellulare.

Onde poter fare le mie osservazioni nelle condizioni più prossime possibili alle normali preparavo l'animale nel modo che descriverò brevemente.

Dopo aver amputate le estremità ed esportate le elitre e le ali ad un *Hydrophilus*, aprivo colle forbici la parte dorsale del segmento addominale, secondo una linea che coincideva ad un dipresso coll'asse antero-posteriore del corpo. Quindi con due incisioni laterali perpendicolari alla prima rovesciavo all'infuori il tegumento e lo esportavo con un colpo di forbici. Nel fare queste incisioni è facilissimo ledere due enormi sacchi aerei che stanno nella parte anteriore dell' addome, è quindi necessario andar molto cauti quando si desideri che l'animale duri per molto tempo in vita. Così preparato lo fissavo sopra una tavoletta di sughero, come quelle che servono per osservare la circolazione nelle rane. Nella tavoletta era stata praticata un'apertura circolare del diametro di un centimetro circa, la quale venne convertita in una pozzetta a fondo trasparente attaccando con ceralacca un vetro porta-oggetti sulla superficie inferiore della lamina in modo da chiudere l'apertura praticata nel sughero.

L'*Hydrophilus* veniva fissato sulla tavoletta in posizione di fianco con due spilli di cui l'uno infisso nel torace e l'altro all'estremità anale del corpo, in modo che l'addome si trovasse in corrispondenza della pozzetta. Questa veniva riempita con la linfa

perduta dall'animale, diluita con cloruro di sodio in soluzione al 0,75 %. Dentro vi facevo cadere la matassa intestinale e poi distendevo con precauzione l'intestino sui bordi della pozzetta fissandovelo con degli spilli.

In queste manipolazioni procuravo di fare movimenti delicatissimi in modo da non rompere le trachee, le quali partendo dai sacchi aerei di cui accennai sopra si distribuiscono a tutti gli organi dell'addome. Ebbi più volte occasione di convincermi che questa è una condizione indispensabile perchè si possa protrarre lungamente l'osservazione, senza che avvengano alterazioni dovute alla morte delle cellule.

Una delle ragioni per cui l'*Hydrophilus* è più adatto degli altri insetti a questo genere di osservazioni sta appunto nel fatto, che esso, riempiendo d'aria i suoi sacchi aerei, può reggere lungamente senza respirare, atto che è reso difficile dall'esportazione delle pareti dell'addome.

Procedendo con queste cautele ho fatto le mie osservazioni sulla funzione di questi organi. Di esse riferirò in seguito.

Prima credo necessario di fare un breve cenno della struttura dei tubi malpighiani dell'*Hydrophilus.* Così si potranno comprendere più facilmente le osservazioni che descriverò in seguito, poichè ho notato alcune particolarità, le quali si allontanano alquanto dallo schema generale di questi organi, come viene descritto da Schindler (1) nei coleotteri.

Struttura dei canalicoli malpighiani dell'Hydrophilus piceus.

Feci quasi tutte le mie osservazioni sopra pezzi freschi senza sottoporli all'azione di alcun agente indurente o fissatore. Anzi la massima parte delle osservazioni sulla struttura fu fatta sull'animale vivo. Ho deciso di seguire questo metodo, siccome quello che mi permetteva di poter più facilmente apprezzare i mutamenti dell'organo in funzione. Sono ricorso all'induramento ed ai soliti reagenti microscopici solo quando doveva mettere meglio

(1) *Zeitschrift f. Wissenschaft. Zoolog. Kölliker u. Siebold*, vol. XXX, pag. 587.

in evidenza qualche particolarità, di cui non fosse possibile farmi un concetto abbastanza chiaro in altro modo.

Salvo nei casi che indicherò in modo speciale, s'intenderà che tutte le osservazioni furono fatte coll'obiettivo 3 di Leitz e coll'oculare 3.

Nell'*Hydrophilus* i tubi malpighiani sono in numero di quattro variamente attorcigliati fra di loro, avvolgono tutto l'intestino risalendo fino in corrispondenza dello stomaco, dove fanno un'ansa, ridiscendono in basso e si gettano nell'intestino retto in corrispondenza della cloaca. In essi si distingue una parete di sostegno e le cellule epiteliari. Sopra di essi si distribuiscono numerosissime le trachee divise in ramificazioni molto sottili.

La parete di sostegno veduta in sezione ottica appare fornita di un doppio contorno, ed in essa si distingue una parte ialina apparentemente amorfa, nella quale si vedono qua e là disseminati dei grossi elementi ovolari, del diametro di 40-50μ. Come si vede nella fig. 1ª essi contengono grosse granulazioni splendenti, immerse in una sostanza finamente granulosa. Queste granulazioni sono disposte ad intervalli regolari e guardate con una lente ad immersione, $^1/_{12}$ Leitz, dimostrano avere una struttura molto complicata. In ciascuna di esse si distingue una parte periferica costituita da una linea colorabile coi colori nucleari, la quale fa l'impressione di una parete limitante il granulo. Nell'interno dello spazio limitato da questa linea si osserva una sostanza amorfa incolora, nella quale stanno alla loro volta immersi altri granuli colorati piccoli in numero di due a tre variamente disposti.

Dal modo di comportarsi della parete di questi corpi ovali e delle loro granulazioni rispetto ai colori di carmino e di anilina credo si debbano considerare come i nuclei di grosse cellule fatte da protoplasma apparentemente amorfo.

Nello spessore della parete del canalicolo si vede una rete molto fitta e di aspetto più rinfrangente della sostanza ambiente, costituita da filamenti incrociati in vario modo. Nel punto d'incontro di più filamenti si vede generalmente un piccolo corpicciuolo ovolare o circolare contenente piccole granulazioni splendenti. Questo corpicciuolo e le sue granulazioni si colorano rapidamente in azzurro col bleu di metile ed in verde col verde jodio, in rosso col carmino, presentano cioè tutti i caratteri di un vero nucleo cellulare. Tanto la rete quanto i suoi nuclei sono

difficilmente visibili nei tubi, i quali hanno cellule epiteliari molto ricche in sostanza colorante; ma si vedono molto bene in quei tubi dove le cellule sono perfettamente incolore e trasparenti. Per vedere questi particolari più distintamente nella prima varietà di tubi è necessario alterare alquanto il rapporto fra le varie parti del canalicolo, e fare in modo che alcune cellule epiteliari si stacchino. Nel campo chiaro che ne risulta spiccano molto bene i filamenti della rete per dei sottili bordi scuri dovuti alla loro rinfrangenza più forte. Ho notato che si può rendere molto evidente questa reticella lasciandola per alcun tempo immersa in una soluzione al 2 °/₀ di bleu di metile, dove i filamenti prendono una leggera colorazione azurra, la quale permette di distinguerli dalla sostanza circostante.

Cercai vari modi onde determinare la natura di questa rete, se cioè fosse nervosa od elastica, di ciò tratterò più diffusamente in altra Nota, per ora dirò solo che col metodo di Golgi al cloruro d'oro si colora una rete disposta in senso trasversale al canalicolo, la quale ha numerosissime anastomosi e finisce in filamenti sottilissimi, la cui terminazione si sottrae ai più forti ingrandimenti. Per contro non ottenni alcuna colorazione col metodo di C. Martinotti, (1) il quale mette in evidenza le fibre elastiche. Dopo sottoposti i tubi alla digestione peptica non si riesce più a veder traccia della rete nei tubi a cellule epiteliari colorate, mentre nei tubi a cellule incolore si osserva una rete molto fitta costituita da grossi tronchi disposti trasversalmente, obliquamente e longitudinalmente al canalicolo.

Qualche volta si incontrano dei tubi dove non è dato scorgere traccia di struttura all'infuori della rete ultima descritta, la quale assume un notevole grado di sviluppo. Nella parete non ho mai riscontrato alcuna fibra muscolare nè liscia nè striata.

Il componente più importante dei tubi malpighiani è costituito dalle cellule epiteliari. Nell'*Hydrophilus* esse hanno generalmente forma poliedrica o rotondeggiante con un grosso nucleo ovolare centrale. Le cellule hanno un diametro di 110 μ mentre il nucleo misura 30 μ. Accade spesso di vedere delle cellule con due nuclei, i quali sono avvicinati in modo da rappresentare una cifra 8 con strozzatura più o meno marcata. Il protoplasma

(1) C. Martinotti, *Della reazione delle fibre elastiche*, Torino, Annali di freniatria, vol. I.

cellulare presenta delle particolarità degne di nota. Esso può venir diviso in tre zone, distinte fra loro per caratteri ben definiti. Osservate ad un piccolo ingrandimento le cellule in generale appaiono separate fra loro da uno spazio chiaro di dimensioni variabili da 10 a 20 μ. Con un esame molto attento si riesce qualche volta, anche con piccoli ingrandimenti, a vedere che esse sono realmente una a contatto dell'altra e che nel punto di contatto sono divise fra loro soltanto per una sottilissima linea. L'intervallo chiaro è dato dalla grande trasparenza propria della parte marginale del protoplasma. Questa zona periferica è limitata dal resto del corpo cellulare per una linea molto più marcata di quella esistente fra due cellule contigue.

Ho riprodotto nella Fig. 2ª una cellula epiteliare veduta ad un forte ingrandimento, (8ª Koritska). Quando si esaminino dei pezzi freschi e senza far loro subire maltrattamenti, si vede che in corrispondenza della zona trasparente il protoplasma presenta una delicatissima striatura, cosichè sembra formato da fibrille sottilissime, giustapposte, dirette secondo la direzione dei raggi del corpo cellulare.

Leydig (1) aveva già riscontrato e descritto questo stesso fatto nelle cellule dei tubi malpighiani della *Cetonia aurata* e del *Bombyx neustria*, Ogni fibrilla porta, nel punto in cui si unisce al resto del protoplasma, un granulo leggermente più grande e più rifrangente di quelli che costituiscono il corpo protoplasmatico. La disposizione regolare di questi granuli, uno accanto all'altro tutto all'ingiro della cellula, fa sì che vengono a costituire una linea netta scura, la quale vista a piccolo ingrandimento sembra segnare la periferia della cellula, non potendosi avvertire la sottile striatura nella zona trasparente testè descritta.

All'interno di questo strato si trova una zona di dimensioni variabili, la quale costituisce la più grande parte del corpo cellulare e limita un' area circolare centrale di aspetto chiaro. Essa è fornita di una struttura molto complicata. La massa generale è fatta da fini granuli e va divisa in due parti, esterna ed interna.

Nella parte esterna, tra i granuli si vedono disseminate delle

---

(1) Leydig, *Untersuchungen zur Anatomie und Histologie der Thiere*, Bonn., 1883, pag. 52.

scarse granulazioni più grandi, fortemente rifrangenti, incolore a riflessi giallo-verdastri. In oltre non di rado questo strato contiene delle goccie regolarmente sferiche, fortemente rifrangenti di color giallognolo, chiamate dagli autori col nome di sfere di secreto. La parte interna contiene dei granuli grossi di colore giallo-bruno a forma allungata, essi sono in quantità variabile, per lo più fittamente addensati l'uno contro l'altro. L'accumulo di questi granuli dà al protoplasma un color giallo più o meno intenso, secondo il loro grado di addensamento, il quale, quando è notevole, impartisce un colore bruno così carico da coprire tutti gli altri particolari. Osservando a forte ingrandimento (8* Koritska $^1/_{12}$. Leitz. imm. omog.) potei constatare, come aveva già descritto Leydig, che i granuli gialli sono costantemente formati da cristallini prismatici a contorni ben limitati. Raramente avviene d'incontrare alcuna sfera più o meno grande di una sostanza gialla identica per l'aspetto fisico a quella di cui sono composti i cristalli. Osservati alla luce polarizzata, tanto i cristalli quanto le sfere, si mostrano birifrangenti, e quando i prismi sono incrociati spiccano sul fondo oscuro come linee splendenti d'un bel colore giallo-dorato. Immergendo i tubi malpighiani in alcool scompare il loro color giallo e con esso i cristalli contenuti nelle cellule, mentre l'alcool prende un color giallo con una bella fluorescenza verde in tutto identica a quella della fluoresceina. Ho già intrapreso una serie di ricerche per determinare la natura di questa sostanza. Riferirò dettagliatamente in una prossima Nota i risultati ottenuti.

La terza zona è costituita da un'area centrale chiara.

Negli organi freschi non si riesce a vedere alcuna struttura dei nuclei; nei pezzi induriti in alcool e colorati con carmino o con saffranina, si vede che il nucleo, il quale corrisponde all'area chiara centrale della cellula vivente, è formato da grosse granulazioni sferiche disposte regolarmente una accanto all'altra. Queste prendono una colorazione violetto sporco col carmino alluminato e roseo pallido colla saffranina, e fra esse spiccano talora due, talora tre corpicciuoli sferici più grandi fortemente colorati.

Nei pezzi stati in alcool il protoplasma si mostra formato da grossi granuli di color grigiastro.

Sopra i canalicoli malpighiani si distribuisce una quantità molto grande di trachee le quali conservano i loro caratteri fin-

tanto che il loro diametro non è inferiore ad 1-2 μ. Allora terminano con un lungo ciuffo a mo'di pennello fatto da sottili canalicoli perdentesi nell'interno della cellula. I canalicoli terminali sono così sottili e formano una rete così fitta che se ne possono contare parecchie decine sulla superficie di una sola cellula. Esse presentano di particolare che non si anastomizzano mai fra di loro. Per ora non farò alcun cenno dei nervi, riserbandomi di ritornarci sopra in un apposito lavoro.

Azioni dei colori d'anilina sopra le cellule.

Tutte le particolarità che ho descritto fin ora si possono anche osservare staccando rapidamente un pezzetto di tubo malpighiano ed esaminandolo in cloruro sodico al 0,75 $^0/_0$ oppure nel siero stesso dell'*Hydrophilus* o in una miscela di siero o cloruro sodico al 0,75 $^0/_0$. Se in un preparato così fatto, si fa arrivare una goccia di una soluzione di verde jodio al 2 $^0/_0$ in una soluzione fisiologica di cloruro sodico, si osserva comparire immediatamente una colorazione verde pallida nelle fibrille e nei nuclei della rete che si trova nella parete dei tubi. Contemporaneamente si colorano pure in verde quei grossi nuclei della parete, i quali hanno granulazioni splendenti, mentre le cellule epiteliari si comportano diversamente. Come si vede dalle fig. 3 e 4, si deve distinguere il modo di comportarsi del nucleo da quello del protoplasma. Nelle cellule situate alla estremità del moncone, le quali hanno subìto il trauma della sezione, il nucleo assorbe rapidamente il colore tingendosi in verde smeraldo, mentre nelle altre cellule il nucleo si mantiene incoloro anche dopo parecchie ore. Dopo un tempo variabile da 5′ a 15′ minuti il protoplasma delle cellule, il cui nucleo si era già colorato in verde, incomincia a prendere una colorazione grigiastra, la quale va man mano diventando d'un grigio azzurro, e persiste in questo stato, mentre si accentua sempre più la colorazione verde del nucleo, se continua l'azione della sostanza colorante. Il protoplasma di quelle cellule, di cui il nucleo si è mantenuto incoloro, dopo un tempo variabile da 30′ a 40′ minuti incomincia a colorarsi in violetto intenso alla periferia. La zona colorata si allarga sempre più finchè si estende a tutta la cellula, all'infuori di uno spazio

chiaro centrale, limitato da contorni sfumati, il quale può talora essere duplice e corrisponde perfettamente all'area coloratasi in verde nelle cellule dell'estremità del moncone. L'intensità della colorazione del protoplasma diventa così grande da eguagliare quella dello stesso colore nello spettro solare. In questo stadio le cellule si conservano per parecchie ore ed anche per tutto un giorno, quindi il nucleo incomincia a colorarsi in verde, e la colorazione violetta del protoplasma passa poco a poco in un colore grigio azzurrognolo, uguale a quello assunto rapidamente dalle cellule dell'estremità del moncone.

Sugli organi in sito avviene ad un dipresso la stessa cosa. Aggiungendo alcune goccie della stessa soluzione di verde jodio nella pozzetta sulla quale stanno distesi i canalicoli malpighiani di recente preparati, si vede che il protoplasma cellulare incomincia a prendere una tinta violacea, la quale va sempre più accentuandosi. A differenza di quanto si osserva nel canalicolo staccato il colore violetto non cede il posto alla colorazione grigia azzurrastra, ma dopo un lasso di tempo, che varia secondo le condizioni di temperatura e di vivacità dell'*Hydrophilus*, scompare senza lasciar traccia. In queste condizioni non accade mai di vedere il nucleo a colorarsi nè in verde nè in altro colore. Ciò avviene però quasi istantaneamente in alcuni punti quando con una pinzetta si stringa il canalicolo in modo da alterare più o meno profondamente le cellule.

Quando la colorazione violetta è scomparsa, la si può far ricomparire aggiungendo del nuovo verde jodio che viene alla sua volta eliminato. Dopo tre giorni per lo più le cellule prendono un aspetto torbido fortemente granuloso per granuli meno rifrangenti di quelli normali, nel centro non si scorge più spazio chiaro nè alcun altro dettaglio cellulare. Aggiungendo una goccia di soluzione di verde jodio al preparato, in cui i canalicoli sono ridotti in questo stato, il nucleo si colora immediatamente in verde ed il protoplasma in grigio azzurro. Per acquistare maggior certezza che questa differenza di reazione delle cellule col verde jodio dipende dalle condizioni di vita della cellula, prima di sottoporre un *Hydrophilus* all'osservazione esportai un tratto di tubo malpighiano, che divisi in due parti. Immersi una parte in acqua distillata e ve la lasciai per 5 minuti dopo i quali la trattai con verde jodio e la esaminai rapidamente Tutti i nuclei erano colorati in verde e dopo alcuni minuti si colorò in

grigio il protoplasma. Lasciai l'altra parte a bagno in una soluzione fisiologica di cloruro di sodio al 0,75 % per un'ora, dopo la quale, trattato il pezzo con verde jodio, vidi che i nuclei si erano mantenuti incolori e che il protoplasma prese una tinta violetta. I tubi che erano rimasti attaccati all'animale si mantennero per tre giorni col nucleo non colorabile. Si trattava ora di determinare se il cambiamento di colore dipendesse da una differente reazione chimica del protoplasma e del nucleo allo stato normale e dopo morte o da qualche processo speciale che avesse luogo in queste parti.

Ho provato ad acidificare leggermente la soluzione di verde jodio ed immediatamente la colorazione verde-cupa cessò per far luogo ad un color verde-erba chiaro. Alcalinizzando il verde jodio con alcune goccie di una soluzione diluita di idrato di potassio compare un'intensa colorazione violetta la quale è distrutta da un eccesso del reattivo. Trattando la soluzione di verde jodio con polvere di zinco si scolorò per cui dovetti conchiudere che la colorazione violetta acquistata dalle cellule è dovuta alla loro reazione alcalina e non a processi di riduzione.

Provai a sostituire il verde jodio col verde di metile il quale, come fu dimostrato dal prof. Mosso (1), si comporta in modo analogo colle cellule viventi. Con questo reattivo in pochi minuti vengono colorate in verde tutte le cellule e riuscii solo a scorgere delle differenze di tonalità poco marcate tra le cellule normali, e quelle che hanno subìto un'alterazione qualunque.

Quando si fa agire il *Licthgrün* tutte le cellule si colorano diffusamente in verde smeraldo. Sotto l'azione del liquido Erlich-Biondi i nuclei delle cellule epiteliari si colorano in verde e se il liquido agisce per molto tempo il protoplasma si colora in aranciato.

Il *bleu* di metilene si comporta in un modo tutto particolare colle cellule epiteliari, quindi merita di essere trattato più diffusamente.

Injettai nell'addome di un *Hydrophilus* un centimetro cubico di una soluzione di *bleu* di metilene all'uno per cento.

Dopo due ore aprii l'addome ed esportai un pezzetto di tubo malpighiano che osservai in cloruro di sodio al 0,75 % serven-

---

(1) A. Mosso, *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, vol. IV, pag. 419.

domi di forti ingrandimenti. Come si vede dalla fig. 5 le cellule epiteliari si mostrano del tutto normali, però nella zona mediana del protoplasma si vede un buon numero di granuli sferici colorati in azzurro ed alcuni colorati in rosso porpora o in violetto. Quando la preparazione è fatta da un po' di tempo aumenta il numero dei granuli violetti e diminuisce quello degli azzurri. Con delle esperienze di confronto potei assicurarmi che i granuli coloratisi col *bleu* di metilene corrispondono alle granulazioni più grosse e più rifrangenti, la quali si trovano nella zona mediana del protoplasma.

Esaminate con un obiettivo ad immersione $^1/_{12}$ Leitz queste granulazioni colorate non si presentano tutte colla stessa struttura. Le più piccole appaiono come semplici sfere e queste sono quasi tutte colorate in azzurro. Le più grandi hanno talora forma irregolare e sono fornite di una struttura più complicata. In esse si distingue una parte periferica rappresentata da una sottile linea colorata più intensamente, la quale limita uno spazio più chiaro, amorfo, dentro cui sono comprese due o tre granulazioni colorate colla stessa intensità della linea periferica. Sono specialmente queste le granulazioni che prendono un colore rosso porpora.

Due interpretazioni possono darsi a questo fatto: cioè che si tratti qui di vere terminazioni nervose le quali secondo Erlich (1) hanno la proprietà di fissare il *bleu* di metilene injettato nell'organismo quando si trovino fornite di reazione alcalina e siano saturate di ossigeno; oppure che siano granulazioni incaricate di una speciale funzione nel lavorio chimico della cellula. Erlich nel suo lavoro sopra il bisogno che l'organismo ha dell'ossigeno (2) emette l'ipotesi che nelle cellule ghiandolari il tramite per cui vengono eliminate le sostanze sia il paraplasma di Kupffer mentre che il protoplasma propriamente detto rappresenti solo la parte vivente della cellula.

Io non credo di poter per ora decidere quale delle due interpretazioni sia qui da applicarsi. Volendo avere un numero maggiore di dati ho cercato come queste granulazioni si comportassero con altre sostanze e trovai, che, trattando i canalicoli

---

(1) Erlich, *Deutsche Medicinishe Wochenschrift*, 1886, N. 4.

(2) Erlich, *Das Sauerstoff Bedürfniss des Organismus*, Berlin, 1885, pag. 151.

secondo il metodo di Golgi per mettere in evidenza le terminazioni nervose col cloruro d'oro e di sodio, quelle stesse granulazioni si colorano in nero. Trattando le cellule con una soluzione di acido osmico all'1 $^0|_0$ si ha un annerimento più forte nelle granulazioni che nelle parti circostanti.

L'ematossilina le colora fortemente in violetto cupo.

Osservazioni sui tubi malpighiani allo stato normale.

Quando si osservano i tubi malpighiani di un *Hydrophilus* preparati nel modo e colle cautele sopra descritte, adoprando un ingrandimento di 100 diametri (3 Leitz ocul. 3) l'attenzione viene principalmente attirata dalla notevole differenza esistente non solo fra due tubi vicini ma anche fra due parti dello stesso tubo. Questa differenza consiste specialmente nel diametro delle cellule e del tubo, nella forma dei contorni dei tubi e delle cellule, nell'intensità e nella distribuzione della sostanza colorante, nello spessore della parete del tubo stesso e nella larghezza degli spazi intercellulari. Fu necessaria una serie numerosa di osservazioni prolungate per lungo tempo onde riuscire a classificare queste differenze. Esse si possono raggruppare in due ordini: differenze dipendenti dalla diversa forma della parete del canalicolo, e differenze dipendenti dalla forma delle cellule. Combinandosi in diverso grado questi due fattori possono dare ai canalicoli degli aspetti assai differenti.

Io mi limiterò a descrivere l'aspetto preso negli strati estremi di ciascuno dei due gruppi. Considerando il canalicolo nel suo insieme, astrazion fatta dalle cellule epiteliari, si vede che alcuni hanno un diametro di 180 — 200 μ $^0|_0$ mentre gli altri misurano solo 100 — 110 μ $^0|_0$. In questi ultimi la parete ha uno spessore di 1 — 2 μ $^0/_0$ mentre nei primi è ridotto ad una sottile linea.

I canalicoli più piccoli hanno contorno irregolare frastagliato da sporgenze ed avallamenti, la parete è fortemente rifrangente limitata da un doppio contorno netto e scuro. Nello spessore della parete vista in sezione ottica si vedono dei granuli più rifrangenti. In questo stadio la parete ha una trasparenza alquanto minore.

Nei canalicoli che hanno il diametro maggiore la parete è

molto trasparente, e limitata da un contorno morbido e regolare con andamento per lo più rettilineo, o di curva a grande raggio. Il suo spessore è molto minore, i suoi contorni sono segnati da linee sottili ed indecise, nel suo spessore si vedono dei sottili filamenti variamente intrecciati a formare una rete più rifrangente della sostanza che li circonda. Non esiste alcuna regola per la distribuzione di queste due forme di canalicoli. In generale non esiste un passaggio brusco dall'una all'altra forma, ma si incontrano tra questi due numerosi stadi intermedi, nei quali predominano i caratteri dell'uno o dell'altro stadio.

Per quanto riguarda le cellule si hanno delle differenze anche più marcate. In alcuni tubi esse si presentano con l'aspetto tipico descritto nel primo paragrafo, esse sono assai trasparenti a contorni poligonali. I loro margini striati si toccano per tutta la loro estensione, non lasciando spazio intercellulare. In questo stato i granuli contenuti nell' interno dei tubuli si vedono come attraverso ad un velo molto trasparente. Le cellule misurano $100 - 110\ \mu\ {}^0/_0$ hanno un' area nucleare molto ampia, un aspetto più pallido e sono molto trasparenti.

A questa si contrappone un'altra forma. In essa le cellule sono rotonde od ovali, hanno rifrangenza molto considerevole con riflessi verdognoli. Le cellule non hanno fra loro che pochissimi punti di contatto anzi per lo più sono separate l'una dall'altra da larghi spazi intercellulari. È sparita la zona esterna frangiata, le cellule hanno acquistato uno spessore maggiore, e guardando attentamente, si vede che il contorno cellulare non è una linea continua, ma ha delle sporgenze ed avallamenti paragonabili alle rugosità della buccia degli aranci. Le rugosità sono determinate da granuli sporgenti sulla superficie della cellula.

L'area nucleare è molto più stretta, tutta la cellula ha colore più scuro, i granuli protoplasmatici sono più addensati. In questa forma le cellule misurano generalmente 50-60 μ. Tra queste forme estreme si notano qui pure numerose forme di passaggio. S'intende che queste differenze riguardano solo le cellule epiteliari; non ho notato alcuna differenza in quei nuclei ovali a grosse granulazioni regolari che stanno nello stesso piano della parete del canalicolo.

Le due forme descritte per la parete si possono trovare associate indifferentemente con ciascuna delle forme descritte per le cellule. Da questo ne deriva una serie numerosa di aspetti

diversi secondo che nelle combinazioni predomina l'una o l'altra delle quattro forme. Quando nel canalicolo ristretto si hanno cellule nella forma a dimensioni maggiori ne viene, che le cellule trovandosi fortemente compresse l'una contro l'altra sono obligate ad assumere delle forme irregolarissime, e premendo contro la parete del canalicolo dànno luogo a delle sporgenze e a degli avallamenti, i quali concorrono a renderlo più irregolare. Viceversa, quando si hanno delle cellule nella forma piccola in canalicoli larghi, si hanno dei larghi spazi intercellulari, dai quali si può vedere molto distintamente nell'interno del canalicolo. Nei casi in cui le cellule piccole si trovano in canalicoli piccoli, esse appaiono fortemente rotondeggianti di colorazione molto scura, per cui si vede assai male nell'interno del canalicolo stesso.

Se la preparazione fu eseguita con tutte le cautele indicate non si tarda a scorgere la ragione di questo differente aspetto delle parti di uno stesso organo. Prolungando l'osservazione, dopo i primi dieci minuti, quando è passata l'azione del trauma si vede generalmente che i canalicoli eseguiscono dei movimenti con forza e ritmo variabile.

Cercherò di descrivere il più chiaramente che mi sarà possibile tutte le modificazioni che si possono seguire coll'occhio, e per rendermi più facile il còmpito dividerò la descrizione in due parti; modificazione della forma e modificazione dell'aspetto. Riguardo alla forma si osserva che questi movimenti possono raggiungere il numero di 8-10 in un minuto, ma si può anche avere una sola contrazione ogni uno o due minuti e talora anche meno. Questi movimenti si possono paragonare a contrazioni per cui tanto il tubulo quanto i singoli elementi di cui è composto diminuiscono di volume. Non raramente però accade di vedere che una sola o poche cellule facciano questi movimenti mentre le altre parti si conservano inalterate. In tali casi i movimenti sono molto più deboli. Durante la contrazione i canalicoli passano per tutti gli stadi descritti sopra. Ho riprodotto colla camera lucida nella Fig. 6 un'ansa di tubo malpighiano in cui la metà destra fu disegnata allo stato di contrazione e la sinistra allo stato di massima dilatazione.

Non ho mai potuto determinare quale fosse lo stadio di riposo perchè il movimento si può arrestare mentre il canalicolo si trova in uno qualunque degli stadi sopra detti, e rimaner

fisso lungamente in tale posizione. Perciò differenzierò gli stadi coll'epiteto di dilatato, medio e contratto. Da quanto ho detto sopra si deduce che i cambiamenti di forma delle cellule possono essere indipendenti da quelli della parete, però questi hanno grande influenza sui primi, per cui generalmente avviene che nello stadio dilatato le cellule hanno l'aspetto descritto nel primo paragrafo. Nello stadio intermedio la parete del canalicolo è alquanto più marcata ed ha uno spessore un po' maggiore sebbene sia sempre limitata da linee molto sottili e pallide ed abbia dei contorni regolari. Le cellule prendono un colore giallo più carico, si fanno più spesse e l'area nucleare diventa alquanto più piccola. Il cambiamento di colore è dovuto all'avvicinarsi dei cristallini gialli sopra descritti. Delle tre zone in cui si distingue il corpo protoplasmatico, la più esterna è quella che si riduce maggiormente, tutta la cellula acquista maggior rifrangenza perdendo in trasparenza, fatto che rende meno chiari tutti i dettagli.

Nello stadio contratto il color giallo-bruno si estende a tutto il corpo cellulare e scompare completamente l'area nucleare, tutta la cellula può prendere delle dimensioni minori di quelle che ha il nucleo nello stato dilatato. Le cellule sono diventate fortemente convesse, sono compresse le une contro le altre, si mostrano completamente prive della zona esterna frangiata, ed hanno i granuli cristallini talmente avvicinati che non riesce possibile alcuna osservazione nell'interno del tubo.

Spesso queste modificazioni si succedono così rapidamente che riesce impossibile riprodurne le fasi col disegno.

Non esiste regola fissa riguardo al modo di contrarsi dei canalicoli, ora il movimento si propaga in modo peristaltico, altre volte invece la contrazione è contemporanea in tutto un lungo tratto di canalicolo. Mentre un tratto di tubo rimane immobile, la sua continuazione a destra si dilata, e quella di sinistra può anche restringersi.

È pure molto variabile il ciclo del movimento il quale talora consiste in una semplice contrazione seguita da una successiva dilatazione, o da una pausa, altre volte avviene il fatto opposto. Altre volte ancora si direbbe che la dilatazione avviene per elasticità tendente a ristabilire l'equilibrio turbato da una contrazione avvenuta; e viceversa alcune volte, tenuto conto della rapidità e della violenza del movimento, pare attiva la dilatazione e passivo il restringimento. Quest'ultimo caso avviene spe-

cialmente, quando il canalicolo si riposa nello stato intermedio, ed il movimento avviene nel senso della dilatazione. Credo inutile soggiungere che mi sono ripetutamente assicurato in tutti i modi possibili che questo movimento non fosse trasmesso, cosa la quale viene esclusa dalla forma stessa del movimento, che non è mai movimento di traslazione, ma soltanto un cambiamento di forma.

Per studiare i mutamenti delle cellule, ho seguìto per tre giorni di seguito le trasformazioni di un gruppo di canalicoli. A vari intervalli ne ho riprodotta l'immagine colla camera lucida ed ottenni tra le altre le Fig. 7, 8, 9, 10. Se la preparazione fu eseguita accuratamente è molto facile tenere in vita un *Hydrophilus* per tre giorni. Gli organi sottoposti alla osservazione non si alterano quando si abbia cura di mantenere sempre la pozzetta piena di soluzione di cloruro di sodio e difenderla dall'essiccamento durante la notte coprendola con una piccola campanella. La fig. 7 rappresenta il gruppo di canalicoli in questione appena fatta la preparazione. Dei tre canalicoli disegnati, uno è allo stato di massima contrazione, uno nello stato medio e l'altro nel dilatato. L'esame della figura serve meglio di qualunque descrizione per dare un' idea delle differenze che si possono osservare nelle condizioni normali. La Fig. 8 rappresenta gli stessi canalicoli 5 ore dopo. In essa si vede che il tubo *a* ha modificato radicalmente l'aspetto delle sue cellule, la sostanza gialla si è raggruppata in una stretta zona attorno al nucleo, le cellule si sono riempite di sfericciuole, le quali, secondo gli autori rappresentano gocciole di secreto, la parte fondamentale del protoplasma si è fatta più granulosa. Gli altri due tubi si mantennero invariati. Dopo 24 ore dacchè la preparazione era stata fatta, riprodussi nella Fig. 9 l'aspetto dei tre tubuli. Come si vede, tutti e tre son passati nello stadio dilatato, nel tubo *a* alcune cellule contengono ancora delle sfere di secreto la sostanza gialla si è raccolta attorno al nucleo. Mettendo nella pozzetta alcune goccie della solita soluzione di verde jodio, il protoplasma cellulare si colora in violetto ed il nucleo si mantiene incoloro. Dopo 48 ore le cellule si presentano come nella Fig. 10.

Vedendo che si son fatte torbide e fortemente granulose provo la reazione col verde jodio, il protoplasma si colora in un violetto grigiastro ed il nucleo prende una tinta leggermente verdognola, per cui sospendo l'osservazione essendo questo uno stadio di morte incipiente.

Tutte queste osservazioni fatte sopra l'organo attaccato all'animale vivente non permettono di adoprare dei forti ingrandimenti. Per veder meglio che cosa si passi nell'interno delle cellule durante questi cambiamenti facevo rapidamente un preparato con un pezzo di tubo esportato all'animale vivo e lo osservavo in una miscela di siero e di cloruro sodico al 0,75 $^0/_0$ sostenendo il vetrino copri-oggetti con delle striscie di carta spessa in modo da non comprimere l'organo. Necessariamente l'osservazione deve essere fatta in modo rapido, perchè dopo pochi minuti si vede che le cellule rigonfiano, il protoplasma cellulare ed il nucleo di molte cellule escono dal canalicolo in massa conservando tutti i dettagli che si osservano nelle cellule in sito. In questi preparati si possono facilmente vedere a scorrere tra una cellula e l'altra delle piccole goccie di una sostanza jalina giallognola. Esse sono in tutto identiche a quelle più grosse che si vedono scorrere nel lume del canalicolo osservando l'organo in sito con piccolo ingrandimento. Il movimento di queste goccie è lentissimo e fa l'impressione come se fosse impresso da una *vis* a tergo la quale, obligandole a passare per dei canalicoli stretti, fa sì che la loro forma sferica si allunghi. La consistenza di queste goccie è ad un dipresso eguale a quella della zona esterna frangiata del protoplasma cellulare: poichè questo cede anch'esso visibilmente per dar passaggio alla goccia e riprende tosto la primitiva posizione quando essa è passata. Oltre a queste goccie si può spesso incontrare dei punti, in cui la sostanza striata del protoplasma è ricoperta all'esterno da frammenti irregolari, a margini più o meno rotondeggianti, di una sostanza analoga a quella delle goccie. Questi frammenti vanno continuamente ingrossando e prendendo una forma che si avvicina alla sferica.

Engelmann (1) dimostrò che i movimenti delle ghiandole cutanee delle rane descritti da Ascherson dipendono da fibre muscolari liscie della membrana di sostegno delle ghiandole. Queste fibre muscolari però erano già state messe in evidenza da altri e fra cui il prof. Ciaccio. Stricker e Spina (2) confermarono in gran parte le osservazioni di Ascherson ed Engelmann, essi emisero l'ipotesi, che, durante un eccitamento nervoso la ghiandola si svuoti per ricaricarsi al periodo di dilatazione. Questo modo di vedere

(1) Loco citato.

(2 Wiener, *Sitzungsberichte*, 1879, vol. 80, parte III, pag. 95.

non fu condiviso da Heidenhain (1) il quale lo confutò con buoni argomenti. Biedermann (2) poi mise in dubbio l'attività dei movimenti delle cellule ghiandolari. Drasch (3), osservando direttamente le ghiandole della membrana nittitante nelle rane viventi, potè dimostrare con misure esatte che nelle cellule vi sono dei movimenti passivi e dei movimenti attivi, e che questi movimenti sono sotto la dipendenza di speciali fibre nervose. Schindler (4); studiando sotto il punto di vista anatomico e fisiologico i canalicoli malpighiani di tutte le famiglie di insetti, trovò che, quantunque in molte famiglie i tubi malpighiani possano essere forniti di fibre muscolari ed elastiche, non si potè mai osservare alcun movimento. Soggiunge però che nei coleotteri mancano le fibre muscolari, e non dice in quali condizioni abbia fatto le sue osservazioni.

Durante i movimenti descritti quei granuli che si trovano nell'interno dei tubi, e che secondo gli autori rappresentano i prodotti di secrezione delle cellule, sono spinti in una determinata direzione. Siccome però molto spesso i movimenti delle cellule e dei tubi sono molto irregolari, ne avviene che invece di seguire costantemente una determinata direzione procedono a sbalzi e non di rado ritornano indietro con movimento di andirivieni, però, siccome predomina il movimento in un determinato senso, dopo una lunga serie di contrazioni finiscono per essersi spostati di un tratto più o meno grande. Nelle osservazioni fatte durante la seconda metà dello scorso ottobre e nel mese di novembre, non potei mai osservare dei movimenti spontanei. Dirò in seguito quale ne sia la causa probabile.

Azione del solfoindigotato di sodio sui canalicoli malpighiani.

Quando si lascia cadere una goccia di una soluzione concentrata di solfoindigotato di sodio nella soluzione fisiologica di cloruro di sodio dove stanno distesi i tubi malpighiani, il campo

(1) Hermann's, *Handbuch der Physiologie.* vol. 5, pag. 414.

(2) Wiener, *Sitzungsberichte*, 1886, vol. 94, parte III.

(3) Loco citato.

(4) *Zeitscrift f. Wissenschaftliche Zoologie Kölliker und Siebold*, vol. 30, pag. 587.

del microscopio nei primi istanti si colora intensamente in azzurro, poi la colorazione va man mano scomparendo, senza che si possa vedere traccia di colorazione nelle cellule. I tubi che prima si contraevano stanno immobili e le cellule passano nello stadio della massima dilatazione. Dopo un lasso di tempo che può oscillare da due minuti ad un'ora si ripristina il movimento, specialmente se si lava il preparato con la solita soluzione di cloruro di sodio, e nell'interno dei tubi si vedono comparire dei grossi granuli, irregolarmente sferici o poliedrici intensamente colorati, in azzurro. Essi seguono il movimento che avevano i granuli di cui sopra si è parlato, prima dell'aggiunta del solfoindigotato di sodio. Non ho mai potuto stabilire che cosa avvenga del solfoindigotato dal momento in cui scompare la colorazione del liquido contenuto nella pozzetta, a quello in cui compaiono queste granulazioni colorate nell'interno dei canalicoli. Quando la quantità di solfoindigotato aggiunta è alquanto considerevole, la colorazione viene bensì distrutta completamente, ma la quantità di granuli azzurri che compaiono nel lume del canalicolo diventa così grande, che essi formano delle lunghe colonne difficilmente spostate dalla debole forza di contrazione. Allora si formano come dei trombi i quali si localizzano di preferenza in quei punti, dove i tubi sono in riposo. In questi casi dopo un intervallo di due o tre ore il nucleo delle cellule comincia ad essere limitato da contorni netti e le cellule si alterano. Alcune volte però il fenomeno non segue questo decorso, e questo l'osservai specialmente negli idrofili digiuni da lungo tempo. In questi casi l'aggiunta di solfoindigotato non arresta i movimenti, anzi pare che li acceleri, le cellule si modificano, scompare l'area chiara nucleare la quale viene occupata dalle granulazioni gialle, e tutto ciò senza che le cellule prendano gli altri caratteri dello stadio contratto.

Schindler aveva ripetuto sopra il grillotalpa le esperienze di Heidenhain col solfoindigotato ed aveva trovato che le cellule si colorano intensamente tanto nel protoplasma quanto nel nucleo. Dal modo, con cui aveva veduto scomparire la colorazione dagli elementi epiteliari osservando i tubi malpighiani a diversi intervalli dall'injezione, si era creduto autorizzato di stabilire una dottrina speciale del processo di secrezione. Egli dice che le cellule sono solamente permeabili secondo una direzione dall'esterno all'interno, per cui le sostanze sono assorbite dalla parte della cellula

che è in contatto colla parete del canalicolo, questa le cede al nucleo il quale le lascia passare alla parte rivolta verso il lume del tubo.

Nelle ghiandole della membrana nittitante delle rane Drasch osservò che in seguito all'injezione di solfoindigotato nel sangue compare quasi immediatamente un precipitato granuloso di solfoindigotato nel nucleo, quindi si colora il protoplasma cellulare, e dopo un breve tempo la colorazione scompare.

Per quanto io mi sia sforzato di osservare attentamente e senza interruzione non sono mai riuscito a vedere alcuna traccia di colorazione nell'interno delle cellule, nè mi fu dato di stabilire quale via seguisse il solfo indigotato per passare dal liquido ambiente nell'interno del canalicolo, dove lo ritrovai costantemente. Il trovarsi esso imprigionato in ammassi di forma più o meno regolarmente sferica, di consistenza solida molto simile ai granuli che si trovano normalmente nell'interno del tubo, costringe ad ammettere che esso venga ridotto in quello stato dall'attività propria delle cellule. Senza di ciò non si arriverebbe neppure a capire, come esso passi tutto nell'interno dei tubi e non ne passi solo quel tanto necessario per stabilire l'equilibrio secondo la legge della diffusione, e come una volta che è passato tutto nell'interno, non segua la via opposta per diffondersi nel liquido ambiente. Non credo che le mie esperienze fossero fatte in condizioni troppo lontane dalle normali, perchè siccome gli insetti, all'infuori del grande vaso dorsale, hanno semplicemente una circolazione lacunare, anche nelle condizioni normali le cellule ghiandolari devono prendere i materiali per il loro lavoro dal liquido che le circonda. Tenuto conto della rapidità relativamente grande, con cui le cellule epiteliari imprigionano il solfoindigotato scolorandolo, e lo cacciano nell'interno del tubo da loro limitato, non mi posso spiegare il fatto constatato da Schindler, il quale trovò le cellule epiteliari ancora colorate 15 ore dopo fatta l'injezione di solfoindigotato, se non ammettendo che la quantità injettata fosse straordinariamente grande e quindi avesse alterato le cellule. Fui confermato in questa opinione dal fatto, che egli osservò non solo colorazione del protoplasma, ma anche del nucleo, il quale non si colora se non quando la cellula ha sofferto in qualche modo.

Le proprietà chimiche del solfoindigotato di soda sono le sole, che riescano a spiegare come possa avvenire il suo passaggio

attraverso alla cellula, senza lasciar traccie della via seguita. È noto che l'acido solfoindigotico ha la proprietà di venir assorbito rapidamente dalle sostanze animali, anzi, su questo si fonda il processo della sua preparazione. Si sa pure che gli agenti riduttori e la fermentazione non solo, ma anche il glucosio in presenza di un alcali possono trasformare l'azzurro d'indaco nell'indaco solubile bianco, e che questo riacquista il primitivo colore quando venga ossidato. Date le condizioni delle mie esperienze si deve ammettere, che nelle cellule epiteliari dei tubi malpighiani avvenga anche un processo riduttore, il quale accompagna l'assorbimento e l'eliminazione del sale, e che questo venga poi ossidato nell'interno del tubo, dove soltanto ci è permesso di poterlo constatare otticamente. Nelle cellule si trovano tutte le condizioni perchè ciò possa avvenire, si è visto che esse hanno reazione distintamente alcalina, si sa che il glucosio tanto allo stato libero quanto legato nella molecola complessa dell'albumina si si trova pressochè in tutti i tessuti animali, mi pare quindi probabile che questa sia realmente la ragione per cui le cellule epiteliari si comportano nel modo descritto.

Già Erlich [1] nelle sue ricerche colla injezione di sostanze coloranti sensibili agli agenti riduttori aveva osservato, che il fegato ed i reni, malgrado la loro grande potenza riduttrice, producono un secreto colorato, mantenendosi essi stessi incolori.

Influenza esercitata dagli agenti chimici e fisici sopra i tubi malpighiani.

Ho già accennato che nelle osservazioni fatte durante la seconda metà del mese di ottobre, e nel mese di novembre non riuscii mai a percepire alcun movimento nei canalicoli malpighiani. In quelle osservazioni si vedevano bensì tutte le fasi descritte, ma non era dato osservare il passaggio dall'una all'altra anche prolungando l'osservazione per parecchie ore di seguito. I granuli che normalmente scorrono nell'interno dei canalicoli erano

(1) Erlich, *Das Sauerstoff Bedürfniss des Organismus*, Berlin, 1885, pag. 156.

più scarsi e perfettamente immobili. Ricercando quale ne potesse essere la causa non tardai ad accorgermi che risiedeva nella bassa temperatura. Accennerò alcuni dei modi con cui potei convincermi di questo fatto e come potei riprodurre a volontà il movimento. Osservando durante la sera un preparato di *Hydrophilus* i cui tubi erano rimasti immobili per tutto il giorno, vidi comparire dei movimenti, e constatai che i raggi calorifici della lampada, concentrati dalla sfera a solfato di rame ammoniacale, dallo specchio e dall'apparecchio di Abbé avevano rialzato alquanto la temperatura della pozzetta. Bastò questo leggero aumento per ridestare i movimenti nei canalicoli assopiti, difatti, sospendendo per alcun tempo l'azione del calore in modo che il liquido si raffreddasse, il movimento scomparve e fu necessario che il calore agisse di nuovo per un certo tempo affinchè ricomparisse. Allora modificai alquanto la costruzione della pozzetta a cloruro di sodio circondandola da uno spazio vuoto, entro il quale facevo circolare a volontà dell'acqua fredda o dell'acqua riscaldata a $20^0, - 25^0$ *C.* Con questo apparecchio potevo a piacimento far comparire o scomparire i movimenti. Notai che in genere quando la temperatura discende verso gli $8^0 - 10^0$ *C.* i movimenti sono lentissimi e limitati, o sono scomparsi del tutto. A questa temperatura anche gli idrofili si mostrano meno vivaci e non mangiano più. Però prolungando l'osservazione per parecchi giorni si vede che i canalicoli vanno modificandosi in modo graduale e continuo passando dallo stato contratto al rilassato e viceversa; e dopo un certo intervallo di tempo possono essere così mutati da diventare irreconoscibili.

Ho cercato se l'elettricità esercitasse qualche azione sopra i canalicoli. Mi servivo di correnti indotte o continue, alle quali facevo attraversare la pozzetta piena di soluzione fisiologica di cloruro di sodio dove si trovavano i tubuli, però tutte le prove riuscirono negative.

Fra gli agenti chimici ho provato l'atropina, la policarpina l'urea, il curare e le soluzioni concentrate di cloruro di sodio. Riassumerò brevemente i risultati ottenuti. Per l'azione di alcune goccie di una soluzione satura di cloruro di sodio fatte cadere nella pozzetta si arresta immediatamente ogni movimento, i tubi prendono le diverse posizioni che possono avere nello stato di riposo, i cristallini gialli si distribuiscono regolarmente per tutta la cellula, molto marcati appaiono i contorni del nucleo e della

cellula. Può ricomparire lo stato normale in alcuni tubi lavando con abbondante acqua, però la maggior parte dei canalicoli persiste alterata.

Per l'azione del cloridrato di pilocarpina in soluzione all'1 $^0/_0$ si arrestano immediatamente i movimenti in tutti i tubi, i quali prendono la posizione di massima dilatazione. Dopo 20 minuti od un'ora ricomincia il movimento, che ritorna normale dopo due ore.

Coll'aggiunta di solfato di atropina all'1 $^0/_0$ cessa il movimento ma i tubi si presentano per lo più contratti.

Il curare al 0,5 $^0/_0$ fa cessare ogni movimento, le cellule ed i tubi si dilatano. Si vede dalla fig. 10 che la loro colorazione diventa pallida, i cristalli gialli si raccolgono in un punto della cellula aderente al nucleo, senza circondarlo in tutta la sua periferia come avviene nello stato normale. Questa specie di paralisi dura circa dieci minuti e dopo ricompare l'aspetto normale.

Si ripetono ad un dipresso gli stessi fenomeni per azione dell'urea al 2 $^0/_0$. Tanto nell'un caso quanto nell'altro l'area nucleare diventa più chiara. L'azione dell'urea è più duratura, dopo lo stato, direi quasi di rilassatezza, ha luogo uno stato di contrazione esagerata, la quale dura una ventina di minuti, in seguito ai quali ricompare lo stato normale. Nei primi momenti dopo l'aggiunta dell'urea si nota un'esagerazione nel movimento dei granuli che scorrono nell'interno dei tubi. L'urea ha un azione molto potente per cui difficilmente le cellule resistono ad una nuova aggiunta di questa sostanza, ma per lo più si fanno torbide ed il loro nucleo diventa colorabile col verde jodio.

Conclusioni.

1° Il protoplasma delle cellule viventi si colora in violetto porpora col verde jodio. Dopo morte il nucleo di queste cellule ha reazione acida, ed il protoplasma si colora in grigio azzurrastro.

2° Nel protoplasma cellulare si trovano dei granuli di struttura complessa i quali hanno potere di fissare il bleu di metilene e di ridurre i sali d'oro.

3° I tubi malpighiani eseguiscono dei movimenti senza che si possa constatare la presenza di elementi contrattili. Questi

movimenti sono arrestati dalle temperature basse, non sono influenzati dall'elettricità e possono essere sospesi da vari agenti chimici.

4° La parte periferica delle cellule ha una struttura striata molto delicata che si altera rapidamente.

5° Le cellule epiteliari dei tubi malpighiani eseguiscono anche esse dei movimenti indipendenti da quelli dei canalicoli. Tra le parti della cellula che più si modificano durante questi movimenti vanno messi in ordine decrescente la parte periferica l'area nucleare e la parte intermedia.

6° La sostanza, che fornisce il colore particolare alle cellule, vi si trova sotto forma di cristalli, che si sciolgono nell'alcool dandogli una fluorescenza verde.

7° Il solfoindigotato di sodio viene ridotto dalle cellule epiteliari, per cui dentro di esse si trova allo stato di indaco bianco. Riprende il primitivo colore quando viene secreto.

8° Durante la funzione si formano nell'interno delle cellule delle sfericciuole di una sostanza solida, la quale viene poi eliminata dalla cellula e ne costituisce il secreto.

9° Non tutte le cellule funzionano contemporaneamente

10° La struttura delle cellule varia sotto l'azione di sostanze estranee che debbono venire eliminate.

Laboratorio di Fisiologia della R. Università.
Torino, Giugno 1890.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Nucleo ovale della parete del canalicolo con grosse granulazioni di struttura complicata $^1/_{12}$ Leitz. Camera lucida.

» 2. Cellula epiteliare dei canalicoli malpighiani $^1/_{12}$ Leitz.

» 3. Cellula epiteliare viva trattata con verde jodio 8* Koritska.

» 4. Cellula epiteliare morta trattata con verde jodio.

» 5. Cellula epiteliare dei canalicoli malpighiani di un *Hydrophilus* cui era stato injettato del bleu di metilene. $^1/_{12}$ immer. omog. Leitz.

» 6. Ansa di un canalicolo malpighiano contraentesi. *A* stadio contratto. *B* stadio dilatato. 3 Leitz. camera lucida.

» 7. Gruppo di canalicoli malpighiani appena fatta la preparazione. 3 Leitz camera lucida

» 8. Lo stesso dopo 5 ore.
» 9. Lo stesso dopo 24 ore. } 3 Leitz camera lucida.
» 10. Lo stesso dopo 48 ore.

» 11. Canalicolo sotto l'azione del curare e dell'urea.

L'Accademico Segretario
Giuseppe Basso.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 15 Giugno 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FABRETTI, Vice Presidente, FLECHIA, Direttore, G. GORRESIO, Segretario perpetuo della Classe, B. PEYRON, MANNO, BOLLATI di SAINT-PIERRE, CARLE, NANI, COGNETTI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e legge le lettere con cui il Prof. Pasquale VILLARI e Ottone BÖHTLINGK ringraziano il Presidente e la Classe d'averli eletti, il primo a Socio nazionale residente, il secondo a Socio Straniero dell'Accademia delle Scienze di Torino.

Il Prof. FABRETTI presenta una lettera di Pietro Aretino ai Priori delle Arti di Perugia, pubblicata nella sua integrità (coi tipi privati di A. FABRETTI; Torino, 1890).

Il Barone Manno presenta alla Classe il terzo volume dell'*Académie Chablaisienne* con alcune parole sul merito scientifico di quel volume.

Il Socio Prof. CARLE presenta e legge, per parte dell'autore Vittorio SCIALOIA, Professore nell'Università di Roma, la traduzione dell'orazione di Demostene contro Callicle, preceduta da una prefazione sull'esistenza della servitù nel diritto greco ed accompagnata da note esplicative di alcuni punti giuridici relativi a quel diritto. Il lavoro del Prof. Scialoia verrà pubblicato negli *Atti* della Accademia.

LETTURE

L'orazione di Demostene contro Callicle;

tradotta ed illustrata in rapporto alla teorica delle servitù prediali nel diritto greco da VITTORIO SCIALOIA

PREFAZIONE.

§ 1.

Sull'esistenza delle servitù prediali nel diritto ellenico.

L'argomento greco premesso all'orazione di Demostene contro Callicle si può così tradurre:

« Callicle, contro il quale è diretta l'orazione, e il conve-
« nuto avevano i fondi vicini, separati da una strada per lo
« mezzo. Per una pioggia dirotta, l'acqua rovesciatasi dalla strada
« sul fondo di Callicle lo danneggiò. Perciò egli intenta azione
« di danni contro il vicino, e dice esservi nel fondo di Tisia un
« fosso fatto per raccoglier l'acqua dalla strada, l'ostruzione del
« quale era causa del danno. Il figlio di Tisia all'incontro mo-
« stra anzitutto esser l'opera antica e non fatta da lui; perchè
« dice il fosso essere stato ostruito col muro da Tisia, mentre
« viveva ancora il padre di Callicle; e poi dimostra che nel
« fondo non v'era neppure il fosso. Schernisce inoltre il danno
« sofferto da Callicle come esiguo e non meritevole di siffatta
« azione; e insomma dice che Callicle non ebbe a soffrire al-
« cun torto, ma ch'egli cerca d'usurpare i fondi e perciò vien
« macchinando processi vessatorii. »

L'azione intentata da Callicle era una δίκη βλάβης ἀτίμητος, cioè un'azione di danni non diretta al semplice risarcimento del sofferto, ma ad un'ammenda fissa, che nel caso nostro era di 1000 dramme. Probabilmente era questa una pena privata com-

minata dalla legge contro chiunque avesse alterato lo scolo delle acque con danno del vicino.

Questa lite e la difesa scritta da Demostene per il figlio di Tisia sono di grande importanza nella difficile questione dell'esistenza delle servitù prediali nel diritto greco. Mi sembrò utile perciò di darne una versione italiana più esatta che mi fosse possibile, soprattutto sotto l'aspetto giuridico, trattando prima qui brevemente tale intricata e troppo negletta questione, ed accennando, in poche note aggiunte, agli altri punti importanti per il diritto.

È necessario anzitutto distinguere quelle limitazioni della proprietà, che il nostro codice civile chiama servitù legali, e che io pure designerò con questo nome, dalle servitù prediali, che il nostro codice chiama stabilite per fatto dell'uomo. Queste ultime sono le vere servitù, secondo il concetto romano di questo istituto; e solo di queste può dubitarsi se nel diritto greco esistessero. In quale relazione queste vere e proprie servitù stiano con le servitù legali, è molto controverso tra i giuristi: io dovrò altrove spiegare più a lungo il mio pensiero su questo punto; ma già qui nell'esame dello svolgimento del diritto ellenico avrò occasione di dimostrarlo almeno in parte.

Se poi io non parlerò delle servitù personali, e se tra le servitù prediali avrò occasione di menzionare solo una volta una servitù urbana, ciò non deve far maraviglia ai giuristi. Le servitù personali non sono tanto simili alle prediali, quanto la cocomunza del nome generico potrebbe far credere: anche questa comunanza, come ognun sa, nel diritto romano fu solo tardi ammessa e non molto usitata, e fu piuttosto il frutto di riflessione dei giurisperiti sul lato passivo dei rapporti giuridici delle due classi, che la constatazione di una intrinseca somiglianza indipendente dalla costruzione scientifica. Non si può perciò dalla esistenza o non esistenza di una delle due classi di diritti indurre senz'altro l'esistenza o non esistenza dell'altra. In quanto poi alle servitù urbane, conviene ricordare che ai bisogni, ai quali esse servono, provvedono il più delle volte i regolamenti urbani, e ch'esse facilmente anche si possono considerare come parte della cosa stessa che è oggetto della proprietà, sicchè il concepire come diritti reali per sè stanti è conseguenza del riconoscimento delle servitù rustiche ed estensione del concetto di queste.

L'opinione dominante tra gli scrittori di diritto greco è, che

per lo meno non si possa affermare l'esistenza delle servitù propriamente dette; de' più antichi basta citare il PETIT (1), il quale parla solo di servitù legali sotto il titolo *finium regundorum;* de' più recenti in sostanza MEIER e SCHÖMANN (2), PLATNER (3), TELFY (4), VOIGT (5), LEIST (6), HERMANN e THALHEIM (7), LIPSIUS (8), quantunque non tutti si esprimano correttamente, alcuni essendo più filologi che giuristi.

Il DARESTE (9) invece riconosce espressamente l'esistenza di vere servitù prediali nel diritto attico, ed enumera specialmente quelle di pascolo (ἐπινομή), di passaggio (βαδίζειν), di acquedotto (χαράδρα), di stillicidio (χειμάῤῥους) e finalmente la *servitus aedificandi* (ἐπιτείχισμος); ed altrove (10), commentando una legge di Efeso, fa rilevare la facoltà in essa concessa all'arbitro, nella divisione dei fondi, di riservare sopra una parte a favore dell'altra il diritto di passaggio ai luoghi sacri, alle acque, agli edifizi e ai sepolcri.

---

(1) PETITUS *Leges atticae*, nel 3° vol. della *Iurisprudentia Romana et Attica* (Lugd. Bat. 1741), lib. I, tit. V, pag. 37 sg., 480 sgg.

(2) *Der attische Process.* 1ª ediz. (Berlin 1824), p. 493, — 2ª ediz. rifatta da I. H. Lipsius (Berlin 1883-87), p. 675.

(3) *Der Process und die Klagen bei den Attikern* (Darmstadt 1824-25), II, pag. 309.

(4) *Corpus iuris attici* (Pest. et Lips. 1868), cap. IX, sect. 1. 2, dove parla solo di limitazioni legali, pag. 376 sg., 623 sg.

(5) *Ueber den Bestand und die historische Entwickelung der Servituten* (Leipzig 1874), estratto dai *Berichten der philol. — hist. Classe der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften*, p. 45 sg., nota 95.

(6) *Graeco-italische Rechtsgeschichte* (Iena 1884), p. 505.

(7) *Lehrbuch der griechischen Antiquitäten*, II Band, I Abtheilung. *Die griechischen Rechtsalterthümer*. 3 ediz. (Freib. und Tüb. 1884), § 8, p. 52 sg.

(8) Nelle sue note alla citata seconda edizione dell'opera di MEIER e SCHÖMANN, nota 528.

(9) *Les plaidoyers civils de Démosthène* (Paris 1875), I, pag. XXXIV, 180. — Avendo il LIPSIUS negato ogni fondamento alle affermazioni del DARESTE, e parendo a me che questi tacitamente si fondasse sopra l'orazione di Demostene contro Callicle, ne feci espressa domanda all'illustre francese, il quale non solo confermò la mia supposizione, ma con somma cortesia mi comunicò parecchi dei testi, ch'io in seguito prendo a discutere. Mi è grato di adempiere qui pubblicamente all'obbligo di ringraziare il dotto e gentile scienziato.

(10) *Une loi éphésienne du premier siècle avant notre ère,* nella *Nouvelle revue historique de droit français et étranger* 1877, pag. 161 sgg.; vedi specialmente p. 165 e nel testo della legge a p. 173 i versi 13, 14.

Recentemente lo Schulin (1) per le servitù in generale nel diritto greco rinviava al *Corpus inscriptionum graecarum* numeri 1730, 2172, 2338, 3797 c.

Il Brugi (2), esaminando la questione solo relativamente alla servitù di acquedotto, ne riconosce l'esistenza, soprattutto in base ai passi di Platone nelle *Leggi*, lib. VIII.

Tale, se nulla d'importante mi sfugge, può dirsi lo stato della scienza sulla nostra questione.

Naturalmente una sola è la via da tenere per giungere ad una conclusione positiva. Conviene esaminare criticamente il fondamento delle varie opinioni per discernere il vero dal falso, il certo dal semplicemente probabile e dall'ipotetico. Nè bisogna dimenticare l'ordine cronologico nello studiare un diritto, che per più secoli si venne sviluppando, per non cadere in un errore simile a quello di chi parla di diritto quiritario a proposito della legislazione Giustinianea. E sarebbe bene anche di tener distinti i diversi Stati della Grecia: ma pur troppo lo scarso numero dei documenti non ci permette di far ciò, e siamo costretti a servirci di tutto ciò che ci è pervenuto e dalla Grecia propriamente detta e dagli Stati ellenici anche fuori dell'Ellade. Il danno, che proviene da tale uso promiscuo dei documenti giuridici, non può essere di gran momento.

Se potesse riferirsi a servitù prediali, il più antico monumento sarebbe contenuto in una iscrizione di Gortina pubblicata e commentata per la prima volta dal Comparetti (3), e poi dal Dareste (4). Sono pochi versi, che fanno parte di una grande iscrizione contenente varie disposizioni, le quali forse costituivano una miscellanea appendice di correzioni ed aggiunte ad una legge precedente. Ecco il testo della parte che ci riguarda: [Θ]ιοί. Τῶ *ποταμῶ αἴ κα κατὰ τὸμέττον τὰν ῥοὰν θιθῆι ῥῆν* [κ]|*ατὰ τὸ*

---

(1) *Römische Rechtsgeschichte* (Stuttgart 1889), pag. 292, nota 5.

(2) *Rapporti di vicinanza in materia d'acque nel diritto attico comparato al diritto romano*, nell'*Archivio giuridico*, XXXIV, pag. 297 sgg. Questo egregio scrittore tratta la questione con grande erudizione ed eleganza; solo non mi riesce del tutto chiaro s'egli riconosca la servitù d'acquedotto come vera e propria servitù, ovvero se le dia piuttosto il carattere di servitù legale.

(3) *Museo italiano di antichità classica*, II, pag. 636, 642 sg.

(4) *Revue des études grecques* 1888, pag. 86, 87.

Fὸν αὐτῶ θιθεμένωι ἄ|πατον ἦμ.ην τὰν δὲ ῥοὰν λεί[π] |εν ὅττον κατέκει [ά] ἐπ 'ἀγορᾶ|ι δέπυρα ἢ πλίον, μεῖον δὲ μή (1).

Ma qualunque ne sia l'interpretazione migliore, noi possiamo con certezza affermare che in questa legge non si tratta di servitù prediali, ma di regolamenti delle acque pubbliche, del corso o della derivazione di esse, che tutt'al più potrebbero contenere limitazioni legali e servitù pubbliche, secondo la terminologia del nostro codice.

---

(1) Poichè l'epigrafe presenta grandissima difficoltà d'interpretazione, io credo non poter far altro che riportar qui le illustrazioni, che ne hanno dato i due chiarissimi autori testè menzionati. Il Comparetti scrive:

« Sia che si tratti di proprietarî, o di tenitori di terre allogate o concesse « dalla città (il che non possiamo sicuramente definire), c'è un atto della città « pel quale questi proprietarî o tenitori di terre percorse dal fiume sono tenuti « ad una qualche servitù od onere concernente il fiume stesso, quale manuten- « zione di argini od altro, come sappiamo p. es. che per le vie vicinali presso « i Romani *unicuique possessori per singulos agros certa spatia adsignantur* » *quae suis impensis tueatur.* Sic Flacc. *De cond. agror.* p. 146. Nel caso che « un tenitore voglia dar via, affittare, ecc., un terreno su di una delle sponde « o stabilire (θιθῆι, θιθεμένω,) nel contratto come limite fra la sua proprietà e « quella, il fiume, può farlo, senza incorrere in multa (ἄπατον ἦμην), purchè sta- « bilisca anche nell'atto stesso che il terreno sul quale corre il fiume è il suo. « Insomma lo Stato non vuole che il terreno percorso dal fiume possa in alcun « caso esser di proprietà indeterminata, o esser considerato come *res nullius* « (cfr. sull'assegnazione del fiume nella colonia romana quel che nota Rudorff « nei *Röm. Feldmesser* di Lachmann, II, 399 sg.); ma là dove potrebbe nascer « dubbio e discussione fra un primo e un nuovo proprietario di una delle due « sponde vuole che possessore del terreno del fiume rimanga e si dichiari il primo. « Un obbligo che s'impone al proprietario del terreno su cui corre il fiume è espli- « citamente indicato in quel che segue; egli deve lasciar libero, ossia non col- « tivato nè occupato altrimenti, tanto spazio per l'alveo del fiume quanto è « quello compreso dal ponte presso l'agora, o anche più ma non meno. Cfr. per « una eccezione di tal genere la iscrizione di Alesa C. I. G. 5594, ll. 7 sgg. » (1).

Il Dareste invece riassume la sua interpretazione in questa versione « Au « nom des dieux. Si quelqu'un place une prise d'eau au milieu du fleuve, pour « faire couler l'eau sur son propre fonds, il n'aura aucune amende à payer. « Seulement la prise d'eau devra laisser dans le fleuve tout le volume d'eau « que mesure le pont qui est au dessus de l'agora, ou plus, mais pas moins. — e poi soggiunge: « Il faut supposer que le pont qui traversait le fleuve au

(1) Credo utile, per l'affinità che può avere col nostro argomento, riferire qui anche il passo dell'iscrizione alesina citata dal Comparetti. È una tavola relativa al regolamento dei confini delle terre di Alesa (Sicilia); nei versi 7-9 è scritto: « ... τὸ ὑπὸ τὸν ὀχετὸν ἄχρι ποτὶ τὰν κράναν |[τὰν Ἱππυρ]ῥαν οὐκ ἐργαξεῖται καὶ περίστασιν ὀφησεῖτα[ι]| πό(δας) ō παντᾶ, τὰ δὲ δένδρεα καρπευσε[ῖ] ... ».

E ad usi civici, ossia a cosa ben diversa pure dalle servitù prediali private, si riferiscono anche quelle numerose epigrafi e quei testi, che fanno menzione della ἐπινομία (1), la quale altro non è che il diritto di pascolo sulle terre pubbliche spettante ai cittadini e concesso agli stranieri insieme con altri diritti nelle tavole di προξενία.

Per avvicinarci di più al nostro tema, conviene anzitutto stabilire che fuori di ogni dubbio il diritto ellenico riconosceva in misura assai larga quelle servitù legali, senza le quali non sarebbe possibile la proprietà privata immobiliare.

È comunemente riconosciuto che anche in Grecia nella divisione delle terre si solevano lasciare tra i fondi striscie di terra libera dalla coltivazione (corrispondenti all'*iter limitare* dei romani) (2). Così si provvedeva al passaggio e ad alcuni bisogni della agricoltura.

GAIO, *lib. IV ad leg. XII tabul.* (l. 13 D. fin. reg. 10, 1) ci attesta aver Solone fissato le distanze da osservarsi tra vicini nelle varie piantagioni, nelle escavazioni, e nelle edificazioni presso i confini; e PLUTARCO (*Solon*, c. 23), oltre al confermare, con altri particolari in ispecie sulle distanze degli alveari, quanto dice GAIO, ricorda anche l'obbligo imposto ai vicini di lasciare attinger l'acqua nel proprio pozzo a quei vicini, che

---

« dessus de l'agora servait de repère pour fixer la hauteur des eaux. Le fleuve « avait ainsi un débit normal, *minimum*, que les prises d'eau devaient toujours « respecter. Elles ne pouvaient fonctionner que lorsqu'il y avait dans le fleuve « un surplus. La hauteur normale des eaux était marquée par une ligne hori- « zontale tracée sur les piles ou montants du pont. »

L'interpretazione del DARESTE pare veramente più semplice e conforme alla parola del testo, quantunque anch'essa non esente da ogni obbiezione, poichè ῥοά (la fluente) può intendersi bene per corpo d'acqua del fiume, o anche per l'acqua scorrente nel canale di derivazione, ma non altrettanto facilmente per un'opera necessaria alla presa d'acqua da collocarsi in mezzo (κατὰ τὸ μέττον) al fiume; e ciò che il ponte contiene (κατέχει) sembra riferirsi piuttosto alla larghezza che alla profondità. Forse ad un resultato non lontano da quello ottenuto dal DARESTE si potrebbe giungere con una versione leggermente diversa.

(1) Vedi gli indici del *Corpus inscriptionum graecarum* alle parole ἐπινομία ed ἐπινόμιον. Confr. anche i grandi lessici a queste parole. — In CAUER, *Delectus inscriptionum graecarum* (Lips. 1883), n. 104, invece di ἐπιμομίαν leggi ἐπινομίαν.

(2) Confr. HERMANN-THALHEIM, op. cit., § 8, pag. 52, nota 8. Vedi anche MAZOCHI *Comm. in R. Herculanensis Musei aeneas tabulas Heracleenses* (Neap. 1754), pag. 180 sgg.

non potessero procurarsela dai pozzi pubblici, nè, scavando nel proprio, ne avessero trovata.

PLATONE (*leges* VIII, p. 843 B. sgg.) nella sua legislazione ideale tratta piuttosto a lungo dei rapporti tra vicini, che vuole siano governati dal principio, che un vicino non leda l'altro ed anzi gli giovi (843 C.): vieta quindi gli atti che direttamente o indirettamente possano danneggiare i fondi vicini (invasione dei campi e dei pascoli — persecuzione e usurpazione degli sciami delle api altrui — incendio incauto dei boschi), regola le distanze delle piantagioni, ed espone norme particolari circa le acque, notando espressamente di seguire in ciò le buone leggi preesistenti (1). Ognuno può dalle pubbliche sorgenti condur l'acqua nel proprio fondo, purchè non la tolga ad altre fonti private già aperte, non attraversi case, luoghi sacri o religiosi, nè rechi ai fondi attraversati alcun danno oltre quello che porta il canale dell'acquedotto. Che se, per la natura del suolo, manchi l'acqua, nè se ne sia trovata scavando fino agli strati argillosi, si ha diritto di domandarla al vicino per la quantità necessaria; e, se il vicino sia anch'esso scarso d'acqua, il magistrato fisserà la quantità a ciascuno spettante. Se invece l'acqua sovrabbondi, il proprietario del fondo inferiore non deve impedire lo scolo dell'acqua dal fondo superiore, e il proprietario di questo non deve renderlo più nocivo all'inferiore. — Seguono poi molte altre regole relative alla coltivazione, alla raccolta dei frutti, al permesso dato ai peregrini di prender qualche frutto nei campi, ecc. Notevoli finalmente i provvedimenti penali contro coloro che avvelenino o altrimenti corrompano le acque o le divertano, e la facoltà concessa di esportare i frutti per qualunque luogo, purchè senza danno dei vicini. — Con questo luogo del lib. VIII delle Leggi è utile confrontare l'altro del lib. VI, p. 761, dove, enumerando le attribuzioni degli *agronomi* e dei *frurarchi*, loro s'impone di curare la divisione e l'incanalamento delle acque, per modo che non siano nocive e si portino nei luoghi di maggiore aridità.

---

(1) Relativamente alla cura straordinaria dei greci, e soprattutto degli attici, per quanto riguarda le acque, si confrontino: BÜCHSENSCHÜTZ, *Besitz und Erwerb im grieschischen Alterthume* (Halle 1869), pag. 298 sgg. e i testi e gli autori da lui citati; HERMANN-BLÜMNER, *Die griechischen Privat-alterthümer* (Freib. und Tüb. 1882), pag. 103 sg.

In una questione, come quella che ci siamo proposti, anche queste disposizioni delle leggi di Platone vanno considerate quasi fossero leggi positive, sia perchè veramente sono modellate in generale sopra leggi positive, sia perchè in ogni modo ci dimostrano i concetti giuridici dell'autore.

A me però sembra chiaro, che si hanno qui sempre limitazioni legali della proprietà, che non possono dirsi vere e proprie servitù prediali. Anzi la stessa larghezza, con la quale il legislatore ammette siffatte limitazioni, sta piuttosto a far prova ch'egli non conosce limitazioni reali di natura convenzionale.

Con Platone noi giungiamo ai tempi di Demostene ed alla nostra orazione contro Callicle.

La questione principale agitata nella lite, per la quale l'oratore greco scrisse questo discorso, non è certamente di servitù, ma bensì di limitazione legale della proprietà (1). Evidentemente infatti Callicle, domandando un'ammenda fissa, fa valere il suo diritto leso da un atto, ch'egli dice contrario alle norme generali della legge. Non vanno dunque lontano dal vero coloro (2), che affermano esser l'azione intentata da Callicle un'*actio aquae pluviae arcendae*, poichè tale era per il suo fondamento giuridico, benchè fosse diversa per l'oggetto della domanda.

Nè credo che il passo dell'orazione relativo alle ragioni, che avevano spinto Tisia a cinger di muro il fondo, possa riguardarsi come prova della esistenza di vere servitù di ἐπινέμειν e di βαδίζειν, come volle il Dareste. Infatti questo stesso dotto giurista riconosce che il pascolare e il passare dei vicini sul fondo, che Tisia volle impedire, non possono in alcun modo considerarsi come servitù, essendo semplici abusi; solo egli crede che da questi abusi possa inferirsi l'esistenza di diritti di simile contenuto e di simil nome. Ma la illazione mi pare troppo arrischiata, nè è probabile che i greci avrebbero mai adoperata la parola βαδίζειν per designare il diritto di passaggio: piuttosto avrebbero usate le parole ὁδός, εἴσοδος e simili, come tra breve avremo occasione di notare.

E se per la servitù, ch'egli chiama di ἐπιτειχισμος, il Dareste si fonda, come io credo, sul diritto che Demostene riconosce a

(1) I greci la dicevano un'orazione περὶ χωρίου, cioè intorno a un fondo.

(2) Vedi per esempio Platner, op. *cit.*, II, pag. 309 e Hudtwalker da lui citato.

Callicle e rivendica a Tisia di edificare il muro di cinta al proprio fondo, anche in ciò io non saprei trovare il contenuto di una servitù, ma soltanto l'esplicazione di una facoltà di ogni proprietario.

Assai maggiore verosimiglianza ha invece la servitù di χαράδρα e quella di χειμάῤῥους. Demostene infatti ammette che per lo scolo delle acque si fanno nei fondi, per comune consenso dei proprietari, fossi, che raccolgono le acque e le scaricano finalmente in qualche luogo, dove non siano ad alcuno nocive; e ciò che si dice dei fossi, deve riferirsi anche ai canali che raccolgono le acque dei tetti delle case, ai quali espressamente quei fossi sono paragonati. Non è possibile negare il carattere reale del diritto su questi fossi e canali: la natura stessa delle cose rende necessario questo carattere, e d'altronde l'oratore sembra ammettere che, se si fosse trattato di uno di tali fossi, Callicle avrebbe avuto ragione d'intentare l'azione da lui sperimentata, la quale, quantunque personale e diretta ad ottenere una somma a titolo di pena per il diritto leso, evidentemente presuppone la lesione di un rapporto giuridico reale come primo suo fondamento.

Tuttavia non deve lasciarsi inosservato il carattere speciale di questi fossi e canali, dei quali parla Demostene. Essi non servono soltanto alla utilità di un fondo dominante, ma riescono vantaggiosi a tutti i fondi attraversati; nè vi sono fondi meramente servienti; perchè se da una parte il proprietario del fondo inferiore è soggetto a ricevere il fosso di scarico, dall'altra parte ha diritto di proibire al proprietario del fondo superiore di ostruire il fosso e di nuocere facendo defluire l'acqua in altro modo; egli è quindi liberato dallo scolo irregolare e più nocivo dell'acqua piovana, che altrimenti per legge dovrebbe sopportare. In sostanza dunque si tratta veramente di un regolamento convenzionale di una servitù legale, vantaggioso a tutti, anzichè di un vero tipico rapporto di servitù

E questa osservazione a me pare importantissima. Essa ci dà la chiave del problema della origine delle servitù prediali; e con essa si riesce ad intendere anche l'ulteriore svolgimento di questo istituto nel diritto ellenico. Dimostrerò altrove come uno svolgimento simile si possa riconoscere nel diritto romano, pervenendo, ben s'intende, a maggior perfezione e precisione giuridica.

Ammesso un regolamento convenzionale di servitù legale, e ammesso (espressamente o no, coscientemente o no, poco importa)

il carattere reale del rapporto che ne nasce, procedendo più oltre si potrà ammettere anche che per volontà delle parti si possa *ex novo* costituire un rapporto reale tra due fondi di contenuto analogo a quello delle servitù legali, ma a vantaggio di un fondo e a carico dell'altro.

Ora, se proseguiamo lo studio dei pochi documenti relativi alla nostra materia, conservatici specialmente nelle epigrafi, troviamo che effettivamente ciò si viene a poco a poco avverando.

È naturale che il primo passo consista nella costituzione di un diritto speciale di acquedotto o di passaggio, per riguardo di pubblica utilità e per volontà del popolo. Come la legge generale impone limitazioni generali, così la legge particolare può imporre una particolare limitazione.

Insigne monumento di questo genere ci è conservato nella iscrizione di Mylasa nella Caria, C. I. G. 2692 (1), contenente un decreto dei cittadini per costituire un acquedotto, che porti le acque al giardino del re Filippo Arideo, fratello e successore di Alessandro Magno (a. 323-317), attraverso ai fondi vicini.

Similmente può interpretarsi l'iscrizione di Mitilene, C. I. G. 2172, che fa menzione di un acquedotto per le terme di quella città.

Nell' Ἐφήμερις ἀρχαιολογική, anno 1869, pag. 317, n. 404 α, il signor Eustratiadis pubblicò una lunga iscrizione contenente una concessione del prosciugamento di un lago, per decreto dei cittadini di Eretria nella Eubea. Il concessionario è autorizzato a far passare i canali su qualunque terra, pagando una dramma per piede (se al v. 20 deve leggersi δραχμὴν τοῦ πόδος) (2).

Nella grande iscrizione di Teno, C. I. G. 2338, che contiene la descrizione di più case e fondi venduti, si trovano qua e là (p. es. v. 18, 52, 56, 79, 94, 99, 100, 105, 112, 124) menzionati acquedotti, acque, vie, ecc., che possono accennare a servitù di questo contenuto, ma che possono anche interpretarsi

(1) Vedi anche Fröhner, *Les inscriptions grecques du Musée du Louvre*, Paris 1865, n. 133.

(2) Può tuttavia dubitarsi del carattere giuridico di tale facoltà. Costituisce forse una occupazione temporanea? Si tratta di un diritto d'acquedotto sul fondo altrui, ovvero della espropriazione della striscia di terra necessaria al canale di scarico? Simili dubbi possono affacciarsi anche per qualcun altro dei testi citati.

come acque e derivazioni nei fondi propri, vie pubbliche o pri vate su fondi propri, o anche servitù legali, ecc. Nè l'epoca della iscrizione è sicura, quantunque il Böckh (1) la creda anteriore all'epoca romana. Poca luce perciò si può trarre da questo testo per la nostra questione.

E così pure non giova molto l'iscrizione data nella Ἐφήμερις ἀρχαιολογική, I, anno 1856, pag. 1375, n. 2751, dov' è menzionato l' ....ὅρο[ς]| χωρίων καὶ οἰ[κ]|ίας καὶ τοῦ ὕδα[τ]|ος τοῦ προσόν[τ]|ος τοῖς χωρίοι[ς κ]λήρων δυεῖν [τ]ὸ τετιμέν[ον π]αισὶν ὀρφα|[νοῖ]ς κ.τ.λ; la quale però è certo del secolo 4° av. Cristo.

Di capitale importanza invece è la celebre iscrizione di Efeso pubblicata per la prima volta dal Wood nel 1877 e riprodotta più volte dappoi (2). Per provvedere alle economiche calamità prodotte dalla guerra Mitridatica, gli Efesii, regolando con una legge i rapporti tra debitori e creditori, specialmente ipotecari, permettono ai debitori di liberarsi dividendo coi creditori i fondi in proporzione dei loro diritti e valutando le terre secondo la estimazione di esse prima della guerra. A noi importa ora solo la disposizione, v. 13 sg., che gli arbitri incaricati della divisione debbono riservare il passaggio ai luoghi sacri, ai corsi d'acqua, alle abitazioni e ai sepolcri: *ἀφοριζέτωσαν δὲ ἐν τῇ διαιρέσει τῆς χώρας ὁδοὺς πρός τε τὰ ἱερὰ καὶ πρὸς τὰ ὕδατα καὶ πρὸς τὰς ἐπαύ|[λιας] καὶ [πρὸς] τάφους.*

È questo il monumento, nel quale la figura della servitù apparisce più chiaramente delineata; e per vero, se una simile disposizione s'incontrasse in un documento di diritto romano, nessuno dubiterebbe di chiamare servitù stabilita per aggiudicazione il passaggio riservato dall'arbitro della divisione a favore di uua parte del fondo sull'altra parte divisa.

Ma tuttavia anche qui non conviene affrettare soverchiamente le conclusioni. Infatti, una disposizione di tal natura si può ben

---

(1) C. I. G. ad cit. 2338: « . . . . . *Iam vero in nostro titulo, qui Romana potentia antiquior esse videtur nec quidquam Romani continet moris. . . . .* »

(2) Wood, *Discoveries at Ephesus* (London 1877), App. 8, p. 2, n. 1; Dittenberger, *Sylloge Inscr. graec.*, n. 344, e soprattutto Dareste, *Une loi éphésienne*, etc., nella *Nouv. Revue hist. de droit français*, etc., 1877, sopra citato, pag 161 sgg.

concepire anche in un diritto che non conosca ancora la figura della servitù propriamente detta, ossia della servitù convenzionale. Il passaggio, del quale qui si tratta, è veramente un passaggio necessario, che ci richiama piuttosto alla categoria delle servitù legali, che a quella delle convenzionali. A simili necessità provvedeva d'ordinario la legge generale con la conveniente distribuzione delle strade pubbliche, con la determinazione dell'*iter* al confine dei fondi, o con l'obbligo imposto ai vicini di lasciar passare i vicini, ecc. Quando la divisione ordinata dalla legge veniva a rompere l'unità normale del fondo, era necessario provvedere a quelle necessità con disposizioni particolari: di qui la facoltà attribuita agli arbitri della divisione.

Insomma, anche in questa legge di Efeso noi non abbiamo una prova sufficiente e certa del riconoscimento delle servitù prediali nel diritto greco; possiamo dire tuttavia che le cose erano oramai giunte a tal punto, che la esistenza di vere servitù non ci dovrebbe far meraviglia.

Ma con questa legge siamo giunti ad un tempo assai vicino all'impero romano. Il mondo ellenico era venuto a strettissimo contatto con Roma, e il diritto latino a poco a poco si estendeva dappertutto e si sostituiva al diritto locale. Così, anche se non vi giunse da sè per il corso naturale del proprio svolgimento, il diritto delle provincie greche ricevette dal romano l'istituto delle servitù prediali. GAIO, II, 31, ci mostra anzi in qual modo il diritto provinciale si appropriò l'istituto romano; e noi sappiamo che questo diritto provinciale reagì poi sul diritto romano stesso.

In ogni modo non possiamo servirci per la nostra ricerca relativa al diritto ellenico dei più recenti monumenti dell'epoca romana. Ci asteniamo quindi dal richiamare, qualunque possa essere il loro significato, le iscrizioni C. I. G. 1730, 3454, 3797 *c*, che menzionano acquedotti, C. I. A. III, 55, dove si parla di χειμάῤῥους e di ὁδός; C. I. A. III, 411, 1979, che ricordano l'εἴσοδος, iscrizioni che sono tutte del tempo dell'impero romano.

§ 2.

Cenni sull'orazione contro Callicle e sulla versione italiana.

L'orazione contro Callicle doveva essere recitata dalla parte stessa litigante, secondo le regole della procedura attica, e la durata ne era prefissa e misurata con la clessidra. Indi il tuono famigliarmente vivace e risentito; indi le proporzioni della dimostrazione. Nè bisogna dimenticare che il figlio di Tisia, che doveva pronunziare il discorso, rispondeva alle orazioni degli attori; egli era bensì appellante dalla condanna contro di lui pronunziata dall'arbitro pubblico nel giudizio contumaciale di primo grado, ma l'appello non mutava la posizione delle parti nel giudizio di secondo grado, dinanzi al tribunale popolare degli eliasti.

L'orazione, mirabilmente semplice e naturale, sembra quasi un discorso improvvisato, tanto è nascosta l'arte nella disposizione delle parti, nella narrazione dei fatti, che s'intreccia con gli argomenti e con le deposizioni dei testimoni.

Che l'orazione sia scritta da Demostene sembra certo. Il dubbio sollevato da I. Bekker, nella sua edizione lipsiense del 1855, non ebbe seguito. Opera giovanile la ritenne lo Schaefer (1). Non vi è alcun elemento per determinarne l'anno.

Nel tradurre ho cercato di essere fedele, conservando il carattere dell'originale. Mio principale scopo fu di rendere precisamente tutto ciò che si riferiva al diritto; ma non ho trascurato ogni intento letterario. A che siano riusciti i miei sforzi, non io, ma il lettore dovrà giudicare. A me non resta altro che dichiarare che ho tenuto presenti nel tradurre il sunto tedesco dello Schaefer (2), la versione italiana del Mariotti (3), e quella francese del Dareste (4).

---

(1) A. Schaefer, *Demosthenes und seine Zeit* (1 ediz., Leipzig 1878), vol III, pag. 256, n. 3.

(2) Op. cit., pag. 252-257.

(3) *Le orazioni di Demostene* (Firenze 1877), vol. III, pag. 440-447.

(4) *Les plaidoyers civils de Démosthène* (Paris 1875), tom. I, pag. 166-179.

ORAZIONE DI DEMOSTENE CONTRO CALLICLE

Nulla v' è al mondo, o Ateniesi, di più molesto che l'aver che fare con un vicino maligno e invadente, siccome ora appunto m' è toccato. Avendo messo gli occhi su' miei fondi, Callicle incominciò a vessarmi con le liti; e prima istigò suo cugino (1) a rivendicar come proprii i miei fondi (2). Dimostrata manifestamente ingiusta questa pretensione, essendo io sfuggito ai loro raggiri, ecco ch'egli ottenne in mia contumacia due sentenze arbitrali contro di me (3); una egli stesso per mille dramme, l'altra mettendo sù cotesto suo fratello Callicrate (4).

Or vi prego di starmi tutti a sentire e di prestarmi attenzione, non già ch'io sappia fare de' bei discorsi, ma perchè dai

(1) L'originale ha ἀνέψιος, che in senso stretto significa *nipote;* ma, poichè in senso lato serve a designare anche i collaterali di grado più lontano, ho tradotto *cugino* col Dareste e col Mariotti.

(2) Ἀμφισβητεῖν μοι τῶν χωρίων espressione tecnica per *rivendicare contro di me i fondi;* ἀμφισβητεῖν è usato in questa stessa orazione più oltre nel significato di *porre in controversia;* alludendo alle *contrarie affermazioni* delle parti è diventato più proprio delle controversie di rivendicazione. Cfr. in generale G. A. Leist, *Der attische Eigenthumstreit im System der Diadikasien* (Iena 1886). Gli scrittori di diritto greco per lo più si fermano solo sulla distinzione tra ἀμφισβήτησις e παρακαταβολή nelle controversie ereditarie; così vedi Meier = Schömann = Lipsius, op. cit., p. 608 e segg.; Caillemer, v.° *amphisbetesis* nel *Dictionnaire des antiquités grecques et romaines* di Daremberg e Saglio.

(3) Dinanzi all'arbitro pubblico (διαιτητής) nei giudizi di primo grado il figlio di Tisia, che aveva proposto di rimetter la controversia ad arbitri privati, si mantenne contumace e fu perciò condannato. Il giudizio presente è in appello dalle sentenze arbitrali e si agita dinanzi ai giudici popolari giurati (δικασταί, ἡλιασταί). Vedi specialmente Caillemer, v.° *diaitétai* e v.° *dikastai* nel citato *Dictionnaire* di Daremberg e Saglio, e gli autori da lui menzionati.

(4) L'azione intentata da Callicle era diretta ad una multa fissa e non all'estimazione dell'*id quod interest.* Perciò è detta più oltre δίκη ἀτίμητος (« ὅπου, γὰρ νυνὶ ἀτιμήτους φεύγω δίκας »). Sulla distinzione tra δίκαι ἀτίμητοι e δίκαι τιμηταί non sempre bene intesa. cfr. Meier = Schömann = Lipsius, op. cit., p. 210 e segg.; Caillemer, v.° *agon III* nel *Dictionnaire* di Daremberg e Saglio, v.° *dike, ibid.*, vol. 3°, p. 202 e seg.

fatti stessi voi possiate intendere che mi si vuol proprio opprimere coi cavilli.

Una considerazione, o Ateniesi, già basta a giustificarmi contro tutti gli argomenti di costoro. Questo fondo fu cinto di muro da mio padre quasi prima ch' io nascessi, mentre viveva ancora Callippide padre di costoro e nostro vicino, che conosceva le cose certamente meglio di essi, e mentre Callicle già era uomo fatto e stava in Atene: or per tutti questi anni niuno mai venne a reclamare, nè a querelarsi, — eppure è certo, che dell' acqua ce n' è stata più volte in questo tempo, — nè alcuno proibì (1) la nuova opera, posto che veramente mio padre avesse leso l'altrui diritto cingendo di muro il fondo, nè alcuno fece divieto, nè protestazione (2), quantunque per più di quindici anni vivesse ancora mio padre, nè per minor tempo il padre di costoro Callippide. Eppure, o Callicle, voi potevate bene allora, vedendo ostruire il fosso col muro, farvi subito innanzi a reclamare, e dire al padre mio: « Tisia, perchè fai tu « ciò? Ostruisci tu il fosso? Così l'acqua si rovescerà sul nostro « fondo. » Sicchè, se egli avesse ceduto, ogni ragione di dissenso tra noi era tolta di mezzo; s'egli invece non se ne fosse curato, e fosse poi accaduto ciò che ora accade, avresti potuto servirti dei testimoni allora presenti. E, per Dio, tu avresti dovuto mostrare a quanti v'erano quel fosso, se esisteva, per poter provare, non con mere parole, come ora fai, ma co' fatti, la colpa di mio padre! Eppure di tutto ciò niuno allora credette far nulla. Chè lui davvero non avreste potuto far condannare in contumacia, come me pur ora, nè con lui vi sarebbero giovati a nulla i cavilli e gl'inganni. Ma se aveste allora portato testimonii, e vi foste appoggiati alle loro deposizioni, egli, conoscendo bene come stavano le cose, avrebbe tutto spiegato, e avrebbe svelata la corruzione dei facili testimoni. Di me, io penso, così giovane e inesperto degli affari, voi tutti avete creduto di non darvi pensiero. Ma io contro tutti costoro, o Ate-

(1) Non traduco il greco ἐκώλυσεν ἐξ ἀρχῆς con *denunziò la nuova opera*, per non lasciar credere che si tratti veramente di un istituto uguale a quello della *operis novi nuntiatio* del diritto romano.

(2) Διεμαρτύρατο: protestò dinanzi a testimoni: cfr. Meier = Schömann = Lipsius, op. cit., p. 875; Heffter, *Die athenäische Gerichtsverfassung* (Cöln, 1822), p. 340, not. 3.

niesi, oppongo gli atti loro stessi come le più forti testimonianze. Perchè, infatti, nessuno raccolse testimonii, nè reclamò, nè si dolse mai, ma e' si contentarono di lasciar correre, mentre si faceva loro torto? Io credo veramente che ciò basti a rintuzzare le loro accuse. Ma perchè, o Ateniesi, voi conosciate anche tutto il resto, e come nè mio padre fece loro alcun torto cingendo di muro il fondo, e come costoro vengano cumulando menzogne contro di noi, anche più chiaramente mi accingo a dimostrarvelo. Che il fondo sia di nostra proprietà, è riconosciuto da essi stessi. Ciò posto, o Ateniesi, ottimamente scorgereste, vedendo i luoghi, che mi si muove una lite infondata. Perciò appunto voleva io rimetter la cosa ad arbitri periti e giusti: ma non costoro, come ora pretendono. Anche ciò vi sarà tra breve manifesto. Ma prestatemi attenzione, o Ateniesi, per Giove e tutti gli Dei! In mezzo ai fondi, tra il mio e il loro, v' è una strada. Dal monte, che li circonda, l'acqua defluendo sui fondi va in parte nella strada, in parte nei campi. Quella che scende sulla strada, se la trova libera, scorre giù per la strada stessa; se v'è qualche ostacolo, è forza che inondi i campi. Ora in questo fondo, o giudici, avvenne che per dirotta pioggia l'acqua si rovesciasse. Senza cura lo teneva, non già il padre mio, ma un uomo che aveva in odio quei luoghi e preferiva la città, sicchè due e tre volte l'acqua inondandoli danneggiò i campi e si tracciò la via da sè. Quindi mio padre, ciò vedendo, come ho sentito dire da quelli che lo sanno, e anche perchè i vicini venivano a pascolare e a camminare pel fondo, innalzò questo muro di cinta. E per mostrare ch'io dico il vero, io vi porterò testimonii, che ben conoscono le cose, e argomenti, o Ateniesi, assai più forti dei testimonii Callicle infatti dice che io gli reco danno per aver ostruito il fosso: io vi dimostrerò invece che si tratta d'un campo e non d'un fosso. Se non fosse riconosciuto che quel luogo è di nostra proprietà, noi potremmo aver commesso un atto illecito, occupando col muro parte del suolo pubblico; ma ciò essi non mettono neppure in contestazione, e in quel luogo sono piantati parecchi alberi, viti e ficaie. Or, chi mai potrebbe pensare di piantar questi alberi in un fosso? Nessuno di certo. E, più ancora, chi vi seppellirebbe i suoi progenitori? Ma nessuno, io credo. Ebbene, o giudici, e l' una e l'altra cosa quivi fu fatta; perchè e gli alberi vi furon piantati prima che mio padre costruisse il muro di cinta, e vi sono

sepolcri antichi edificati prima che noi acquistassimo il fondo. Or dunque, se tutto ciò è vero, qual ragionamento, o Ateniesi, potrebbe esser più forte di questo? I fatti ci danno la prova più manifesta. Prendi dunque ora tutte le testimonianze e leggile.

TESTIMONIANZE.

Udite, o Ateniesi, le testimonianze. Non vi pare dunque che attestino chiaramente, e che il fondo è pieno d'alberi, e che vi sono sepolcri, e tutto il resto, come in qualunque altro fondo? E inoltre che il fondo fu cinto di muro, vivente ancora il padre di costoro, e senza contestazione nè per parte loro, nè per parte di alcun altro de' vicini?

Conviene ora, o giudici, che voi m'ascoltiate anche sull'altre cose, delle quali parlò Callicle.

E ripensate prima se alcuno di voi vide o udì mai, che vi fosse un fosso lungo una strada. Io credo veramente che non ve ne sia neppur uno in tutto il paese: perchè infatti, per l'acqua, che può scorrere sulla pubblica via, farebbe alcuno un fosso nei propri fondi? Ma chi di voi, sia in campagna, per Giove, sia in città, riceverebbe l'acqua, che scorre per la strada, nel proprio fondo o nella propria casa? Ma al contrario non usiamo noi tutti, se le acque irrompono con violenza, opporvi argini e ripari? Eppure costui pretende ch' io debba ricevere l' acqua della strada nel mio fondo, e poi, oltrepassato il termine del suo fondo, ricondurla sulla strada. Allora però l' altro vicino, che coltiva i suoi campi dopo quelli di costui, a sua volta protesterà; perchè lo stesso diritto, che s' ammette per costui, evidentemente potrà invocarsi anche da tutti gli altri. Che se poi io mi trattenessi dal ricondurre l'acqua sulla strada, allora, fattomi animo e coraggio, dovrei scaricarla sul fondo del mio confinante. Ma se già io sono convenuto in giudizio per essere condannato ad ammende fisse, perchè l'acqua, che scorre dalla strada, s'è rovesciata sul fondo di costui, che mai mi toccherà, per Giove, per parte di coloro, che saranno danneggiati dall'acqua defluente dal fondo mio? Ma se nè sulla strada, nè sui fondi mi sarà lecito scaricar l'acqua, dopo averla ricevuta, che mi resterà, o giudici, per gli Dei? Callicle certo non mi sforzerà a beverla.

Tutto ciò avendo io sofferto da essi, e anche molti altri e gravi torti, pur non desidero prenderne vendetta, ma solo non averne altro danno per giunta.

Infatti, o giudici, se vi fosse un fosso inferiore, che a sua volta ricevesse l'acqua dal mio, allora io farei atto illecito non ricevendola: così vi sono in alcuni altri fondi dei fossi stabiliti per comune consenso: e li ricevono i primi, siccome i canali dalle case, e dopo di essi gli altri via via nella stessa maniera; ma questo nostro, nè alcuno a me lo trasmette, nè alcuno dopo di me lo riceve. Come potrebbe dunque esser questo un fosso? L'acqua irrompente ha danneggiato spesso, io direi, molti, che non vi opposero riparo, e ora ha danneggiato anche costui. Ma ciò che soprattutto m'offende, è che Callicle, per ripararsi dall'acqua irrompente sul fondo, vi fa portare carri di pietre e costruisce muri, e perchè mio padre per la stessa causa ha cinto di muro il proprio fondo, quasi fosse questo un atto illecito, intenta contro di me l'azione di danni. Ma se tutti coloro, che hanno sofferto per le acque che scorrono per questa parte, intentassero contro di me la stessa azione, non mi basterebbero tutti i miei beni per quanto si volessero moltiplicare. Ora, in ciò differiscono costoro dagli altri, che essi, pur non avendo sofferto nulla, come tra breve io vi dimostrerò chiaramente, in mezzo a molti molto e gravemente danneggiati, sono i soli che abbiano osato intentar l'azione contro di me. Eppure a qualunque altro, piuttosto che ad essi, ciò sarebbe convenuto; perchè costoro, se mai hanno sofferto qualche cosa, essendosi danneggiati da sè, muovon lite temeraria; quelli invece, se non altro, non hanno alcuna colpa di questo genere.

Ma affinchè io non abbia a far confusione nel ragionare, prendimi le testimonianze dei vicini.

TESTIMONIANZE.

Non è dunque strano, o giudici, che mentre non reclamano contro di me, pur avendo sofferto tanto, nè questi, nè alcun altro dei danneggiati, ma sopportano in pace il caso, costui mi muova una lite temeraria? E ch'egli stesso sia in colpa, prima per aver fatto più stretta la via portando in fuori il muro, sì da includervi gli alberi della via, poi per aver rigettato lo sterro

sulla strada, ond'è avvenuto che questa si è alzata di livello e si è ristretta, voi l'intenderete dalle testimonianze tra breve più chiaramente. Che senz'aver perduto nulla, nè sofferto alcun danno di qualche momento, egli m'intenta contro quest'azione, di ciò voglio subito farvi convinti. Mia madre, infatti, era in relazione con la madre di costoro, prima ch'essi avessero preso a perseguitarmi con le male liti, e si scambiavano visite, com'è naturale tra persone abitanti in campagna e vicine, e i cui mariti furono in buoni rapporti finchè vissero. Essendo dunque mia madre andata a trovare la loro, questa si lamentò dell'accaduto e le mostrò ogni cosa; e così noi fummo informati di tutto, o giudici. Ed io ripeto ciò che udii da mia madre; così possa io aver buona fortuna, e se mentisco tutto mi vada a traverso! Ella appunto diceva d'aver veduto e sentito dalla madre di costoro, che dell'orzo si era bagnato, ed ella stessa lo vide che si asciugava, ma neppure eran tre medimni, e della farina circa mezzo medimno; d'olio dicevano che s'era rovesciato un vaso, senza però che ne fosse venuto alcun male. Tali, o giudici, erano i danni recati a costoro, pei quali io sono convenuto con un'azione per multa fissa di mille dramme! Perchè d'un certo muro vecchio, ch'egli ha rifatto, io non ho da tener conto, poichè non cadde, nè soffrì alcun grave guasto. Pertanto s'io lor concedessi d'esser colpevole di tutto ciò ch'è accaduto, i danni dell'acque sarebbero questi. Ma poichè nè da principio il padre mio fece atto illecito cingendo di muro il fondo, nè costoro reclamarono mai durante tanto tempo, e gli altri, che hanno sofferto molti e gravi danni, di nulla mi muovono querela, e poichè voi tutti solete scaricare sulla strada l'acqua delle case e dei campi, e non già, per Giove, ricever nel vostro l'acqua della strada, a che far più parole? Non può certo esser dubbio che manifestamente mi s'intenta una lite di mala fede da costoro, che non hanno sofferto nessun torto, nè sono danneggiati, come dicono. Affinchè poi sappiate che essi e rigettarono lo sterro sulla strada, e col portare innanzi il muro resero più stretta la strada, e ancora com'io deferii il giuramento alla madre di costoro e dichiarai che la mia avrebbe giurato lo stesso (1), prendimi le testimonianze e l'intimazione.

---

(1) Su questo giuramento deferito alla madre dell'attore con dichiarazione della madre del convenuto di esser pronta a giurare lo stesso, cfr. Meier = Schömann = Lipsius, p. 899 e segg.

TESTIMONIANZE. INTIMAZIONE.

Ma vi furon mai uomini più sfacciati e di più manifesta mala fede nel litigare, di questi, che, avendo spinto innanzi il loro muro e rialzata la strada, intentano contro altri l'azione di danni, e per la pena fissa di mille dramme, mentre, tutto sommato e compreso, non hanno perduto cinquanta dramme?

Voi ben vedete, o giudici, quanti ebbero a soffrir danni dalle acque nei campi, e in Eleusi e in altri luoghi (1). Ma nessuno mai di questi, per la Terra e per gli Dei!, penserà di farsi ripagare i danni dai vicini; ed io stesso, che avrei ragione di risentirmi per la via ristretta e rialzata, me ne sto quieto; costoro invece hanno l'audacia, come vedete, di muover anche lite a coloro che hanno offesi.

Però, o Callicle, se a voi è lecito di cinger di muro il vostro fondo, certo anche a noi era lecito cingere il nostro. Che se mio padre costruendo il muro ledeva il vostro diritto, anche voi ora ledete il mio con le vostre costruzioni: è evidente infatti che, essendo cotesto muro di grosse pietre, l'acqua respinta si rovescerà sul mio fondo, e forse anche un giorno mi getterà giù a un tratto il muricciuolo. Ma non perciò io voglio prendermela contro costoro, ma tollero in pace la sorte, e farò in modo da difendere i miei beni. Ed è così, che, quando costui munisce le sue terre, io penso ch'egli opera saviamente; ma, quando m'intenta lite, lo dichiaro disonestissimo e affatto privo di senno.

Nè vi meravigli, o giudici, l'audacia sua, nè l'aver egli osato testè allegare il falso. E infatti già dapprima, avendo istigato suo cugino a rivendicare contro di me il fondo, egli produsse istrumenti inesistenti, e pur ora egli stesso in mia contumacia ottenne un'altra sentenza arbitrale dello stesso genere, chiamando in giudizio Callaro uno dei miei schiavi (2). Perchè oltre alle altre malizie, hanno anche ritrovato questo cavillo: intentano contro Callaro la stessa azione. Ma può esser mai che uno schiavo cinga di muro il fondo

(1) È ignoto il fatto, al quale qui si allude.

(2) Sulla chiamata dello schiavo Callaro in giudizio e sulla sua capacità e sul suo rapporto col padrone, vedi HEFFTER, op. cit., p. 95 e segg.; MEIER = SCHÖMANN = LIPSIUS, op. cit., p. 766 e segg.; PLATNER, op. cit., I, p. 91. Cfr. DEMOST. c. Panteneto, 981, 15, 20.

del padrone senza ordine del padrone stesso? Non avendo altro da imputare a Callaro, lo chiamano in giudizio per quell'opera, fatta la quale mio padre visse ancora per più di quindici anni. Ma, se io cedo loro i fondi, o vendendoli o permutandoli con altri fondi, Callaro non ha fatto nulla d'illecito; se io invece non voglio conceder loro la mia proprietà, d'ogni più grave lesione essi son vittime per parte di Callaro, e cercano un arbitro che loro aggiudichi i fondi e decisioni tali da ottenere i fondi.

Se dunque, o giudici, i raggiratori e i litigatori di mala fede debbono averla vinta, a nulla possono giovare le mie parole; ma se voi avete in odio siffatta genìa, e sentenziate il giusto, non avendo Callicle sofferto alcun danno, nè alcun torto, nè da Callaro, nè da mio padre, io non so che cosa dire di più.

Affinchè però conosciate e che dapprima cercando d'usurparmi i fondi istigò il cugino, e che ora egli stesso ha ottenuto contro Callaro un'altra sentenza arbitrale simile a questa, minacciandomi perchè io tengo in gran conto quell'uomo (1), e che un'altra lite torna a muovere contro Callaro, di tutto ciò vi saranno lette le testimonianze.

TESTIMONIANZE.

Non mi abbandonate dunque, per Giove e per gli Dei, o giudici, a costoro, non essendo colpevole di nulla! Perchè non m'importa tanto della multa, benchè grave a chiunque ha scarso patrimonio; ma essi mi scacciano del tutto dal demo (2), perseguitandomi e vessandomi con le liti. E che noi di nulla siamo colpevoli, eravamo pronti a rimetterne il giudizio a persone perite, imparziali, elette di comune accordo, eravamo pronti a giurarlo nel modo prescritto dalla legge; poichè queste prove

(1) Ciò si riferisce certamente alla *noxae datio:* il padrone poteva liberarsi dalla responsabilità dei fatti dello schiavo abbandonandolo all'attore; ma se voleva conservarlo, doveva difenderlo e risarcire il danno da esso cagionato. Cfr. Dareste, *Les plaidoyers civils de Démosthène*, I, p. 180, nota 11. Hermann = Thalheim, op. cit., § 15, p. 104, nota 4; Meier = Schömann = Lipsius, op. cit., p. 653.

(2) Essendo il *demos* una circoscrizione territoriale, il figlio di Tisia perdendo il proprio fondo avrebbe dovuto uscire dal proprio *demos*.

pensavamo dover essere le più forti che si potessero portare a voi, che avete giurato (1). Ora prendimi l'intimazione e le rimanenti testimonianze.

INTIMAZIONE. TESTIMONIANZE.

Roma, *giugno*, 1890.

(1) Sul giuramento della parte, e sul giuramento che prestavano i giudici, cfr. Meier = Schömann = Lipsius, p. 898 e segg., 152. Sul giuramento dei giudici anche Caillemer, v.° *dikastai IV* nel *Dictionnaire* di Daremberg e Saglio, vol. 3°, p. 190.

Il Segretario della Classe
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dall'11 Maggio all'8 Giugno 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Stazione agraria in Asti. — * Le Stazioni sperimentali agrarie. — Organo delle Stazioni agrarie e dei Laboratori di Chimica agraria del Regno, ecc. diretto dal Prof. Ing. M. Zecchini; vol. XVIII, fasc. 4. Asti, 1890; in-8° gr.

Berlino. * — Die Fortschritte der Physik im Jahre 1884, dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin; XL Jahrgang, 1 Abth. Berlin, 1890; in-8°.

Società di Sc. fis. e nat di Bordeaux. — * Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; 3e série. t. IV; t. V, premier cahier. Bordeaux, 1888; in-8° gr.

Id. — —— Observations planimétriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde de Juin 1888 à Mai 1889; Note de M. G. Rayet: Appendice au t. V, 3e série des *Mémoires de la Soc. des Sciences phys. et mathem. de Bordeaux;* 1 fasc. in-8° gr.

Id. — —— Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, de Juin 1887 à mai 1888: Note de M. G. Rayet (Appendice au t. IV. 3e série des *Memoires de la Soc. des sciences phys. et mathem. de Bordeaux*); Bordeaux, 1888; 1 fasc. in-8°.

Accad. Americana di Arti e Scienze (Boston). — * Proceedings of the american Academy of Arts aud Sciences new series, vol. XV (whole séries, vol. XXIII) part. 2. Boston, 1888; in-8°.

* Proceedings of the Boston Society of Nat. History; vol. XXIV, parts 1 and 2. Boston, 1889; in-8°. — Società di Storia naturale di Boston.

* Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XVI, n. 6 Bruxelles, 1890, in-8°. — Società belga di Microscopia (Bruxelle).

Reports on the observations of the total eclipse of the Sun of January 1889, published by the Lick Observatory. Sacramento 1889; 1 vol. in-4°. — Osserv. di Lick (California)

* Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College: vol. XIX, n. 2: On the egg membranes and microphyle of some osseous fishes; by C. H. Eigenmann; - n. 3: Report on the Results of Dredging, under the Supervision of Alex. Agassiz, in the Gulf Mexico (1877-78), and in the Caribbean Sea (1879-80), etc. Cambridge, U. S. A. 1890; in-8°. — Museo di Zool. compar. (Cambridge).

Mémoires de l'Académie des Sciences de Copenhague, 6e série, Classe des Sciences, vol. VI, n. 1. Copenhague 1890; in-4°. — Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen.

— Bulletin de l'Académie R. des Sciences de Copenhague pour 1889, n. 3, pour 1890, n. 1. Copenhague, 1889 90; in-8°. — Id.

* Resultados del Observatorio nacional Argentino en Córdoba, etc.; vol. XI; Observaciones del año 1878. Buenos-Aires, 1889; in-4°. — Osserv. Meteor. Argentino (Cordova).

* Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie: Comptes-rendus des séances de l'année 1889, Avril. Cracovie, 1890, in-8°. — Acc. delle Scienze di Cracovia.

* The Transactions of the R. Irish Academy; vol. XXIX, part. 13. Dublin, 1890; in-4°. — R. Accad. Irland. (Dublino).

* Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for. 1887. Harrisburg, 1889; 1 vol. in-8°. — Comit. geologico della Pensilvania (Filadelfia).

—— South mountain map; D 6, Sheet C, 1-4; Sheet D, 2-5; (pieg in-8°). — Id.

—— A Dictionary of the fossils of Pennsylvania and Neighboring States named in the Reports and Catalogues of the Survey, compiled of the convenience of the citizens of the State by J. P. Lesley, State Geologist; vol. I (A-M). Harrisburg, 1889; in-8°. — Id

* The Journal of Comparative Medicine and Veterinary Archives, edited by W. A. Conklin; vol. XI, n. 4. Philadelphia, 1890; in-8°. — La Direzione (Filadelfia).

* Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4a serie, vol. XIII, disp. 4. Firenze, 1890; in-4°. — R. Accademia dei Georgofili di Firenze.

* Nachricten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften and der Georg Augusts-Universität zu Göttingen; aus dem Jahre 1889, n. 1-21. Göttingen, 1889; 1 vol. in-8° gr. — R. Soc. delle Sc. di Gottinga.

Novo Istit. Scozz. di Scienze nat. (Halifax, N. S.)

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of natural Science; vol. VII, part. 3. Halifax, Nova Scotia, 1889; in-8°.

Accad. di Sc., Lett. ed Arti di Lione.

* Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon, Classe des Sciences; t. XXVIII, XXIX. Lyon, 1886-88; in-8° gr.

Società d'Agr., Sc. nat. ed Arti utili di Lione.

* Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon; 5e série, t. IX et X; 6e série, t. I. Lyon, 1887-89; in-8° gr.

Soc. Linneana di Lione.

* Annales de la Société Linnéenne de Lyon; nouvelle série, t. XXXII, XXXIII, XXXIV. Lyon, 1886-88; in-8° gr.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).

* Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band XV, n. 7, 8, 9. Leipzig, 1889; in-8° gr.

Id.

—— Berichte über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaften; mathematischen-physik. Classe, 1890, II, III, IV. Leipzig, 1890; in-8°.

Id.

—— Register zu den Jahrgängen 1846-1885 der Berichte über die Verhandlungen und zu den Bänden I-XII der Abhandlungen des mathematisch-physischen Classe der K. Sächs. Ges. Leipzig, 1889; 1 fasc. in-8°.

J. V. Carus (Lipsia).

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XIII Jahrgang, n. 335. Leipzig, 1890; in 8°.

Società geologica di Londra.

* The quarterly Journal of the geological Society of London; vol. XLVI, part. 1, n. 182. London, 1890; in-8°.

R. Soc. astron. di Londra.

* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. L, n. 6. London, 1890; in-8°.

Osservatorio meteorol. magn. del Messico.

Boletin mensual del Observatorio magnetico central de México; t. II, n. 5, 6. México, 1889; in-4°.

Società scientifica « Ant. Alzate » (Messico).

* Mémoires de la Societad cientifica « Antonio Alzate »; t. III, cuadernos n. 4, 5 y 6. México, 1890; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano).

* Rendiconti del R. Istituto Veneto di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXIII, fasc. 9. Milano, 1890; in-8°.

Società imperiale dei Naturalisti di Mosca.

* Nouveaux Mémoires de la Société impériale des Naturalistes de Moscou; t. XV (formant le t. XX de la collection, livraison 6e. Moscou, 1889; in-4°.

Id.

—— Bulletin de la Société imp. des Naturalistes de Moscou etc. année 1889; n. 2. Moscou, 1889 in-8°.

* Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. IV, fasc. 4. Napoli, 1889; in-4°. — Società Reale di Napoli.

* Bollettino della Società dei Naturalisti in Napoli; serie 1, vol. IV, fasc. 1. Napoli, 1890; in-8°. — Soc. di Naturalisti di Napoli.

* The american Journal of Science, Editors James D. and Edw. S. Dana, etc.; 3ª series, vol. XXXVIII, n. 225, 228 vol. XXXIX, n. 229, 230. New Haven, Conn. 1889-90; in-8°. — La Direzione (New Haven).

* Annals of the New-York Akademy of Sciences, late Lyceum of natural History; vol. IV, n. 12. New-York, 1889; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Nuova York.

* Transactions ot the New-York Academy of Science; vol. VIII, n. 5-8, 1888-89. New-York; in-8°. — Accademia delle Scienze di Nuova York.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais etc.; 4ª série, t. I, livraison 3ª. Nouvelle-Orléans, 1890; in-8°. — La Direzione (Nuova Orléans).

* Hortus botanicus panormitanus, sive plantae novae vel criticae, quae in horto botanico panormitano coluntur, descriptae et iconibus illustratae, auctore A. Todaro; t. II, fasc. 6. Panormi, MDCCCXC; in-fol°. — Orto botanico di Palermo.

* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. IV, fasc. 3 e 4. Palermo, 1890; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

* Oeuvres de Lagrange publiées par les soins de M. J. A. Serret et de M. Gaston Darboux, sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction publique; t. XII. Paris, 1889; in-4°. — Il Ministro dell'Istr. Pubblica di Francia (Parigi).

* Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle, etc.; 2ª série, t. X, fasc. 2; 3ª série, t. I, fasc. 1 et 2. Paris, 1888-89; in-4°. — Museo di St. nat. (Parigi).

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. Gougüenheim, t. XVI, n. 5. Paris, 1890; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de S.-Petersbourg; t. XXII, n. 3. St.-Petersbourg, 1890; in-8°. — Soc. fisico-chimica di Pietroborgo.

* Revista do Observatorio. — Publicação mensal do Observatorio do Rio de Janeiro, anno V, n. 1. Rio de Janeiro, 1890; in-8° gr. — Osservatorio di Rio Janeiro.

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei; vol. VI, fasc. 8, 9, 1° sem. 1890. Roma, in-8° gr. — R. Accademia de. Lincei (Roma).

Società dei Viticol. ital. (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno V, n. 9-10. Roma, 1890; in-8° gr.

Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

* Memorie della pontificia Accademia dei Nuovi Lincei; serie iniziata per ordine della S. D. N. S. Papa Leone XIII; vol. I-IV. Roma, 1887-88; in-8°.

R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.

* Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4, vol. II, fasc. 3-4. Siena, 1890; in-8°.

Stoccarda. * *

Paleontographica. — Beitrage zur Naturgeschichte der Vorzeit; herausg. von Karl A. von ZITTEL; etc.; XXXVI Band, 4 bis 6 Lief. Stuttgart, 1890; in-4°.

R. Acc. di Medic. di Torino.

* Giornale della R. Accademia di medicina di Torino, ecc.; anno LIII, n. 3. Torino, 1890; in-8°.

R. Accademia d'Agricoltura di Torino.

* Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; vol. XXXII, 1890. Torino, 1890; in-8°.

Club alpino ital. Torino).

* Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. IX, n. 4. Torino, 1890; in-8°.

Soc. meteor. ital, Torino.

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, etc.; serie 2ª; vol. X, n. 4. Torino, 1889; in-4°.

Accad. d'Agric., Arti e Comm. di Verona.

* Memorie dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona; vol. LXV, serie 3ª, fasc. 1, 2 e 3. Verona, 1889; in-8°.

Istituto geol. di Vienna.

* Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt; Bd. XV, Heft 2: Zur Kenntniss der Fauna der « Grauen Kalke » der Süd-Alpen; von Dr. Leopold TAUSCH r. Gloeckelsthun. Wien, 1890; in-4°.

Vienna. * *

* Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, etc.; Jahrgang 1890, XL Band, 1 Quartal. Wien, 1890; in-8°.

Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).

Monographs of the United States geological Survey, vol. XIII (Geology of the Quicksilver deposits of the Pacific Slope witth an Atlas, by George F. BECKER : vol. XIV (Fossil fishes and fossil plants of the triassic rocks of New Jersey and Connecticu Valley, by John S. NEWBERRY. Wasington, 1888; in-4°.

Id.

— Bulletin of the United States geological Survey; n. 48-53. Washington, 1888-89; in-8°.

The English Sparrow (passer domesticus) in North American; especially in its relations to agriculture; prepared under the direction of Dr. C. Hart Merriam, Ornitologist, by Walter B. Barrows, Assistant Ornith. Wasington, 1889; 1 vol. in-8°. — Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).

North American Fauna: n. 1, 2. Washington, 1889; in-8°. — Id.

Characteristics of Volcanoes, with contributions of facts and principles from the Hawaiian Islands, etc.; by Janos D. Dana. New-York, 1890; 1 vol. in-8°. — L'Autore.

Oeuvres de Fourier publiées par les soins de M. Gaston Darboux, sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique; t. I. (Théorie analytique de la chaleur); t. II. (Mémoires publiées dans divers recueils). Paris, 1889-1890; in-4°. — G. Darboux.

I terremoti di Novembre e di Dicembre 1889 in Italia, del P. F. Denza. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'A.

— I primi cultori italiani dell'areonautica; del P. F. Denza. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

— Le valanghe degli inverni 1885 e 1888. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

— L'anticiclone del Novembre 1889; Nota del P. F. Denza. Roma, 1890 1 fasc. in-4°. — Id

— La inclinazione magnetica a Roma; Nota del P. F. Denza. Roma, 1890; 1 fasc. in-4°. — Id.

— Le alte pressioni del Dicembre 1889 e Gennaio 1890; Nota del Profess. F. Denza. Roma, 1890; 1 fasc. in-4°. — Id.

Zur feineren Anatomie des centralen Nervensystems; erster Beitrag: Das Kleinhirn: von A. Kölliker (Sept.-Abdr. aus: Zetschrift für Wissenschaftliche Zoologie: XLIX, 4; Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1890); 1 fasc. in-8°. — L'A.

S. Laura. — Medicina esatta terapeutica dosimetrica, ecc.; anno VIII, n. 4. Torino, 1890; in-8°. — S. Laura.

Contribution au traitement de la sclérose auriculaires, par le Dr. Loewenberg. Paris, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Relatorio àcerca de decima sessão do Congresso internacional de Anthropologia e Archeologia prehistoricas; por Joaquin Filippe Nery Delgado. Lisbona, 1890; 1 fasc. in-4°. — L'A.

L'Autore. Le procès de la nomenclature botanique et zoologique; par le Dr. SAINT-LAGER. Paris, 1886; 1 fasc. in-8° gr.

Id. —— Recherches sur les anciens *Herbaria*; par le Dr. SAINT-LAGER. Paris, 1886; 1 fasc. in-8° gr.

Id. —— Vicissitudes onomastiques de la Globulaire vulgaire; par le Dr. SAINT-LAGER. Paris, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. Note della geologia e sui giacimenti argentiferi del Sarrabus (Sardegna), per Stefano TRAVERSO, Ingegnere civile; con 17 tavole ed una Carta geologico-mineraria. Torino, 1890; 1 fasc. in-8° gr.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 18 Maggio al 15 Giugno 1890.

Donatori

Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. di Agram. * Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knijga XCVIII, XCIX (Razredl filol.-hist. i filos.-iurid, XXVII, XXVIII). U. Zagrebu, 1889-90; in-8°.

Id. — Stari Pisci Hrvatski; — Djela Jurja Barakovica na svijet izdala Jugosl. Akad., etc., priredili za stampu P. BUDMANI i M. VALAVAC. U. ZAGREBU, 1889; in-8°.

Id. Ljetopis Iugoslavenske Akademije Znanosti i Unejenesti za Godinu 1889, IV; etc. U. Zagrebu, 1889; in-8°.

Scuola di Lettere d'Algeri. * Publication de l'École des Lettres d'Alger: Bulletin de Correspondance africaine. — Histoire du patriarche copte Isaac; Ètude critique, texte et traduction par E. AMÉLINEAU. Paris, 1890; 1 fasc. in-8°.

Id. —— Notice sur la Carte de l'Ogôoué; par E. CAT. Paris, 1890; 1 fasc. in-8°.

Accademia delle Scienze di Amsterdam. * Programma certaminis poëtici ab Academia regia disciplinarum Neerlandica ex legato Hoeufftiano, in annum MDCCCXCI indicti. Amstelodami, MDCCCXC; in-4°.

Berlino. Bibliotheca philologica classica. — Verzeichniss der auf dem Gebiete der classischen Alterthumswissenschaft erschienenen Bücher, Zeitschriften, Dissertationen, etc.; 1890, erstes Quart. Berlin, in-8°.

* Transactions of the american philological Association; vol. XIX. Boston, 1889; in-8°. — Assoc. filologica americana (Boston).

* Biblioteca Indica; a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, n. 711; 715-727; 729-746; 748. Calcutta, 1889-90; in-8°. — Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

* Proceedings of the American-philosophical Society held at Philadelphia, vol. XXVI, n. 130. Philadelphia, 1889; in-8°. — Società filosofica americana (Filadelfia).

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 105-106. Firenze, 1890; in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXVI Band, n. 5. Gotha, 1890; in-4°. — Gotha. * *

* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XVI, cuaderno 5. Madrid, 1890; in-8°. — R. Accademia di Storia di Madrid.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXIII fasc. 10. Milano, 1890; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

* Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de géographie, etc.; 1890, n. 9, 10, pag. 245-316. Paris; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Histoire de la Littérature grecque, par Alfred CROISET, Membre de l'Institut, et Maurice CROISET, Docteurs en Lettres, Prof. à la Faculté des Lettres de Montpellier: t. II, Lyrisme — Premiers prosateurs — Hérodote, par A. CROISET. Paris, 1890; in-8°. — Parigi. * *

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 30 aprile 1890. Roma 1890; 1 fasc. in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VII, marzo-aprile 1890. Roma, 1890; in-8° gr. — Id.

Statistica delle cause delle morti avvenute in tutti i Comuni del Regno nell'anno 1887. — Statistica di quelli durante il decennio dal giugno 1879 al luglio 1889. — Censimento dei Medici e Chirurghi stipendiati dai Comuni o da altri Enti per la cura gratuita dei poveri a domicilio, al marzo 1888. Roma, 1890; 1 vol. in-8° gr. — Ministero d'Agr. Ind. e Comm. (Roma).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. VI, fasc. 10, 1° sem. 1890. Roma, in-8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Roma. * * — Raccolta ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia; serie 3ª, volume XCII; vol. XCIV; vol. XCV. Roma, 1889; in-8°.

Consiglio Provin. di Torino. — Atti del Consiglio provinciale di Torino; anno 1889. Torino, 1890; 1 vol. in-8°.

L'Autore — Carlo Cadorna. — Religione e politica nei partiti (Estr. dalla Rassegna di Scienze sociali e politiche, anno VIII, vol. I, fasc. 173); 1 fasc. in-8°.

L'A. — Emilio Costa. — Il diritto privato romano nelle Comedie di Plauto. Parma, 1890; 1 vol. in-8°.

L'A. — Filippo Vivanet. — Discorso per l'inaugurazione del busto a Giovanni Spano. Cagliari, 1890, 1 fasc. in-8°.

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
4485 (850) 81 VII-90.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Giugno 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, GIBELLI, CAMERANO e BASSO Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Ricerche sopra un nuovo isomero del sale verde del Magnus* », del Socio Prof. Alfonso COSSA, Direttore della Classe, presentata dal Presidente a nome dell'autore assente per ragioni d'ufficio. L'autore desidera che questo lavoro venga pubblicato nei volumi delle *Memorie*; la Classe, previa lettura di esso, ne delibera a voti unanimi la richiesta pubblicazione;

Intorno alla Memoria « *Sulle proprietà termiche dei vapori* (Parte 2ª – *Temperatura, pressione e volume critico del solfuro di carbonio e dell'acqua* », del Dott. Angelo BATTELLI dell'Università di Cagliari; *Relazione* del Socio NACCARI, condeputato col Socio FERRARIS.

La Classe, sulle conclusioni favorevoli della Relazione ammette prima alla lettura questo lavoro, e poscia ne delibera all'unanimità l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Intorno alla Memoria « Sui getti ascendenti », dell'Ingegnere Scipione Cappa, Professore alla Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino; Relazione del Socio Ferraris, condeputato col Socio Berruti.

La Classe, accogliendo le conclusioni favorevoli della Relazione, ammette questo lavoro alla lettura, e quindi ne delibera la pubblicazione nei volumi delle *Memorie*.

Sul calore specifico dell'acqua al disotto di 0° »; *Ricerche sperimentali di* Mattia Martinetti, eseguite nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino, presentate dal Socio Naccari;

« Sulle terminazioni nervose nella mucosa e nelle ghiandole sierose della lingua nei mammiferi »; Ricerche del Dott. R. Fusari e di A. Panascì, settori nell'Istituto anatomico della R. Università di Messina, presentate dal Socio Bizzozero.

« Intorno all'azione della veratrina cristallizzata sui muscoli »; Ricerche del Dott. Pio Marfori, eseguite nel Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino, presentate dal Socio Mosso.

LETTURE

RELAZIONE intorno alla Memoria « *Sulle proprietà termiche dei vapori* »

del Dott. Angelo Battelli

La memoria, che la Classe ci incaricò di esaminare, è la continuazione di un' altra del medesimo autore, sulla quale avemmo a riferire l'anno scorso. In quella il Battelli aveva studiato le proprietà termiche dei vapori di etere Proseguendo i suoi studi egli sperimentò sopra il solfuro di carbonio e sopra

l'acqua. L'A. si riserva di pubblicare fra breve lo studio completo dei vapori di solfuro di carbonio, avendone già condotto a termine le esperienze. In questa memoria egli si occupa del punto critico del solfuro di carbonio e dell' acqua, avendo creduto necessario di farne uno studio sperimentale a parte.

Nelle prime pagine della memoria sono ricordati brevemente i lavori anteriori sullo stesso argomento. Intorno a questi è da notare che per il solfuro di carbonio si hanno alcune determinazioni abbastanza concordanti, per l'acqua invece non si hanno che tre determinazioni incerte e discordanti.

Di poi l'A. descrive l'apparecchio da lui usato per l'esperienze sul solfuro di carbonio, apparecchio, la cui costruzione richiese cure speciali tanto per poter mantenere costanti e misurare le alte temperature che si dovevano raggiungere, quanto per produrre e misurare le forti pressioni (fino a circa 86 atmosfere), cui si assoggettava successivamente il vapore mantenendo costante la temperatura. Per determinare la temperatura critica del solfuro di carbonio l'A., come già aveva fatto per l' etere, mantenne successivamente a temperature diverse e prese entro opportuni limiti il vapore, e fece lentamente crescere la pressione. Al di sotto della temperatura critica, giunto un certo punto, si vedeva condensarsi il vapore sopra una laminetta di acciaio che stava nella campanella occupata dal vapore. Sparì ogni traccia di condensazione alla temperatura di 273°.

La pressione spettante al punto critico fu trovata eguale a 73 atm. : il volume di 1 gr, del vapore in quelle condizioni era di 2,651 cm^3.

Per lo studio dell'acqua le difficoltà furono molto maggiori. Fu necessario che la campanella di vetro adoperata per il solfuro di carbonio venisse sostituita da una canna di acciaio, la quale fosse atta a resistere a fortissime pressioni.

Ciò costrinse l'A. a variare anche il metodo precedentemente seguìto per determinare il punto critico e per misurare il volume del vapore. L'A. tracciò le isotermiche a varie temperature comprese fra i limiti 311 e 375° e dall' andamento di quelle curve dedusse il valore della temperatura critica.

L'A. ha dovuto affrontare in queste esperienze, e particolarmente nello studio sull'acqua, grandissime difficoltà, vincendo le quali egli riuscì ad ottenere il grado desiderabile di esattezza. Il lavoro fornisce delle cognizioni importanti non solo perchè

contiene una nuova determinazione del punto critico delle due sostanze studiate, ma anche perchè al di sotto e al di sopra della temperatura critica l'A. fece uno studio esteso delle isotermiche di quei vapori. Per tali ragioni noi proponiamo alla Classe la lettura della Memoria del Dr. Battelli.

Galileo Ferraris.
Andrea Naccari, *Relatore*.

RELAZIONE sulla Memoria: « *Sui getti ascendenti* »

presentata dall'Ingegnere Scipione Cappa

Nel suo scritto « *Sui getti ascendenti* » l'Ingegnere Scipione Cappa espone i risultati di 483 esperienze da lui eseguite sui zampilli d'acqua verticali, coll' intendimento di confrontare l'altezza di carico, misurata in prossimità dell'orifizio, colla corrispondente altezza del getto.

L'autore non arriva ad alcuna legge generale; si accontenta invece di esprimere i risultati sperimentali con formole puramente empiriche, analoghe ad altre già conosciute.

Tuttavia i risultati delle misure, per se stessi, costituiscono un materiale sperimentale meritevole di essere conservato, perchè raramente si può avere l'opportunità di sperimentare colle grandi altezze di carico e coi mezzi che l' autore ha avuto a disposizione. E per questo motivo noi crediamo che lo scritto dell'ingegnere Cappa possa essere ammesso alla lettura.

Torino, il 22 giugno 1890.

G. Berruti.
G. Ferraris, *Relatore*.

Sul calore specifico dell'acqua al di sotto di 0°;

Osservazioni sperimentali di MATTIA MARTINETTI

È notissimo che intorno all'argomento importante della influenza della temperatura sul calore specifico dell'acqua, sono molto discordanti le conclusioni dei vari sperimentatori.

Quanto al calore specifico dell'acqua mantenuta liquida al disotto di 0°, non conosco che uno studio fatto dal Cardani in collaborazione con Tommasini (*).

Gli Autori usarono un termometro a peso riempito in parte con acqua e in parte con mercurio, che si poteva porre in un bagno d'aria a 0° e successivamente in uno a temperature inferiori.

Per effetto del raffreddamento l'acqua si dilatava ed usciva una parte del mercurio, che veniva raccolto e pesato.

Giunti al limite estremo del raffreddamento, gli Autori facevano sì che l'acqua incominciasse a solidificare e la riportavano in pari tempo nel bagno a 0°.

L'acqua, solidificandosi in parte, si dilatava ancora, e usciva altro mercurio, che, pesato, dava la quantità di ghiaccio formatasi.

Ora questa quantità di ghiaccio nel formarsi metteva in libertà una quantità di calore atta a riscaldare fino a 0° il resto dell'acqua.

Da tale quantità di calore si deduceva il calore specifico medio.

Il peso dell'acqua solidificata e quindi il calore sviluppato nella solidificazione venivano misurati dal mercurio effluito.

Il metodo usato, è, come si vede, molto ingegnoso ed elegante, ma — per confessione stessa degli autori — soggetto a molte e diverse cause di errore, di cui una parte è stata eliminata, l'altra sottoposta al calcolo. È noto quanto difficile sia

(*) CARDANI e TOMMASINI, *Sul calor specifico dell'acqua soprafusa.* Nuovo Cimento, serie III, vol. XXI.

lo studiare il valore delle correzioni da farsi ai risultati sperimentali. Particolarmente difficile nel caso delle esperienze del Cardani era lo stabilire quanto calore venisse comunicato al mercurio ed al vetro. Ma secondo il mio giudizio vi è ancora una causa di errore sulla quale il Cardani è sorvolato leggermente. Egli ripete parecchie volte nel corso della sua memoria, che si faceva solidificare l'acqua quando il mercurio aveva completamente cessato di uscire dal bulbo, anzi « tendeva a rientrare ». Ora una tale tendenza del mercurio a « rientrare » significa un'indeterminazione nella temperatura estrema a cui si porta la soprafusione, dato che pure è così essenziale.

I dubbi che provengono dall'esame del metodo, sono confermati dall'esame dei risultati numerici, a cui il Cardani è arrivato nel suo lavoro.

Le esperienze vennero divise in quattro gruppi spettanti a temperature medie diverse. Per una stessa temperatura media si hanno fra i valori riferentisi ad essa differenze che salgono fino al 2, 3 per cento.

Per la temperatura $-8°,09$ i due valori che si ottengono per $\frac{C}{T}$, cioè per la quantità di calore messa in libertà nella solidificazione, divisa per l'intervallo di temperatura, sono l'uno affatto superiore a tutti i valori che si ottengono a $-6°,52$, e $-9°,47$, l'altro inferiore a due dei tre valori che si ottengono per $\frac{C}{T}$ a $-6°,52$. È soltanto arrivando alla temperatura di $-10°,67$ che si osserva un aumento sicuro del valore medio di $\frac{C}{T}$, aumento che richiederebbe altre esperienze a temperature più basse per essere reso completamente certo; tanto più che il valor medio di $\frac{C}{T}$ fra $-6°,52$ e $-9°,47$ varia di pochissimo, e invece si presenta un brusco aumento nella variazione di temperatura fra $-9°,47$ e $-10°,67$, che è un terzo della prima.

In conclusione a me pare che dai valori di $\frac{C}{T}$ risultati al Cardani non si possa trarre alcuna sicura conseguenza e che quindi si debba mettere in dubbio la conclusione del Cardani, vale a dire l'esistenza di un minimo del calore specifico dell'acqua soprafusa, da $-6°$, a $0°$.

Per ciò mi provai a studiare, con un metodo molto più semplice, soggetto ad un numero molto minore di cause di errore il calore specifico dell'acqua mantenuta liquida al di sotto di 0°, a varie temperature.

Il metodo che io seguii fu quello di *riscaldamento*, analogo completamente a quello di raffreddamento;

Indicando con c, c_1 i calori specifici di due sostanze, delle quali si osserva successivamente il raffreddamento, con p, p_1 i loro pesi, con A l'equivalente in acqua del termometro e del recipiente, con x, x_1 i tempi impiegati dalle due sostanze a raffreddarsi di un egual numero di gradi, giungiamo alla nota formola

$$\frac{x}{x_1} = \frac{pc + A}{p_1 c_1 + A},$$

da cui:

$$c = \frac{x}{x_1} \frac{p_1 c_1 + A}{p} - \frac{A}{p} .$$

Come corpo da paragonare all'acqua io scelsi il mercurio come quello che potevo senza grave pericolo ammettere, nei limiti delle mie esperienze, di calor specifico costante. Per esso scelsi il valore che ottenne assai recentemente il prof. Naccari in un suo studio (*).

L'acqua che adoperai era stata accuratamente distillata e disaerata.

Essa era contenuta in un tubo da saggio a pareti sottili, rivestito di un'esilissima foglia di stagnola, lucente.

Un tappo che portava il termometro chiudeva perfettamente il tubo da saggio, ed era attraversato da un tubettino di vetro facilmente fusibile. Siccome il termometro non andava che fino a + 50° e non era fornito di sufficiente camera, così mentre scaldavo l'acqua sino a circa 40°, univo il tubettino ad una campana, in cui con una buona macchina pneumatica, facevasi e susseguentemente mantenevasi una certa rarefazione. Quando ero ben sicuro che nel tubo non vi poteva più essere che acqua e vapor acqueo, chiudevo alla fiamma il tubettino.

Il tubo da saggio così preparato veniva inserito in un foro di un tappo che chiudeva un tubo A di sottilissima lamina di ottone.

(*) NACCARI, *Variazioni del calor specifico del mercurio al crescere della temperatura*. Atti della R. Accad. Scienze Torino, XXIII.

Questo tubo A era poi mediante due aste di vetro, verticali, unito ad un sostegno.

Un grosso bicchiere B in cui pescava un tubo metallico C, un po' più grande di A, conteneva il miscuglio frigorifero, ed una apposita e spessa camicia di felpa riparava il miscuglio dall'azione esterna.

I miscugli frigoriferi erano formati con ghiaccio ben pesto e sale comune, e si preparavano in separato recipiente agitandoli molto perchè riuscissero ben omogenei.

Quando il tubo A era circondato da C, e così dal miscuglio posto in B, chiudevo l'apertura anulare fra A e C con bambagia leggermente compressa.

Giunto il momento in cui la temperatura del termometro era costante per 15 o 20 minuti, rapidamente toglievo il bicchiere B abbassando un apposito tavolino a piede mobile e sollevavo un recipiente bucherellato in cui già si era posto da lungo tempo ghiaccio ben pesto e fondente. Entro questo recipiente pescava un tubo metallico delle precise dimensioni di C ed in esso era contenuto del petrolio in tale quantità che quando il recipiente era sollevato, ed il tubo A era tutto immerso nel tubo centrale, il petrolio giungeva all'orlo di A.

L'operazione di togliere il miscuglio frigorifero e sostituirvi il ghiaccio era molto difficile bastando il più piccolo urto che si fosse dato al tubo A perchè tosto l'acqua nel tubo da saggio solidificasse. Perciò il sostegno cui era unito A posava su una solida mensola infissa nel muro, la quale non aveva nulla a che fare col rimanente dell'apparecchio.

Perchè poi i pesi, abbastanza grandi, del miscuglio o del ghiaccio nell'atto del cambiamento dei recipienti, non mi costringessero a qualche brusca scossa, li equilibrai mediante contrappesi; avendo poi il tavolino a piede mobile un'asta metallica ben levigata, la discesa del miscuglio, come la salita del ghiaccio erano regolarissime.

Dopo molte prove in questa operazione ero giunto a non impiegarvi più di mezzo minuto.

Il petrolio contenuto nel tubo immerso nel ghiaccio trovandosi in esso da molto tempo, era certamente a 0° ed aveva per ufficio di portare rapidamente e mantenere a 0°, vista la loro sottigliezza, le pareti del tubo A.

Con tale artifizio l'acqua collocata nel tubo da saggio doveva riscaldarsi in un ambiente sicuramente a 0°.

Provai più volte a tenere immerso nel petrolio durante il riscaldamento dell'acqua, un termometro, e verificai che, stante la grande superficie a contatto del ghiaccio fondente, il petrolio continuava a rimanere a 0°.

Il termometro che usai andava da — 22° a + 50°, era diviso in $\frac{1}{5}$ di grado, ed aveva il bulbo assai piccolo.

Dopo portato il recipiente del ghiaccio al posto del miscuglio, lasciavo passare alcuni minuti per essere sicuro che le pareti del tubo *A* fossero a 0°, e poi incominciavo a leggere le temperature segnate dal termometro, di minuto in minuto.

Nelle esperienze coll'acqua raggiunsi le temperature

1ª — 7°.17 2ª — 7°.30 3ª — 6°.90

4ª — 7°.24 5ª — 7°.80

Tutte poi da — 6°.20 concordano molto bene

Partendo appunto da questa temperatura raccolsi in una tabella le temperature dell'acqua di minuto in minuto quali risultavano in media dalle 5 esperienze.

Collo stesso apparecchio feci anche tre esperienze sull'andamento del mercurio e riunii in una tabella la media di tali esperienze, sommamente concordanti, partendo dalla temperatura — 6°,20.

Con queste medie costruii due curve e col mezzo di queste dedussi che, se chiamiamo, come nella formola, x, x_1 i tempi che rispettivamente l'acqua ed il mercurio impiegano a percorrere l'intervallo di temperatura $t^{\circ} \ldots 0^{\circ}$, abbiamo:

t^0	x	x_1
— 6°.20	109′	54′.5
— 5°	100′.8	50′
— 4°	92′.2	46′.02
— 3°	82′.2	41′.18
— 2°	66′	33′.05
— 1°	41′	19′.41

Giova quì però fare un'osservazione.

La legge da cui si ricava la formola

$$\frac{x}{x_1} = \frac{pc + A}{p_1 c_1 + A},$$

è quella che spetta al caso di riscaldamento per sola irradiazione.

Perciò nel metodo di raffreddamento suolsi rarefare grandemente l'aria che è nel recipiente in cui si raffredda il corpo.

Ora nel caso mio non è stata operata alcuna rarefazione nel tubo A, onde potrebbesi muovere al metodo seguito la grave obbiezione che il riscaldamento fosse dovuto non unicamente alla irradiazione, ma ancora alla conduzione ed alle correnti d'aria.

Per prevenire tale obbiezione io mi accertai che i risultati delle esperienze da me eseguite si scostavano così poco da quelli che avrei potuto ottenere rarefacendo al massimo grado l'aria in A, da ritenere che la quantità d'aria esistente in A non abbia portato alcun errore sensibile.

Se p è il peso del corpo che si riscalda, c il suo calore specifico, k un coefficiente di proporzionalità, X il tempo, t la differenza di temperatura fra il corpo e l'ambiente, per piccoli valori di t sarà:

$$pc.dt = -kt.dX \ ,$$

e quindi se H è un coefficiente di proporzionalità e t_0 la temperatura del corpo all'origine del tempo:

$$\log \frac{t_0}{t} = HX \ ,$$

che ci dice che il logaritmo del rapporto fra la temperatura iniziale t_0 ed una qualunque temperatura t è proporzionale al tempo che il corpo impiega nel passare dalla temperatura iniziale alla temperatura t.

Nel caso dell'acqua calcolai per H il valor medio 0,01172 e trovai che si aveva

Per $t_0 = -6^{\circ}20$ e t	X calcolato	X ricavato dalle esperienze
-5^0	8'. 0	8'. 2
-4^0	16'. 24	16'. 8
-3^0	26'. 8	26'. 8
-2^0	42'. 8	43'. 0
-1^0	67'. 61	68'. 0

Conclusi quindi che l'influenza dell'aria non alterava la legge da cui è dedotta la formula adoperata.

I dati pel calcolo delle esperienze, da sostituire nella formola

$$c = \frac{x}{x_1} \frac{p_1 c_1 + A}{p} - \frac{A}{p}$$

sono

p, peso dell'acqua gr. 11.424
p_1 peso del mercurio gr. 155.150

A equivalente in acqua del tubo e del termometro (sperimentalmente determinato) 1.1093

c_1 calore specifico del mercurio 0.0333 ,
x, x_1 si ricavano da una tabella precedente.

Sostituendo questi valori ottenni per calori specifici medii dell'acqua soprafusa:

fra $-6^0.20$ e 0^0 . . . . 1.0016
» -5^0. » 1.0012
» -4^0. » 1.0010
» -3^0. » 1.0008
» -2^0. » 1.0005
» -1^0. » 1.0003

Valori assai bene rappresentati dalla equazione

$$c_{t.0} = 1.00004 - 0.000255 \, . \, t.$$

Ricorrendo poi alla relazione

$$c_{t.0} \cdot t = c_{t.t'} (t - t') + c_{t'.0} \cdot t'$$

calcolai i calori specifici dell'acqua soprafusa fra temperature molto vicine ed ottenni:

fra	— 6°. 20	e 5°	1.0032
»	— 5°.	4°	1.0020
»	— 4°.	3°	1.0016
»	— 3°.	2°	1.0014
»	— 2°.	1°	1.0007
»	— 1°.	0°	1.0003

Dai risultati delle mie esperienze verrebbe dunque escluso il minimo del calore specifico dell'acqua soprafusa, che il Cardani annunciò per aver egli trovato dei valori molto minori dell'unità, e rimarrebbe stabilito che il calore specifico cresce in modo continuo col diminuire della temperatura, il che risultava anche dalle esperienze del Cardani. Secondo le mie esperienze però l'aumento sarebbe grandemente più lento.

Se si ammette col Rowland (*) che il calor specifico dell'acqua abbia un minimo verso 30°, le mie esperienze dimostrerebbero che lo stesso andamento nelle variazioni del calor specifico prosegue al disotto di 0°.

Torino, Laboratorio di Fisica della R. Università.
Giugno, 1890

(*) Rowland, *Proc. of the Amer. Acad.*, 1879, e Beiblätter, 4, 713, 1880.

Sulle terminazioni nervose nella mucosa e nelle ghiandole sierose della lingua dei mammiferi;

Ricerche del Dott. R. FUSARI e di A. PANASCI.

Incoraggiati dal buon esito che ebbe l'applicazione della colorazione nera del GOLGI nello studio d'alcuni organi nervosi periferici (retina, mucosa olfattiva) fatta da TARTUFERI, da RAMON Y CAYAL, da GRASSI e CASTRONUOVO, noi risolvemmo di applicare a nostra volta la detta reazione per seguire le terminazioni nervose nella lingua dei mammiferi. I risultati più importanti ottenuti, sui quali abbiamo già pubblicato una breve nota (1), riguardano specialmente il modo di terminare dei nervi nella mucosa e nelle glandole sierose.

Le terminazioni nervose nella mucosa della lingua dei mammiferi vennero già fatte oggetto di numerose e diligenti ricerche. Di queste ci limiteremo ad accennare alle più importanti. KRAUSE (2, 3, 4) in una serie di lavori descrisse nelle papille i bulbi terminali che da lui si denominano, e KOLLIKER (5) ne confermò l'esistenza. Terminazioni speciali gustative nel connettivo della mucosa linguale vennero descritte da SZABADFÖLDY (6), reperto che poi non fu da altri confermato. AXEL KEY (7) nel 1861

---

(1) FUSARI e PANASCI, *Sulla terminazione dei nervi nella mucosa della lingua dei mammiferi*, Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Vol. VI, 1° Sem., Serie 4ª, Seduta 13 aprile 1890 — Monitore Zoologico, 1890, N. 4.

(2) KRAUSE, *Die terminale Körperchen*, Hannover 1860.

(3) KRAUSE, *Uber die Nervendigungen in den Papillae circumvallatae der menschlichen Zunge*, Göttinger Nachrichten 1863.

(4) KRAUSE, *Die Nervendigungen in der Zunge des Menschen*, Göttinger Nachrichten 1870.

(5) KÖLLIKER, *Gewebelehre*, 1867.

(6) SZABADFÖLDY, *Beiträge zur Histologie der Zungenschleimhaut*, Arch. f. path. Anat., Bd 38, 1867.

(7) E. AXEL KEY, *Ueber die Endigungsweise des Geschmacksnerven in der Zunge des Frosches*. *Reichert's und Du Bois Reymond Archiv*, 1861.

fece avvertire un probabile rapporto tra i nervi e certe cellule epiteliali speciali nella lingua di rana. In seguito LOWÈN (1) e SCHWALBE (2), contemporaneamente scoprirono le ampolle gustative nel vallo delle papille circonvallate e nelle papille fungiformi dei mammiferi, v. WYSS (3) attirò l'attenzione sulla papilla fogliata, la quale trovò provveduta di una gran quantità di calici gustativi, e TODARO trovò ripetuti questi organi nella mucosa boccale dei selacidi (4) e nella lingua dei sauri (5).

Studi importanti vennero fatti successivamente da SERTOLI (6), il quale dopo avere confermata l'esistenza del reticolo nervoso sottoepiteliale già descritto da SCHWALBE e da DITLEVSEN (7) seguì le fibre nervose nell'epitelio della papilla fogliata del cavallo dove esse formerebbero un reticolo tra i bulbi situato al di sotto del sottile strato corneo. Vide inoltre fibre nervose penetrare nell'interno dei calici gustativi senza per altro potere constatare in qual modo tali fibre si uniscono alle cellule gustative. Rinvenne nell'epitelio della mucosa boccale i corpi stellati di LANGERHANS che ritenne pella maggior parte di natura connettiva, in piccol numero, in relazione colle fibre nervose, di natura nervosa. SERTOLI da ultimo cita anche un lavoro di HÖNIGSMIED il quale avrebbe veduto nel gatto fibre nervose penetrare nei calici gustativi.

RANVIER (8) trovò che le fibre nervose intraepiteliali nella regione dei calici della papilla fogliata hanno la stessa disposizione che nell'epidermide, e le fa terminare in rigonfiamenti che stanno più o meno in vicinanza alla superficie.

---

(1) C. LOVÈN, *Beiträge zur Kenntniss vom Bau der Geschmackwärzchen der Zunge*. Archiv. f. mikrosk. Anat. Bd. IV, 1868.

(2) G. SCHWALBE, *Ueber die Geschmacksorgane der Säugethiere und des Menschen*. Arch. *f.* Mikrosk Anat. Bd. IV 1868.

(3) HAUS v. WYSS. *Die becherförmigen Organe der Zunge*. Arch. f. Mikr. Anat., Bd VI, 1870.

(4) TODARO, *Gli organi del gusto e la mucosa bocco-branchiale dei Selaci*. Roma, 1873.

(5) TODARO. *Nota sopra la presenza degli organi del gusto nella lingua dei Sauriani*. R. Accademia dei Lincei, Classe I di scienze mat., fis. e nat., Tornata 6 febbraio, 1876

(6) E. SERTOLI, *Osservazioni sulle terminazioni dei nervi del gusto*. Gazzetta medico-veterinaria, Milano 1874, Anno IV, pag. 131.

(7) Notizia ricavata dal lavoro di BOSEMBERG a pag. 165.

(8) RANVIER, *Traité tecnique d'istologie*, Paris, 1889, a pag. 730.

Tralasciando altri studi di minore importanza diremo di GEBER (1) che trovò nella punta della lingua dell'uomo i corpuscoli di MEISSNER, e di DRASCH (2-3) che in due successive pubblicazioni descrisse minutamente il modo di contenersi del plesso nervoso nella papilla fogliata del coniglio e della lepre. L'A. conferma quanto già descrisse SERTOLI che una parte delle fibre del nervo glosso-faringeo non va a terminare nei calici, ma forma tra i medesimi nell'epitelio un reticolo, oppure termina liberamente nello stroma dei foglietti. Riguardo ai calici egli non riesce a trovare una diretta connessione delle fibre nervose colle cellule gustative, ma fa rilevare una nuova particolarità, cioè che le nicchie in cui stanno i calici sono rivestite internamente da un reticolo di fibre nervose. *Iede Knospennische*, egli dice a pagina 246 (3), *ist von einen Nervennetze überzogen*, *in welches das unter der Basalmembran des Nischengrundes befindliche Geflecht übergeht.* DRASCH però disegna questi reticoli solo alla base delle nicchie a guisa di piccoli corbelli, e sente il bisogno di aggiungere: *Bei neuen Untersuchungen wird man auf dieses Netz ein besonderes Augenmerk richten müssen* (pag. 245) Nel ricco plesso nervoso esistente nello stroma dei foglietti sotto ai calici l'A. nota un gran numero di cellule gangliari che coi loro prolungamenti servono ad aumentare il numero delle fibre nervose. Oltre le cellule gangliari descrive nel detto plesso anche delle masse gangliformi che dovrebbero fornire il materiale per il processo di rigenerazione.

SEVERIN (4) trovò nell'epitelio linguale le cellule terminali di MERKEL sia isolate che a gruppi. Esclude la possibilità di confondere questi elementi colle figure di mitosi. Di questi elementi non dà nessuna figura, e delle terminazioni nervose nell'epitelio dice solo che potè seguire i filamenti nervosi nello strato malpighiano.

---

(1) GEBER, *Uber das Vorkommen von Meissner'schen Tastkörperchen in der Menchenzunge.* Centralblatt. für med. Wiss. 1879.

(2) O. DRASCH. *Istologische und Physiologische Studien über das Geschmacksorgan.* Sitzungsb. der K. Wiener Akad. der Wiss, Bd. 88 III, Abth. 1883.

(3) O. DRASCH. *Untersuchungen über die Papillae foliatae et circumvallatae des Kaninchen und Feldhasen.* Abhandl. der math. phys. Klasse der Konigl. Sächsischen Geschellschaft der Wiss. Bd. XIV, N. 5, 1887.

(4) SEVERIN, *Untersuchungen über das Mundepithel bei Saugethieren mit Bezug auf Verhornung, Regeneration und Art der Nervendigung.* Arch. für mikr. Anat. Bd. 26, 1885.

Rosemberg (1) seguì con grande diligenza le fibre nervose terminali nelle diverse forme di papille della lingua di vari animali. Nelle papille filiformi le fibre dopo aver formato un plesso nello stroma connettivale, il quale plesso presenta molti rigonfiamenti gangliformi, formano una rete nervosa sottoepiteliale dalla quale entrano numerosissime fibre varicose nell'epitelio. Quivi le fibre congiungendosi tra loro danno luogo ad un'altra rete interepiteliale. Le cellule di Merkel stanno nell'asse delle papille, i bulbi terminali di Krause si trovano solo nelle papille del cavallo. Nelle papille fungiformi esiste nello stroma un plesso nervoso complicatissimo ed una rete nervosa sottoepiteliale ed interepiteliale ricchissima. Trovò in queste papille calici gustativi assai approfondati nell'epitelio, per modo che il loro apice si prolungava in un canale (poro-canale) per poter raggiungere la superficie libera. In ogni papilla circonvallata vi ha un fascio nervoso midollato centrale che mette in un grande ganglio ed altri fasci laterali più piccoli che si anastomizzano col fascio centrale. In tutto lo stroma esiste un plesso nervoso, e nella regione dei calici le fibre del plesso sono fine ed amieliniche. L'epitelio intorno ai calici è ricchissimo di fibre nervose e nell'interno stesso dei calici salgono fine fibrille varicose le quali si portano fino al loro apice. Nella regione della papilla al di fuori dei calici le fibre nervose nell'epitelio sono pur numerosissime e formano speciali accumuli nei sollevamenti epiteliali papilliformi della superficie libera della papilla. Enormemente ricco in nervi è pure l'epitelio della papilla fogliata, come pure quello di alcune altre regioni, ad esempio quello dell'orlo dei solchi che si trovano sul fondo della lingua nel cavallo, e quello del cercine che si trova alle parti laterali della lingua di bue.

In questi ultimi tempi si tentò di risolvere la quistione che riguarda il rapporto tra le fibre nervose e le cellule gustative col metodo della reazione vitale di Ehrlich al bleu di metilene, ma anche dopo questi studi si rimane nell'incertezza, essendochè, secondo lo stesso Ehrlich (2) tra le cellule gustative di Axel

---

(1) L. Rosemberg, *Uber Nervenendigungen in der Schleimhaut und im Epithel der Saugethierzunge.* Sitz. der Keis. Akad. der. Wiss. III, Abth. Bd XCIII, Iahrg. 1886.

(2) Ehrlich, *Uber die Methilenblaureaktion der lebender Nervensubstanz.* Deutschen medizinischen Wochenschrift, 1886.

KÈY e le fibre nervose vi sarebbe solo relazione di contiguità, non di continuità, mentre d'altro lato ARNSTEIN (1) avrebbe trovato evidentissimo il passaggio diretto dalle cellule gustative anzidette alle fine fibre nervose.

Non meno interessante è la letteratura che riguarda le terminazioni nervose nelle ghiandole sierose.

Secondo KRAUSE (2) le ghiandole salivari e lagrimali sono da considerarsi fra gli organi più riccamente provveduti di nervi. Questi hanno due origini diverse, cioè dal trigemino e dal simpatico, e formano plessi nel connettivo interstiziale delle ghiandole provveduti di cellule gangliari isolate e di gangli nervosi. Le fibre pallide terminerebbero sulla membrana propria degli acini, le fibre midollate andrebbero a far capo, almeno in parte, a bulbi terminali od a piccoli corpuscoli VATER-PACINI.

REICH (3) nelle ghiandole salivari della talpa, oltre al plesso ed ai gangli descritti da KRAUSE, avrebbe trovato che fini filamenti nervosi, dopo avere attraversata la membrana propria delle ghiandole, si mettono in rapporto col prolungamento delle cellule salivali.

SCHLÜTER (4), senza far attraversare dalle fibre nervose la membrana propria, ammette tuttavia una contiguità tra il plesso nervoso infralobulare e le cellule ghiandolari, perchè egli crede che la propria sia costituita o da connettivo areolare oppure dai prolungamenti delle cellule ghiandolari stesse variamente intrecciati.

Successivamente vengono i classici lavori di PFLÜGER i cui dati trovansi ripetuti in quasi tutti i libri di istologia. Esso ammise da prima (5) la terminazione dei nervi nel modo seguente: le fibre nervose ancora provvedute di guaina midollare attraverserebbero la propria, e nell'interno degli alveoli decorrerebbero tra le cellule epiteliali sino a terminare ancora midollate nel nucleo

(1) C. ARNSTEIN, *Die Methilenblaufärbung als Histologische Methode*, Anat. Anzeiger II Iahrg. 1887.

(2) KRAUSE, *Handbuch der Menschlichen Anatomie.* 1876, Bd. I.

(3) B. REICH, *Disquisitiones microscopicae de finibus nervorum in glandulis salivaribus.* Dissert. inaug. Vratislaviae, 1864.

(4) SCHLÜTER, *De glandulis salivaribus.* 1865.

(5) PFLÜGER, *Die endigungen der Absonderungsnerven in den Speicheldrüsen.* Bonn, 1866.

delle cellule epiteliali. Successivamente (1) lo stesso autore non fa più menzione di connessione delle fibre midollate coi nuclei delle cellule epiteliali; secondo la nuova versione le fibre nervose midollate attraversata la propria degli acini andrebbero ad aderire al protoplasma delle cellule salivari, e nel luogo d'inserzione il cilindrasse si risolverebbe in un fascio di fibrille finissime che si prolungherebbe nelle fibrille del protoplasma cellulare senza un determinato limite. Oltre a ciò PFLÜGER descrive un altro modo di terminazione, cioè alcune fibre nervose metterebbero capo a cellule solitarie moltipolari, le quali cellule mediante i loro prolungamenti sarebbero a loro volta in connessione colle cellule ghiandolari. In vista di questa doppia terminazione l'A. fa questione se essa corrisponda alla doppia derivazione delle fibre innervanti la ghiandola (cerebrale e simpatica). Per l'A. poi è tanto stretto il rapporto tra le fibre nervose e le cellule dei condotti salivali, che queste ripeterebbero da quelle la loro origine, mediante lo sviluppo di piccoli globetti ipolemmali in cui finiscono le fibre nervose.

MAYER (2) combattè le vedute di PFLÜGER osservando che il maggior numero delle figure considerate da questi come fibre nervose non sono che vasi. Secondo MAYER le fibre nervose decorrono a fascetti già amidollati intorno agli acini mostrando qua e là gangli nervosi e cellule gangliari isolate. È solo di rado che trovasi in tali fascetti qualche fibra midollata, come ciò avviene in tutti i nervi amidollati.

Quanto al rapporto delle fibre nervose colle cellule ghiandolari, MAYER mostrasi incerto. Vede che i nuclei di queste cellule sono uniti per filamenti, ma non sa dire se i filamenti siano di natura nervosa.

PALADINO (3) in una sua nota scrive che in un caso vide fibre amidollate che, dopo avere attraversata la propria degli

---

(1) PFLÜGER, *Die Endigungen der Absonderungsnerven in den Speicheldrüsen und die Entwickelung der Epitelien.* Arch. f. mikr. Anat. Bd. V, 1869

(2) S. MAYER, *Einige Bemerkungen über die Nerven der Speicheldrüsen.* Arch. f. mikr. Anat. Bd. VI, 1870.

(3) PALADINO, *Della terminazione dei nervi nelle cellule glandolari, e dell'esistenza di gangli non ancora descritti nella glandola e nel plesso sottomascellare dell'uomo e di alcuni animali.* Bollettino della Associazione dei naturalisti e medici di Napoli. Anno III, 1872.

acini della ghiandola sottomascellare, si metteva in diretta connessione col protoplasma delle cellule secernenti.

ASP in due lavori riassunti esattamente da RETZIUS (1) si occupa della struttura delle ghiandole parotide, sottomascellare, sublinguale ed infraorbitale. Circa ai nervi dice di non avere mai potuto constatare niente di quanto è asserito da PFLÜGER, ed al pari di MAYER sostiene che le grandi fibre viste da quest'ultimo non sono altro che capilari. Il plesso nervoso consta specialmente di fibre amieliniche con cellule gangliari bipolari. I nervi seguono il decorso dei vasi e scompaiono in vicinanza agli alveoli. Vide alcune volte dei filamenti penetrare nelle cellule ghiandolari ma non potè decidere della loro natura.

Nemmeno ROUGET (2) potè confermare nei vertebrati superiori i dati di PFLÜGER; egli avrebbe però trovato che nelle ghiandole cutanee di certe larve di batraci alcuni filamenti nervosi penetrano fino al centro degli elementi ghiandolari.

Volendo scendere più in giù dei vertebrati noi troviamo in due lavori di KUPFFER altri dati sulla terminazione dei filamenti nervosi nelle ghiandole salivari. Nel primo lavoro (3) l'A. premette che nei mammiferi non ha mai potuto vedere una connessione indubbia tra fibrille nervose e cellule epiteliali, e tanto meno vide fibre amidollate attraversare la membrana propria degli acini come vorrebbe PFLÜGER. Poi egli aggiunge che nelle larve di certi insetti (muscidi) i nervi decorrono nelle ghiandole salivali seguendo le guaine delle trachee, colle quali trapassano la membrana propria e penetrano nelle cellule stesse. Da queste trachee intracellulari si staccherebbero finissimi filamenti che ritiene nervosi. Anche le ghiandole salivari della *Blatta orientalis* sarebbero provvedute di uno speciale apparato nervoso che dovrebbe le sue origini da due centri, cioè dal ganglio sopraesofageo e dal cordone ventrale. La ghiandola sarebbe inoltre provveduta di un sistema ganglionare proprio in connessione coi suddetti gangli ed in istretto rapporto colle trachee. Esiste una rete infraacinosa dalla quale, attraversando la propria, penetrano

(1) Iahresberichte di HOFFMANN e SCHWALBE, Vol. II, 1875.

(2) CH. ROUGET, *Terminaison des nerfs dans les glandes*. Gazette médicale de Paris, pag. 217, 1874.

(3) C. KUPFFER, *Das Verhaltniss von Drüsennerven zur Drüsenzellen*. Arch. f. mikr. Anat. Bd. IX, 1873.

numerose fibre nervose nell'interno delle cellule ghiandolari sperdendosi nel loro protoplama. Nel secondo lavoro (1) l'A. circa le ghiandole salivari della Blatta entra in altre particolarità di cui questa è importante, che i nervi provenienti dal ganglio sopraesofageo si comportano diversamente da quelli originati dai gangli infraesofagei.

LEYDIG (2) in altri artropodi trova pure nervi che vanno a terminare nel protoplasma, e ciò sia in quello di alcune ghiandole cutanee unicellulari, sia in quello delle grandi cellule secernenti dei vasi malpighiani.

Malgrado questi risultati KRAUSE (3) ritiene ancora dubbio il modo di terminare dei nervi nelle cellule ghiandolari e non si mostra alieno dall'ammettere alla superficie delle cellule ghiandolari delle piastre nervose terminali.

Ed appunto delle spcie di piastre nervose terminali chiamate dagli autori *corolle* trovàrono NAVALICHIN e KITMANOFF (4), nelle cellule della ghiandola sublinguale del gatto trattando semplicemente questo organo con una soluzione allungatissima di acido cromo.

Noi troviamo finalmente RETZIUS (5), il quale ottenne la reazione vitale di EHRLICH nelle ghiandole sierose del dorso della lingua del coniglio. Egli, colla detta reazione, riuscì a vedere un gran numero di fibrille nervose varicose le quali circondavano in ogni direzione gli alveoli, e fu indotto a sospettare che alcune fibrille penetrassero anche negli alveoli stessi.

Riassumendo, dalla breve esposizione fatta appare che riguardo alle terminazioni nella mucosa linguale in mezzo a molti dati constatati ripetutamente da varî autori, regnano incertezze rispetto a parecchi punti, tra cui alcuni importanti, quali ad

---

(1) C. KUPFFER, *Die Speicheldrüsen von Periplaneta orientalis und ihr Nervenapparate.* Beiträge zur Anat. und Phys. C. Ludwig gewidnet von seinen Schulern. Leipzig, 1875

(2) LEYDIG, *Bemerkungen über Farben der Hautdecke und Nerven der Drüsen bei Insecten.* Arch. für mikr. Anat. Bd. XII, 1876.

(3) KRAUSE, *Nachträge zum ersten Bande des Handbuches der menschlichen Anatomie.* Hannover, 1881.

(4) I. G. NAVALICHIN e P. I. KYTMANOFF, *Terminaison des nerfs dans les glandes salivaires.* Archives slaves de biologie. Tome I, 1886.

(5) G. RETZIUS, *Ueber Drusennerven.* — Biologiska Föreningens Förhandlingar, Bd. I, Heft. 1-3, 1888.

esempio quello del rapporto tra cellule gustative e cellule nervose e quello dell'esistenza o meno di un reticolo involgente i calici gustativi. Riguardo poi alle terminazioni nelle ghiandole sierose le incertezze e le disparità delle vedute sono assai più grandi, sebbene da tutti gli autori si tenda ad ammettere una intima relazione tra le fibre nervose terminali ed il protoplasma delle cellule secernenti. In vista di tutto ciò noi crediamo di avere fatta opera non inutile, attesochè i nostri studi condotti con un nuovo metodo ci condussero al punto da poter chiarire parecchie delle accennate quistioni, e da aggiungere alle già conosciute alcune particolarità.

Metodo di ricerca.

Come è ormai a tutti noto, la reazione nera di GOLGI si ottiene nel far agire una soluzione di nitrato d'argento su un pezzo di tessuto che venne convenientemente indurito in una soluzione di bicromato di potassio od in una miscela di questa soluzione con un'altra di acido osmico, oppure successivamente nel soluto bicromico e nella miscela osmio-bicromica. Il difficile nell'ottenere tale reazione sta tutto nel saper determinare il tempo in cui deve agire la soluzione bicromica o la osmio-bicromica prima di mettere il pezzo nel soluto argentico. Questo tempo varia tanto a seconda della grossezza del pezzo, che a seconda della natura del tessuto, e dicendo ciò ci riferiamo ed alla varia struttura ed alla varia compattezza dovuta sì allo spessore degli strati che alla diversa età degli animali.

Noi dietro numerose prove abbiamo eliminato per la mucosa linguale il passaggio della soluzione bicromica alla osmio-bicromica; deponevamo invece le lingue, ridotte alla mucosa con alquanto tessuto muscolare sottostante, direttamente in un'abbondante soluzione osmio-bicromica (acido osmico 1 $^0/_0$, 1 parte, bicromato di potassio 2 $^0/_0$, 5 parti), e le lasciavamo nella medesima per un tempo variabile da 5 a 9 giorni.

Variando il tempo d'immersione negli accennati liquidi, noi ottenevamo anche risultati diversi, cioè avevamo la colorazione nera talora di certi elementi nervosi, talora di certi altri. Talora ottenemmo anche colorati i vasi e gli elementi elastici dello stroma delle papille e del connettivo intermuscolare.

Dalla miscela osmio-bicromica i pezzi venivano passati in un soluto di nitrato di argento all' 1 %, dove venivano abbandonati per parecchi giorni, finchè ci tornava comodo di eseguire le sezioni sia a mano che al microtomo.

Un materiale abbondante e molto adatto per la reazione lo trovammo nel sorcio, ma ottenemmo però anche buone colorazioni nelle lingue di gatto (neonato), di capretto e di coniglio.

I.

Le terminazioni nervose nella mucosa.

Come è già noto, la maggior parte dei nervi che si diramano nella mucosa linguale possiedono la particolarità di offrire nel loro decorso gangli nervosi o cellule gangliari isolate. Colla reazione nera noi ottenemmo colorate solo queste ultime. Esse si trovano in numero tanto maggiore quanto più i fasci nervosi suddividendosi si fanno piccoli. I fasci sono misti, cioè composti di fibre pallide e di fibre midollate. La reazione si ottiene più facilmente sulle prime, ma tuttavia anche le ultime si fanno quasi sempre palesi mercè la colorazione bruna che acquista la mielina col trattamento del liquido osmio-bicromico.

Circa a queste fibre midollate dobbiamo far notare una particolarità, cioè che esse non si comportano sempre ugualmente colla reazione nera, vale a dire talora appaiono grosse con un diametro di 4–5 μ, talora invece sottili con un diametro ridotto alla metà o quasi. Similmente si comporterebbero le fibre nervose midollate colla reazione vitale di EHRLICH; FEIST infatti in un recentissimo lavoro (1) riferisce che col bleu di metilene alcuni cilindrassi si colorano solo nella loro parte assile, altri invece in totalità. Perciò egli distingue come costituente normale del cilindrasse una porzione assile (*Centralfaden*) ed una porzione periferica (*periphere Axencylinder substanz oder peripheren Axencylinder*).

Le fibre di REMAK dei citati fasci nervosi si allacciano e

(1) B. FEIST, *Beiträge zur Kenntniss der vitalen Mehtylenblaufärbung des Nervengewebes.* Arch. für Anat. und Phys. Anat. Abth 1-2 Heft. 1890.

si anastomizzano variamente tra loro formando reticoli a maglie allungate in mezzo alle quali decorrono le fibre mieliniche.

Le cellule nervose isolate dei fascetti nervosi presentansi di forma varia. Per lo più sono fusate o triangolari con due, tre o più prolungamenti. Nelle cellule fusate i prolungamenti sono due, partenti dai due apici del fuso, uno centripeto ed uno centrifugo ; nelle altre sono in numero di tre o più, di cui un solo è centripeto, gli altri sono rivolti alla periferia e servono ad aumentare il numero delle fibre costituenti il fascio, oppure si perdono subito anastomizzandosi con fibre vicine o con pari prolungamenti di cellule nervose vicine.

Oltre i fasci indicati vi sono altri cordoni di fibre pallide che si recano alla mucosa seguendo i vasi. Queste decorrouo sull'avventizia delle arterie in grande prevalenza longitudinalmente con molte tortuosità. Molte di esse presentano diramazioni per le quali il vaso viene allacciato in ogni senso. Alcuni filamenti terminano liberamente, altri con un bottone, altri invece si allontanano dal vaso per entrare tra i fasci muscolari accompagnando probabilmente i capillari, dacchè di questi hanno il modo di contenersi, formano cioè reticoli allaccianti le fibre muscolari striate.

I fasci nervosi salendo dalle parti profonde verso la mucosa si dividono e si anastomizzano variamente tra loro incrociando in ogni senso le fibre muscolari. Quando pervengono alla parte profonda della mucosa in generale sono assai ridotti di fibre, e qui molti finiscono di risolversi interamente mandando le fibre nelle più diverse direzioni. Per tal modo si forma un ricco intreccio di fibre midollate per la maggior parte, tra le quali sono interposte cellule nervose della stessa natura di quelle descritte nei fasci. Questo plesso fu molto bene descritto da Rosemberg, e noi ci dispensiamo perciò dal venire ad altre particolarità.

L'indicato plesso nervoso profondo serve a provvedere le fibre per un altro plesso superficiale o *plesso sottoepiteliale*. Sono fibre o diramazioni di fibre del plesso profondo che si portano più o meno obliquamente in su, perdono la guaina midollare, e formano un secondo intreccio con molte anastomosi immediatamente sotto all'epitelio. Quivi si trovano piccole formazioni tondeggianti, che non sappiamo se sono cellule nervose o rigonfiamenti gangliformi, le quali trovansi provvedute di un gran numero di prolungamenti. Uno di questi di solito si trova in rapporto

diretto con un prolungamento di una cellula nervosa profonda, gli altri o vanno a confondersi colle fibre del plesso superficiale oppure penetrano senz'altro nell'epitelio.

Rosemberg nella lingua di cavallo pone in questo plesso piccoli gruppi di grandi cellule rotonde che negli animali da noi osservati non abbiamo rilevate, a meno che esse non corrispondano alle formazioni suddescritte provvedute di prolungamenti.

Dalla rete nervosa sottoepiteliale entrano nei zaffi epiteliali interpapillari oltre gli accennati prolungamenti delle cellule nervose anche fine fibre varicose isolate ed a piccoli gruppi, che però presto si separano, e salgono più o meno in alto raggiungendo alcune lo strato corneo. Nel loro decorso tortuoso emettono rami finissimi che dopo un breve tratto cessano. Talora, ma di rado, li abbiamo visti ramificati una seconda volta.

Entreremo ora a parlare del contegno degli elementi nervosi nelle varie forme di papille.

A) *Papille coniche.*

Nello stroma connettivo delle più piccole papille coniche del sorcio arrivano solo filamenti nervosi isolati che si portano fino all'estremità appuntata, dove terminano, oppure penetrano per un tratto più o meno lungo nello strato epiteliale soprastante. Nelle papille filiformi più grandi dello stesso animale (fig. 1, *b*. Tavola). ed in quelle di capretto o di gatto vi ha alla base un rilievo conico del plesso nervoso profondo della mucosa, nel quale sono interposte un certo numero di cellule nervose solitarie o aggruppate a piccoli gangli. Un piccolo fascetto nervoso proveniente dalle parti profonde rinforza il nominato plesso nelle papille di maggior dimensione. Sotto all' epitelio poi si continua l' intreccio di fibre amidollate sottoepiteliale. I filamenti che penetrano nello strato epiteliale sono più numerosi nell'asse che nelle parti laterali; essi si dividono e si suddividono senza presentare mai anastomosi fra loro, e quindi senza che abbia luogo una formazione di reticoli come descrisse Rosemberg. Nemmeno abbiamo ottenuto in queste papille quella ricchezza di filamenti nervosi che il citato autore disegna nelle papille filiformi del cavallo.

Oltre che alla diversità del materiale usato, la diversità dei risultati nostri rispetto a quelli di Rosemberg e di altri potrebbe

forse dipendere dacchè colla reazione nera è assai difficile ottenere colorati contemporaneamente tutti gli elementi nervosi di una località. Così può spiegarsi anche come noi non ottenemmo mai figure che ricordassero nè i bulbi terminali di Krause, nè le cellule di Merkel, nè i corpuscoli di Meissner.

Invece delle citate terminazioni speciali noi abbiamo spesso notato nelle papille filiformi della parte anteriore della lingua del sorcio delle figure fusate che ricordavano quella delle cellule gustative, e che stavano nell'apice dello stroma connettivale lungo l'asse della papilla in modo che la metà periferica era circondata dall'epitelio, la metà profonda da connettivo. Dei due apici, il periferico si avanzava nell'epitelio per buon tratto, il profondo si continuava con una fibra nervosa. Nel disegno I *f* della Tavola abbiamo indicato una di tali figure di cui non sappiamo dire se rappresentino vere cellule nervose oppure semplici rigonfiamenti terminali di una fibra nervosa.

Una speciale ricchezza di elementi nervosi trovammo in quelle papille filiformi che si trovano ai lati del terzo posteriore della lingua di gatto e che secondo V. Ajtai terrebbero il posto della papilla fogliata. Quivi nello stroma vi ha un complicatissimo intreccio di fibre, e l'epitelio è attraversato da una grande quantità di filamenti nervosi che si portano fin presso alla superficie terminando in un bottone. Da una sola fibra nervosa decorrente sotto l'epitelio parallelamente all'asse della papilla abbiamo visto staccarsi ad angolo retto un gran numero di detti filamenti. Anche qui nessun accenno di reticolo interepiteliale.

B) *Papille fungiformi e circonvallate.*

Lo stroma delle papille fungiformi e delle papille circonvallate è così ricco di elementi nervosi che coll' azione dell' acido osmico appare tinto in bruno. Entrano in esso un numero variabile di fascetti nervosi che formano un plesso esteso a tutto lo stroma composto di fibre midollate, di fibre pallide e di cellule nervose.

Nelle papille fungiformi i fascetti di fibre stanno per lo più nell'asse della papilla; nelle circonvallate oltre i fascetti centrali vi sono molti altri fasci periferici.

Nelle piccole papille del sorcio le fibre midollate dopo breve distanza dal fascio cessano presto per trasformarsi in fibre pal-

lide; nelle papille più grandi di capra e di coniglio gli elementi midollati sono più numerosi e si seguono più a lungo.

Le fibre nervose pallide del plesso presentano numerosi esempi di anastomosi tra loro, e dividonsi in varie forme, tra cui prevale la forma dicotomica ad angolo retto. Questa passa gradatamente nella divisione a ciuffo in cui la fibra in un brevissimo tratto si risolve in un gran numero di filamenti per mezzo di una rapidissima divisione e suddivisione dicotomica. (V. fig. 13, *q*).

Le cellule nervose del plesso presentansi in due forme: le une stanno alla base e in mezzo della papilla; le altre stanno in vicinanza all'epitelio ed alla sommità della papilla sotto alle papille secondarie. Le prime sono uguali alle cellule che abbiamo incontrate nei fasci nervosi con forma alquanto più irregolare e della dimensione di 6-12 μ; le seconde sono più grandi raggiungendo i 15-20 μ, ed hanno forma e modo di contenersi per cui si avvicinano alle cellule del sistema nervoso centrale.

Nella Tavola noi abbiamo disegnato alcune di queste cellule della lingua di capretto (fig. 2-3-4). La forma loro varia: se ne trovano di triangolari, di quadrate, di poligonali più o meno regolari. Esse hanno un prolungamento più sottile degli altri per il quale stanno in rapporto col plesso della papilla, ed un numero vario di altri prolungamenti più grossi i quali si portano verso l'epitelio diramandosi dicotomicamente. Talora due cellule vicine rimangono unite per mezzo di uno di questi grossi prolungamenti (fig. 13, *b*). Le ultime ramificazioni dei processi divenute assai sottili seguendo un cammino spirale attraversano gli strati epiteliali giungendo talora a toccare le lamine cornee.

Un gran numero delle fibre nervose del plesso dopo essersi divise e suddivise cessano nello stroma avanti di giungere nell'epitelio; le rimanenti dopo aver formato un plesso sotto epiteliale entrano nell'epitelio.

L'epitelio delle papille fungiformi e quello delle papille circonvallate situato fuori della regione del vallo sono largamente provveduti di fibrille nervose. Queste presentano un aspetto varicoso, un decorso ondulato ed un numero vario di ramificazioni; terminano liberamente o con un piccolo rigonfiamento; non le vedemmo mai entrare in anastomosi tra loro. Anche in queste papille si vedono entrare nell'epitelio, massime agli angoli, quei corpi fusiformi terminali ricordati nelle papille coniche.

Caratteristico è il contegno degli elementi nervosi nella *regione*

del vallo delle papille circonvallate e nelle *lamellc* della papilla fogliata. Nell'una e nell'altra località convengono rami nervosi da diverse parti, alcuni dai fascetti centrali della papilla, altri dai fasci decorrenti nello strato profondo della mucosa, altri, più grossi, direttamente dai tronchi che si trovano più profondamente tra le fibre muscolari.

Tutti questi diversi rami formano da prima un plesso grossolano, contenente molte fibre midollate e cellule nervose di varia forma, attorno alla regione dei granuli; il qual plesso passa a formare un altro intreccio più fino, ricco di anastomosi di fibre tutte amidollate (fig. 13, *f*, fig. 7), alcune varicose, altre liscie con decorso in prevalenza parallelo alla direzione dello strato epiteliale. Nella regione propria dei granuli poi il fino plesso suindicato trasformasi gradatamente in un finissimo reticolo a maglie assai strette in mezzo alle quali sta un gran numero di piccolissimi elementi, i *granuli*, che colla colorazione nera mostransi angolosi e provveduti di prolungamenti. Quando questi granuli riescono colorati in buon numero, il reticolo nervoso rimane nascosto (fig. 13, *e*).

Dai due plessi suddetti e dallo strato dai granuli si stacca una grande quantità di filamenti nervosi che penetrano sia nell'epitelio, sia nei calici gustativi, come diremo qui sotto.

Calici gustativi (fig. 13). Nei calici gustativi mercè la colorazione nera si possono distinguere benissimo le due forme di *cellule gustative* descritte da SCHWALBE, cioè quelle terminanti perifericamente a punta, e quelle terminanti a bastoncino. Esse o restano interamente tinte in nero, oppure il nucleo appare in bianco (A). L'estremità profonda di tali cellule appare spesso divisa, ma vi ha sempre un filamento principale che *si continua dopo un decorso spesso capriccioso colle fibre del plesso*, *mentre altri filamenti laterali più sottili vanno a perdersi nel reticolo nervoso dei granuli.* Ottenemmo colorate le cellule gustative anche in gattini di sei giorni; esse erano tutte a bastoncino coll'estremità profonda piuttosto grossa, alla quale metteva capo un filamento nervoso sottile, provveduto di diramazioni laterali (fig. 5).

RANVIER (1) ed altri hanno già fatto notare che, oltre le cellule gustative, anche le rivestenti hanno per i sali d'oro una certa affinità, che è molto maggiore di quella delle cellule epi-

(1) RANVIER, l. c., pag. 730.

teliali comuni. Ora questa affinità esiste in certo grado anche per l'argento, essendochè assai facilmente colla reazione di GOLGI le indicate cellule si colorano in rosso-bruno. In questo caso si può studiarne la forma e la disposizione molto meglio che coll'isolamento. La forma varia da quella di una mezza luna a quella d'un petalo di rosa più o meno arrotolato su se stesso. Nella figura 5 abbiamo disegnato una di tali cellule, la quale racchiude nella sua concavità una cellula gustativa.

Il corpo delle cellule rivestenti sempre sottile, non ha un colorito omogeneo, ma presenta qua e là linee irregolari nere come le nervature di una foglia (*h*, *i*). I margini appaiono raramente lisci, spesso presentano dentellature cui talora appaiono aderenti dei fili o dei bottoncini peduncolati colorati in nero, che per la forma assomigliano a quelli che SERTOLI disegnò aderenti ad una cellula gustativa. L'estremità periferica di tali cellule finisce appuntata; l'estremità profonda è smussata e provveduta di molte dentellature, alcune delle quali sembrano talora continuarsi con una fibrilla nervosa.

Un attento esame fatto coi migliori ingrandimenti ci condusse a rilevare una particolarità sfuggita fin qui agli altri osservatori, cioè abbiamo veduto che le linee irregolari, che avevamo notato prima sul corpo delle cellule rivestenti, erano espressione di una *complicata ramificazione di fibrille nervose addossate alla superficie concava delle stesse cellule.* Queste fibrille si continuavano coi filamenti nervosi che fanno capo alla base delle cellule e si mettevano pure in rapporto coi bottoni peduncolati aderenti al margine. Una di queste arborizzazioni abbiamo disegnato nella figura 6.

Oltre a ciò, come fece rilevare ROSEMBERG, entrano tra le cellule dei calici altri filamenti nervosi varicosi che terminano in buon numero verso l'estremità libera dei calici con un piccolo bottone. Tra questi filamenti alcuni si ramificano (*n*), altri nel loro tragitto attraverso il calice presentano un rigonfiamento fusiforme, per cui ricordano la forma delle cellule gustative.

Colla reazione nera noi potemmo anche mettere in evidenza un altro apparato nervoso situato immediatamente all'esterno dei calici gustativi ed in istretto rapporto coi medesimi. È questo rappresentato da un *reticolo nervoso che cinge intieramente all'ingiro il calice disegnandone perfettamente la forma* (*l*, *m*). Tale reticolo, come abbiamo già ricordato nel cenno storico, venne

menzionato da Drasch, e da lui anche disegnato sebbene in modo incompleto. Le fibre che vanno a comporre detto reticolo, che potrebbe chiamarsi *peribulbare*, non costituiscono grossi fasci, come quelli disegnati da Drasch per i bulbi gustativi della papilla fogliata del coniglio, ma sono pochissime in numero: due, tre, quattro al più. Queste arrivate al calice si dividono e si suddividono e molti punti nodali allacciano tra loro le divisioni dei diversi rami. Nel disegno del citato autore non appare evidente il rapporto del fascio di fibre nervose colla rete da queste formata.

Epitelio (fig. 13, *B*). Ricchissimo di fibre nervose è l'epitelio che occupa lo spazio esistente tra calice e calice nella regione del vallo, come fu già notato da Sertoli nella lingua di cavallo e da Drasch in quella di coniglio. Questi due autori, ed anche Rosemberg, ammettono nell'epitelio un reticolo, i nostri reperti invece ci conducono a mettere in dubbio l'esistenza di un vero reticolo nervoso. Se esistono anastomosi tra i filamenti nervosi, queste sono rarissime e non sempre bene dimostrabili.

Dal plesso della regione dei granuli entrano nell'epitelio un gran numero di fibre varicose le quali subiscono diverse sorti. Un buon numero dopo avere descritte parecchie tortuosità terminano più o meno in vicinanza della superficie libera dell'epitelio con un bottone. Altre si ramificano in modo svariato ma sempre dicotomicamente, ed i singoli rami terminano pure in vicinanza alla superficie libera. Una terza categoria poi avvicinandosi alla superficie libera ingrossano o presentano un grosso punto nodale da cui partono rami che fanno un cammino a ritroso, oppure decorrono orizzontalmente, ed in questo decorso si dividono di nuovo. Per mezzo di queste ramificazioni viene riempito di filamenti nervosi tutto lo spazio che sta verso la superficie libera tra bulbo e bulbo.

Nell'epitelio che sta attorno al porocanale, cui mettono capo i bulbi gustativi che si rinvengono isolati nelle papille fungiformi, non abbiamo notato una speciale ricchezza in fibre nervose; ma è probabile che anche qui si ripetano gli stessi fatti, almeno come si può desumere dalla quantità di fibrille nervose che contornano i bulbi stessi, i quali si affondano per buona parte nello stroma connettivale della papilla (sorcio) (fig. 1, *C*).

Una particolarità interessante e che ci venne fatto di rilevare parecchie volte, è che dal plesso nervoso della regione dei granuli si stacca un sottile cordone plessiforme (fig. 13, *c*), di

fibre pallide, il quale si porta profondamente verso le ghiandole sierose del dorso della lingua, ed ivi si mette in rapporto col plesso nervoso proprio di queste glandule. È importante aggiungere che il citato cordone nervoso decorre affatto indipendentemente dal dotto escretore delle medesime ghiandole.

II.

Le terminazioni nervose nelle ghiandole sierose.

All'innervazione delle ghiandole sierose del dorso della lingua concorrono nervi di diversa provenienza. Oltre ai sottili cordoni provenienti dalla regione gustativa, dianzi ricordati, vi giungono piccoli fasci in gran parte composti di fibre midollate decorrenti tra i muscoli sotto la mucosa, e gran quantità di fibre del simpatico che accompagnano le arterie.

Tutti questi fasci nervosi formano un ricchissimo plesso tra i bulbi ghiandolari. Nel plesso si distinguono grandi fibre nervose presentanti frequenti rigonfiamenti gangliformi o cellule gangliari, e fibre sottili numerosissime provvedute di piccoli rigonfiamenti sferici o fusati: le prime derivano verosimilmente dai fasci di fibre midollate, le altre dal simpatico. Le fibre dell'una e dell'altra specie probabilmente si tengono tra loro in una certa indipendenza perchè la reazione nera talora si verifica su una serie di fibre, talora sull'altra.

Quando tutte le fibre sono colorate, il plesso nervoso riesce così complicato che non abbiamo potuto verificare se esistano vere anastomosi tra le fibre grosse e le sottili. Quando è colorato il sistema delle fibre sottili (fig. 8), queste vedonsi decorrere tra i singoli acini fuori della membrana propria a fasci, o meglio a larghi nastri composti di tante fibrille parallele ma presentanti molte anastomosi tra loro. Vedesi talvolta frapposta qualche cellula gangliare scolorata (fig. 8, *d*).

Molto caratteristico è il plesso formato dalle grosse fibre (figura 9). Queste compongono una vera rete nelle cui maglie stanno gli acini glandolari, ed i cui punti nodali sono rappresentati la maggior parte delle volte da un rigonfiamento semilunare o fusiforme addossato immediatamente alla membrana propria degli acini e che molto verosimilmente corrisponde ad

una cellula nervosa. In corrispondenza di questi rigonfiamenti la fibra si divide ed oltre i rami principali che servono a formare la rete del plesso altri più sottili se ne staccano, i quali o attraversano senz' altro la propria e si mettono in diretto contatto colle cellule degli acini, oppure decorrono per un tratto più o meno lungo tra i lobuli per metter capo ad un acino più lontano. Non è raro che in questo tragitto i rami spicchino delle divisioni secondarie e che cambino subitamente direzione formando un'ansa.

In ogni acino o rigonfiamento terminale dei tuboli ghiandolari entrano per tal modo da diversi lati più fibre nervose. Queste, dividendosi ripetute volte, formano una stretta rete ipolemmale con punti nodali di varia grandezza, talora grossissimi a forma di piastrine. Da quanto abbiamo potuto rilevare in casi in cui si era colorata alquanto la sostanza interstiziale tra le cellule ghiandolari, ci è parso che la rete nervosa si estenda non solo su quella superficie delle cellule ghiandolari che guarda la propria, ma che entri anche negli interstizi tra cellula e cellula, e si costituisca così un' impalcatura nervosa in ciascun'area della quale resta chiusa una sola cellula ghiandolare.

L'impalcatura suddetta mostrasi, a quanto ci è parso, in istretto rapporto col protoplasma delle cellule salivari. A forte ingrandimento rilevasi che i dischetti o punti nodali non sono nettamente delimitati, perchè attorno ai medesimi sono sparse molte punteggiature nere o brune che vanno sperdendosi nella sostanza della cellula. I dischetti nodali poi non restano colorati tutte le volte in cui la reazione si avvera sul reticolo nervoso, e ciò ci fa sospettare che i medesimi non si trovino sulla continuità dei filamenti nervosi del reticolo, ma siano interposti tra questi e il protoplasma cellulare. Stando così le cose, se tali dischetti non sono paragonabili a vere piastrine terminali, si ravvicinerebbero tuttavia a queste per molti lati.

Il fascetto nervoso proveniente dalla regione dei granuli si mette in rapporto, come abbiamo detto, colle fibre del plesso ghiandolare, e probabilmente tra queste col solo reticolo delle grosse fibre, mediante filamenti che vanno a metter capo ai rigonfiamenti presentati dalle grandi fibre. Nella fig. 9 abbiamo segnato in *C* uno di tali rapporti.

Nella figura 10 abbiamo ritratta la fisonomia che acquistano le glandole sierose del dorso della lingua del sorcio quando si ottengono colorati in nero mediante la reazione di Golgi i soli lumi dei dotti e dei tuboli ghiandolari. Pare a noi che queste preparazioni così eleganti e che si ottengono con una certa facilità possano sostituirsi, anche con vantaggio della verità, a quelle ottenute per iniezione nelle dimostrazioni scolastiche, onde dare una giusta idea delle diramazioni dei dotti ghiandolari.

Nella stessa lingua la reazione nera ci diede colorate anche le arborizzazioni nervose terminali sui muscoli striati. Anche queste terminazioni riescono molto più nitide mediante il nitrato d'argento che col cloruro d'oro, perchè i nuclei e la sostanza granulosa della placca rimangono assolutamente scolorati. Nella tavola (fig. 11-12) abbiamo disegnato due esempi di queste terminazioni nervose ottenute su una lingua di gatto neonato.

Tra le particolarità da noi esposte circa alle terminazioni nervose nella lingua e nelle ghiandole sierose, le più interessanti sono certamente quelle che riguardano la struttura dei calici gustativi, la quale risulta assai più complicata di quello che prima si credeva. Alle cellule gustative di varia forma si aggiungono una quantità di fibrille nervose terminanti a bottoncino, una finissima arborizzazione nervosa situata sulle cellule rivestenti, ed un reticolo nervoso peribulbare.

È certamente difficile determinare il significato fisiologico di ciascuna di queste parti dei bulbi gustativi, ma questa difficoltà non ci toglie di credere che ogni parte abbia pure un valore fisiologico speciale. Noi non siamo in ciò dell'avviso di Sertoli (1), il quale asserisce che la diversa funzione delle fibre nervose di senso debbasi ripetere non dalla diversità della loro terminazione periferica, ma sibbene da quella della loro terminazione centrale; noi invece crediamo che l'una parte e l'altra debba avere

(1) Sertoli, l. c., pag. 139.

il suo valore nel determinare la forma della sensazione. Se poi guardiamo alle varie forme di terminazioni sì centrali che periferiche, noi dovremo dare maggior valore a queste che a quelle, perchè, stando alle attuali conoscenze, mentre per le terminazioni centrali di senso si ha una forma fondamentale invariata per tutte, cioè quella a reticolo diffuso, invece per le terminazioni periferiche si presentano forme svariatissime, ed ogni forma, per quanto ripetasi in regioni ed organi diversi e sia in rapporto coi nervi di provenienza diversa, pure possiede dappertutto un valore fisiologico costante. Golgi a questo riguardo mostrasi più esplicito; egli, parlando delle varie differenze funzionali inerenti alle varie circonvoluzioni cerebrali, così si esprime: « La specificità della « funzione delle varie zone cerebrali sarebbe in rapporto non già « colle particolarità di anatomica organizzazione delle zone me- « desime, bensì colla specificità degli organi ai quali periferi- « camente vanno a metter capo le fibre che dalle stesse zone « hanno origine » (1). Non riteniamo che ogni particolare forma di terminazione negli organi periferici debba corrispondere a particolari modi di agire dei diversi stimoli e che perciò sia appunto la peculiarità della terminazione periferica quella che ha la massima importanza nel determinare la funzione della fibra nervosa.

Se dalla forma dell'apparato nervoso terminale si può trarre qualche induzione circa la modalità della sua funzione, a noi sembra che si possa, riguardo al reticolo peribulbare, fare questa ipotesi, cioè che tale apparecchio nervoso così strettamente addossato ai càlici debba servire a rilevare lo stato di distensione di questi organi, dacchè appare molto verosimile che questi possano variare, sia pure in lievissimo grado, o il loro volume o la loro forma, a seconda della natura chimica o delle condizioni fisiche delle sostanze sapide che vengono loro in contatto.

Nè di minore importanza ci sembra il fatto rilevato dall'esigenza di un fascetto nervoso che mette in rapporto i nervi della regione gustativa col plesso delle ghiandole sierose, perchè per esso si ha una facile spiegazione di un fatto già noto alla fisiologia. Ebner (2) già nel 1873 osservò che il liquido sieroso

(1) Golgi, *Sulla fina anatomia degli organi centrali del sistema nervoso*. Milano, Hoepli, 1885.

(2) Ebner, *Die acinosen Drüsen und ihre Beziehungen zu den Geschmachsorganen*. Graz, 1873.

delle ghiandole è prodotto in grande abbondanza al momento del gusto e serve a pulire il vallo in modo da levare le sostanze sapide che vi sono penetrate ed assicurare così la purezza della sensazione prossima, e le osservazioni di EBNER furono avvalorate da moltissime esperienze successive. Ora questa azione riflessa rapidissima sulla glandola dovuta alla presenza sui bulbi gustativi o nella loro vicinanza di sostanze sapide, si spiega assai facilmente colla presenza del summentovato fascetto nervoso.

Per le ghiandole sierose abbiamo fatto rilevare la presenza di una doppia innervazione, di cui l'una è forse affatto indipendente dall'altra. Ciò interessa e per l'analogia che vi ha coll'innervazione delle ghiandole sierose degli insetti, e perchè serve a spiegare altri fatti rilevati dalla fisiologia. Circa all'innervazione delle ghiandole salivari degli insetti abbiamo già ricordato che KUPFFER trovò che tali organi sono provveduti di due specie di nervi, gli uni provenienti dal ganglio sopraesofageo, gli altri dagli infraesofagei; ora queste due specie di nervi avrebbero un loro modo speciale di contenersi, limitandosi i sopraesofagei a formar parte del plesso infraacinoso, mentre gli infraesofagei avrebbero un rapporto diretto colle cellule epiteliali. Circa poi all' azione dei nervi sulle ghiandole sierose, l'esperienza fisiologica ci insegna che i caratteri e la quantità della saliva sono molto diversi a seconda che si irrita la glandola per mezzo dei suoi nervi d'origine cerebrale, oppure per mezzo del simpatico; ora il doppio apparecchio d'innervazione spiega facilmente la grande diversità dei risultati dell'esperienza fisiologica.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

1. Sezione di una papilla fungiforme (*a*) e di alcune papille coniche (*b*) della lingua di sorcio. - (*c*) Calice gustativo; (*d*) fibra del plesso profondo; (*e*) gruppo di cellule nervose; (*f*) corpo fusiforme terminale (KORISTKA, Oc. 2, Obb. 7*).

2. 3. 4. Cellule nervose delle papille circonvallate di capretto (ZEISS, Oc. 3, Ob. E).

5. Cellula gustativa di una papilla fungiforme di gatto circondata da una cellula rivestente (LEITZ, Immers., omog. $^1/_{12}$ Oc. 3).

6. Cellula involgente di un calice gustativo di gatto rivestita internamente da un'arborizzazione nervosa (LEITZ, Immers. omog. $^1/_{12}$ Oc. 3).
7. Reticolo nervoso della regione dei granuli nel gatto (LEITZ, Immers. omog. $^1/_{12}$ Oc. 3).
8. Plesso nervoso infraacinoso delle glandole sierose di sorcio. - (*a*) Grossa fibra d'origine cerebrale con rigonfiamento fusiforme; (*b*) fibre simpatiche; (*c*) ramo formante il reticolo ipolemmale; (*d*) cellula nervosa scolorata (KORISTKA, Oc. 3, Ob. 7*).
9. Plesso nervoso epi ed ipolemmale delle glandole sierose di sorcio. - (*a*) Reticolo delle grandi fibre; (*b*) reticolo delle fibre fine; (*c*) connessione del plesso col cordone nervoso derivante dalla regione dei granuli (KORISTKA, Oc. 3, Ob. 7*).
10. Lume dei dotti e dei tuboli ghiandolari nelle glandole sierose del sorcio (KORISTKA, Oc. 2, Ob. 7*),
11. 12. Terminazioni nervose motrici nella lingua di gatto (KORISTKA, Oc. 3, Ob. 7*).
13. Disegno semischematico della papilla circonvallata del topo. Attorno alla parte *A* del vallo furono disegnati calici con cellule gustative di varia forma e cellule rivestenti; attorno alla parte *B* vennero disegnate le altre terminazioni nervose nei calici e nell'epitelio.

(*a*) fascio centrale; (*b*) plesso della papilla; (*c*) cordone nervoso plessiforme recantesi alle glandole sierose; (*d*) fascio laterale sezionato trasversalmente; (*e*) granuli; (*f*) plesso nervoso dei granuli; (*g*) cellula nervosa; (*h*) (*i*) cellule rivestenti: (*l*) (*m*) reticoli nervosi peribulbari; (*n*) fibra dei calici dividentesi; (*o*) terminazioni interepiteliali; (*p*) corpo fusiforme terminale; (*q*) diramazione a pennello.

OSSERVAZIONE. — Le figure 1, 10, 13 furono alquanto ridotte nella composizione della Tavola.

Intorno all'influenza che la veratrina cristallizzata esercita sulle contrazioni dei muscoli.

Ricerche del Dott. Pio Marfori

I Farmacologi hanno già studiato in che modo la veratrina agisca sulle singole contrazioni dei muscoli, ma non si è ancora ricercata, con sufficiente esattezza di metodi, la sua influenza sulla curva della fatica.

Le esperienze sulle quali sono basate le varie ipotesi fatte intorno al meccanismo d'azione della veratrina si riferiscono poi ai muscoli di rane studiati in condizioni poco favorevoli, cioè staccati dal corpo e privi di circolazione. Soltanto Rossbach, Clostermeyer e Harteneck si sono occupati con metodi sperimentali esatti dell'azione della veratrina sui muscoli degli animali a sangue caldo.

Tuttavia anche dopo le esperienze di questi autori resta da risolversi il quesito, come la veratrina agisca sul lavoro dei muscoli.

Nessuna delle precedenti ricerche venne eseguita con veratrina pura, ma con veratrina commerciale, che è una miscela di diversi alcaloidi. Intorno alla veratrina cristallizzata abbiamo soltanto uno studio di Lissauer (1), il quale però non si occupa quasi affatto della sua azione sui muscoli.

Nelle mie esperienze ho usato la veratrina cristallizzata che preparai dalla veratrina commerciale di Trommsdorf, secondo il metodo indicato dallo Schmidt (2); ed ho studiato l'influenza di questa sostanza sui muscoli in condizioni molto vicine alle normali, tanto negli animali a sangue freddo quanto nei mammiferi.

Kölliker fu il primo ad osservare la curva caratteristica dei muscoli veratrinizzati e dimostrò la sua indipendenza dal sistema

(1) Lissauer, *Untersuchungen uber die Wirchung der Veratrumalcaloide* (Arch. f. exper. Path. u. Pharm., vol. 23, pag. 36, 1887).

(2) Schmidt, *Organische Chemie*, pag. 952, 1882.

nervoso. Bezold (1), in seguito, ritenne tale curva di natura tetanica; ma Fick e Böhm (2) non poterono confermare sperimentalmente l'ipotesi di Bezold e dimostrarono che la contrazione del muscolo veratrinizzato produce maggior calore che quella del muscolo normale. Questi autori perciò ammisero che la veratrina aumenti i processi chimici della contrazione muscolare. Anche l'Overend (3), il quale si è recentemente occupato dell'azione della veratrina sui muscoli viene alla stessa conclusione.

CAPITOLO I.

Azione della veratrina sui muscoli striati delle rane.

Apparecchi e metodi di ricerca. — Gli apparecchi di cui ho fatto uso sono: il miografo di Marey, l'apparecchio di Pflüger e Kronecker allo scopo di eliminare la corrente di chiusura di un circuito indotto, la slitta di Du Bois Reymond, l'orologio interruttore di Baltzar, alcuni elementi Leclanché, il chimografio di Ludwig, modello Baltzar, e un interruttore.

La lunghezza del braccio di leva del miografo rimase costante in tutte le esperienze. Mi servii generalmente di un peso di 8 gr., che tendeva continuamente il muscolo. Ho fatto tutte le esperienze in rane temporarie dal marzo al maggio.

La rana dopo distrutto il midollo, veniva fissata sopra un sostegno orizzontale. Un filo legato al tendine di Achille staccato dalle sue inserzioni poteva applicarsi coll'altra estremità alla leva del miografo di Marey, che era sullo stesso piano della rana.

Uno degli elettrodi era applicato attorno alla articolazione del ginocchio fissata con uno spillo; l'altro elettrodo era unito ad uno spillo infisso alla parte inferiore della gamba. I movimenti del muscolo gastrocnemio erano così perfettamente liberi.

---

(1) Bezold, *Untersuchungen aus den Phys. Lab. in Würzburg*, fasc. 1, 1867.

(2) Fick e Böhm, *Verh. d. Phys. med. Gesellschaft in Würzburg*, III, 198.

(3) Overend W., *Ueber den Einfluss des Curare und Veratrins auf die quergestreifte Muskulatur* (Arch. f. exp. Path. u. Pharm., vol. 26, fasc. I, 1889).

Esperienza I.

In una rana temporaria, disposta nel modo descritto e dopo aver distrutto il midollo, si eccita direttamente il muscolo gastrocnemio con l'eccitamento uguale a 5 e col ritmo di 1''. La temperatura ambiente è di 13°. Si ottiene il tracciato della figura 1ª, riprodotto nella tavola annessa, che rappresenta una serie di contrazioni normali.

Esiste qui un leggero grado di contrattura che si vede dalla differenza di livello fra la base delle prime e delle ultime contrazioni, ma l'altezza delle contrazioni è modificata in modo poco notevole.

Dopo aver scritto questo primo tracciato si inietta alla rana sotto la pelle del dorso grm. 0,0001 di veratrina sciolta in mezzo c. c di acqua con acido tartarico. Dopo 10 minuti si scrive il tracciato della figura 2ª colla medesima intensità di eccitamento. Dopo la prima contrazione il muscolo non si rilascia completamente, ma quando è giunto poco sotto a metà dell'altezza, lo sorprende il secondo eccitamento e fa una contrazione minore della prima. La 3ª, la 4ª e la 5ª contrazione sono esse pure più piccole. Siccome però la base di queste contrazioni andò successivamente elevandosi, appare evidente l'effetto della contrattura. Alla 6ª eccitazione il muscolo torna a rilasciarsi e la base delle successive contrazioni discende avvicinandosi all'ascissa.

A questo punto si vede che l'altezza delle contrazioni va lentamente crescendo da A fino verso il punto B, e dopo le contrazioni diminuiscono di altezza quasi in linea retta fino al punto C. È questa la curva della fatica che vedremo presentarsi con dei caratteri assai più spiccati nei tracciati seguenti. La linea che passa per la base di tutte le contrazioni rappresenta in questa esperienza press'a poco una linea retta che va lentamente sollevandosi. Questa forma pòstuma della contrattura si osserva pure nei muscoli normali.

Esperienza II.

Il tracciato della fig. 3ª rappresenta una serie di contrazioni ottenute eccitando direttamente il gastrocnemio di una rana temporaria la quale aveva ricevuto per iniezione sottocutanea

gr. 0.0002 di veratrina. Anche qui le contrazioni si succedono col ritmo di 1″ e l'intensità dell'eccitamento è uguale a 5.

Il muscolo risponde al primo eccitamento con una forte contrazione e rimane contratto per 2″, per cui la curva segna un breve tratto orizzontale, poi discende; il 3°, il 4° eccitamento non producono alcun effetto e solo al 5° succede una debole contrazione. Quindi le contrazioni vanno man mano acquistando maggiore altezza sebbene irregolarmente e in ultimo sono molto alte e più regolari.

La base delle contrazioni forma qui una curva la quale non è così regolare come nell'esempio precedente. I periodi di una contrattura più o meno forte che in questo tracciato appaiono poco distinti, vedremo in seguito che possono diventare più manifesti accennando ad una variazione nello stato del muscolo.

Esperienza III.

I tracciati delle figure 4ª e 5ª rappresentano l'azione della veratrina sui muscoli al suo massimo grado d'intensità.

Il tracciato della fig. 4ª, si ottenne dal gastrocnemio di una rana avvelenata da 30 minuti con gr. 0,0002 di veratrina per iniezione sottocutanea. Eccitamento = 6. Temperatura 15°.

Dopo una prima forte contrazione il muscolo si rilascia fino ad un certo punto, poi si arresta in contrattura e rimane ineccitabile durante 7 eccitamenti. All'8° fa una piccola contrazione; la 9ª, la 10ª e le 20 contrazioni successive vanno gradatamente aumentando di altezza in modo da costituire una curva che rappresenta quasi un quadrante di cerchio e poi le contrazioni decrescono successivamente in altezza formando come una S allungata. Invece la base delle contrazioni descrive prima una curva colla concavità rivolta in alto e poi non decorre come una linea retta, ma forma una leggera concavità rivolta verso il basso.

In questo tracciato si ripete in tutta la serie delle contrazioni da A fino in B un fatto che si osserva molto distinto nella prima contrazione, cioè, a poca distanza dall'apice nella discesa succede un leggero arresto del muscolo e subito dopo continua il rilasciamento.

La supposizione che questo sia un fenomeno dipendente dalla inerzia dell'apparecchio non può accettarsi, perchè vediamo che

nel principio della curva l'altezza dove succede questo arresto rimane costante quantunque l'altezza delle contrazioni vada crescendo e poi, malgrado che la loro altezza diminuisca, la linea d'arresto si conserva press'a poco orizzontale.

Non sappiamo da che cosa dipenda questo fenomeno, il quale è la ripetizione di quanto si osserva esagerato nella prima contrazione.

Il tracciato della fig. 5ª rappresenta un analogo esperimento dove si verificano gli stessi fatti ora descritti. Nella curva inferiore della contrattura esistono delle ondulazioni caratteristiche dovute ad un cambiamento di stato del muscolo. A questo fenomeno do il nome di *oscillazioni successive della contrattura.* In molti tracciati queste oscillazioni sono anche più evidenti.

CAPITOLO II.

A) *Influenza della veratrina sull'altezza delle contrazioni, sulla eccitabilità e sulla fatica dei muscoli.*

È generalmente ammesso che la veratrina aumenti la forza del muscolo. Dalle mie esperienze risulta il fatto contrario. Nei tracciati delle figure 1ª e 2ª, si osserva già una diminuzione dell'altezza delle contrazioni dopo l'iniezione di veratrina a piccola dose. Ma questo fatto appare più evidente in altri tracciati.

ESPERIENZA IV.

La figura 6ª l'ottenni dal gastrocnemio di una rana normale del peso di gr. 60 con l'eccitamento $= 8$ e la temperatura $= 14°$. La figura 7ª appartiene al muscolo omonimo dell'altro arto dopo iniezione sottocutanea di gr. 0,0002 di veratrina, nelle stesse condizioni di eccitamento e di temperatura.

Nel tracciato della fig. 7ª è ben distinto il fenomeno delle *oscillazioni successive* nella curva della contrattura. Dopo un certo numero di eccitamenti l'altezza delle contrazioni aumenta e raggiunge quella delle contrazioni normali (fig. 6ª). La contrattura diminuisce e scompare quasi completamente. Ma in seguito la base delle contrazioni si solleva nuovamente come si è visto in altre esperienze.

Esperienza V.

Rana temporaria di gr 60 — Eccitamento 8, col ritmo di 1" — Temperatura 14°.

Alle ore 3. 10 p. eccito il gastrocnemio con una lunga serie di eccitamenti come si osserva nel tracciato della fig. 8ª. Dopo la prima contrazione che, come in altri casi, è più bassa delle successive, si ha una lunga serie di contrazioni la cui base si solleva dall'ascissa per avvicinarsele poi di nuovo in modo da descrivere una linea a lieve concavità in basso. In seguito la linea della base delle contrazioni si solleva e più fortemente di prima senza più ridiscendere e costituisce ciò che dicesi contrattura dei muscoli normali. La linea che passa per l'estremità superiore di tutte le contrazioni non è una retta, ma in principio descrive una curva a concavità in alto, poi un'altra curva a concavità in basso a circa metà della quale si osservano due contrazioni più brevi, e finalmente discende gradatamente formando una lieve curva a concavità superiore.

Le contrazioni si fanno sempre più brevi, ma si mantengono abbastanza regolari.

Il tracciato della fig. 9ª ottenuto dal gastrocnemio dell'altro arto della stessa rana dopo 20 minuti dall'iniezione di 0,00025 di veratrina, presenta alcune particolarità degne di nota. Al primo eccitamento si ha una breve contrazione dopo la quale il muscolo non si rilascia completamente, ma a metà della sua discesa è sorpreso dal secondo eccitamento e s'inalza poco al disopra del punto raggiunto colla prima contrazione. Questa volta il rilasciamento è anche minore e al terzo eccitamento il muscolo fa una contrazione pressochè uguale alla seconda. Poi non si rilascia affatto, cosicchè la terza contrazione si vede distinta dalla quarta da un tratto orizzontale. Dopo la 4ª contrazione il muscolo descrive una curva non uniforme dove esiste una sola piccola contrazione. Finalmente la serie delle contrazioni successive segue un decorso che non differisce molto da quello descritto per il muscolo normale. Parlando della influenza della fatica sui muscoli veratrinizzati ritornerò ad accennare a questo tracciato, ma intanto è da notare che subito dopo la prima contrazione si presenta molto spiccatamente il fenomeno della contrattura la quale giunge a sorpassare di molto in altezza la contrazione primaria senza però essere confusa con questa, come talvolta accade.

Lauder Brunton e Cash videro pure essi nei muscoli veratrinizzati che la contrattura appare talvolta distinta dalla contrazione primaria e talvolta no, e che la contrattura può oltrepassare in altezza la contrazione primaria.

Non riporto per brevità i tracciati ottenuti dal gastrocnemio di grosse rane temporarie mantenuto durante ciascuna serie di eccitamenti in forte grado di tensione da un peso di 1000 a 1500 grammi. Nonostante questo forte peso si osserva ancora nel muscolo veratrinizzato la curva caratteristica. Le contrazioni sono sempre più brevi che nel muscolo normale.

Alla diminuzione dell'altezza delle contrazioni nel muscolo veratrinizzato si accompagna pure la diminuzione della eccitabilità muscolare. Accenno solo questo fatto, il quale è del resto ammesso da tutti gli autori.

Dirò pure brevemente della influenza che la fatica esercita sui muscoli veratrinizzati. Basta soltanto osservare i tracciati, già descritti, delle figure 8ª e 9ª, per convincersi che i segni della stanchezza si manifestano più rapidamente sotto l'azione della veratrina che nelle condizioni normali. Infatti le contrazioni si impiccoliscono più rapidamente e diventano più irregolari, e la contrattura è molto più forte. Io ho pure osservato ripetutamente che la veratrina iniettata sotto la cute delle rane, non è capace di togliere dal muscolo gli effetti della stanchezza allorchè sono comparsi, nè di rialzare l'altezza delle contrazioni impiccolite dalla fatica, come, entro certi limiti, succederebbe secondo Rossbach nei cani.

B) *Influenza della durata e della intensità degli eccitamenti.*

Si è già notato che continuando per un certo tempo a far contrarre mediante eccitamenti ripetuti il muscolo veratrinizzato, allorchè l'avvelenamento non è molto grave, la curva caratteristica scompare e il muscolo si comporta quasi come uno normale. Però se si cessa per un certo tempo di eccitare il muscolo e poi di nuovo si ripete l'eccitamento, torna a presentarsi la curva caratteristica. Adunque i ripetuti eccitamenti non distruggono, ma sospendono l'azione della veratrina sul muscolo. Se l'avvelenamento è molto intenso la contrattura si mantiene alta anche per moltissimi eccitamenti, e le contrazioni sono sempre molto più piccole delle corrispondenti normali.

Maggiore in principio è l'intensità degli eccitamenti e più spiccati appaiono gli effetti della veratrina. In un muscolo in cui l'azione della veratrina è scomparsa per prolungati eccitamenti può riapparire se si aumenta l'intensità degli stessi. Ma ciò soltanto entro certi limiti, cioè, se l'eccitamento primitivo non fu molto forte nè troppo prolungato.

CAPITOLO III.

Contrattura spontanea nei muscoli della rana simile a quella per la veratrina e diversa da quella per il freddo.

Esperienza VI.

La figura 10ª rappresenta il tracciato del muscolo gastrocnemio di una rana normale con contrattura spontanea simile a quella da veratrina. L'eccitamento è uguale a 6 col ritmo di 1″. La temperatura è di 10°. Ho osservato questo fenomeno nello scorso marzo due volte su circa 200 rane sacrificate per queste esperienze. Le rane che presentarono la contrattura spontanea erano rimaste durante tutto l'inverno nelle vasche del Laboratorio.

Ranvier (1) aveva già notato che in certe circostanze i muscoli della rana entrano in tetano dopo un solo eccitamento. Il tracciato che egli riporta è simile a quello della figura 10ª.

Frey (2) ha trovato che basta tenere una rana per un tempo più o meno lungo ad una temperatura inferiore a 10°, perchè l'eccitamento dei nervi con una corrente costante produca il tetano.

Secondo le mie esperienze la contrattura che si ha per il raffreddamento dei muscoli è affatto diversa da quella normale o per azione della veratrina, come dimostrerò nel seguente capitolo.

Tiegel e Frey osservarono pure che talvolta la contrattura normale nei muscoli delle rane manca completamente. Io ho potuto constatare questo fatto specialmente nelle rane acquistate in primavera. Le rane in cui la contrattura normale manca del tutto, risentono molto meno l'azione della veratrina.

Altre sostanze sono capaci di agire sui muscoli come la veratrina. Mediante la digitalina potei ottenere tracciati simili a

---

(1) Ranvier, *Archives de physiologie*, pag. 1, 1874.
(2) Frey, *Archiv f. Anat. u. Phys.*, psg 44, 1883.

quelli descritti per la veratrina. Analogamente agiscono l'upas anthiar, la sabadillina, la delfinina, l'emetina e l'aconitina (Bezold, Wejland).

Dalle esperienze riportate fin qui risulta che:

1° Il fenomeno normale della contrattura si esagera per effetto della veratrina.

2° Per piccole dosi (0,0001) di veratrina la contrattura aumenta gradatamente col ripetersi dei primi eccitamenti, ma i muscoli rispondono ancora ad ogni eccitamento. In seguito la curva di contrazione del muscolo non differisce da quella normale.

3° Per dosi maggiori (0,00015-0,0002) il muscolo entra rapidamente in contrattura e diventa ineccitabile per un certo tempo. Quindi l' effetto della veratrina va lentamente scomparendo.

4° Per dosi forti (0,00025 0,0003) l'effetto della veratrina è più intenso e duraturo. La linea che passa per la base di tutte le contrazioni va lentamente avvicinandosi all' ascissa, Poi si produce una contrattura successiva per cui la base va sollevandosi come nel tracciato normale.

5° La veratrina diminuisce l'altezza delle contrazioni e la eccitabilità del muscolo. La stanchezza si presenta prima nei muscoli veratrinizzati che non nei muscoli normali.

6° La diminuzione in altezza delle contrazioni che si produce nella fatica non è un fenomeno che stia in stretto rapporto colla contrattura normale.

7° Il ripetersi di un certo numero di eccitamenti fa scomparire temporaneamente l' azione della veratrina sulla curva di contrazione del muscolo. Col riposo si ripresentano gli effetti della veratrina.

8° In certe circostanze i muscoli delle rane presentano spontaneamente la curva di contrazione uguale a quella dei muscoli veratrinizzati.

9° Altre sostanze hanno la stessa proprietà della veratrina sui muscoli.

10° La contrattura da veratrina e quella che si presenta talvolta nel muscolo normale, non sono uguali alla contrattura da freddo.

CAPITOLO IV.

Influenza del caldo e del freddo sui muscoli normali e veratrinizzati.

Intorno a questo argomento pochi anni or sono hanno pubblicato un importante lavoro Lauder Brunton e Cash (1). Io ho nuovamente studiata l'influenza del caldo e del freddo sui muscoli sani e veratrinizzati usando un metodo sperimentale diverso.

Per eccitare il muscolo mi sono servito dell'apparecchio che ho già succintamente descritto nel primo capitolo, cioè, di una serie di eccitamenti uniformi di una corrente indotta di apertura. La rana veniva riscaldata o raffreddata alla temperatura voluta mediante immersione in una soluzione fisiologica di cloruro di sodio ad alta o a bassa temperatura. Il liquido, posto in movimento da un motore ad elica, attraversava ora un serpentino circondato da acqua calda, ora un altro serpentino circondato di ghiaccio. Dopo pochi minuti di rapida circolazione, la soluzione di cloruro di sodio assumeva la temperatura con cui si voleva sperimentare. L'immersione si eseguiva mediante una cassettina di zinco che poteva mettersi in comunicazione con l'uno o con l'altro serpentino, e disposta in modo che, innalzandola, la rana vi rimanesse immersa senza subire alcun spostamento. Era soltanto necessario staccare durante l'immersione il filo che univa il muscolo alla leva del miografo; cosa che si faceva rapidamente.

In generale la rana era tenuta nel bagno per 10 minuti, poi si abbassava la cassettina, si univa il muscolo alla leva del miografo, e si faceva l'eccitamento. Durante l'eccitamento si poteva esser certi che la temperatura del muscolo assunta nel bagno non era che di poco modificata.

A) *Azione della temperatura sui muscoli sani.*

ESPERIENZA VII.

La figura 11ª rappresenta il tracciato di un muscolo normale alla temperatura ambiente di 13° coll'eccitamento uguale a 6

(1) Lauder BRUNTON, Theodore CASH, *Influence of hot and cold upon muscles poisoned by Veratria* (The Journal of Physiology, Foster, vol. IV, pag. 1, 1883).

e il ritmo di 1°. Si vede in questo tracciato la contrattura che esiste quasi sempre in condizioni fisiologiche.

Il tracciato della fig. 12ª si è ottenuto dallo stesso muscolo dopo raffreddamento a 7° C. per 10 minuti. Dopo la prima contrazione si manifesta una contrattura la quale aumenta colle successive contrazioni e queste diventano molto piccole.

Se lo stesso muscolo viene portato di nuovo alla temperatura di 13° C. presenta un tracciato simile a quello della figura 11ª che per brevità tralascio.

La figura 13ª rappresenta il tracciato di questo stesso muscolo dopo essere stato riscaldato per 10 minuti a 22° C. ed eccitato nelle stesse condizioni. Qui è molto aumentata l'altezza delle contrazioni e non esiste più contrattura; vi è anzi un certo grado di rilasciamento muscolare. Vediamo adunque che il freddo produce una forte contrattura, e diminuisce l'altezza delle contrazioni. Il caldo invece fa scomparire la contrattura, aumenta l'altezza delle contrazioni e produce rilasciamento del muscolo. A temperature più alte (36° C.) e più basse (5° C.) gli effetti descritti sono anche più evidenti, e se si ritorna alla temperatura ambiente il muscolo funziona ancora regolarmente. Oltre un certo limite però, tanto per il caldo come per il freddo, la funzionalità del muscolo viene distrutta.

Nel precedente capitolo ho fatto notare come la contrattura che si osserva eccezionalmente nei muscoli di rana e la contrattura prodotta dalla veratrina sieno diverse da quella per il freddo. Questa differenza consiste in ciò che:

1° La contrattura per il freddo è lieve in principio, aumenta col numero degli eccitamenti e non scompare nè diminuisce col lungo ripetersi degli stessi. Le altre due forme di contrattura al contrario sono forti in principio, poi diminuiscono e scompaiono;

2° Durante la contrattura per il freddo le contrazioni diminuiscono uniformemente di altezza dalla prima delle ultime. Durante la contrattura per veratrina o nella contrattura normale succede il fenomeno inverso;

3° In queste ultime forme di contrattura vi è in principio un periodo in cui il muscolo è ineccitabile; invece in quella per il freddo il muscolo risponde sempre agli eccitamenti finchè non sia esaurito dalla stanchezza.

B) *Azione del caldo e del freddo sui muscoli veratrinizzati.*

Lauder Brunton e Cash hanno trovato che il caldo aumenta l'azione della veratrina e il freddo la diminuisce; che gli estremi del caldo e del freddo distruggono permanentemente gli effetti della veratrina. Molte altre sostanze agiscono analogamente alla veratrina in riguardo alle diverse temperature (1).

ESPERIENZA VIII.

In una rana temporaria di 55 gr. ho iniettato 0.0002 di veratrina sotto la cute e dopo 20 minuti ho ottenuto un tracciato che presentava tutte le caratteristiche dell'azione della veratrina. Ho immersa la rana per 10 minuti nel bagno alla temperatura di 5°, 5 C. e quindi collo stesso eccitamento usato prima (Eccit. = 6) ottenni il tracciato della figura 14ª. In questo tracciato non si riscontrano più gli effetti della veratrina e possiamo considerarlo identico a quelli ottenuti dai muscoli normali alla stessa temperatura.

ESPERIENZA IX.

L'alta temperatura favorisce l'azione della veratrina. Le figure 15ª, 16ª e 17ª rappresentano i tracciati di uno stesso muscolo dopo l'iniezione sottocutànea di 0,00015 di veratrina con l'eccitàmento uguale a 5. Il tracciato della figura 15ª si ottenne alla temperatura di 13°, 5 (temp. del bagno). Dopo 10 minuti di raffreddamento a 6° C. si ebbe il tracciato della fig. 16ª, dove non si osserva più la forma caratteristica della contrattura da veratrina. La figura 17ª rappresenta il tracciato dello stesso muscolo dopo 10 minuti di riscaldamento a 25° C. ed è caratteristico per la veratina.

Talvolta ho osservato che il gastrocnemio di una rana avvelenata con veratrina e lasciata a sè per alcune ore (12-24), finchè sieno scomparsi i segni generali dell'avvelenamento, non presenta la curva caratteristica alla temperatura ambiente, ma compaiono gli effetti veratrinici se si innalza la temperatura.

(1) LUCHSINGER, *Thermisch toxicologische Untersuchungen Physiologische studien von* D. P. GRÜTZNER *u.* D. LUCHSINGER, 1882.

Il freddo e il caldo molto intensi agiscono come nei muscoli normali, cioè ne spengono la eccitabilità.

I risultati delle mie esperienze sulla influenza della temperatura sui muscoli veratrinizzati, concordano adunque con quelli di Lauder Brunton e Cash.

CAPITOLO V.

Azione della veratrina sui muscoli lisci delle rane.

Ho scelto per queste esperienze la vescica orinaria, la quale veniva estirpata da rane normali e veratrinizzate dello stesso peso e tenute in identiche condizioni. Si faceva l'eccitamento con una corrente indotta della slitta di Du Bois Reymond, e la grafica era scritta per mezzo di una leva sollevata dalla vescica disposta in senso verticale. La durata dell'eccitamento era di 3" a 5", e si cominciava con eccitamenti minimi.

I muscoli lisci per la lentezza delle loro contrazioni si prestano poco allo studio della veratrina. Ho tuttavia potuto osservare che la eccitabilità ne è diminuita e che l'altezza e la durata della contrazione appaiono molto aumentate. La contrazione raggiunge il suo massimo d'altezza con un certo ritardo, perchè la leva seguita ad innalzarsi per un certo tempo dopo finito l'eccitamento. Poi il muscolo discende assai lentamente all'ascissa. Questa curva adunque è simile a quella che viene generalmente descritta anche per i muscoli striati e che ho potuto ottenere dal gastrocnemio collo stesso metodo di eccitamento (*eccitamento tetanizzante*).

Per quanto si è detto intorno ai muscoli striati questo aumento nell'altezza della curva di contrazione dei muscoli lisci deve considerarsi, a mio avviso, come un fatto di contrattura e non può essere attribuito ad aumento della forza delle contrazioni (1).

---

(1) I *Tritoni* sono assai sensibili all'azione della veratrina, e presentano dei movimenti che richiamano alla mente molto bene quelli delle rane veratrinizzate.

Meno sensibili invece all'azione sui muscoli sono le *tinche* e le *anguille*, in cui però la veratrina riesce mortale anche in dosi piccole relativamente a quelle tollerate dalle rane, senza che si manifesti una speciale rigidità nei movimenti. Nell'anguilla e nella tinca ho notato in un primo periodo dell'avvelenamento un acceleramento dei movimenti respiratorii. Dopo un tempo variabile a seconda della dose si ha paralisi generale.

CAPITOLO VI.

Azione della veratrina sui muscoli dei cani.

Il metodo usato è lo stesso che nelle precedenti ricerche nelle rane. Però al miografo di Marey era sostituito l'ergografo di Mosso (1). L'animale cui veniva fatta la tracheotomia e tagliato il midollo lombare, era solidamente fissato all'apparecchio di contenzione. Veniva isolato lo sciatico e vi si applicavano gli elettrodi della corrente indotta di apertura. Il tendine di Achille staccato in basso dalle sue inserzioni era unito con un grosso filo all'ergografo.

Esperienza X.

Cane di Kgr. 15. Peso attaccato all'ergografo gr. 500. Eccitamento uguale a 7 col ritmo di 1″.

La fig. 18ª rappresenta il tracciato normale del muscolo gastrocnemio prima della iniezione della veratrina. Si osserva in principio una lieve contrattura.

Si inietta quindi sotto la cute del cane 0,015 di veratrina (soluzione tartarica) e dopo 10 minuti si ottiene il tracciato della fig. 19ª nel quale non si vede alcuna di quelle modificazioni nella curva di contrazione che sono state descritte per le rane.

Si fa una seconda iniezione sottocutanea di 0,01 di veratrina e dopo 15 minuti si ottiene il tracciato della fig. 20ª, nel quale, come nel tracciato normale, si nota che la prima contrazione è più bassa delle successive. La contrattura non è quasi affatto modificata. Le contrazioni dapprima sono più basse di quelle ottenute in condizioni normali, poi vanno aumentando col numero degli eccitamenti e raggiungono infine l'altezza delle contrazioni normali. Questo fatto potrebbe essere attribuito all'azione della veratrina e sarebbe in analogia con ciò che avviene nelle rane. Tuttavia è da ricordare che un aumento sull'altezza delle contrazioni col progredire degli eccitamenti, è stato osservato nei muscoli dei cani anche in condizioni fisiologiche.

---

(1) Mosso A., *Le leggi della fatica studiate nei muscoli dell'uomo* (R. Acc. dei Lincei, serie 4, vol. V, 1888).

Esperienza XI.

Cane di Kgr. 18. Peso attaccato all'ergografo gr. 200. Eccitamento ad ogni secondo.

I tracciati delle fig, 21ª e 22ª sono stati ottenuti dal muscolo gastrocnemio prima di somministrare la veratrina. Nel primo tracciato l'eccitamento è uguale a 6,5; nel secondo è uguale 5.

Si inietta nella giugulare del cane 0,003 di veratrina e appena finita l'iniezione si ottiene il tracciato della fig. 24ª, con l'eccitamento uguale a 6,5, in cui nulla è cambiato dal tracciato normale se si eccettua una certa diminuzione dell'altezza delle contrazioni.

Il tracciato della fig. 24ª è preso dopo tre minuti dalla stessa iniezione di veratrina con l'eccitamento di 5. L'altezza delle contrazioni è un po' maggiore che nel tracciato precedente, ma inferiore che nel tracciato normale.

Dopo dieci minuti si inietta nella giugulare un'altra dose di veratrina uguale alla prima (0,003). Il tracciato della fig. 25ª è preso 1 minuto dopo l'iniezione, con l'eccitamento di 5. Vi si osserva una maggiore diminuzione nell'altezza delle contrazioni e una lieve contrattura che si presenta dopo la prima contrazione e si ripete nelle quattro successive.

Evidentemente questo non è che un lieve accenno alla curva caratteristica descritta per i muscoli delle rane.

Una terza iniezione di 0,006 nella giugulare non ha prodotti altri cambiamenti notevoli nella curva delle contrazioni, ma l'animale è morto dopo alcuni minuti.

Sui muscoli dei cani la veratrina non ha adunque quella notevole influenza che esercita sui muscoli delle rane. Tuttavia si osserva sempre, anche per le piccole dosi e non tossiche, la diminuzione dell'altezza delle contrazioni e talvolta una leggera contrattura.

Non ho eseguite esperienze in altri animali a sangue caldo non parendomi necessario dopo i risultati ottenuti nei cani, i quali confermano ciò che si era visto nelle rane intorno all'azione della veratrina.

Nei conigli Rossbach e Clostermeyer (1) avrebbero osservato

---

(1) Rossbach, *Muskelversuche an Warmblütermuskels durch Curare, Guanidin, Veratrin* (Pflüger's Archiv., vol. 13, pag. 607, 1876).

aumento dell'altezza delle contrazioni e la curva caratteristica dopo iniezione di 0,01 di veratrina nella giugulare. Tuttavia questo aumento sarebbe di breve durata e dopo pochi eccitamenti si manifesterebbero i segni della stanchezza. Per dosi di 0,02 si ha, secondo i suddetti autori, rapida diminuzione nell'altezza delle contrazioni sènza che si presenti la curva caratteristica.

L'aumento, quantunque di breve durata, nell'altezza delle contrazioni, osservato da Rossbach nei conigli, non è in accordo colle mie esperienze nelle rane e nei cani.

Ciò che fino ad ora ho esposto dimostra che l'azione della veratrina è caratteristica principalmente per i muscoli delle rane. Il fatto più importante di questa azione è la *contrattura*, ma anche la eccitabilità muscolare è diminuita e può mancare completamente per alcuni eccitamenti. Le contrazioni sono più piccole e i segni della stanchezza compaiono più rapidamente che nei muscoli normali.

Tutto ciò indica che la veratrina non favorisce, come è generalmente ammesso, la funzione fisiologica della contrazione, ma è al contrario un potente veleno dei muscoli, perchè ne disturba o sopprime le proprietà fisiologiche e vi richiama fenomeni di natura morbosa.

Gli effetti della veratrina sui muscoli però scompaiono o diminuiscono dopo un certo numero di contrazioni.

Eccezionalmente in alcune rane normali può presentarsi una contrattura del tutto simile a quella della veratrina. Questa contrattura fu descritta da Ranvier e non è che l'esagerazione della contrattura che si trova quasi costantememente nelle rane in condizioni fisiologiche e che recentemente fu dimostrata da Mosso anche nei muscoli dell'uomo.

Altre sostanze sono capaci di portare una contrattura simile a quella da veratrina.

La contrattura da veratrina non può attribuirsi ad un aumento della eccitabilità del muscolo che è invece diminuita.

Nemmeno pare ammissibile si tratti di una speciale forma di stanchezza del muscolo perchè col ripetersi degli eccitamenti

la contrattura diminuisce e scompare, mentre aumenta l'altezza delle contrazioni.

Le mie esperienze non permettono di trarre alcuna conclusione sull'intimo modo di agire della veratrina sui muscoli. È tuttavia da tenersi conto dell'identità della contrattura per la veratrina con quella che in speciali condizioni si osserva nelle rane normali. Questo fatto dimostra che nell'organismo delle rane possono trovarsi talvolta tali condizioni per le quali i muscoli contraendosi subiscono le stesse modificazioni che per l'azione della veratrina.

Eseguii questo lavoro per consiglio del sig. prof. A. Mosso, al quale sento il dovere di esprimere la mia più viva gratitudine.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 29 Giugno 1890.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: FLECHIA, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, BOLLATI di SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, NANI, COGNETTI DE MARTIIS.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato.

Il Presidente offre alla Classe il *Catalogo dell'Armeria Reale* compilato dal Maggiore Angelo ANGELUCCI per incarico del Ministero della Casa Reale, che lo invia in dono all'Accademia con lettera del Senatore Generale CADORNA, Direttore dell'Armeria. Il Presidente fa nota l'importanza di questo catologo, compilato con molta diligenza e copiosa erudizione.

Il Socio Prof. CARLE offre da parte dell'autore l'opuscolo « *The Study of the Roman Law* » di Henry GOUDY, Professore nell'Università di Edimborgo. L'autore dimostra in quel suo lavoro l'importanza che ora si dà in Inghilterra agli studi storici e dogmatici del diritto romano.

Il Socio Dott. FERRERO legge un suo lavoro, nel quale, ripigliando un disegno del P. D. Luigi BRUZZA d'illustre memoria, raccolse ed illustrò le epigrafi antiche di Vercelli e del suo territorio o scoperte in altri luoghi ma concernenti cittadini vercellesi, venute alla luce dopo la pubblicazione del volume delle *Iscrizioni antiche vercellesi* dello stesso Padre BRUZZA.

Il lavoro del Socio FERRERO è approvato ad unanimità per la stampa nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Il Socio Prof. NANI, legge un lavoro del Dott. Federico PATETTA « *Sull'introduzione in Italia della Collezione d'An-*

segiso e sulla data del così detto Capitulare Mantuanum duplex *attribuito all'anno* 787 ». Questo lavoro verrà stampato negli *Atti* dell'Accademia.

Il Socio Dott. Giuseppe Carle presenta una Memoria, per essere inserita negli *Atti*, che ha per titolo: « *Del processo formativo dello stato moderno* ».

LETTURE

Sull'introduzione in Italia della Collezione d'Ansegiso, e sulla data del così detto Capitulare Mantuanum Duplex *attribuito all'anno* 787.

Nota del Dott. Federico Patetta

Boretius, nella sua importante opera « *Die Capitularien im Langobardenreich*, », si proponeva, or sono molti anni, la questione se la Collezione di Ansegiso sia stata usata in Italia, e la risolveva negativamente. In seguito, per quanto mi consta, la sua opinione non fu mai contraddetta, ma fu anzi espressamente accolta da parecchi fra i più eminenti cultori della storia del diritto, quali per esempio Pertile, Brunner, Conrat, Salvioli, ecc. (1)

Accadde poi di questa, come d'ogni altra questione storica, che datane per certa la soluzione, essa servì di base a nuove induzioni ed a nuove affermazioni, come si vede specialmente in un recente ed importantissimo lavoro del Conrat, dove si nega l'origine italiana di alcune compilazioni, perchè vi appare usata l'opera di Ansegiso.

(1) Boretius. *Die Capitularien ecc.*, 1864, p. 148-149 (cfr. anche Maassen *Jahrb.. d. gem d. R.*, II, 232, cit. da Conrat. — Pertile, *Storia del dir. It.*, I 1873, p. 214 — Brunner, *D. Rechtsg.*, I, 1887, p. 384 e 389. — Conrat, *Gesch. der Quell. und Lit. des röm. R. im früh. M. A.*, I, 1889, p. 285 n. 4. Cfr. 227. — Salvioli, *Storia del Dir. it.*, 1890 p. 60.

Non è quindi senza importanza esaminare fino a qual punto l'opinione dominante meriti di essere accolta, e se non si può risolutamente respingerla, cercare almeno di richiamarla in esame e dimostrare che essa non può ancor dirsi definitivamente accertata. Come è noto, Ansegiso abate di Fontanella († 833) compiva la sua collezione nell'anno 827, ed essa era immediatamente accolta con tanto favore, che già due anni dopo Lodovico il Pio la citava come compilazione autentica, ed avente valore di legge.

Questa specie di riconoscimento ufficiale dell'opera di Ansegiso avveniva nel Capitolare Wormaciense dell'anno 829, capitolare generale e quindi destinato anche all'Italia, dove infatti ebbe sempre vigore.

Ora parrebbe, che questo solo fatto dovesse essere anche per l'Italia un forte motivo d'accogliere la compilazione Ansegisiana.

Nè vale dire col Brunner e col Salvioli, che essa comprendeva anche capitolari non accolti in Italia, e perciò non vi fu introdotta.

Innanzi tutto, sappiamo noi precisamente quali capitolari franchi siano penetrati in Italia? Senza dubbio noi possiamo dire quali leggi franche siano entrate nel *Capitulare Langobardorum*, poi nel *Liber Papiensis* ed infine nella *Lombarda*, ma per l'epoca anteriore alla compilazione del *Capitulare* siamo ben lungi dall'avere la stessa certezza.

Boretius per determinare quali capitolari franchi avessero vigore da noi esaminò i Mss. italiani conosciuti, in numero di tredici, fra cui due soli anteriori, a quanto pare, all'anno 830. Il primo di questi due Mss. appartenente alla biblioteca di S. Gallo, contiene solo 4 o 5 capitolari; il secondo conservato nel monastero di S. Paolo in Carinzia ne contiene un numero maggiore, ma ad ogni modo è certo lontano dal darci tutti i capitolari vigenti in Italia, come non ce li danno neppure gli altri Mss posteriori, almeno presi individualmente.

Qui del resto possiamo addurre contro gli avversari un argomento, a cui non crediamo facile rispondere. Nel capitolare longobardo sono compresi sette od otto capitoli appartenenti a tre o quattro capitolari conservatici solo da Ansegiso. Noi crediamo che essi siano stati tolti appunto da Ansegiso, ma se ciò non è, come reputano gli avversari, se cioè Ansegiso e l'autore

del capitolare si servirono delle stesse fonti, ma indipendentemente l'uno dall'altro, bisogna dire che in Italia fossero conosciuti almeno tre o quattro capitolari, di cui non resta traccia nei Mss. giunti fino a noi.

D'altra parte, dato anche che la collezione d'Ansegiso contenesse capitolari non ancora penetrati in Italia, ciò non poteva essere un ostacolo alla sua recezione, poichè essa non era più da considerarsi come una compilazione privata, ma bensì come un codice ufficiale. Nè, da ultimo, varrebbe l'obbiezione, che il libro d'Ansegiso contenga principî ripugnanti a quelli del diritto Longobardo o Franco-Longobardo, poichè è oramai risaputo che anche i capitolari generali accolti in Italia, per dirla col Boretius (1), *in multis abhorrent a rerum legumque Italicarum statu* e quindi furono bensì trascritti, passarono bensì nel *Liber Papiensis* e nella *Lombarda*, ma in massima parte non ebbero di fatto alcun vigore.

Boretius (2) del resto, a differenza di Brunner, non aveva punto cercato di spiegare in tal modo la non recezione di Ansegiso, ma si era limitato ad affermarla adducendo in prova il fatto che la collezione non si trova in nessuno dei Mss. italici da lui descritti, salvo solo in un Ms. Gotano, trascritto fuori d'Italia e composto di quattro parti, di cui due sole dovrebbero ricondursi a fonti italiane. (3)

Checchè si voglia pensare di questa ipotesi del Boretius relativamente al Ms. Gotano, è certo che il suo unico argomento contro la recezione di Ansegiso è distrutto da un Ms. vercellese, che ebbi occasione di esaminare l'anno scorso, e poi di nuovo in questi giorni.

Il Ms., che mi venne casualmente fra mano, non è per vero dire affatto ignoto: infatti il Baudi di Vesme (4), ne fa cenno con queste poche parole: *In Bibliotheca Capituli Vercellensis adest Capitularium Ansegisi codex vetustissimus et optimae notae, sed situ et vetustate pessime habitus*, ed in seguito a ciò lo ricorda anche il Boretius fra i Mss., che contengono frammenti della collezione ansegisiana (5).

(1) *Praefatio ad librum Papiensem*, cap. I, § 4. LL. IV, p. XLIX-L.
(2) *Capitularien*, p. 149. Cfr. *Praef. ad lib. Pap.*, l. c., p. LIII.
(3) Boretius, o. c., p. 37-38.
(4) Nella prefazione della sua edizione delle leggi longobarde, p. LV nota.
(5) *Capitularia regum franc.*, I, 1883, p. 392.

Nel fatto però il Ms. non solo contiene l'intiera collezione colle appendici, ma ha per di più quattro o, secondo l'edizione di Boretius, cinque capitolari italici, il che non meno dei dati paleografici e della provenienza, ne dimostra evidentemente l'origine italiana, poichè questi capitolari erano leggi territoriali.

Diamone ora innanzi tutto una brevissima descrizione. Il Ms., conservato nella biblioteca capitolare segnato col numero CLXXIV, consta, salvo errore, di 80 ff. misuranti mm. 260 per 220 e scritti per intiero da una sola mano. I primi 16 o 17 hanno sofferto assai per l'umidità: alcuni sono anche lacerati dall'alto in basso, in modo però che dalla parte conservata risulta sempre con certezza quale fosse il contenuto del foglio. Nel rimanente il Ms. è abbastanza ben conservato, salvo negli ultimi fogli, dove il margine fu talora recentemente rifatto.

Secondo memorie conservate dai Rever.mi Canonici, gelosi custodi della loro preziosa biblioteca, il Bianchini verso la fine del secolo scorso attribuì il Ms. al secolo VIII, data che gli si trova infatti assegnata nel dorso della legatura, recentissima e in tutta pelle bruna (1). Io lo giudicai a primo aspetto della fine del secolo IX, ma il chiarissimo prof. C. Cipolla, che ebbe la bontà di esaminarlo dietro mia preghiera, si pronunziò per il sec. IX-X. Fra la cinquantina di Mss. d'Ansegiso giunti fino a noi, il nostro non è dunque solo l'unico conosciuto d'origine italiana, ma è anche dei più antichi.

Esso del resto serba il nome di Lotario (sotto la forma di Chlotharius) e concorda quasi in tutto coll'edizione di Boretius.

Ommessi i quattro versi: *Legiloquum quisquis etc.* (2), l'opera incomincia colla prefazione: (*Incipit Praefatio. Dominante...*): viene poi l'indice dei capitoli del primo libro in numero di 162, la *Praefatio Domini Karoli*, il testo del primo libro, la *pre-*

---

(1) Anche Neigebauer (*La Bibl. di Vercelli* in *Riv. contempor.*, Torino, XVII, 1859, p. 128) scrive: « *Il cod.* CLXXIV *del sec.* VIII, *Capitulare regum francorum, Caroli, Lodovici et Clotarii.* » Ciò basta a dare un'idea del valore dell'opera di Neigebauer, che trascrisse senz'ombra di critica il vecchio inventario vercellese.

(2) Boretius (Prefazione alla collezione d'Ansegiso in *Capitularia regum franc.*, I, p. 390) scrive: *An quatuor etiam versus metrici ab initio collectionis in pluribus codicibus positi Ansegisi sint, non omnino certum videtur: in codicibus non paucis desiderantur, et fortasse ab alio quodam scriptore concepti sunt.*

fatiuncula, l'indice ed il testo dei capitoli del secondo libro in nnmero di 46, e così di seguito come nell'edizione. Però nel quarto libro tanto nell'indice quanto nel testo si trovano solo 70 capitoli, ommessi così i quattro ultimi, che mancano anche in altri Mss. e sono forse aggiunte posteriori. Vengono in seguito le tre appendici, precisamente come nell'edizione, e senza aggiunte od interpolazioni, ed infine i capitolari italici pubblicati da Boretius sotto i numeri 92-93, 165, 164 e 166.

Di questi capitolari parleremo in seguito, dopo aver aggiunte alcune osservazioni sull'uso di Ansegiso in Italia.

Se il Codice vercellese è l'unico finora conosciuto, di cui sia certa l'origine italiana, non manca però traccia di altri Mss. che dovevano trovarsi in Italia. Di uno di questi Mss. è accertata per esempio l'esistenza da un interessante codice della Biblioteca Nazionale di Torino, segnato *I*, IV. 24 e più volte descritto, specialmente da Haenel, senza far risultare la presenza di estratti della collezione Ansegisiana.

Del Ms. torinese che appartiene al XIV secolo *exeunte* mi occupo altrove (1); qui per il nostro scopo basti osservare che i dati paleografici e specialmente il contenuto non permettono di elevare il minimo dubbio sull'origine italiana.

I passi di Ansegiso trascritti nell'ultimo foglio sono i seguenti:

Ex primo libello de editis a domno karulo imp. capitulo C29 (leggi 119) *de usura* = *Ans.* I, 119.

De cupiditate. Cap. C30 (leggi 120) = I, 120.

Cap. CXXI = *Ans.* I. 121.

De avaricia cap. CXXII = *Ans.* I, 122.

De turpis (sic) *lucris capitulo* CXXIII = *Ans.* I, 123.

De fenore C. CXXIIII = *Ans.* I, 124.

De emptione tempore messis etc. C. C25 = *Ans.* I, 125.

Ex secundo (?) *libro lodovici de moneta. capitulo* 18 = *Ans.* II. 18. (dalle parole: *Quia tunc volumus...*)

Trascrivendo questi capitoli l'amanuense non aveva e non poteva avere alcuno scopo giuridico: quindi del capitolo *de moneta* egli ci dà solo la formola finale comminatoria, che forse

(1) In un lavoro di prossima pubblicazione « *Sull'uso del Breviario Alariciano in Italia* ».

gli piacque per la sua energia. Ad ogni modo è certo che egli disponeva di un Ms. d'Ansegiso, che dai passi riportati si può giudicare correttissimo.

Inoltre a Mss. italiani o stati usati in Italia dovrebbero presumibilmente ricondursi quattro codici, in cui alla collezione d'Ansegiso si fecero aggiunte tratte da capitolari Italici. (1)

Nel più antico di questi Mss., di cui si conserva solo un breve frammento a Monaco di Baviera, appartengono a capitolari italici i cap. 71-73 del libro IV.

Abbiamo poi il Codice parigino lat 3878 (sec. X) in cui sono congiunti ad Ansegiso i capitoli 1-3 del *Capitulare olonnense mundanum* dell'825, coll'iscrizione: *De secundo libello*, cap. XVI, e l'intiero *Capitulare olonnense* dell'822-823 coll'iscrizione: *De primo libro capl'*.

Le stesse aggiunte e le stesse iscrizioni si trovano pure nel Ms. di Monaco 3853, già 153 (sec. XI) proveniente dalla chiesa cattedrale di Augsburg, nel quale abbiamo inoltre i cap. 4 e 5 del già citato *Capitulare olonnense* dell'825 coll'iscrizione: *In quarto libello* e i numeri LXXIII e LXXVI.

Questa comunanza d'iscrizioni nei due Mss dimostra evidentemente la comune origine da un archetipo ora perduto, e che si può presumere italiano.

Quanto alle iscrizioni, ci pare probabile, che esse, almeno in origine, indicasserò precisamente i capitoli d'Ansegiso a cui si riferivano le aggiunte o supplementi.

Così il *capitulare olonnense* dell'822-823 poteva fino ad un certo punto passare per un'aggiunta al primo libro d'Ansegiso, come i capitoli 1-3 del *Cap. olonnense mundanum* dell'825 potevano, per il loro argomento, congiungersi con Ansegiso II, 15 o 16.

Ricordiamo infine, nello stesso ordine d'idee, un Ms. conservato parimenti a Monaco (n. 234, sec. XI) e già della cattedrale di Freisingen, in cui, verso il fine, si trovano alcuni capitoli italici, non sappiamo bene quali.

Se ora alcuno ci domandasse come mai il numero di Mss.

---

(1) Boretius, *Prefaz. all'edizione d'Ansegiso*, l. c., p. 391, n. 13-16, e *Prefazioni ai Capitolari* n. 94, 95, 98, 157, 163, 165. Il *Cod. Monac.* 3853 contiene capitolari o parte di capitolari italici anche indipendentemente dalle aggiunte ad Ansegiso. Cfr. anche Pertz in *Mon. Germ. Hist.*, I, p. 266 e 269.

d'Ansegiso di certa origine italiana sia così scarso, non avremmo che ad osservare, che dal momento della formazione del *Capitulare Langobardorum*, la collezione d'Ansegiso non aveva più ragione d'esistere, e dovevano quindi rapidamente scomparirne anche i Mss.

Però anche nella nuova compilazione longobarda rimanevano traccie dell'uso anteriore d'Ansegiso, poichè, come si disse, vi si trovano usati parecchi capitolari, che ci furono tramandati solo per opera di Ansegiso.

I capitoli del *Capitulare* corrispondenti unicamente a capitoli Ansegisiani sono i seguenti:

Car. Ma. 29 — 32 = Ans. III, 64-66
» 95 = Ans. I, 152.
Hlud. P. 54 = Ans. IV, I
Hlot. 94 = Ans. I, 149
» 104 = Ans. II, 37.

Che per questi capitoli si debba ammettere la derivazione diretta da Ansegiso, si desume anche da ciò che l'ultimo di essi, non appartiene già ad un vero capitolare, ma bensì ai canoni di un concilio regionale franco, che sarebbe strano trovare direttamente conosciuto in Italia. La derivazione da Ansegiso si può anche con eguale certezza affermare per alcune aggiunte al *Liber Papiensis*.

Già Boretius (1) aveva osservato che l'*additio* 7 corrisponde ad Ansegiso I, 150 e l'*additio* 13 ad Ans. II, 31.

A ciò si deve aggiungere, benchè al Boretius sia sfuggito, che l'*addit.* 11 corrisponde ad Ans. II, 32. E si noti che le due ultime aggiunte non appartengono a capitolari, ma invece al concilio di Magonza dell'813.

L'uso di Ansegiso venne poi constatato in una collezione canonica del cod. Ambrosiano A 46 inf. s. X, nei *capitula secundum Lodoici imperatoris*, aggiunti ad un Ms. Ambrosiano del

(1) *De additionibus libri Papiensis* in *Mon. Germ. Hist.* LL. IV, p. XC-XCI, e 586 e segg.

Liber Papiensis (1), ed in parecchie collezioni canoniche, compreso il decreto di Graziano.

Su quest'ultime però non insistiamo, perchè è probabile che i passi di Ansegiso vi siano penetrati indirettamente per il tramite delle collezioni francesi.

Dopo questi brevi cenni con cui abbiamo inteso non di esaurire l'argomento, ma di richiamarvi l'attenzione, veniamo ai capitolari italici, conservati nel Ms. vercellese.

Di grande importanza è per noi il primo di essi, il così detto *Capitulare Mantuanum duplex* a causa dell'iscrizione finora sconosciuta che lo precede. Essa si trova in capo del foglio 77 *recto*, ed è la seguente:

CAPITVLARE QVOD FACTVM EST ANN DC///LI....

BERNHARD AVT REG PRIMO DEMSEIAN AB INCARN VERO DANN DCCCXI...

Come si vede, le ultime lettere non sono leggibili; ciò per l'umidità che rose il margine del Ms. Ciononostante la lettura e il supplemento delle poche lettere mancanti non presenta difficoltà:

Capitulare, quod factum est anno domini Caroli XIII, Bernhard autem regis primo de mense Ianuario ab incarnatione vero Domini anno DCCCXIII.

Infatti nel determinare in quale anno cada il mese di Gennaio dell'anno primo di Bernardo non possiamo rimanere in dubbio dopo l'importante lavoro di Mühlbacher *Zur Geschichte König Bernhards von Italien*, (2) dove è dimostrato con documenti che già nel Novembre dell'813 si usava la data: anno secondo del regno di Bernardo.

Questa iscrizione del Ms. vercellese dimostra come siano state poco felici le ipotesi finora avanzate sulla data del nostro Capitolare, che Pertz attribuì all'anno 803 e Boretius alla quarta calata di Carlo Magno in Italia, cioè all'anno 787. Si tratta

---

(1) Cfr. CONRAT, *Geschichte* cit. — BORETIUS, *Capitularien*, p. 192 e segg. Contro l'opinione di CONRAT che ritiene le due collezioni d'origine non italiana, v. il mio lavoro cit. sopra pag. 7 n. 1ª.

(2) In *Mittheilungen des Instituts für österr. Geschichtsforschung*, II, 1881, p. 296 e segg. Cfr. anche BÖHMER-MÜHLBACHER, *Regesta* I, 207, segg. e per la letteratura meno recente MURATORI (Annali ad a. 812 e 815, *Antiquit. Ital.*, Disp. X) e MALFATTI, *Bernardo Re d'Italia*, Firenze 1876.

invece di un capitolare di Bernardo, di cui si credeva finora non fosse rimasta alcuna legge. (1)

Come è noto Bernardo inviato in Italia nell'autunno dell'812 e già destinato re, fu riconosciuto solennemente tale nella dieta del Settembre 813. Ciononostante fin dall' aprile i documenti portavano già la data del regno *domni nostri Bernardi magni regis*, ciò che fece congetturare al Mühlbacher che egli avesse ottenuto il titolo reale nella primavera dell' 813 e che la dieta del Settembre abbia poi riconosciuto il fatto compiuto.

Ora troviamo invece che Bernardo emana un capitolare fin dal Gennaio: va però osservato che ciò non avviene in una dieta, ma, come è detto espressamente nell'epilogo, solo provvisoriamente, *quousque in sequenti conventu medio Octubrio qui condictus est, nisi forte a rege aliter precipiatur, aliquid melius addendum mutandumve Deo duce inveniatur.*

Quanto al luogo in cui fu promulgato, nulla possiamo affermare di certo, poichè di Bernardo abbiamo scarsissime notizie. Non è però inverosimile l'opinione di Boretius, che lo indica come Capitolare Mantovano, poichè nel Capitolare Olonnense dell'anno 825 (n. 163 c. 6) pare si citi realmente il nostro con queste parole: *ut sicut in capitulari continetur quod Mantua factum est.*

È invece da respingere l'altra ipotesi di Boretius (2), che il nostro capitolare sia più volte citato nel *Capitulare Papiense Pippini*, qualunque del resto sia la data da assegnarsi a quest'ultimo.

Crediamo parimenti che abbia errato il Boretius il quale nel ricostruire il testo del capitolare, a differenza di Pertz, pospose l'antichissimo Ms. di San Paolo in Carinzia a due altri Mss. più recenti.

Ora fra le varianti del Ms. di San Paolo, una per noi importantissima consiste in ciò che il capitolare incomincia:

Placuit primis omnium ut, etc.

mentre nel testo di Boretius, cioè nei due Mss. più recenti, si fa espressa menzione di Carlo Magno:

Placuit nobis Karolo gloriosissimi regis, ut etc.

Già per sè quest'ultima lezione sarebbe da respingersi, perchè

---

(1) Cfr. BORETIUS, *Capitularien*, p. 143 n. 3.

(2) BORETIUS, o. c. p. 113-119. *Capitularia reg. franc.*, I, p. 194.

è altamente improbabile che l'amanuense del codice di San Paolo, un contemporaneo di Carlo Magno, sopprimesse il nome dell'imperatore per sostituire una frase banale, mentre invece l'ipotesi opposta è affatto verosimile (1). Inoltre il Ms. vercellese viene a riconfermare questa come moltissime altre lezioni del Ms. di San Paolo, già seguito intieramente da Pertz.

Notiamo ancora che i capitoli nel Ms. vercellese sono numerati da uno a venti e che manca l'epilogo ricordato

Poco abbiamo da aggiungere sugli altri capitolari, che saranno utilmente consultati in caso di una nuova edizione.

Il primo di essi, il *Capit. Olonnense mundanum* dell'825 è preceduto dall'iscrizione: *Item al. cap. domni Hlothari imp.*, e manca del cap. 14.

Segue coll'iscrizione: *Item al. cap.* il *capitulare olonnense ecclesiasticum primum* dello stesso anno, mancante del capitolo sesto, poi con iscrizione identica i *capitula de rebus ecclesiasticis* attribuiti parimenti all'825, e che si trovarono finora completi in un solo Ms. Il codice vercellese viene ora a riconfermare anche la loro attribuzione a Lotario.

I *Capitula* finiscono al *recto* dell'ultimo foglio del Ms.: il *verso* è in bianco, salvo prove di penna.

---

(1) La soppressione dell'iscrizione in cui si ricorda Bernardo, e l'aggiunta del nome di Carlo Magno potrebbero forse coincidere coll'epoca della disgrazia e della morte di Bernardo.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

Dall'8 al 22 Giugno 1890

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

R. Società dell'Austr. merid. (Adelaide).

* Transactions, Proceedings and Report of the R Society of South Australia; vol XII, for 188-89. Adelaide, 1889; in-8°.

Società Medico-chirurg. di Bologna.

* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Scuola medica di Bologna; serie 7ª, vol. I, fasc. 5, 6. Bologna, 1890; in-8°.

Società belga di Microscopia (Bruxelle).

* Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XVIᵉ, n. 7. Bruxelles, 1890; 1 fasc. in-8°.

Soc. Scientifica Argentina (Buenos Aires).

* Anales de la Societad cientifica Argentina, etc.; t. XXIX, entr. 2, 3. Buenos Aires, 1890; in-8°.

Museo di Zool. compar. del Coll. Harward (Cambridge).

* Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; whole series vol. XVI, n. 8 (geological series, vol. II): On some Occurrences of Ottrelite and Ilmenite Schist in New England; by J. E. Wolff. Cambridge, U. S. A. 1890; in-8°.

Acc. delle Scienze di Cracovia.

* Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. — Comptes-rendus des Séances de l'année 1890: Mars. Cracovie; in-8°.

Den Norkse Nordhavs-Expedition 1876-1878: XIX — Zoologi; – Actinida; ved D C. Danielssen. Christiania, 1890; in-4°. — La Sped. Norv. nei mari del nord (Cristiania).

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. V. Carus in Leipzig; XIII Jahrgang, n. 336. Leipzig, 1890; in-8°. — J. V. Carus (Lipsia).

* Report of the fifty-ninth Meeting of the British Association for the advancement of Science held at Newcastle-upon-Tyne in September 1889. London, 1890; 1 fasc. in-8°. — Assoc. Britannica per il progresso delle Scienze (Londra).

* Observations de Poulkova publiées pag Otto Struve, Directeur de l'Observatoire central Nicolas; vol. VIII (Catalogues d'étoiles déduits des observations publiées dans les volumes VI et VII). St.-Pétersbourg, 1889; in-4°. — Osservatorio di Poulkova di Pietroborgo.

—— Zum 50-Jährigen Bestehn der Nicolai-Hauptsternwarte; beschreibung des 30 Zölligen Refractors und des astrophysikalischen Laboratoriums. St.-Pétersbourg, 1889; 1 vol. in-4°. — Id.

—— Photometrische Bestimmung der Grössenclassen der Bonner Durchmusterung; von Ed. Lindemann (Supplément II aux Observations de Pulkova). St.-Pétersbourg, 1889; 1 fasc. di 162 pag. in-4°. — Id.

—— Sammlung der Beobachtungen von Sternbedeckungen während der totalen Mondfinsterniss 1888 Januar. 28; herausgegeben von Otto Struve. St.-Pétersbourg, 1890; 1 fasc. in 8° gr. — Id.

—— Tabulae quantitatum Besselianarum pro annis 1890 ad 1894 computatae; edit Otto Struve. Petropoli. 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

—— De la rotation de la terre sous l'influence des actions géologiques; Mémoire présentée à l'Observatoire de Pulkow, à l'occasion de sa fête semiséculaire, par J. V. Schiaparelli. St.-Pétersbourg, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

* Annales des Mines, etc.; 8e série, t. XVI, 6e livrais. de 1889. Paris, 1889; in-8°. — Scuola nazionale delle Miniere (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Pétersbourg, 1890; in-8°. — Soc. fisico-chim. di Pietroborgo.

Le opere di Galileo Galilei; edizione nazionale sotto gli auspicii di Sua Maestà il Re d'Italia; vol. I. — Ministero dell'Istruz. Pubbl (Roma).

* Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; serie 3a, vol. I, n. 3, 4 (della Raccolta vol. XXI). Roma, 1890; in-8°. — R. Comitato geo d'Italia

Società degli Spettr ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. TACCHINI; vol. XIX, disp. 5. Roma, 1890; in-4°.

La Direzione (Roma). — * Rivista di Artiglieria e Genio; vol. II, Maggio. Roma, 1890; in-8°.

Il Municipio di Roma. — * Bullettino della Commissione speciale d' Igiene del Municipio di Roma, anno XI, fasc. 1-3. Roma, 1890; in-8°.

La Redazione. (Roma). — * Bullettino del Vulcanismo italiano e di Geodinamica generale, redatto dal Comm. Prof. Michele Stefano DE ROSSI; anno XVII, fasc. 1-3. Roma, 1890; in-8°.

Club alpino ital. (Torino). — * Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. IX, n. 5. Torino, 1890; in-8°.

Soc. Meteor. ital. (Torino). — * Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana; serie 2ª, vol. X, n. 4. Torino, 1890; in-4°.

Ateneo Veneto (Venezia). — * L'Ateneo Veneto. — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, diretta da A. S. DE KIRIAKI e L. GAMBARI; serie 13ª, vol. I, fasc. 3, 4. Venezia, 1890; in-8°.

Società fisico-medica di Würzburg. — * Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zü Würszburg; etc.; neue Folge, XXIII Band.

Id. — —— Sitzungbericht der physik.-medic. Gesell. zu Würsburg, etc.; Jahrgang 1889. Würsburg, 1889; in-8°.

L'Autore. — Quelques formules relatives aux triangles rectilignes; par E. CATALAN. Bruxelles, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Faune des vertébrés de la Suisse, par Victor FATIO, Dr. Phil.; vol. I, III, IV, V. Genève, 1862-90; in-8°.

S. LAURA. — S LAURA. — Medicina esatta terapeutica dosimetrica; anno VIII, n. 5. Torino, 1890; in-8°.

L'A. — Applicazioni dell'elettricità all'agricoltura; Comunicazione fatta alla R. Accademia d'Agricoltura di Torino dal Socio Giovanni LUVINI. Torino, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Sulla convenzione elettrica; Nota del Socio Augusto RIGHI (Estr. dai *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, vol. VI, 1° sem., fasc. 5); 1 fasc. in-8° gr.

L'A. — Considerazioni sul moto rotatorio del pianeta Venere; Nota del Professore G. V. SCHIAPARELLI; Nota 1, 2, 3, 4, 5. Milano, 1889; 5 fasc. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

dal 15 al 29 Giugno 1890

	Donatori
* Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. IX, n. 81. Baltimore, 1890; in-4°.	Università J. Hopkins (Baltimora).
* Dagh-Register gehonden int Castel Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts-India, Anno 1661; uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc., van Mr I. A. Van der Chijs. Batavia, 1889; 1 vol. in-8° gr.	Accademia di Scienze ed Arti di Berlino.
Biblioteca Nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1890, n. 107. Roma, in-8°.	Bibliot. nazionale di Firenze.
Dr. A. Petermanns Mitteilungen Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXVI Band, n. 6. Gotha, 1890; in 4°.	Gotha. * *
* Proceedings of the Society of London; vol. XLVII, n. 289 London, 1890; in-8°.	Società Reale di Londra.
* Abhandlungen der historischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften; XIX Band, 1 Abth. München, 1889; in-4°.	R. Acc. Bavarese delle Scienze (Monaco).
* Compte-rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1890, n. 11, pag. 317. Paris, in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Histoire de l'Art dans l'antiquité: Égypte, Assyrie, Phenicie, Judée, Asie Mineure, Perse, Gréce, Étrurie, Rome; par Georges Perrot et Charles Chipiez; f. V (Perse, Phrygie, Lydie et Carie, Lycie) Paris, 1890; in 8° gr.	Parigi. * *
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 maggio 1890. Roma, 1890; 1 fasc. in-8° gr.	Ministero delle Finanze (Roma).
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VIII, n. 4. Roma, 1890; in-8° gr.	Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma).
— Appendice al n. 4 — Regi Decreti di istituzione, atti costitutivi e Statuti delle Casse di risparmio; 1 fasc. in-8° gr.	Id.
Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele di Roma. — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol IV, n. 5, sett. - ottob., 1889. Roma, 1890; in-8° gr.	Bibliot. nazionale (Roma).

Accademia del Chablese (Thonon). Mémoires et documents publiés par l'Académie Chablaisienne fondée à Thonon le 7 décembre 1886; f. III, Thonon-les-Bains, 1889; in-8°.

R. Istit. Veneto (Venezia). * Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; (f. XXXXIII), serie 7ª, t. I, disp. 5, 6. Venezia, 1890; in-8°.

Id. Temi di Premio proclamati dal R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti nella solenne adunanza del 25 maggio 1890; 1 fasc. in-8°.

Venezia. * * I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXVIII, fasc. 127. Venezia, 1890; in-4°.

A. Angelucci. Catalogo dell'Armeria Reale illustrato con incisioni in legno, compilato dal Maggiore Angelo Angelucci per carico del Ministero della Casa Reale. Torino, 1890; 1 vol. in-8°.

L'Autore. Yasna XI; petite étude de philologie éranienne par Guillaume Bang. Bruxelles, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Le grotte del monte Taburno; Descrizione, ricerche storiche e congetture. Memoria seconda sull'agro di Airola (medio evo), per Ferdinando Colonna dei principi di Stigliano. Napoli, 1889; 1 fasc. in-8°.

A. Fabretti. Una lettera di Pietro Aretino ai Priori delle Arti di Perugia pubblicata nella sua integrità. Torino, coi tipi privati di A. Fabretti, 1890; 1 fasc. in-8°.

L'A. Matteo Ricci — Giovanni Rizzi e la Scuola Manzoniana nella poesia e nella lingua. Firenze, 1890; 1 fasc. in-4°.

INDICE

DEL VOLUME XXV

Torino. — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

4594 (850) 6 IX-90.

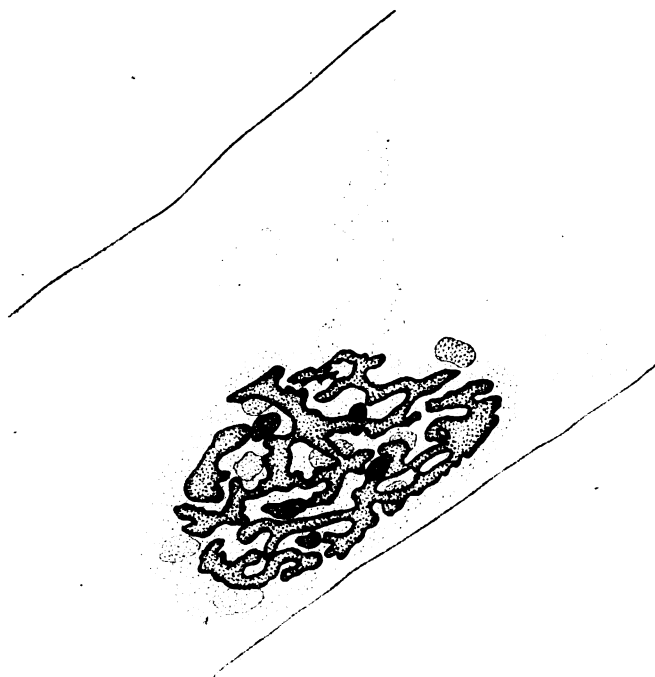
C. NEGRO – Terminazione nervosa motrice. (Tropidonotus natrix)

Zeiss. { Ocul. 4.
Obbiett. apocromatico ad immersione omog.ª

Fig. 6

Fig. 8

Fig. 3

Fig. 9

Fig. 10

Turati lit. Salussola

Torino, Lit. Salussolia

Tav. IV bis

Fototip. Succ.ri Doyen — Torino